ITAM
Departamento de Estadística

Inferencia Estadística– Laboratorio #7
Estimador de Máxima Verosimilitud y Convergencia

---

1. Define el estimador de máxima verosimilitud, explique la intuición detrás de este y enliste algunas ventajas y desventajas de su uso.

2. Sea $X_1, .., X_n$ una m.a. $\Gamma(\alpha, \beta)$. Encuentra el EMV si α es conocido.

3. Sea $X_1, .., X_n$ una m.a. con distribución $f(x|\theta) = \theta x^{-2}$, $0 < \theta \leq x < \infty$, si $X_{(1)}$ es un estadístico suficiente para θ, encuentre el EMV para θ.

4. Sea $X_1, .., X_n$ una m.a. con distribución $f(x|\theta) = \theta x^{\theta-1}$, $0 \leq x \leq 1,\ 0 < \theta < \infty$. Encuentre el EMV para θ y que pasa con la varianza si $n \to \infty$.

5. Enuncie los tipo de convergencia y explique la intuición detrás de cada una.

6. Demuestre que si $X_n \xrightarrow{c.s} X$ entonces, $aX_n + b \xrightarrow{c.s} aX + b$

7. Sean X_n una secuencia de v.a.'s tal que $F_{X_n} = 1-(1-\frac{1}{n})^{nx},\ x \geq 0$ demuestre que $X_n \xrightarrow{d} Exp(1)$.

8. Sea X una v.a. y $X_n = X + Y_n$ donde $\mathbb{E}(Y_n) = \frac{1}{n}$, $var(Y_n) = \frac{\sigma^2}{n}$ donde $\sigma > 0$. Demuestre que $X_n \xrightarrow{p} X$.

9. Sea $X_n \sim Unif(0, \frac{1}{n})$. Demuestre que $X_n \xrightarrow{m^k} 0$ para todo $r \geq 1$

10. (DIFÍCIL)Una propiedad importante de los EMV's es la *invarianza*. Eso es, si $\hat{\theta}$ es el EMV de θ, entonces para cualquier función $\tau(\theta)$ el EMV de $\tau(\theta)$ es $\tau(\hat{\theta})$