МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«Дальневосточный федеральный университет»

(ДВФУ)

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Департамент математического и компьютерного моделирования

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3

По основной образовательной программе подготовки бакалавров направлению 02.03.01 Математика и компьютерне науки профиль «Сквозные цифровые технологии»

Студент группы Б9121-02.03.01сцт

Канцуров Александр Вадимович

«19» январь 2024 г.

Преподаватель, кандидат физико-математических наук

Яковлев Анатолий Александрович

_________________________ (подпись)

Яковлев Анатолий Александрович

«_____» _______________2024 г.

г. Владивосток

2024

Постановка задачи

Дана задача:

$$\begin{cases} c \cdot x \to \max \\ Ax \leq b \\ x \geq 0 \end{cases}$$

Где c - неотрицательный 6-мерный вектор, x - неотрицательный6-мерный вектор неизвестных, который необходимо найти, A - матрица 8x6, b - неотрицательный 8-мерный вектор

$$A = \begin{pmatrix} 180 & 192 & 226 & 253 & 181 & 145 \\ 75 & 226 & 122 & 195 & 115 & 142 \\ 241 & 146 & 175 & 67 & 79 & 128 \\ 266 & 162 & 252 & 42 & 278 & 67 \\ 297 & 198 & 209 & 98 & 280 & 57 \\ 169 & 204 & 132 & 160 & 164 & 232 \\ 12 & 267 & 236 & 202 & 158 & 261 \\ 296 & 173 & 55 & 85 & 285 & 279 \end{pmatrix}$$

$$b = \begin{pmatrix} 158 \\ 170 \\ 215 \\ 256 \\ 143 \\ 180 \\ 295 \\ 87 \end{pmatrix}$$

$$c = \begin{pmatrix} 21 & 36 & 50 & 243 & 156 & 206 \end{pmatrix}$$

Решать будем симплекс-методом. Для начала приведем задачу к каноническому виду. Введем дополнительный 8-мерный вектор переменных $z = Ax - b$

Тогда к вектору с дописываем 8 нулей и рассматриваем вектор $\begin{pmatrix} x \\ z \end{pmatrix}$. К матрице A справа дописываем единичную матрицу получаем:

$$\begin{cases} (c, 0) \cdot \begin{pmatrix} x \\ z \end{pmatrix} \to \max \\ (AI) \cdot \begin{pmatrix} x \\ z \end{pmatrix} = b \\ x, z \geq 0 \end{cases}$$

Прямая задача

Составим симплекс-таблицу. Первая строка – расширенный вектор c, где элементы мы запишем со знаком минус, чтобы решать задачу на минимум. Остальные строки – расширенная матрица A, последний столбик – вектор b, а первый элемент последнего столбца - значение целевой функции, равное 0.

Видим, что в первой строке (не включая значение целевой функции) есть отрицательные элементы, а значит оптимальное решение еще не найдено.

Разрешающая колонка находится путем выборки такого столбца, у которого элемент строки целевой функции отрицательный. Мы будем брать отрицательный элемент, максимальный по модулю.

Разрешающей строкой будет строка, содержащая наименьшее положительное отношение свободного числа к элементу разрешающего столбца.

Элемент, расположенный на пересечении разрешающих столбцаи строки, называется разрешающим элементом

$$\begin{pmatrix}
-21.0 & -36.0 & -50.0 & -243.0 & -156.0 & -206.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\
180.0 & 192.0 & 226.0 & 253.0 & 181.0 & 145.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 158.0 \\
75.0 & 226.0 & 122.0 & 195.0 & 115.0 & 142.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 170.0 \\
241.0 & 146.0 & 175.0 & 67.0 & 79.0 & 128.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 215.0 \\
266.0 & 162.0 & 252.0 & 42.0 & 278.0 & 67.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 256.0 \\
297.0 & 198.0 & 209.0 & 98.0 & 280.0 & 57.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 143.0 \\
169.0 & 204.0 & 132.0 & 160.0 & 164.0 & 232.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 180.0 \\
12.0 & 267.0 & 236.0 & 202.0 & 158.0 & 261.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 295.0 \\
296.0 & 173.0 & 55.0 & 85.0 & 285.0 & 279.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 87.0
\end{pmatrix}$$

Начальное угловое решение:

$$\begin{pmatrix} 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 158.0 & 170.0 & 215.0 & 256.0 & 143.0 & 180.0 & 295.0 & 87.0 \end{pmatrix}$$

разрешающий столбец $= 4$
разрешающая строка $= 2$
разрешающий элемент $= 253.0$

Преобразовываем строки матрицы, то есть один из базисных столбцов станет **не** базисным, а разрешающий столбец – базисным:

1. Элементы разрешающей строки делим на разрешающий элемент, так как разрешающий элемент $= 1$, то строка останется прежней.

