Cálculo Infinitesimal 3 – Prova 1 - 2020

Prof. Flavio Dickstein.

Questão 1. Seja $F(x,y) = e^{xy}(y,x)$ e seja γ a curva parametrizada por (t^3, t^4+t), indo de $A = (0,0)$ e $B = (1,2)$.

(i) Mostre que $\nabla F = 0$.

(ii) Calcule $\int_\gamma F \cdot dl$.

Questão 2. Seja γ a curva formada pelo bordo do triângulo ABC, onde $A = (-1,0)$, $B = (1,0)$ e $C = (0,1)$. Suponha que a densidade de massa ρ de γ seja igual a $\rho(x,y) = 1+y$. Determine a massa total de γ.

Questão 3. Seja $f(x,y,z) = xyz$ e $\Omega = \{(x,y,z), x > 0, y > 0, x+y < 1, 0 < z < 2x+y\}$. Calcule $\displaystyle\int_\Omega f(x,y,z)\, dxdydz$.

Questão 4. Seja $z(x,y) = Ce^{-(x^2+y^2)}$. Determine o valor de C para que

$$\int_{\mathbb{R}^2} z(x,y)\, dxdy = 1.$$

Questão 5. Considere a função $f(x,y)$ definida no retângulo $R = (0,2) \times (0,1)$ dada por

$$f(x,y) = \begin{cases} x+y, & \text{se } x \in (0,1) \\ 0, & \text{se } x \in [1,2). \end{cases}$$

Considere a partição $\mathcal{P}_n$ formada por quadrados de lados iguais a $1/n$. Mostre que as somas de Riemann associadas a $\mathcal{P}_n$ convergem quando $n \to \infty$.