Cálculo Infinitesimal 3 – Lista 5 - 2020

Prof. Flavio Dickstein.

Questão 1. Seja $F = (F_1, F_2)$ um campo irrotacional, isto é, $\nabla \times F = 0$. Se $F_1(x, y) = x - 4y + 1$, determine F_2.

Questão 2. Seja $F = (F_1, F_2)$ um campo incompressível, isto é, $\nabla \cdot F = 0$. Se $F_1(x, y) = x - 4y + 1$, determine F_2.

Questão 3. Seja $F(x, y) = (x, y)$ e seja γ o polígono de vértices $(-2, 0)$, $(0, 1)$, $(1, 0)$, $(0, -2)$.

(i) Calcule $\oint_\gamma F \cdot dl$ quando o circulação é feita no sentido trigonométrico.

(ii) Calcule ∇F e refaça o item (i) usando o Teorema de Green.

(iii) Calcule $\int_\gamma F \cdot d\eta$ tomando a normal exterior.

(iv) Calcule $\nabla \cdot F$ e refaça o item (ii) usando o Teorema da Divergência.

Questão 4. Seja $F(x, y) = e^{xy}(-y, x)$ e seja γ a poligonal que vai de $(-1, 0)$ a $(0, 1)$ e, depois, de $(0, 1)$ a $(1, 0)$. Considere sobre o polígono o campo de normais unitárias que apontam para cima.

(i) Calcule diretamente o fluxo $\int_\gamma F \cdot \eta$.

(ii) Verifique que F é um campo incompressível, $\nabla \cdot F = 0$.

(iii) Use o Teorema da Divergência para calcular $\int_\gamma F \cdot \eta$ de forma mais simples.

Questão 5. O rotacional de um campo $F = (F_1, F_2, F_3)$ é definido por

$$\nabla \times F = \begin{pmatrix} i & j & k \\ \partial_1 & \partial_2 & \partial_3 \\ F_1 & F_2 & F_3 \end{pmatrix}.$$

O divergente de F é definido por

$$\nabla \cdot F = \partial_1 F_1 + \partial_2 F_2 + \partial_3 F_3.$$

Mostre que o "produto misto" $\nabla \cdot \nabla \times F$ é nulo, isto é, que o divergente do rotacional é igual a zero.

Questão 6. Seja $F(x, y, z)$ um campo escalar em $\mathbb{R}^3$. Seja ∇F o gradiente de F. Mostre que o "produto misto" $\nabla \times \nabla F$ é nulo, isto é, que o rotacional do gradiente é igual a zero.