2. Преобразования остальных строк: Новая строка = Строка – элемент строки в разрешающем столбце * элемент разрешающей строки

$$\begin{pmatrix}
151.89 & 148.41 & 167.07 & 0.0 & 17.85 & -66.73 & 0.96 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 151.75 \\
0.71 & 0.76 & 0.89 & 1.0 & 0.72 & 0.57 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.62 \\
-63.74 & 78.02 & -52.19 & 0.0 & -24.51 & 30.24 & -0.77 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 48.22 \\
193.33 & 95.15 & 115.15 & 0.0 & 31.07 & 89.6 & -0.26 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 173.16 \\
236.12 & 130.13 & 214.48 & 0.0 & 247.95 & 42.93 & -0.17 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 229.77 \\
227.28 & 123.63 & 121.46 & 0.0 & 209.89 & 0.83 & -0.39 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 81.8 \\
55.17 & 82.58 & -10.92 & 0.0 & 49.53 & 140.3 & -0.63 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 80.08 \\
-131.72 & 113.7 & 55.56 & 0.0 & 13.49 & 145.23 & -0.8 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 168.85 \\
235.53 & 108.49 & -20.93 & 0.0 & 224.19 & 230.28 & -0.34 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 33.92
\end{pmatrix}$$

В первой строке (не включая значение целевой функции) есть отрицательные элементы, а значит оптимальное решение еще не найдено

разрешающий столбец = 6

разрешающая строка = 9

разрешающий элемент = 230.28458498023716

Преобразовываем строки матрицы

$$\begin{pmatrix}
220.14 & 179.85 & 161.0 & 0.0 & 82.81 & 0.0 & 0.86 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.29 & 161.58 \\
0.13 & 0.49 & 0.95 & 1.0 & 0.16 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.54 \\
-94.66 & 63.77 & -49.44 & 0.0 & -53.95 & 0.0 & -0.73 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.13 & 43.77 \\
101.69 & 52.94 & 123.29 & 0.0 & -56.16 & 0.0 & -0.13 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.39 & 159.96 \\
192.21 & 109.9 & 218.38 & 0.0 & 206.16 & 0.0 & -0.1 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.19 & 223.45 \\
226.42 & 123.24 & 121.53 & 0.0 & 209.08 & 0.0 & -0.39 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 81.68 \\
-88.33 & 16.48 & 1.83 & 0.0 & -87.05 & 0.0 & -0.43 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & -0.61 & 59.42 \\
-280.25 & 45.28 & 68.76 & 0.0 & -127.9 & 0.0 & -0.59 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & -0.63 & 147.46 \\
1.02 & 0.47 & -0.09 & 0.0 & 0.97 & 1.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.15
\end{pmatrix}$$

В первой строке (не включая значение целевой функции) НЕТ отрицательных элементов, а значит оптимальное решение найдено

Оптимальное решение:

$$\begin{pmatrix} 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.54 & 0.0 & 0.15 \end{pmatrix}$$

Целевая функция = 161.58331330884624

Двойственная задача

Двойственная задача будет выглядеть так:

$$\begin{cases} b \cdot x \to \min \\ A^T y \geq c \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Где c - неотрицательный 6-мерный вектор, y - неотрицательный8-мерный вектор неизвестных, который необходимо найти, A^T - матрица 6x8, b - неотрицательный 8-мерный вектор

$$A^T = \begin{pmatrix} 180 & 75 & 241 & 266 & 297 & 169 & 12 & 296 \\ 192 & 226 & 146 & 162 & 198 & 204 & 267 & 173 \\ 226 & 122 & 175 & 252 & 209 & 132 & 236 & 55 \\ 253 & 195 & 67 & 42 & 98 & 160 & 202 & 85 \\ 181 & 115 & 79 & 278 & 280 & 164 & 158 & 285 \\ 145 & 142 & 128 & 67 & 57 & 232 & 261 & 279 \end{pmatrix}$$

$$b = \begin{pmatrix} 158 & 170 & 215 & 256 & 143 & 180 & 295 & 87 \end{pmatrix}$$

$$c = \begin{pmatrix} 21 \\ 36 \\ 50 \\ 243 \\ 156 \\ 206 \end{pmatrix}$$

Для начала приведем задачу к каноническому виду. Введем дополнительный 6-мерный вектор переменных $z = Ax - b$

Тогда к вектору с дописываем 6 нулей и рассматриваем вектор $\begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix}$. К матрице A справа дописываем единичную матрицу со знаком минус, получаем:

$$\begin{cases} (c, 0) \cdot \begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix} \to \min \\ (A^T(-I)) \cdot \begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix} = c \\ y, z \geq 0 \end{cases}$$

Двойственная задача не имеет начального углового решения, что бы его найти необходимо решить вспомогательную задачу. Введем неотрицательный 8-мерный вектор u, тогда получим равенство $Ax + u = b$ и будем решать задачу не на наш минимум (начальный), а на сумму компонент вектора u, получим

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{m} u_i \to \min \\ (A^T(-I)I) \cdot \begin{pmatrix} y \\ z \\ u \end{pmatrix} = c \\ y, z \geq 0, \;\; u \geq 0 \end{cases}$$

И в качестве начальной точки для этой задачи рассмотрим $x = 0$, а $u = b$. Решаем симплекс-методом и если решение $u = 0$, то тогда мы получим точку x, для которой $x = b, \;\; x \geq 0$ и оно допустимое.

