



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
«Дальневосточный федеральный университет»  
(ДВФУ)

---

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Департамент математического и компьютерного моделирования

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4

По основной образовательной программе подготовки бакалавров направлению  
02.03.01 Математика и компьютерные науки профиль «Сквозные цифровые  
технологии»

Студент группы Б9121-02.03.01сцт

Ле Нгоу Куок Лик

«19» январь 2024 г.

Преподаватель, кандидат физико-  
математических наук

Яковлев Анатолий Александрович

\_\_\_\_\_ (подпись)

«\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2024 г.

г. Владивосток  
2024

## Постановка задачи

Пусть дана матричная игра, заданная матрицей размерности  $6 \times 8$ . Необходимо найти верхнюю и нижнюю цену игры и равновесное решение в смешанных стратегиях.

$$A = \begin{pmatrix} -100.0 & -117.0 & -244.0 & -181.0 & -38.0 & 147.0 & 164.0 & -59.0 \\ 132.0 & -188.0 & 83.0 & 220.0 & 4.0 & 50.0 & -155.0 & -82.0 \\ 261.0 & 23.0 & 209.0 & 232.0 & 0.0 & -115.0 & -74.0 & -172.0 \\ -218.0 & 60.0 & 183.0 & 118.0 & -186.0 & -11.0 & 182.0 & -65.0 \\ -125.0 & 286.0 & -187.0 & -150.0 & 184.0 & 272.0 & 75.0 & -52.0 \\ -195.0 & 9.0 & 220.0 & -124.0 & -260.0 & -169.0 & 113.0 & -207.0 \end{pmatrix}$$

Нижняя цена игры:

$$\underline{A} = \max_i \min_j a_{ij} = -155.0$$

Верхняя цена игры:

$$\overline{A} = \min_j \max_i a_{ij} = 164.0$$

Искать равновесное решение в смешанных стратегиях будем с помощью симплекс-метода. Для этого необходимо сделать матрицу неотрицательной, поэтому к каждому элементу матрицы добавим модуль минимального элемента матрицы.

$$\beta = \min_{ij} a_{ij} = -260.0$$

Получается неотрицательная матрица  $\hat{A}$

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} 160.0 & 143.0 & 16.0 & 79.0 & 222.0 & 407.0 & 424.0 & 201.0 \\ 392.0 & 72.0 & 343.0 & 480.0 & 264.0 & 310.0 & 105.0 & 178.0 \\ 521.0 & 283.0 & 469.0 & 492.0 & 260.0 & 145.0 & 186.0 & 88.0 \\ 42.0 & 320.0 & 443.0 & 378.0 & 74.0 & 249.0 & 442.0 & 195.0 \\ 135.0 & 546.0 & 73.0 & 110.0 & 444.0 & 532.0 & 335.0 & 208.0 \\ 65.0 & 269.0 & 480.0 & 136.0 & 0.0 & 91.0 & 373.0 & 53.0 \end{pmatrix}$$

Необходимо решить следующие задачи:

$$\begin{cases} ye \rightarrow \max \\ \hat{A}y \leq e^T \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} ex \rightarrow \min \\ \hat{A}^T x \geq e \\ x \geq 0 \end{cases}$$

В этом случае оптимальная стратегия первого игрока будет найдена по формуле:

$$p^* = \frac{x}{\|x\|}$$

А оптимальная стратегия второго игрока будет найдена по формуле:

$$q^* = \frac{y}{\|y\|}$$

Цена игры будет равна:

$$\phi = \frac{1}{\alpha} - |\beta|$$

где  $\alpha$  значение целевой функции, полученной в результате решения задач линейной оптимизации.

$q^*$  - находится прямой задачей.

$p^*$  - находится двойственной задачей.

