Cálculo Infinitesimal 3 – Lista 4 - 2020

Prof. Flavio Dickstein.

Questão 1. Calcule o volume do parabolóide $z = 1 - (x^2 + y^2)$ situado na região $z > 0$.

Questão 2. Calcule o volume do parabolóide $z = 1 - (x^2 + 4y^2)$ situado na região $z > 0$.

Questão 3. Um sólido de forma cilíndrica tem a base circular de raio 1 e altura 2. Ele tem densidade de massa ρ variável, $\rho(x, y, z) = x^2 + y^2 + z$. Determine sua massa.

Questão 4. Seja Ω a região de $\mathbb{R}^3$ situada entre as esferas de raio 1 e de raio 2. Seja $f(r) = r^{-3}$. Calcule $\displaystyle\int_\Omega f$.

Questão 5. Considere a função radial em $\mathbb{R}^3$ $f(r) = r^{-p}$, onde $p > 0$. Seja $I = \displaystyle\int_{r>1} f(r)$. Mostre que $I < \infty$ se $p > 3$ e $I = \infty$ se $p \leq 3$.

Seja $J = \displaystyle\int_{r<1} f(r)$. Mostre que $J < \infty$ se $p < 3$ e $J = \infty$ se $p \geq 3$.

Questão 6. Mostre que um cone de altura h e área da base A tem volume igual a $\dfrac{1}{3}Ah$.

Questão 7. Mostre uma pirâmide de altura h e área da base A tem volume igual a $\dfrac{1}{3}Ah$.

Questão 8. Sejam C_z o cilindro $x^2 + y^2 \leq 1$ e C_y o cilindro $x^2 + z^2 \leq 1$. Calcule o volume de $\Omega = C_z \cap C_y$. (Sugestão: Mostre que a interseção de Ω com planos x constante são quadrados. Use Fubini.)

Questão 9. Seja T um triângulo qualquer. Mostre que o seu centro de massa está sobre uma das medianas. Neste caso, ele está sobre as três medianas, o que mostra que as três medianas se encontram em um ponto (o centro de massa). (Sugestão: Mostre que o momento do triângulo em relação a cada mediana é nulo.)

Questão 10. Seja T um triângulo qualquer, de vértices A, B e C. Mostre que o seu centro de massa está em $\dfrac{A + B + C}{3}$.