Вспомогательная задача

Составим симплекс-таблицу

$$\begin{pmatrix}
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 0.0 \\
180.0 & 75.0 & 241.0 & 266.0 & 297.0 & 169.0 & 12.0 & 296.0 & -1.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 21.0 \\
192.0 & 226.0 & 146.0 & 162.0 & 198.0 & 204.0 & 267.0 & 173.0 & -0.0 & -1.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 36.0 \\
226.0 & 122.0 & 175.0 & 252.0 & 209.0 & 132.0 & 236.0 & 55.0 & -0.0 & -0.0 & -1.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 50.0 \\
253.0 & 195.0 & 67.0 & 42.0 & 98.0 & 160.0 & 202.0 & 85.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -1.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 243.0 \\
181.0 & 115.0 & 79.0 & 278.0 & 280.0 & 164.0 & 158.0 & 285.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -1.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 156.0 \\
145.0 & 142.0 & 128.0 & 67.0 & 57.0 & 232.0 & 261.0 & 279.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 206.0
\end{pmatrix}$$

Выделим базисные столбцы с помощью элементарных преобразований строк. К первой строке добавим все остальные строки, умноженные на -1. Получаем:

$$\begin{pmatrix}
-1177.0 & -875.0 & -836.0 & -1067.0 & -1139.0 & -1061.0 & -1136.0 & -1173.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -712.0 \\
180.0 & 75.0 & 241.0 & 266.0 & 297.0 & 169.0 & 12.0 & 296.0 & -1.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 21.0 \\
192.0 & 226.0 & 146.0 & 162.0 & 198.0 & 204.0 & 267.0 & 173.0 & -0.0 & -1.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 36.0 \\
226.0 & 122.0 & 175.0 & 252.0 & 209.0 & 132.0 & 236.0 & 55.0 & -0.0 & -0.0 & -1.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 50.0 \\
253.0 & 195.0 & 67.0 & 42.0 & 98.0 & 160.0 & 202.0 & 85.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -1.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 243.0 \\
181.0 & 115.0 & 79.0 & 278.0 & 280.0 & 164.0 & 158.0 & 285.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -1.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 156.0 \\
145.0 & 142.0 & 128.0 & 67.0 & 57.0 & 232.0 & 261.0 & 279.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 206.0
\end{pmatrix}$$

Начальное угловое решение

$$\begin{pmatrix} 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 21.0 & 36.0 & 50.0 & 243.0 & 156.0 & 206.0 \end{pmatrix}$$

разрешающий столбец = 1
разрешающая строка = 2
разрешающий элемент = 180.0

$$\begin{pmatrix}
0.0 & -384.58 & 739.87 & 672.34 & 803.05 & 44.07 & -1057.53 & 762.51 & -5.54 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 6.54 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -574.68 \\
1.0 & 0.42 & 1.34 & 1.48 & 1.65 & 0.94 & 0.07 & 1.64 & -0.01 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.01 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.12 \\
0.0 & 146.0 & -111.07 & -121.73 & -118.8 & 23.73 & 254.2 & -142.73 & 1.07 & -1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -1.07 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 13.6 \\
0.0 & 27.83 & -127.59 & -81.98 & -163.9 & -80.19 & 220.93 & -316.64 & 1.26 & 0.0 & -1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -1.26 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 23.63 \\
0.0 & 89.58 & -271.74 & -331.88 & -319.45 & -77.54 & 185.13 & -331.04 & 1.41 & 0.0 & 0.0 & -1.0 & 0.0 & 0.0 & -1.41 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 213.48 \\
0.0 & 39.58 & -163.34 & 10.52 & -18.65 & -5.94 & 145.93 & -12.64 & 1.01 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -1.0 & 0.0 & -1.01 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 134.88 \\
0.0 & 81.58 & -66.14 & -147.28 & -182.25 & 95.86 & 251.33 & 40.56 & 0.81 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -1.0 & -0.81 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 189.08
\end{pmatrix}$$

разрешающий столбец = 7
разрешающая строка = 3
разрешающий элемент = 254.2

$$\begin{pmatrix}
0.0 & 222.81 & 277.81 & 165.9 & 308.81 & 142.81 & 0.0 & 168.71 & -1.1 & -3.16 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 2.1 & 4.16 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -518.1 \\
1.0 & 0.38 & 1.37 & 1.51 & 1.68 & 0.93 & 0.0 & 1.68 & -0.01 & 0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.01 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.11 \\
0.0 & 0.57 & -0.44 & -0.48 & -0.47 & 0.09 & 1.0 & -0.56 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.05 \\
0.0 & -99.06 & -31.06 & 23.82 & -60.65 & -100.82 & 0.0 & -192.59 & 0.33 & 0.87 & -1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.33 & -0.87 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 11.81 \\
0.0 & -16.75 & -190.85 & -243.22 & -232.93 & -94.82 & 0.0 & -227.09 & 0.63 & 0.73 & 0.0 & -1.0 & 0.0 & 0.0 & -0.63 & -0.73 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 203.58 \\
0.0 & -44.23 & -99.58 & 80.41 & 49.55 & -19.56 & 0.0 & 69.3 & 0.39 & 0.57 & 0.0 & 0.0 & -1.0 & 0.0 & -0.39 & -0.57 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 127.08 \\
0.0 & -62.77 & 43.68 & -26.92 & -64.79 & 72.4 & 0.0 & 181.68 & -0.25 & 0.99 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -1.0 & 0.25 & -0.99 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 175.64
\end{pmatrix}$$