## Прямая задача

Задача приводится к каноническому виду. За начальную угловую точку берём  $y_0 = (0, e)$

$$\begin{pmatrix} -1.0 & -1.0 & -1.0 & -1.0 & -1.0 & -1.0 & -1.0 & -1.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 \\ 160.0 & 143.0 & 16.0 & 79.0 & 222.0 & 407.0 & 424.0 & 201.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 \\ 392.0 & 72.0 & 343.0 & 480.0 & 264.0 & 310.0 & 105.0 & 178.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 \\ 521.0 & 283.0 & 469.0 & 492.0 & 260.0 & 145.0 & 186.0 & 88.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 \\ 42.0 & 320.0 & 443.0 & 378.0 & 74.0 & 249.0 & 442.0 & 195.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 \\ 135.0 & 546.0 & 73.0 & 110.0 & 444.0 & 532.0 & 335.0 & 208.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 1.0 \\ 65.0 & 269.0 & 480.0 & 136.0 & 0.0 & 91.0 & 373.0 & 53.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 1.0 \end{pmatrix}$$

Начальная угловая точка:

$$(0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 1.0 \ 1.0 \ 1.0 \ 1.0 \ 1.0 \ 1.0)$$

разрешающий столбец = 1

разрешающая строка = 4

разрешающий элемент = 521.0

$$\begin{pmatrix} 0.0 & -0.46 & -0.1 & -0.06 & -0.5 & -0.72 & -0.64 & -0.83 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 56.09 & -128.03 & -72.09 & 142.15 & 362.47 & 366.88 & 173.98 & 1.0 & 0.0 & -0.31 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.69 \\ 0.0 & -140.93 & -9.88 & 109.82 & 68.38 & 200.9 & -34.95 & 111.79 & 0.0 & 1.0 & -0.75 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.25 \\ 1.0 & 0.54 & 0.9 & 0.94 & 0.5 & 0.28 & 0.36 & 0.17 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 297.19 & 405.19 & 338.34 & 53.04 & 237.31 & 427.01 & 187.91 & 0.0 & 0.0 & -0.08 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.92 \\ 0.0 & 472.67 & -48.53 & -17.49 & 376.63 & 494.43 & 286.8 & 185.2 & 0.0 & 0.0 & -0.26 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.74 \\ 0.0 & 233.69 & 421.49 & 74.62 & -32.44 & 72.91 & 349.79 & 42.02 & 0.0 & 0.0 & -0.12 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.88 \end{pmatrix}$$

разрешающий столбец = 8

разрешающая строка = 3

разрешающий элемент = 111.78886756238003

$$\begin{pmatrix} 0.0 & -1.5 & -0.17 & 0.76 & 0.01 & 0.77 & -0.9 & 0.0 & 0.0 & 0.01 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 275.42 & -112.66 & -243.0 & 35.74 & 49.81 & 421.27 & 0.0 & 1.0 & -1.56 & 0.86 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.31 \\ 0.0 & -1.26 & -0.09 & 0.98 & 0.61 & 1.8 & -0.31 & 1.0 & 0.0 & 0.01 & -0.01 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 1.0 & 0.76 & 0.92 & 0.78 & 0.4 & -0.03 & 0.41 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 534.07 & 421.79 & 153.74 & -61.89 & -100.39 & 485.75 & 0.0 & 0.0 & -1.68 & 1.18 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.5 \\ 0.0 & 706.14 & -32.17 & -199.42 & 263.35 & 161.6 & 344.7 & 0.0 & 0.0 & -1.66 & 0.99 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.33 \\ 0.0 & 286.67 & 425.2 & 33.34 & -58.14 & -2.61 & 362.93 & 0.0 & 0.0 & -0.38 & 0.16 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.78 \end{pmatrix}$$

разрешающий столбец = 2  
 разрешающая строка = 6  
 разрешающий элемент = 706.1432299714982

$$\begin{pmatrix} 0.0 & 0.0 & -0.24 & 0.34 & 0.57 & 1.12 & -0.17 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & -100.12 & -165.22 & -66.97 & -13.22 & 286.82 & 0.0 & 1.0 & -0.91 & 0.48 & 0.0 & -0.39 & 0.0 & 0.18 \\ 0.0 & 0.0 & -0.15 & 0.63 & 1.08 & 2.09 & 0.3 & 1.0 & 0.0 & 0.01 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 1.0 & 0.0 & 0.95 & 0.99 & 0.11 & -0.2 & 0.04 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 446.12 & 304.57 & -261.07 & -222.61 & 225.04 & 0.0 & 0.0 & -0.43 & 0.44 & 1.0 & -0.76 & 0.0 & 0.25 \\ 0.0 & 1.0 & -0.05 & -0.28 & 0.37 & 0.23 & 0.49 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 438.26 & 114.29 & -165.05 & -68.21 & 223.0 & 0.0 & 0.0 & 0.3 & -0.24 & 0.0 & -0.41 & 1.0 & 0.65 \end{pmatrix}$$

