

Formelsammlung Mathe

Luca Mazzoelni

7. Mai 2016

Inhaltsverzeichnis

1	Algebra	2
1.1	Binomische Formeln	2
1.2	Potenzen	2
1.3	Lineare Funktionen	2
1.4	Quadratische Gleichung	2
1.5	Quadratische Funktion	2
1.6	Logarithmen	2
1.7	Rechengesetze für Logarithmen	2
1.8	Exponentialfunktion	2

1 Algebra

1.1 Binomische Formeln

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

1.2 Potenzen

$$a^n \cdot a^m = a^{m+n}$$

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$(a^m)^n = (a^n)^m = a^{m \cdot n}$$

$$a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} \quad (a \neq 0)$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad (a \neq 0)$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad (a \neq 0)$$

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \quad (a > 0; n \in \mathbb{N})$$

1.3 Lineare Funktionen

Lineare Funktion:

$P_1(x_1|y_1), P_2(x_2|y_2)$ sind Punkte auf der Geraden:

Die Geraden g_1 und g_2 stehen senkrecht aufeinander

$$y = f(x) = mx + q$$

$$y = m(x - x_1) + y_1, \quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\Leftrightarrow m_1 \cdot m_2 = -1$$

1.4 Quadratische Gleichung

$$ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \text{ es gilt dann: } ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

1.5 Quadratische Funktion

Allgemeine Form:

Scheitelform:

Zusammenhang Scheitelform \leftrightarrow allgemeine Form:

$$y = f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$y = f(x) = m(x + a)^2 + b \quad \text{mit Scheitelpunkt } S(-a/b)$$

$$u = -\frac{b}{2a} \text{ und } v = f(u) = c - \frac{b^2}{4a}$$

1.6 Logarithmen

Definition:

$$\text{Spezialfälle: } \log_a 1 = 0$$

Zehnerlogarithmus:

Natürlicher Logarithmus:

$$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a(b), \text{ wobei } a, b > 0 \text{ und } a \neq 1$$

$$\log_a(a) = 1 \quad \log_a(a^y) = y \quad a^{\log_a(y)} = y$$

$$\lg(x) = \log_{10}(x)$$

$$\ln(x) = \log_e(x) \quad (e: \text{Eulersche Zahl})$$

1.7 Rechengesetze für Logarithmen

$$\log_a(u \cdot v) = \log_a(u) + \log_a(v)$$

$$\log_a\left(\frac{u}{v}\right) = \log_a(u) - \log_a(v)$$

$$\log_a\left(\frac{1}{v}\right) = -\log_a(v)$$

$$\log_a(u^r) = r \cdot \log_a(|u|)$$

$$\log_a(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(a)} = \frac{\lg(x)}{\lg(a)}$$

$$\log_a(b) = \frac{1}{\log_b(a)}$$

$$\log_a(\sqrt[n]{x}) = \frac{\log_a(x)}{n}$$

1.8 Exponentialfunktion

Definition:

Es gilt:

Exponentielles Wachstum/Zerfall:

(y_0 : Wert zum Zeitpunkt t_0 ; a : Wachstum-/Abnahmefaktor; Σ : Schrittweite)

$$y = f(x) = c \cdot a^x, \text{ wobei } a > 0 \text{ und } a \neq 1$$

$$y = f(x) = c \cdot a^x = c \cdot e^{\lambda x}, \text{ mit } \lambda = \ln a \text{ (e: Euler'sche Zahl)}$$

$$y = f(t) = y_0 \cdot a^{\frac{t-t_0}{\Sigma}}$$