разрешающий столбец = 10
разрешающая строка = 4
разрешающий элемент = 0.8691319171256229

$$\begin{pmatrix}
0.0 & -137.38 & 164.88 & 252.53 & 88.29 & -223.77 & 0.0 & -531.57 & 0.09 & 0.0 & -2.64 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 0.91 & 1.0 & 3.64 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -475.15 \\
1.0 & 0.41 & 1.38 & 1.5 & 1.7 & 0.96 & 0.0 & \colorbox{yellow}{1.74} & -0.01 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.01 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.11 \\
0.0 & 0.13 & -0.58 & -0.37 & -0.74 & -0.36 & 1.0 & -1.43 & 0.01 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.01 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.11 \\
0.0 & -113.98 & -35.73 & 27.41 & -69.78 & -116.0 & 0.0 & -221.59 & 0.38 & 1.0 & -1.15 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.38 & -1.0 & 1.15 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 13.59 \\
0.0 & 66.26 & -164.82 & -263.18 & -182.11 & -10.34 & 0.0 & -65.71 & 0.35 & 0.0 & 0.84 & -1.0 & 0.0 & 0.0 & -0.35 & 0.0 & -0.84 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 193.68 \\
0.0 & 21.2 & -79.06 & 64.67 & 89.61 & 47.03 & 0.0 & 196.51 & 0.18 & 0.0 & 0.66 & 0.0 & -1.0 & 0.0 & -0.18 & 0.0 & -0.66 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 119.27 \\
0.0 & 49.92 & 79.01 & -54.02 & 4.2 & 187.08 & 0.0 & 400.77 & -0.62 & 0.0 & 1.14 & 0.0 & 0.0 & -1.0 & 0.62 & 0.0 & -1.14 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 162.2
\end{pmatrix}$$

разрешающий столбец $= 8$

разрешающая строка $= 2$

разрешающий элемент $= 1.73999195332931$

$$\begin{pmatrix}
305.5 & -12.65 & 585.67 & 711.55 & 607.48 & 70.46 & 0.0 & 0.0 & -1.72 & 0.0 & -2.54 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 2.72 & 1.0 & 3.54 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -441.69 \\
0.57 & \colorbox{yellow}{0.23} & 0.79 & 0.86 & 0.98 & 0.55 & 0.0 & 1.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.06 \\
0.82 & 0.46 & 0.56 & 0.87 & 0.66 & 0.43 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.2 \\
127.35 & -61.98 & 139.68 & 218.76 & 146.65 & 6.65 & 0.0 & 0.0 & -0.38 & 1.0 & -1.11 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.38 & -1.0 & 1.11 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 27.54 \\
37.76 & 81.68 & -112.81 & -206.44 & -117.93 & 26.03 & 0.0 & 0.0 & 0.13 & 0.0 & 0.85 & -1.0 & 0.0 & 0.0 & -0.13 & 0.0 & -0.85 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 197.82 \\
-112.94 & -24.91 & -234.62 & -105.02 & -102.32 & -61.74 & 0.0 & 0.0 & 0.85 & 0.0 & 0.63 & 0.0 & -1.0 & 0.0 & -0.85 & 0.0 & -0.63 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 106.9 \\
-230.33 & -44.12 & -238.25 & -400.09 & -387.23 & -34.74 & 0.0 & 0.0 & 0.74 & 0.0 & 1.07 & 0.0 & 0.0 & -1.0 & -0.74 & 0.0 & -1.07 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 136.97
\end{pmatrix}$$

разрешающий столбец $= 2$

разрешающая строка $= 2$

разрешающий элемент $= 0.23463784033759177$

$$\begin{pmatrix}
336.49 & 0.0 & 628.36 & 758.12 & 660.15 & 100.3 & 0.0 & 53.92 & -1.9 & 0.0 & -2.53 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 2.9 & 1.0 & 3.53 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -438.29 \\
2.45 & 1.0 & 3.37 & 3.68 & 4.16 & 2.36 & 0.0 & 4.26 & -0.01 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.01 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.27 \\
-0.31 & 0.0 & -1.0 & -0.83 & -1.27 & -0.66 & 1.0 & -1.97 & 0.01 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.01 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.07 \\
279.17 & 0.0 & 348.79 & 446.87 & 404.66 & 152.87 & 0.0 & 264.16 & -1.28 & 1.0 & -1.07 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.28 & -1.0 & 1.07 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 44.17 \\
-162.3 & 0.0 & -388.37 & -507.04 & -457.92 & -166.65 & 0.0 & -348.1 & 1.32 & 0.0 & 0.79 & -1.0 & 0.0 & 0.0 & -1.32 & 0.0 & -0.79 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 175.9 \\
-51.92 & 0.0 & -150.58 & -13.34 & 1.37 & -2.98 & 0.0 & 106.16 & 0.48 & 0.0 & 0.64 & 0.0 & -1.0 & 0.0 & -0.48 & 0.0 & -0.64 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 113.59 \\
-122.27 & 0.0 & -89.41 & -237.74 & -203.6 & 69.32 & 0.0 & 188.02 & 0.1 & 0.0 & \colorbox{yellow}{1.1} & 0.0 & 0.0 & -1.0 & -0.1 & 0.0 & -1.1 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 148.8
\end{pmatrix}$$