разрешающий столбец = 3  
 разрешающая строка = 5  
 разрешающий элемент = 446.1190761762157

$$\begin{pmatrix} 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.5 & 0.43 & 1.0 & -0.05 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & -96.87 & -125.56 & -63.17 & 337.33 & 0.0 & 1.0 & -1.01 & 0.58 & 0.22 & -0.56 & 0.0 & 0.24 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.73 & 1.0 & 2.01 & 0.38 & 1.0 & 0.0 & 0.01 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.34 & 0.67 & 0.28 & -0.44 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.68 & -0.59 & -0.5 & 0.5 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 1.0 & 0.0 & -0.25 & 0.35 & 0.21 & 0.51 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & -184.91 & 91.42 & 150.47 & 1.92 & 0.0 & 0.0 & 0.72 & -0.67 & -0.98 & 0.34 & 1.0 & 0.4 \end{pmatrix}$$

разрешающий столбец = 7  
 разрешающая строка = 2  
 разрешающий элемент = 337.32648639407535

$$\begin{pmatrix} 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.49 & 0.41 & 0.99 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.29 & -0.37 & -0.19 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.83 & 1.14 & 2.08 & 0.0 & 1.0 & -0.0 & 0.01 & -0.01 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.22 & 0.51 & 0.19 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.83 & -0.4 & -0.4 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 1.0 & 0.0 & -0.1 & 0.54 & 0.3 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & -184.36 & 92.14 & 150.83 & 0.0 & 0.0 & -0.01 & 0.72 & -0.68 & -0.98 & 0.34 & 1.0 & 0.4 \end{pmatrix}$$

разрешающий столбец = 11  
 разрешающая строка = 6  
 разрешающий элемент = 0.0005687935037806578

$$\begin{pmatrix} 0.0 & 2.21 & 0.0 & 0.26 & 1.59 & 1.65 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.01 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & -3.01 & 0.0 & 0.03 & -1.99 & -1.09 & 1.0 & 0.0 & 0.01 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.01 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 9.61 & 0.0 & -0.17 & 6.29 & 4.99 & 0.0 & 1.0 & -0.02 & -0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.02 & 0.0 & 0.0 \\ 1.0 & -3.2 & 0.0 & 0.55 & -1.21 & -0.77 & 0.0 & 0.0 & 0.01 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & -0.01 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & -0.21 & 1.0 & 0.85 & -0.51 & -0.47 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 1758.11 & 0.0 & -183.77 & 943.3 & 530.67 & 0.0 & 0.0 & -2.66 & -1.52 & 1.0 & -0.42 & 3.85 & 0.0 & 0.24 \\ 0.0 & 1187.9 & 0.0 & -308.52 & 729.49 & 509.39 & 0.0 & 0.0 & -1.81 & -0.31 & 0.0 & -1.27 & 2.94 & 1.0 & 0.56 \end{pmatrix}$$

разрешающий столбец = 9  
 разрешающая строка = 2  
 разрешающий элемент = 0.00752023743238359

$$\begin{pmatrix} 0.0 & 0.92 & 0.0 & 0.27 & 0.75 & 1.19 & 0.43 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.01 \\ 0.0 & -399.81 & 0.0 & 3.6 & -264.01 & -145.58 & 132.97 & 0.0 & 1.0 & -0.05 & 0.0 & 0.18 & -1.1 & 0.0 & 0.04 \\ 0.0 & 3.34 & 0.0 & -0.11 & 2.15 & 2.7 & 2.09 & 1.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.01 & 0.0 & 0.0 \\ 1.0 & -0.74 & 0.0 & 0.53 & 0.41 & 0.12 & -0.82 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & -0.68 & 1.0 & 0.85 & -0.82 & -0.64 & 0.16 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 693.05 & 0.0 & -174.17 & 239.99 & 142.85 & 354.23 & 0.0 & 0.0 & -1.66 & 1.0 & 0.07 & 0.93 & 0.0 & 0.34 \\ 0.0 & 466.0 & 0.0 & -302.02 & 252.79 & 246.52 & 240.1 & 0.0 & 0.0 & -0.4 & 0.0 & -0.93 & 0.96 & 1.0 & 0.63 \end{pmatrix}$$

В первой строке (не включая значение целевой функции) НЕТ отрицательных элементов, а значит оптимальное решение найдено

Результат

$$y = (0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0)$$

Значение целевой функции  $\alpha = 0.0050586215140221765$

Оптимальная стратегия второго игрока:

$$q^* = \frac{y}{||y||} = (0.06 \ 0.0 \ 0.05 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 1.0)$$

## Двойственная задача

Двойственная задача приводится к каноническому виду, далее ищется начальная угловая точка, решая вспомогательную задачу.

