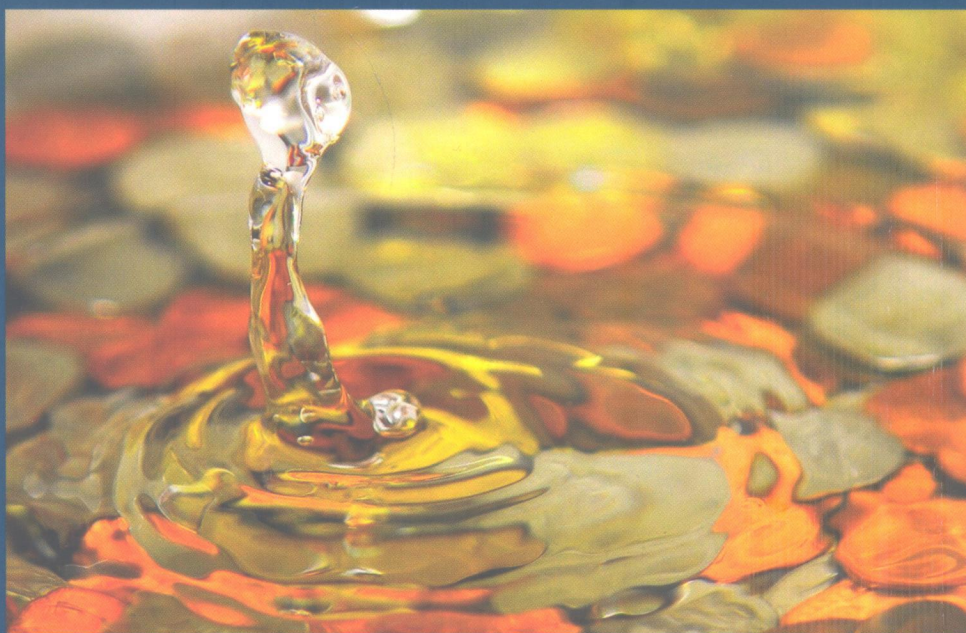


**J. López Gondar**  
**R. Cipolatti**

# **Iniciação à Física Matemática**

Modelagem de Processos e Métodos de Solução



# Sumário

<b>Capítulo 1: Modelando o movimento de partículas</b>	<b>1</b>
1. Modelos empíricos e modelos teóricos	1
2. O problema de dois corpos	3
3. O movimento vertical de um corpo em relação à Terra	4
4. A viscosidade do ar	5
5. Lançamento a grandes alturas	6
6. Lançamento vertical de um corpo autopropulsado	10
7. Movimentos oscilatórios	12
Oscilações amortecidas	14
O sistema massa-elástico	15
Oscilações forçadas e fenômeno de ressonância	16
8. Movimento pendular	17
9. Movimento de uma carga elétrica em um campo magnético	20
10. Modelando impulsos: a “função” delta de Dirac	22
Nota histórica	25
11. Apêndice: núcleos de Dirac	26
12. Exercícios	27
13. Bibliografia	28
 <b>Capítulo 2: Ondas em uma dimensão</b>	 <b>30</b>
1. Ondas - conceitos básicos	30
2. As cadeias moleculares	31
3. Oscilações longitudinais de uma barra elástica	32
4. As oscilações de uma corda elástica	35
Oscilações longitudinais da corda	37
Oscilações transversais da corda	38
O modelo linear	39
O modelo de Kirchhoff-Carrier	40

Oscilações transversais na presença de forças externas . . . . .	41
5. Ondas de torção em uma barra elástica . . . . .	43
6. Solução da equação da onda . . . . .	44
A fórmula de d'Alembert . . . . .	45
O princípio de Duhamel . . . . .	46
Unicidade de solução . . . . .	48
Oscilações unidimensionais em um meio semi-infinito . . . . .	50
Oscilações unidimensionais em um meio limitado: o método de separação de variáveis . . . . .	55
Decomposição em harmônicos e as notas musicais . . . . .	61
Nota histórica . . . . .	63
Apêndice: a energia mecânica das oscilações da corda com extremos fixos . . . . .	64
7. Exercícios . . . . .	65
8. Bibliografia . . . . .	67
<b>Capítulo 3: Fenômenos de difusão . . . . .</b>	<b>69</b>
1. A equação da continuidade . . . . .	69
A equação da difusão . . . . .	71
A equação do calor . . . . .	72
2. A solução fundamental . . . . .	73
3. Formulação do problema de contorno . . . . .	77
4. O método de separação de variáveis . . . . .	78
Condições de Dirichlet . . . . .	78
A função de Green . . . . .	79
A equação não-homogênea . . . . .	79
Condições de Neumann . . . . .	81
Condições de Robin . . . . .	81
Unicidade . . . . .	83
Explorando a função de Green . . . . .	84
Comportamento assintótico . . . . .	87
5. Exercícios . . . . .	90
6. Bibliografia . . . . .	91
<b>Capítulo 4: Fenômenos Estacionários . . . . .</b>	<b>92</b>
1. As equações de Laplace e Poisson . . . . .	92
Funções harmônicas . . . . .	94
2. O problema de Dirichlet . . . . .	98
A função de Green para o problema de Dirichlet 2D . . . . .	99
A fórmula de inversão de Kelvin . . . . .	103
A fórmula de Poisson . . . . .	105