разрешающий столбец $= 11$

разрешающая строка $= 7$

разрешающий элемент $= 1.1007021433850703$

$$\begin{pmatrix}
54.94 & 0.0 & 422.48 & 210.69 & 191.34 & 259.93 & 0.0 & 486.86 & -1.67 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 1.0 & -1.3 & 2.67 & 1.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 2.3 & -95.64 \\
2.53 & 1.0 & 3.43 & 3.84 & 4.3 & 2.31 & 0.0 & 4.14 & -0.01 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.01 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.17 \\
-0.82 & 0.0 & -1.38 & -1.83 & -2.12 & -0.37 & 1.0 & -1.18 & 0.01 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & -0.01 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.7 \\
160.71 & 0.0 & 262.17 & 216.55 & 207.42 & 220.03 & 0.0 & 446.31 & -1.18 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.97 & 1.18 & -1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.97 & 188.33 \\
-74.65 & 0.0 & -324.28 & -336.62 & -311.98 & -216.34 & 0.0 & -482.87 & \colorbox{yellow}{1.24} & 0.0 & 0.0 & -1.0 & 0.0 & 0.72 & -1.24 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & -0.72 & 69.24 \\
19.71 & 0.0 & -98.2 & 125.94 & 120.65 & -43.59 & 0.0 & -3.99 & 0.42 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -1.0 & 0.59 & -0.42 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & -0.59 & 26.41 \\
-111.09 & 0.0 & -81.23 & -215.99 & -184.97 & 62.98 & 0.0 & 170.81 & 0.09 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & -0.91 & -0.09 & 0.0 & -1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.91 & 135.19
\end{pmatrix}$$

разрешающий столбец $= 9$

разрешающая строка $= 5$

разрешающий элемент $= 1.2428515471993733$

$$\begin{pmatrix}
-45.18 & 0.0 & -12.45 & -240.8 & -227.11 & -30.23 & 0.0 & -160.78 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.34 & 1.0 & -0.34 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.34 & 0.0 & 1.34 & -2.78 \\
1.65 & 1.0 & -0.38 & -0.12 & 0.63 & -0.23 & 0.0 & -1.54 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.01 & 0.0 & 0.01 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.01 & 0.0 & -0.01 & 0.98 \\
-0.34 & 0.0 & 0.7 & 0.32 & -0.13 & 1.01 & 1.0 & 1.91 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.01 & 0.0 & -0.01 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.01 & 0.0 & 0.01 & 0.26 \\
89.89 & 0.0 & -45.48 & -102.81 & -88.57 & 14.78 & 0.0 & -11.8 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & -0.95 & 0.0 & -0.29 & 0.0 & -1.0 & 0.0 & 0.95 & 0.0 & 0.29 & 254.02 \\
-60.06 & 0.0 & -260.91 & -270.85 & -251.02 & -174.07 & 0.0 & -388.52 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & -0.8 & 0.0 & 0.58 & -1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.8 & 0.0 & -0.58 & 55.71 \\
45.18 & 0.0 & 12.45 & \colorbox{yellow}{240.8} & 227.11 & 30.23 & 0.0 & 160.78 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.34 & -1.0 & 0.34 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.34 & 1.0 & -0.34 & 2.78 \\
-105.47 & 0.0 & -56.85 & -190.68 & -161.51 & 79.25 & 0.0 & 207.12 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.08 & 0.0 & -0.96 & 0.0 & 0.0 & -1.0 & -0.08 & 0.0 & 0.96 & 129.98
\end{pmatrix}$$

разрешающий столбец $= 4$

разрешающая строка = 6
разрешающий элемент = 240.8032056188375

$$\begin{pmatrix} -0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & -0.0 \\ 1.68 & 1.0 & -0.37 & 0.0 & 0.74 & -0.22 & 0.0 & -1.46 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.01 & -0.0 & 0.01 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.01 & 0.0 & -0.01 & 0.98 \\ -0.4 & 0.0 & 0.68 & 0.0 & -0.43 & 0.97 & 1.0 & 1.69 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.01 & 0.0 & -0.01 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.01 & -0.0 & 0.01 & 0.25 \\ 109.18 & 0.0 & -40.16 & 0.0 & 8.39 & 27.69 & 0.0 & 56.84 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & -0.8 & -0.43 & -0.14 & 0.0 & -1.0 & 0.0 & 0.8 & 0.43 & 0.14 & 255.2 \\ -9.24 & 0.0 & -246.91 & 0.0 & 4.42 & -140.07 & 0.0 & -207.68 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & -0.42 & -1.12 & 0.96 & -1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.42 & 1.12 & -0.96 & 58.84 \\ 0.19 & 0.0 & 0.05 & 1.0 & 0.94 & 0.13 & 0.0 & 0.67 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.01 \\ -69.69 & 0.0 & -46.99 & 0.0 & 18.32 & 103.18 & 0.0 & 334.43 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.35 & -0.79 & -0.69 & 0.0 & 0.0 & -1.0 & -0.35 & 0.79 & 0.69 & 132.19 \end{pmatrix}$$

В первой строке не осталось отрицательных элементов (не считая значение целевой функции) И $u = 0$, значит найдено оптимальное решение для вспомогательной задачи, но начальное угловое и допустимое решение для исходной двойственной задачи.