## Решение вспомогательной задачи

$$\begin{pmatrix} 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 0.0 \\ 160.0 & 392.0 & 521.0 & 42.0 & 135.0 & 65.0 & -1.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 \\ 143.0 & 72.0 & 283.0 & 320.0 & 546.0 & 269.0 & -0.0 & -1.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 \\ 16.0 & 343.0 & 469.0 & 443.0 & 73.0 & 480.0 & -0.0 & -0.0 & -1.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 \\ 79.0 & 480.0 & 492.0 & 378.0 & 110.0 & 136.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -1.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 \\ 222.0 & 264.0 & 260.0 & 74.0 & 444.0 & 0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -1.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 \\ 407.0 & 310.0 & 145.0 & 249.0 & 532.0 & 91.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -1.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 1.0 \\ 424.0 & 105.0 & 186.0 & 442.0 & 335.0 & 373.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -1.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 1.0 \\ 201.0 & 178.0 & 88.0 & 195.0 & 208.0 & 53.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 1.0 \end{pmatrix}$$

Базисные столбцы выделяются с помощью элементарных преобразований строк. К первой строке добавляются остальные строки, умноженные на -1. Получается:

$$\begin{pmatrix} -1652.0 & -2144.0 & -2444.0 & -2143.0 & -2383.0 & -1467.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -8.0 \\ 160.0 & 392.0 & 521.0 & 42.0 & 135.0 & 65.0 & -1.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 \\ 143.0 & 72.0 & 283.0 & 320.0 & 546.0 & 269.0 & -0.0 & -1.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 \\ 16.0 & 343.0 & 469.0 & 443.0 & 73.0 & 480.0 & -0.0 & -0.0 & -1.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 \\ 79.0 & 480.0 & 492.0 & 378.0 & 110.0 & 136.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -1.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 \\ 222.0 & 264.0 & 260.0 & 74.0 & 444.0 & 0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -1.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 \\ 407.0 & 310.0 & 145.0 & 249.0 & 532.0 & 91.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -1.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 1.0 \\ 424.0 & 105.0 & 186.0 & 442.0 & 335.0 & 373.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -1.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 1.0 \\ 201.0 & 178.0 & 88.0 & 195.0 & 208.0 & 53.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 1.0 \end{pmatrix}$$

Начальная угловая точка:

$$(0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 1.0 \ 1.0 \ 1.0 \ 1.0 \ 1.0 \ 1.0 \ 1.0)$$

разрешающий столбец = 3

разрешающая строка = 2

разрешающий элемент = 521.0

$$\begin{pmatrix} -901.44 & -305.14 & 0.0 & -1945.98 & -1749.72 & -1162.09 & -3.69 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 4.69 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -3.31 \\ 0.31 & 0.75 & 1.0 & 0.08 & 0.26 & 0.12 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 56.09 & -140.93 & 0.0 & 297.19 & 472.67 & 233.69 & 0.54 & -1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.54 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.46 \\ -128.03 & -9.88 & 0.0 & 405.19 & -48.53 & 421.49 & 0.9 & 0.0 & -1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.9 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.1 \\ -72.09 & 109.82 & 0.0 & 338.34 & -17.49 & 74.62 & 0.94 & 0.0 & 0.0 & -1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.94 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.06 \\ 142.15 & 68.38 & 0.0 & 53.04 & 376.63 & -32.44 & 0.5 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.5 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.5 \\ 362.47 & 200.9 & 0.0 & 237.31 & 494.43 & 72.91 & 0.28 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -1.0 & 0.0 & 0.0 & -0.28 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.72 \\ 366.88 & -34.95 & 0.0 & 427.01 & 286.8 & 349.79 & 0.36 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -1.0 & 0.0 & -0.36 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.64 \\ 173.98 & 111.79 & 0.0 & 187.91 & 185.2 & 42.02 & 0.17 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -1.0 & -0.17 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.83 \end{pmatrix}$$

