ITAM
Departamento de Estadística

Inferencia Estadística– Examen de Prueba 1
Opción Múltiple

---

1. Si el sesgo de un estimador es cero entonces,
   (a) El error de estimación correspondiente también es cero.
   (b) El estimador es consistente en error cuadrático medio
   (c) El error cuadrático medio es igual a la varianza
   (d) Ninguna de las anteriores

2. A partir de una muestra aleatoria de tamaño 17 se construye un intervalo de confianza para el parámetro θ, obteniéndose $\theta \in$ $[38, 45]$ con 96 % de conifanza, lo anterior significa que,
   (a) Si se tomaran otras 50 muestras aleatorias de la misma población y se estimara con cada muestra el valor de θ, es decir se calcula $\hat{\theta}$, aproximadamente 48 de tales estimaciones pertenecerían al intervalo [38, 45].
   (b) Si se tomaran otras 50 muestras aleatorias de la misma población y con cada una se construyera un intervalo de confianza, aproximadamente en 48 de tales intervalos se encontraría el valor de θ.
   (c) La probabilidad de que $\hat{\theta}$ se encuentre afuera del intervalo [38, 45] es igual a 0.04.
   (d) Ninguna de las anteriores.

3. Suponga que x1, x2,..., xn son datos de una muestra de tamaño n, y que y1, y2,..., yn y z1, z2,..., zn son transformaciones definidas por $yi = \alpha xi$, $zi = \beta xi,\ i = 1, 2, ..., n, \alpha, \beta \in R$. Marque la opción que considere incorrecta:
   (a) las medias de los datos transformados son $\bar{y} = \alpha\bar{x}$, $zi = \beta\bar{x}$.
   (b) las varianzas de los datos transformados son $s_y^2 = \alpha^2 s_x^2,\ s_z^2 = \beta^2 s_z^2$
   (c) La covarianza de los datos transformados es $s_{YZ} = \alpha\beta s_x^2$
   (d) $-1 < r_{YZ} < 1$ donde r_{YZ} es el coeficiente de correlación entre y,z

4. Sea $T_n(X_1, X_2, ..., X_n)$ una sucesión de estimadores del parámetro θ.Se dice que esta sucesión de estimadores es una sucesión de estimadores consistentes de θ si se cumple que:
   (a) $lim_{n\to\infty}E[T_n] = \theta$
   (b) $lim_{n\to\infty}Var[T_n] = 0$
   (c) $lim_{n\to\infty}E[T_n] = \theta$ y $lim_{n\to\infty}Var[T_n] = 0$
   (d) $lim_{n\to\infty}E[T_n] = 0$ y $lim_{n\to\infty}Var[T_n] = 0$

5. Si tenemos una muestra aleatoria fija $X_i \sim Poiss(\lambda)$ $\forall$ $i = 1, ., 20$ y que $\bar{X}_{20} = \frac{\sum_1^{20} x_i}{20} = 1{,}7$. Si se desea probar
$$H_0 : \lambda = 1 \quad vs. \quad H_1 : \lambda = 2$$
y el mecanismo de prueba nos indica que la región de rechazo está dada por
$C = \{x| \ \sum_1^{20} x_i \geq 15$. Entonces el valor-p asociado a esta muestra fija es
   (a) $P(\bar{x}_{20} \geq 15|\lambda = 1)$
   (b) $P(\sum_1^{20} x_i \leq 17|\lambda = 1)$
   (c) $P(\bar{x}_{20} \geq 1{,}7|\lambda = 1)$
   (d) Ninguna de las anteriores

6. Los resultados de la encuesta antes del día de elecciones en cuanto a las personas a favor de un determinado candidato presidencial, afirman que existe mayor preferencia en el Nivel socioeconómico alto que en el Nivel socioeconómico bajo por dicho candidato. Si te contratan para evaluar dicha afirmación. ¿Qué prueba de hipótesis debes plantear?
   (a) Diferencia de Medias para muestras independientes.
   (b) Diferencia de Medias de datos apareados (muestras dependientes).
   (c) Diferencia de Proporciones de una sola cola.
   (d) Diferencia de Proporciones de dos colas.