<u>Оптимальное решение:</u>

$$\begin{pmatrix} 0.0 & 0.98 & 0.0 & 0.01 & 0.0 & 0.0 & 0.25 & 0.0 & 58.84 & 255.2 & 132.19 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \end{pmatrix}$$

Решение двойственной задачи

Составим симплекс-таблицу для двойственной задачи. Из прошлой матрицы убираем столбцы, соответствующие вектору u, первуюстроку заменяем на расширенный вектор b и значение целевой функции приравниваем к нулю.

$$\begin{pmatrix} 158.0 & 170.0 & 215.0 & 256.0 & 143.0 & 180.0 & 295.0 & 87.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 1.68 & 1.0 & -0.37 & 0.0 & 0.74 & -0.22 & 0.0 & -1.46 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.01 & -0.0 & 0.01 & 0.98 \\ -0.4 & 0.0 & 0.68 & 0.0 & -0.43 & 0.97 & 1.0 & 1.69 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.01 & 0.0 & -0.01 & 0.25 \\ 109.18 & 0.0 & -40.16 & 0.0 & 8.39 & 27.69 & 0.0 & 56.84 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & -0.8 & -0.43 & -0.14 & 255.2 \\ -9.24 & 0.0 & -246.91 & 0.0 & 4.42 & -140.07 & 0.0 & -207.68 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & -0.42 & -1.12 & 0.96 & 58.84 \\ 0.19 & 0.0 & 0.05 & 1.0 & 0.94 & 0.13 & 0.0 & 0.67 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.01 \\ -69.69 & 0.0 & -46.99 & 0.0 & 18.32 & 103.18 & 0.0 & 334.43 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.35 & -0.79 & -0.69 & 132.19 \end{pmatrix}$$

Выделяем базисные столбцы с помощью элементарных преобразований строк матрицы.

$$\begin{pmatrix} -55.64 & 0.0 & 64.52 & 0.0 & -98.5 & -102.81 & 0.0 & -334.83 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.15 & 0.75 & 0.79 & -244.26 \\ 1.68 & 1.0 & -0.37 & 0.0 & 0.74 & -0.22 & 0.0 & -1.46 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.01 & -0.0 & 0.01 & 0.98 \\ -0.4 & 0.0 & 0.68 & 0.0 & -0.43 & 0.97 & 1.0 & 1.69 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.01 & 0.0 & -0.01 & 0.25 \\ 109.18 & 0.0 & -40.16 & 0.0 & 8.39 & 27.69 & 0.0 & 56.84 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & -0.8 & -0.43 & -0.14 & 255.2 \\ -9.24 & 0.0 & -246.91 & 0.0 & 4.42 & -140.07 & 0.0 & -207.68 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & -0.42 & -1.12 & 0.96 & 58.84 \\ 0.19 & 0.0 & 0.05 & 1.0 & 0.94 & 0.13 & 0.0 & 0.67 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.01 \\ -69.69 & 0.0 & -46.99 & 0.0 & 18.32 & 103.18 & 0.0 & 334.43 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.35 & -0.79 & -0.69 & 132.19 \end{pmatrix}$$

Начальное угловое решение

$$\begin{pmatrix} 0.0 & 0.98 & 0.0 & 0.01 & 0.0 & 0.0 & 0.25 & 0.0 & 58.84 & 255.2 & 132.19 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 38.46 & 0.0 & 90.46 & 501.47 & 374.45 & -39.86 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.57 & -1.33 & 1.5 & -238.47 \\ 2.09 & 1.0 & -0.26 & 2.19 & 2.81 & 0.06 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.01 & -0.01 & 0.01 & 1.01 \\ -0.88 & 0.0 & 0.55 & -2.53 & -2.82 & 0.66 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.01 & -0.01 & 0.22 \\ 93.21 & 0.0 & -44.56 & -85.13 & -71.9 & 17.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & -0.92 & -0.07 & -0.26 & 254.22 \\ 49.12 & 0.0 & -230.82 & 311.04 & 297.77 & -101.02 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.02 & -2.42 & 1.4 & 62.43 \\ 0.28 & 0.0 & 0.08 & 1.5 & 1.41 & 0.19 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.01 & 0.0 & 0.02 \\ -163.68 & 0.0 & -72.89 & -500.88 & -454.07 & 40.31 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & -0.36 & 1.29 & -1.4 & 126.4 \end{pmatrix}$$

разрешающий столбец = 6

разрешающая строка $= 6$
разрешающий элемент $= 0.18801041695836004$

$$\begin{pmatrix}
98.03 & 0.0 & 106.88 & 818.97 & 673.89 & 0.0 & 0.0 & 211.99 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.02 & -2.65 & 1.95 & -234.81 \\
2.0 & 1.0 & -0.28 & 1.71 & 2.36 & 0.0 & 0.0 & -0.32 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.01 & -0.01 & 0.01 & 1.0 \\
-1.86 & 0.0 & 0.28 & -7.76 & -7.74 & 0.0 & 1.0 & -3.49 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.01 & 0.03 & -0.02 & 0.16 \\
67.8 & 0.0 & -51.57 & -220.55 & -199.61 & 0.0 & 0.0 & -90.42 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & -1.12 & 0.49 & -0.46 & 252.66 \\
200.13 & 0.0 & -189.19 & 1115.79 & 1056.75 & 0.0 & 0.0 & 537.32 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 1.16 & -5.76 & 2.54 & 71.72 \\
1.49 & 0.0 & 0.41 & 7.97 & 7.51 & 1.0 & 0.0 & 5.32 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.01 & -0.03 & 0.01 & 0.09 \\
-223.93 & 0.0 & -89.5 & -821.98 & -756.9 & 0.0 & 0.0 & -214.39 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & -0.82 & 2.62 & -1.86 & 122.7
\end{pmatrix}$$