разрешающий столбец = 4

разрешающая строка = 5

разрешающий элемент = 338.3378119001919

$$\begin{pmatrix} -1316.1 & 326.5 & 0.0 & 0.0 & -1850.29 & -732.91 & 1.74 & 1.0 & 1.0 & -4.75 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & -0.74 & 0.0 & 0.0 & 5.75 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -2.99 \\ 0.32 & 0.73 & 1.0 & 0.0 & 0.26 & 0.11 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 119.42 & -237.39 & 0.0 & 0.0 & 488.03 & 168.15 & -0.29 & -1.0 & 0.0 & 0.88 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.29 & 1.0 & 0.0 & -0.88 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.41 \\ -41.69 & -141.39 & 0.0 & 0.0 & -27.59 & 332.13 & -0.23 & 0.0 & -1.0 & 1.2 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.23 & 0.0 & 1.0 & -1.2 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.03 \\ -0.21 & 0.32 & 0.0 & 1.0 & -0.05 & 0.22 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 153.46 & 51.16 & 0.0 & 0.0 & 379.37 & -44.14 & 0.35 & 0.0 & 0.0 & 0.16 & -1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.35 & 0.0 & 0.0 & -0.16 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.49 \\ 413.04 & 123.87 & 0.0 & 0.0 & 506.69 & 20.57 & -0.38 & 0.0 & 0.0 & 0.7 & 0.0 & -1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.38 & 0.0 & 0.0 & -0.7 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.68 \\ 457.87 & -173.55 & 0.0 & 0.0 & 308.87 & 255.62 & -0.83 & 0.0 & 0.0 & 1.26 & 0.0 & 0.0 & -1.0 & 0.0 & 0.83 & 0.0 & 0.0 & -1.26 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.57 \\ 214.01 & 50.8 & 0.0 & 0.0 & 194.91 & 0.58 & -0.36 & 0.0 & 0.0 & 0.56 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -1.0 & 0.36 & 0.0 & 0.0 & -0.56 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.8 \end{pmatrix}$$

разрешающий столбец = 5

разрешающая строка = 3

разрешающий элемент = 488.0287166570226

$$\begin{pmatrix} -863.35 & -573.53 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -95.4 & 0.66 & -2.79 & 1.0 & -1.42 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 0.34 & 3.79 & 0.0 & 2.42 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -1.44 \\ 0.26 & 0.85 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.02 & -0.0 & 0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.24 & -0.49 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.34 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ -34.94 & -154.81 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 341.63 & -0.25 & -0.06 & -1.0 & 1.25 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.25 & 0.06 & 1.0 & -1.25 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.06 \\ -0.2 & 0.3 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.24 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 60.63 & 235.7 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -174.85 & 0.57 & 0.78 & 0.0 & -0.53 & -1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.57 & -0.78 & 0.0 & 0.53 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.18 \\ 289.05 & 370.34 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -154.01 & -0.09 & 1.04 & 0.0 & -0.21 & 0.0 & -1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.09 & -1.04 & 0.0 & 0.21 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.26 \\ 382.29 & -23.3 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 149.2 & -0.65 & 0.63 & 0.0 & 0.71 & 0.0 & 0.0 & -1.0 & 0.0 & 0.65 & -0.63 & 0.0 & -0.71 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.31 \\ 166.32 & 145.61 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -66.58 & -0.24 & 0.4 & 0.0 & 0.2 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -1.0 & 0.24 & -0.4 & 0.0 & -0.2 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.64 \end{pmatrix}$$

разрешающий столбец = 1

разрешающая строка = 8

разрешающий элемент = 382.28893607006586

$$\begin{pmatrix} 0.0 & -626.16 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 241.55 & -0.82 & -1.36 & 1.0 & 0.17 & 1.0 & 1.0 & -1.26 & 1.0 & 1.82 & 2.36 & 0.0 & 0.83 & 0.0 & 0.0 & 2.26 & 0.0 & -0.73 \\ 0.0 & 0.87 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & -0.09 & -0.0 & 0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & -0.47 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.25 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & -156.94 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 355.27 & -0.31 & 0.0 & -1.0 & 1.31 & 0.0 & 0.0 & -0.09 & 0.0 & 0.31 & -0.0 & 1.0 & -1.31 & 0.0 & 0.0 & 0.09 & 0.0 & 0.08 \\ 0.0 & 0.29 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.32 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 239.39 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -198.51 & 0.68 & 0.68 & 0.0 & -0.64 & -1.0 & 0.0 & 0.16 & 0.0 & -0.68 & -0.68 & 0.0 & 0.64 & 1.0 & 0.0 & -0.16 & 0.0 & 0.13 \\ 0.0 & 387.96 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -266.82 & 0.41 & 0.56 & 0.0 & -0.74 & 0.0 & -1.0 & 0.76 & 0.0 & -0.41 & -0.56 & 0.0 & 0.74 & 0.0 & 1.0 & -0.76 & 0.0 & 0.02 \\ 1.0 & -0.06 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.39 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 155.74 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -131.49 & 0.04 & 0.12 & 0.0 & -0.1 & 0.0 & 0.0 & 0.44 & -1.0 & -0.04 & -0.12 & 0.0 & 0.1 & 0.0 & 0.0 & -0.44 & 1.0 & 0.5 \end{pmatrix}$$