O princípio variacional de Dirichlet . . . . .	109
3. Simetrização e aplicações . . . . .	110
A conjectura de Saint Vénant . . . . .	111
A simetrização . . . . .	112
A conjectura de Lord Rayleigh . . . . .	116
4. As equações de Maxwell . . . . .	118
Ondas eletromagnéticas no vácuo . . . . .	119
Os potenciais escalar e vetorial em 3D . . . . .	121
O equilíbrio de um plasma em um Tokamak . . . . .	122
Uma breve história do eletromagnetismo . . . . .	130
5. Exercícios . . . . .	133
6. Bibliografia . . . . .	134
<b>Capítulo 5: Ondas de água . . . . .</b>	<b>135</b>
1. As equações de Stokes . . . . .	136
2. Ondas na superfície livre . . . . .	138
3. As equações de Bernoulli . . . . .	140
4. O fenômeno da dispersão . . . . .	141
5. Dispersão em águas profundas . . . . .	145
6. Descrição geral das ondas de superfície . . . . .	146
7. Amplitude modulada: a equação de Schrödinger . . . . .	148
8. As equações de águas rasas . . . . .	149
9. Descoberta dos sólitons: KdV . . . . .	151
10. Apêndice: deduzindo a KdV . . . . .	153
11. Exercícios . . . . .	157
12. Bibliografia . . . . .	159
<b>Capítulo 6: Efeitos Relativistas . . . . .</b>	<b>160</b>
1. Princípio de relatividade de Galileu . . . . .	160
2. Transformações de Lorentz . . . . .	162
3. Contração dos comprimentos e dilatação do tempo . . . . .	167
4. Adição de velocidades . . . . .	168
5. Cone de luz e diagramas de Minkowsky . . . . .	171
6. A equação de Einstein: $E = mc^2$ . . . . .	175
7. Forma covariante da equação da onda eletromagnética . . . . .	183
8. Apêndice: paradoxos . . . . .	184
9. Exercícios . . . . .	189
10. Bibliografia . . . . .	191

<b>Capítulo 7: Os modelos do micromundo</b>	192
1. Os postulados da Mecânica Quântica	193
O primeiro postulado	194
O segundo postulado	197
2. Os operadores quânticos	198
3. Autovalores e autovetores dos operadores quânticos	204
A segunda lei de Newton na Mecânica Quântica	209
4. Princípio da incerteza de Heisenberg	210
As medições no micromundo	213
Medições simultâneas	213
5. Solução da equação de Schrödinger	215
Modelos unidimensionais	217
Modelos tridimensionais: campo central	222
Notas históricas	228
6. Apêndice: funções especiais da Física Matemática	228
Os polinômios de Hermite	230
As funções hipergeométricas	235
7. Exercícios	238
8. Bibliografia	239
<b>Capítulo 8: Modelando infecções virtuais</b>	240
1. Infecções virtuais: hipóteses de trabalho	240
2. Modelando a dinâmica da propagação	241
3. Aspectos matemáticos do modelo	244
4. O problema das distribuições não-uniformes	247
Soluções estacionárias	250
5. Exercícios	251
6. Bibliografia	251
<b>Capítulo 9: Sobre séries e integrais de Fourier</b>	252
1. Séries de Fourier	252
Convergência pontual da série de Fourier	256
Convergência uniforme da série de Fourier	260
Os coeficientes de Fourier como sistema de coordenadas em dimensão infinita	264
A forma complexa da série de Fourier	274
2. A transformada de Fourier	275
Propriedades básicas da transformada de Fourier	278
O espaço de Schwartz	282
O produto de convolução	287
O Teorema de Plancherel-Parceval	289

As autofunções de $\mathcal{F}$ . . . . .	291
3. Notas históricas . . . . .	293
4. Resumos dos principais resultados . . . . .	294
5. Exercícios . . . . .	296
6. Bibliografia . . . . .	300
<b>Índice</b> . . . . .	<b>301</b>