разрешающий столбец $= 13$
разрешающая строка $= 3$
разрешающий элемент $= 0.03354165301368476$

$$\begin{pmatrix}
-48.8 & 0.0 & 128.8 & 206.61 & 62.6 & 0.0 & 78.94 & -63.26 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.62 & 0.0 & 0.35 & -222.04 \\
1.58 & 1.0 & -0.22 & -0.04 & 0.6 & 0.0 & 0.23 & -1.11 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.01 & 0.0 & 0.01 & 1.04 \\
-55.45 & 0.0 & 8.28 & -231.27 & -230.87 & 0.0 & 29.81 & -103.95 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.15 & 1.0 & -0.6 & 4.82 \\
94.91 & 0.0 & -55.62 & -107.47 & -86.73 & 0.0 & -14.58 & -39.59 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & -1.04 & 0.0 & -0.16 & 250.3 \\
-119.2 & 0.0 & -141.53 & -215.96 & -272.67 & 0.0 & 171.68 & -61.29 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.29 & 0.0 & -0.93 & 99.49 \\
-0.34 & 0.0 & 0.69 & 0.32 & -0.12 & 1.0 & 0.99 & 1.88 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.01 & 0.0 & -0.01 & 0.25 \\
-78.55 & 0.0 & -111.2 & -215.67 & -151.65 & 0.0 & -78.16 & 58.14 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & -0.42 & 0.0 & -0.28 & 110.05
\end{pmatrix}$$

разрешающий столбец $= 8$
разрешающая строка $= 6$
разрешающий элемент $= 1.8798845470692727$

$$\begin{pmatrix}
-60.23 & 0.0 & 151.88 & 217.22 & 58.42 & 33.65 & 112.13 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.83 & 0.0 & 0.06 & -213.57 \\
1.38 & 1.0 & 0.18 & 0.14 & 0.53 & 0.59 & 0.81 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.01 & 0.0 & 0.0 & 1.19 \\
-74.24 & 0.0 & 46.21 & -213.83 & -237.74 & 55.3 & 84.35 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.2 & 1.0 & -1.08 & 18.73 \\
87.76 & 0.0 & -41.17 & -100.83 & -89.35 & 21.06 & 6.19 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & -0.91 & 0.0 & -0.34 & 255.6 \\
-130.28 & 0.0 & -119.16 & -205.68 & -276.73 & 32.6 & 203.84 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.5 & 0.0 & -1.21 & 107.69 \\
-0.18 & 0.0 & 0.36 & 0.17 & -0.07 & 0.53 & 0.52 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.13 \\
-68.04 & 0.0 & -132.42 & -225.42 & -147.81 & -30.93 & -108.67 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & -0.62 & 0.0 & -0.01 & 102.27
\end{pmatrix}$$

разрешающий столбец $= 1$
разрешающая строка $= 2$
разрешающий элемент $= 1.376213534900201$

$$\begin{pmatrix}
0.0 & 43.77 & 159.96 & 223.45 & 81.68 & 59.42 & 147.46 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.54 & 0.0 & 0.15 & -161.58 \\
1.0 & 0.73 & 0.13 & 0.1 & 0.39 & 0.43 & 0.59 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.86 \\
0.0 & 53.95 & 56.16 & -206.16 & -209.08 & 87.05 & 127.9 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.16 & 1.0 & -0.97 & 82.81 \\
0.0 & -63.77 & -52.94 & -109.9 & -123.24 & -16.48 & -45.28 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & -0.49 & 0.0 & -0.47 & 179.85 \\
0.0 & 94.66 & -101.69 & -192.21 & -226.42 & 88.33 & 280.25 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & -0.13 & 0.0 & -1.02 & 220.14 \\
0.0 & 0.13 & 0.39 & 0.19 & 0.0 & 0.61 & 0.63 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.29 \\
0.0 & 49.44 & -123.29 & -218.38 & -121.53 & -1.83 & -68.76 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & -0.95 & 0.0 & 0.09 & 161.0
\end{pmatrix}$$

В первой строке не осталось отрицательных элементов, значит найдено оптимальное решение.

Оптимальное решение:

$$\begin{pmatrix} 0.86 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.29 \end{pmatrix}$$

Целевая функция $= 161.5833133088462$

Ответ:

Оптимальное решение:

$$\begin{pmatrix} 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.54 & 0.0 & 0.15 \end{pmatrix}$$

Целевая функция прямой задачи = 161.58331330884624
Оптимальное решение:

$$\begin{pmatrix} 0.86 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.29 \end{pmatrix}$$