7. Si se aumenta la región de rechazo en una prueba de hipótesis simple vs. simple, se logra que:
   (a) Se disminuyan los errores tipo I y II.
   (b) Se disminuya el error tipo I.
   (c) Se disminuya el error tipo II.
   (d) Ninguna de las anteriores.

8. Indique cuál de las afirmaciones es falsa:
   (a) La dispersión de la media muestral disminuye al aumentar el tamaño de la muestra.
   (b) El error que se comete en una estimación por intervalo disminuye al aumentar el nivel de confianza.
   (c) Para una población normal la varianza muestral es un estimador insesgado de la varianza poblacional.
   (d) Para una población normal la media muestral es un estimado insesgao de la media poblacional.

9. Las Lecturas de un voltímetro de un voltaje desconocido θ están uniformemente distribuidas en el intervalo $(\theta, \theta+1)$. Sea $X_1, X_2, ..., X_n$ una muestra elatoria de tales lecturas. ¿Cuál de las siguientes funciones de $\bar{X}$ es un estimador insesgado de θ?
    (a) $\bar{X} - 0{,}5$
    (b) $\bar{X}$
    (c) $\bar{X} + 0{,}5$
    (d) Ninguna de las anteriores.

10. Indique cuál afirmación es falsa:
    (a) Si se rechaza la hipótesis nula con $\alpha = 0.01$ también se rechazará con $\beta = 0.05$.
    (b) Una región de rechazo indica los valores del estadístico de prueba para los cuales se rechaza la hipótesis nula.
    (c) La única manera de disminuir simultáneamente el error tipo I y el error tipo II en cualquier prueba es aumentando el tamaño de muestra.
    (d) En una prueba de hipótesis siempre es más probable cometer el error tipo II que el error tipo I.

11. Sea $X_1, X_2, ..., X_n$ una muestra aleatoria de frecuencias f_X, tal que $E(X) = 0,\ Var(X) = \sigma^2$. El teorema central del límite nos dice ,
    1. Si $\bar{X}$ entonces $lim_{n\to\infty} P\left(\frac{\bar{X}}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \leq z\right) = \int_{-\infty}^{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} exp(-\frac{t^2}{2})dt$
    2. Cuando n es grande X_n es aproximadamente normal

    Entonces,
    (a) 1. y 2. son falsas
    (b) 2. es falsa pero 1. no.
    (c) 1. es falsa pero 2. no.
    (d) Ninguna de las anteriores

12. Considera $\hat{\theta}_n$ un estimador de un parámetro θ tal que $E[(\hat{\theta}_n - \theta)^2] \overset{n\to\infty}{\to} 0$. Indique la opción verdadera.
    (a) $\hat{\theta}_n$ es un estimador consistente de θ
    (b) $\hat{\theta}_n$ es necesariamente insesgado
    (c) a y b son verdaderas
    (d) a y b son falsas

13. Considera una prueba de hipótesis H_0 versus H_1 ambas simples, indique cuál se cumple:
    (a) $P(rechazar\ H_0|H_1\ verdadera) + P(no\ rechazar\ H_0|H_1\ verdadera) = 1$
    (b) $P(rechazar\ H_0|H_0\ verdadera) + P(rechazar\ H_0|H_1\ verdadera) = 1$
    (c) a y b son verdaderas
    (d) a y b son falsas

14. Considera una muestra aleatoria de tamaño n = 6, $X_1, ..., X_6$, con distribución N(μ, 1). Si X_7 es otra observación independiente de las anteriores, con la misma distribución y $\bar{X} = \sum_1^7 X_i/7$, entonce es cierto que (indica la opción que consideres válida):
    (a) $Q = \sum_1^7 X_i \sim\ N(\mu, 1/6)$
    (b) $W = \sum_1^7 (X_i - \mu)^2 \sim \chi^2_{(6)}$
    (c) $Y = \frac{\sqrt{6}X_7}{\sqrt{W}} \sim\ t_{(6)}$
    (d) ninguna de las anteriores

15. Suponga que la correlación entre dos variables X y Y es r = 0.23. ¿Cuál sería la nueva correlación, si se suma 0.14 a todos los valores de la variable X y cada valor de la variable Y se duplica?
    (a) -0.23
    (b) 0.3
    (c) 0.46
    (d) 0.23