разрешающий столбец = 2  
 разрешающая строка = 7  
 разрешающий элемент = 387.9631416217241

$$\begin{pmatrix} 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -189.09 & -0.16 & -0.46 & 1.0 & -1.03 & 1.0 & -0.61 & -0.04 & 1.0 & 1.16 & 1.46 & 0.0 & 2.03 & 0.0 & 1.61 & 1.04 & 0.0 & -0.7 \\ 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.51 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & -0.08 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 247.33 & -0.14 & 0.23 & -1.0 & 1.01 & 0.0 & -0.4 & 0.21 & 0.0 & 0.14 & -0.23 & 1.0 & -1.01 & 0.0 & 0.4 & -0.21 & 0.0 & 0.09 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.51 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -33.87 & 0.43 & 0.33 & 0.0 & -0.18 & -1.0 & 0.62 & -0.31 & 0.0 & -0.43 & -0.33 & 0.0 & 0.18 & 1.0 & -0.62 & 0.31 & 0.0 & 0.11 \\ 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.69 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.35 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -24.38 & -0.12 & -0.1 & 0.0 & 0.2 & 0.0 & 0.4 & 0.13 & -1.0 & 0.12 & 0.1 & 0.0 & -0.2 & 0.0 & -0.4 & -0.13 & 1.0 & 0.49 \end{pmatrix}$$

разрешающий столбец = 6  
 разрешающая строка = 4  
 разрешающий элемент = 247.32966973115919

$$\begin{pmatrix} 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.27 & -0.28 & 0.24 & -0.26 & 1.0 & -0.92 & 0.13 & 1.0 & 1.27 & 1.28 & 0.76 & 1.26 & 0.0 & 1.92 & 0.87 & 0.0 & -0.63 \\ 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.41 & 0.36 & -0.14 & -0.04 & -1.0 & 0.56 & -0.28 & 0.0 & -0.41 & -0.36 & 0.14 & 0.04 & 1.0 & -0.56 & 0.28 & 0.0 & 0.12 \\ 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.13 & -0.08 & -0.1 & 0.3 & 0.0 & 0.36 & 0.15 & -1.0 & 0.13 & 0.08 & 0.1 & -0.3 & 0.0 & -0.36 & -0.15 & 1.0 & 0.5 \end{pmatrix}$$

разрешающий столбец = 12  
 разрешающая строка = 5  
 разрешающий элемент = 0.0015812372058461495

$$\begin{pmatrix} 0.0 & 0.0 & 0.0 & 583.86 & 0.0 & 0.0 & 1.14 & -0.67 & 1.45 & -2.62 & 1.0 & 0.0 & -0.77 & 1.0 & -0.14 & 1.67 & -0.45 & 3.62 & 0.0 & 1.0 & 1.77 & 0.0 & -0.53 \\ 0.0 & 0.0 & 1.0 & -1.95 & 0.0 & 0.0 & -0.01 & -0.0 & -0.0 & 0.01 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.01 & 0.0 & 0.0 & -0.01 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.85 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.03 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 632.42 & 0.0 & 0.0 & 1.52 & -0.42 & 1.31 & -2.56 & 0.0 & 1.0 & -0.97 & 0.0 & -1.52 & 0.42 & -1.31 & 2.56 & 0.0 & -1.0 & 0.97 & 0.0 & 0.1 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & -355.2 & 0.0 & 0.0 & -0.45 & 0.6 & -0.88 & 1.4 & -1.0 & 0.0 & 0.26 & 0.0 & 0.45 & -0.6 & 0.88 & -1.4 & 1.0 & 0.0 & -0.26 & 0.0 & 0.07 \\ 0.0 & 1.0 & 0.0 & 2.34 & 0.0 & 0.0 & 0.01 & 0.0 & 0.0 & -0.01 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & -0.01 & -0.0 & -0.0 & 0.01 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 1.0 & 0.0 & 0.0 & -0.26 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & -228.66 & 0.0 & 0.0 & -0.69 & 0.07 & -0.57 & 1.22 & 0.0 & 0.0 & 0.5 & -1.0 & 0.69 & -0.07 & 0.57 & -1.22 & 0.0 & 0.0 & -0.5 & 1.0 & 0.46 \end{pmatrix}$$