Целевая функция двойственной задачи = -161.5833133088462

Листинг

```
from typing import Dict
import numpy as np
import json
import re
import latex

mat = np.array
vec = np.array


def read_data(filename: str) -> Dict:
    with open(filename, "r") as js:
        data = json.load(js)
    return data

def write_data(filename: str, data: Dict):
    with open(filename, "w") as js:
        json.dump(data, js, indent=4, sort_keys=True)


def gen_matrix() -> mat:
    return np.random.randint(low=0, high=300, size=(8, 6))


def gen_vector(dim: int = 6) -> vec:
    return np.random.randint(low=0, high=300, size=(dim, 1))


def generate_data() -> Dict:
    A = gen_matrix()
    b = gen_vector(8)
    c = gen_vector(6)
    return {"A": A.tolist(),
            "b": b.tolist(),
            "c": c.tolist()}


def get_corner_solution(simplex_table: mat) -> vec:
    return vec([simplex_table[np.argmax(x), -1]
                if 1 == np.count_nonzero(x)
```

```
                else 0
                for x in
                simplex_table[:, :simplex_table.shape[1]-1]
                .ravel(order="F")
                .reshape(simplex_table.shape[1]-1, simplex_table.shape[0])
                ]).reshape(simplex_table.shape[1]-1, 1)


def simplex(data: Dict, simplex_table: mat, additive: str = "") -> Dict:
    rows = simplex_table.shape[0]
    columns = simplex_table.shape[1]

    print_data: dict = data.copy()
    print_data["matrices"+additive] = []
    while np.min(simplex_table[0, 0:-1]) < -1e-10:
        matrix_data: dict = {"mat": simplex_table.copy()}
        pivot_column = np.argmin(simplex_table[0, 0:columns-1])
        coef = []
        for i in range(1, rows):
            coef.append(simplex_table[i, -1] /
                        simplex_table[i, pivot_column] if
                        simplex_table[i, pivot_column] != 0
                        else 0)
        coef = [np.inf if x <= 0 else x for x in coef]
        pivot_row = np.argmin(coef) + 1
        pivot_element = simplex_table[pivot_row, pivot_column]
        matrix_data["row"] = pivot_row + 1
        matrix_data["column"] = pivot_column + 1
        matrix_data["elem"] = pivot_element
        print_data["matrices"+additive].append(matrix_data.copy())
        simplex_table[pivot_row, :] /= pivot_element
        for i in range(rows):
            elem = simplex_table[i, pivot_column]
            if i != pivot_row:
                for j in range(columns):
                    simplex_table[i, j] -= elem * simplex_table[pivot_row, j]

    matrix_data: dict = {"mat": simplex_table.copy()}
    matrix_data["column"] = None
    matrix_data["row"] = None
    print_data["matrices"+additive].append(matrix_data.copy())

    amount_of_variables = columns - rows

    optim = vec([simplex_table[np.argmax(x), -1] if
                 1 == np.count_nonzero(x)
                 else 0
                 for x in
                 simplex_table[:, :amount_of_variables]
                 .ravel(order="F")
                 .reshape(amount_of_variables, rows)
                 ]).reshape(amount_of_variables, 1)

    print_data["optim"+additive] = optim
    print_data["obj_function"+additive] = simplex_table[0, -1]
```

```

    return print_data


def run():
    mode = input()
    A: mat = mat
    c: vec = vec
    b: vec = vec
    data: dict = {}
    if re.search("[Rr]", mode):
        filename = input()
        data = read_data(filename)
    elif re.search("[Gg]", mode):
        filename = input()
        data = generate_data()
        write_data(filename, data)
    else:
        return

    A = mat(data["A"])
    b = vec(data["b"])
    c = vec(data["c"])
    d = np.concatenate((c.T.tolist()[0], [0 for i in range(8)]))
    d *= -1
    a = np.concatenate((A, np.eye(8)), axis=1)
    simplex_table = np.concatenate(
        (np.reshape(vec(d), (1, len(d))), a), axis=0)

    simplex_table = np.concatenate((simplex_table, np.concatenate(
        ([[0]], b), axis=0)), axis=1)

    data["corner_solution"] = get_corner_solution(simplex_table)
    data = simplex(data, simplex_table)

    simplex_table = np.concatenate((A.T, np.eye(6)*-1, np.eye(6), c),
   axis=1)
    simplex_table = np.concatenate(
        (np.reshape(vec([0]*14 + [1]*6+[0]), (1, 21)), simplex_table),
        axis=0)

    data["second_simplex_table"] = simplex_table.copy()
    simplex_table[0][:] -= simplex_table[1:].sum(axis=0)
    data["corner_solution_second"] = get_corner_solution(simplex_table)
    data = simplex(data, simplex_table, "_second")

    simplex_table = mat(data["matrices_second"][-1]["mat"])
    simplex_table = np.concatenate((simplex_table[:, :-7],
                                    simplex_table[:, -1].reshape(
                                        (simplex_table.shape[0], 1))
                                    ), axis=1)
    simplex_table[0][:] = 0
    simplex_table[0][:8] = b.T[0, :]

    basis = ([np.argmax(x)
              if 1 == np.count_nonzero(x)
              else -1
              for x in
```

```
              simplex_table[1:, :-1]
              .ravel(order="F")
              .reshape(simplex_table.shape[1]-1, simplex_table.shape[0]-1)
              ])

    data["third_simplex_table"] = simplex_table.copy()
    for i, row in enumerate(basis):
        if row != -1 and simplex_table[0, i] != 0:
            simplex_table[0] -= simplex_table[row+1] * simplex_table[0, i]

    data["corner_solution_third"] = get_corner_solution(simplex_table)
    data = simplex(data, simplex_table, "_third")

    latex.preambule(data)


if __name__ == "__main__":
    run()
```