Teoria da Computaçãos - COS700 - 2019.1

Lista 3

Entrega: 15/05/2019

Lema do Bombeamento para Linguagens Livres de Contexto

1. Mostre que nenhuma das linguagens abaixo é livre de contexto usando o lema do bombeamento.

(a) $\{a^{2^n} : n \text{ é primo}\}$;

(b) $\{a^{n^2} : n \geq 0\}$;

(c) O conjunto das palavras em $\{a, b, c\}^*$ que têm o mesmo número de as e bs, e cujo número de cs é maior ou igual que o de as;

(d) $\{0^n 1^n 0^n 1^n : n \geq 0\}$;

(e) $\{rrr : s \in \{0 \cup 1\}^*\}$;

(f) $\{wcwcw : w \in \{0, 1\}^*\}$;

(g) $\{0^{n!} : n \geq 1\}$;

(h) $\{0^k 1^k 0^k : k \geq 0\}$;

(i) $\{wct : w \text{ é uma subpalavra de } t \text{ e } w, t \in \{a, b\}^*\}$;

(j) O conjunto de todos os palíndromos no alfabeto $\{0, 1\}$ que contém o mesmo número de 0's e 1's.

Autômatos de Pilha

2. Considere o autômato de pilha não-determinístico $\mathcal{M}$ com alfabetos $\Sigma = \{a, b\}$ e $\Gamma = \{a\}$, estados q_1 e q_2, estado inicial q_1 e final q_2 e transições dadas pela tabela:

estado	*entrada*	*topodapilha*	*transies*
q_1	a	ϵ	(q_1, a) (q_e, ϵ)
q_1	b	ϵ	(q_1, a)
q_2	a	a	(q_2, ϵ)
q_2	b	a	(q_2, ϵ)

(a) Descreva todas as possíveis sequências de transições de $\mathcal{M}$ na entrada aba;

(b) Mostre que aba, aa e abb não pertencem a $L(\mathcal{M})$ e que baa, bab e $baaaa$ pertencem a $L(\mathcal{M})$;

(c) Descreva a linguagem aceita por $\mathcal{M}$ em português.

3. Ache um autômato de pilha não-determinístico cuja linguagem aceita é L onde:

(a) $L = \{a^n b^{n+1} : n \geq 0\}$;

(b) $L = \{a^n b^{2n} : n \geq 0\}$;

(c) $L = \{w \in a, b^* :$ o número de as é diferente do de bs$\}$;

(d) $L = \{a^n b^m : m, n \geq 0$ e $m \neq n\}$;

(e) $L = \{w_1 c w_2 : w_1, w_2 \in \{a, b\}^*$ e $w_1 \neq w_r^2\}$.

4. Um autômato finito não-determinístico que aceita a linguagem denotada por $0.0^*.1.0$ não pode ter menos de 4 estados. Construa um autômato de pilha não-determinístico com apenas 2 estados que aceita esta linguagem.

5. Esta questão trata da existência ou inexistência de computações infinitas.

(a) Explique porque um autômato finito determinístico não admite uma computação com um número infinito de etapas;

(b) Dê exemplo de um autômato de pilha não-determinístico que admite uma computação com um número infinito de etapas.

6. Seja $\mathcal{M}$ um autômato de pilha não-determinístico com alfabeto de entrada Σ, estado inicial q_1 e conjunto de estados Q. A linguagem que $\mathcal{M}$ aceita por pilha vazia é definida como:
$N(\mathcal{M}) = \{w \in \Sigma^* : \exists\ (q_1, w, \epsilon) \vdash^* (q, \epsilon, \epsilon)$ onde $q \in Q\}$.

Note que a diferença entre $L(\mathcal{M})$ e $N(\mathcal{M})$ é que, para a palavra ser aceita em $L(\mathcal{M})$ tem que ser possível chegar a uma configuração (q, ϵ, ϵ) em que q é um estado final, ao passo que não há restrições sobre o estado no caso de $N(\mathcal{M})$.

(a) Dê exemplo de um autômato de pilha não-determinístico $\mathcal{M}$ para o qual $N(\mathcal{M}) \neq L(\mathcal{M}))$;

(b) Mostre que, dado um autômato de pilha não-determinístico $\mathcal{M}$, existe um autômato de pilha não-determinístico $\mathcal{M}'$ tal que $L(\mathcal{M}) = N(\mathcal{M}')$;

(c) Mostre que dado um autômato de pilha não-determinístico $\mathcal{M}$ existe um autômato de pilha não-determinístico $\mathcal{M}'$ tal que $N(\mathcal{M}) = L(\mathcal{M}')$.

Relação entre Gramáticas Livres de Contexto e Autômatos de Pilha

7. Ache um autômato de pilha não-determinístico que aceita a linguagem gerada pela gramática cujas regras são:

$S \rightarrow 0AA$

$A \rightarrow 1S \mid 0S \mid 0$

8. Para cada uma das linguagens L, abaixo, construa uma gramática livre de contexto que gere L e construa um autômato de pilha não-determinístico que aceite L.

(a) $L = \{wc^4w^r : w \in \{0,1\}\}$;

(b) $L = \{a^nb^mc : n \geq m \geq 1\}$;

(c) $L = \{0^m1^n : n \leq m \leq 2n\}$;

(d) $L = \{a^{i+3}b^{2i+1} : i \geq 0\}$;

(e) $L = \{a^ib^jc^jd^ie^3 : i,j \geq 0\}$.