разрешающий столбец = 10  
 разрешающая строка = 6  
 разрешающий элемент = 1.395442259149323

$$\begin{pmatrix} 0.0 & 0.0 & 0.0 & -81.9 & 0.0 & 0.0 & 0.29 & 0.45 & -0.19 & 0.0 & -0.87 & 0.0 & -0.27 & 1.0 & 0.71 & 0.55 & 1.19 & 1.0 & 1.87 & 1.0 & 1.27 & 0.0 & -0.41 \\ 0.0 & 0.0 & 1.0 & -0.23 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.17 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.01 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & -18.24 & 0.0 & 0.0 & 0.7 & 0.68 & -0.29 & 0.0 & -1.83 & 1.0 & -0.48 & 0.0 & -0.7 & -0.68 & 0.29 & 0.0 & 1.83 & -1.0 & 0.48 & 0.0 & 0.23 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & -254.54 & 0.0 & 0.0 & -0.32 & 0.43 & -0.63 & 1.0 & -0.72 & 0.0 & 0.19 & 0.0 & 0.32 & -0.43 & 0.63 & -1.0 & 0.72 & 0.0 & -0.19 & 0.0 & 0.05 \\ 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.16 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & -0.01 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.01 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.09 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 81.9 & 0.0 & 0.0 & -0.29 & -0.45 & 0.19 & 0.0 & 0.87 & 0.0 & 0.27 & -1.0 & 0.29 & 0.45 & -0.19 & 0.0 & -0.87 & 0.0 & -0.27 & 1.0 & 0.41 \end{pmatrix}$$

разрешающий столбец = 4  
 разрешающая строка = 4

разрешающий элемент = 1.010256855553905

$$\begin{pmatrix} 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 81.06 & 0.45 & 0.47 & -0.35 & 0.0 & -0.88 & 0.0 & -0.33 & 1.0 & 0.55 & 0.53 & 1.35 & 1.0 & 1.88 & 1.0 & 1.33 & 0.0 & -0.36 \\ 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.23 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & -0.16 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.99 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 18.06 & 0.73 & 0.68 & -0.32 & 0.0 & -1.83 & 1.0 & -0.5 & 0.0 & -0.73 & -0.68 & 0.32 & 0.0 & 1.83 & -1.0 & 0.5 & 0.0 & 0.24 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 251.96 & 0.15 & 0.5 & -1.12 & 1.0 & -0.73 & 0.0 & 0.01 & 0.0 & -0.15 & -0.5 & 1.12 & -1.0 & 0.73 & 0.0 & -0.01 & 0.0 & 0.19 \\ 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.16 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & -0.01 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.01 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.08 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -81.06 & -0.45 & -0.47 & 0.35 & 0.0 & 0.88 & 0.0 & 0.33 & -1.0 & 0.45 & 0.47 & -0.35 & 0.0 & -0.88 & 0.0 & -0.33 & 1.0 & 0.36 \end{pmatrix}$$

