

# 1 Arithmétique

## Exercice 1

1.1. Montrer que  $\forall n \in \mathbb{N}$  :

$n(n+1)(n+2)(n+3)$  est divisible par 24

1.2. Dites en justifiant si les affirmations suivantes sont vraies pour tous  $a, m, n \in \mathbb{Z}$  :

- a.  $a|mn \Rightarrow (a|m \vee a|n)$
- b.  $(a|m \vee a|n) \Rightarrow a|mn$
- c.  $(a|m \wedge a|n) \Rightarrow a|(m+n)$

## Exercice 2

Démontrer que le nombre  $7^n + 1$  est divisible par 8 si  $n$  est impair et donner le reste de sa division par 8 dans le cas où  $n$  est pair.

## Exercice 3

Trouver le reste de la division par 13 du nombre  $100^{1000}$ .

## Exercice 4

Combien  $15!$  admet-il de diviseurs ?

## Exercice 5

Démontrer que, si  $a$  et  $b$  sont premiers entre eux, il en est de même des entiers  $a+b$  et  $ab$ .

## Complément TP

## Exercice 6

On souhaite classer les pays ayant participé aux Jeux Olympiques à partir du détail de leurs nombres de médailles d'or, d'argent et de bronze gagnées. On utilisera pour cela un ordre lexicographique qui fait peser en priorité le nombre de médailles d'or et en cas d'égalité le nombre de médailles d'argent et ainsi de suite. Utiliser une fonction renvoyant la liste des tuples où figureront le classement et les différents pays positionnés sur ce classement. La fonction prendra en argument un dictionnaire avec le nom du pays pour clé et un triplet pour les nombres de médailles obtenus pour valeur.

### Exercice 7

En vue de construire un logiciel d'arbitrage pour *Le compte est bon*, on envisage d'engendrer automatiquement les formules  $f$  constructibles à l'aide d'une liste d'entiers  $l$  et des quatre opérateurs arithmétiques usuels, en vue de retrouver le nombre recherché  $n$  ou de s'en approcher le plus possible. On appelle *défaut* d'une formule  $f$  la quantité :

$$defaut(f) = |valeur(f) - n|$$

et pour deux formules  $f$  et  $g$ , on pose  $f \prec g \equiv defaut(f) \leq defaut(g)$ . Ce préordre (relation binaire réflexive et transitive) définit donc le critère pour trouver la (les) meilleure(s) solution(s) qui sera(ont) renvoyée(s) par le programme. A noter que dans les règles du jeu les calculs intermédiaires ne doivent exploiter que des entiers positifs.