разрешающий столбец = 11

разрешающая строка = 2

разрешающий элемент = 0.004811310939462588

$$\begin{pmatrix} 0.0 & 0.0 & 182.87 & 0.0 & 0.0 & 123.56 & -0.33 & -0.1 & -0.02 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.31 & 1.0 & 1.33 & 1.1 & 1.02 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.31 & 0.0 & -0.23 \\ 0.0 & 0.0 & 207.84 & 0.0 & 0.0 & 48.3 & -0.88 & -0.65 & 0.37 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.02 & 0.0 & 0.88 & 0.65 & -0.37 & 0.0 & -1.0 & 0.0 & -0.02 & 0.0 & 0.15 \\ 0.0 & 0.0 & 0.4 & 0.0 & 1.0 & -0.07 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.01 & 1.0 & 0.0 & 0.99 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 380.98 & 0.0 & 0.0 & 106.59 & -0.89 & -0.52 & 0.36 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & -0.46 & 0.0 & 0.89 & 0.52 & -0.36 & 0.0 & 0.0 & -1.0 & 0.46 & 0.0 & 0.51 \\ 0.0 & 0.0 & 152.5 & 0.0 & 0.0 & 287.4 & -0.5 & 0.02 & -0.85 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.03 & 0.0 & 0.5 & -0.02 & 0.85 & -1.0 & 0.0 & 0.0 & -0.03 & 0.0 & 0.3 \\ 0.0 & 1.0 & 1.27 & 0.0 & 0.0 & 0.14 & -0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 1.0 & 0.0 & -0.2 & 0.0 & 0.0 & -0.13 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & -182.87 & 0.0 & 0.0 & -123.56 & 0.33 & 0.1 & 0.02 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.31 & -1.0 & -0.33 & -0.1 & -0.02 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.31 & 1.0 & 0.23 \end{pmatrix}$$

разрешающий столбец = 7

разрешающая строка = 4

разрешающий элемент = 0.0018115057978139368

$$\begin{pmatrix} 0.0 & 0.0 & 185.43 & 183.49 & 0.0 & 305.78 & 0.0 & -0.06 & -0.37 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.44 & 1.0 & 1.0 & 1.06 & 1.37 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.44 & 0.0 & -0.13 \\ 0.0 & 0.0 & 214.66 & 488.03 & 0.0 & 532.96 & 0.0 & -0.54 & -0.56 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & -0.32 & 0.0 & 0.0 & 0.54 & 0.56 & 0.0 & -1.0 & 0.0 & 0.32 & 0.0 & 0.42 \\ 0.0 & 0.0 & 0.4 & 0.29 & 1.0 & 0.22 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 7.71 & 552.03 & 0.0 & 548.21 & 1.0 & 0.13 & -1.05 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.38 & 0.0 & -1.0 & -0.13 & 1.05 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.38 & 0.0 & 0.31 \\ 0.0 & 0.0 & 387.82 & 489.07 & 0.0 & 592.28 & 0.0 & -0.41 & -0.57 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & -0.8 & 0.0 & 0.0 & 0.41 & 0.57 & 0.0 & 0.0 & -1.0 & 0.8 & 0.0 & 0.78 \\ 0.0 & 0.0 & 156.32 & 273.25 & 0.0 & 558.76 & 0.0 & 0.08 & -1.37 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & -0.16 & 0.0 & 0.0 & -0.08 & 1.37 & -1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.16 & 0.0 & 0.45 \\ 0.0 & 1.0 & 1.29 & 1.21 & 0.0 & 1.34 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 1.0 & 0.0 & -0.2 & 0.51 & 0.0 & 0.38 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & -185.43 & -183.49 & 0.0 & -305.78 & 0.0 & 0.06 & 0.37 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.44 & -1.0 & 0.0 & -0.06 & -0.37 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.44 & 1.0 & 0.13 \end{pmatrix}$$

разрешающий столбец = 13

разрешающая строка = 9

разрешающий элемент = 0.43918929057804124

$$\begin{pmatrix} 0.0 & 0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & -0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 79.74 & 354.53 & 0.0 & 310.47 & 0.0 & -0.5 & -0.29 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & -0.73 & 0.0 & 0.5 & 0.29 & 0.0 & -1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.73 & 0.51 \\ 0.0 & 0.0 & 0.73 & 0.62 & 1.0 & 0.76 & 0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & -152.91 & 393.08 & 0.0 & 283.34 & 1.0 & 0.18 & -0.73 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.87 & -1.0 & -0.18 & 0.73 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.87 & 0.42 \\ 0.0 & 0.0 & 49.49 & 154.29 & 0.0 & 34.37 & 0.0 & -0.29 & 0.1 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & -1.82 & 0.0 & 0.29 & -0.1 & 0.0 & 0.0 & -1.0 & 0.0 & 1.82 & 1.01 \\ 0.0 & 0.0 & 87.95 & 205.6 & 0.0 & 446.02 & 0.0 & 0.1 & -1.23 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.37 & 0.0 & -0.1 & 1.23 & -1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.37 & 0.5 \\ 0.0 & 1.0 & 1.28 & 1.19 & 0.0 & 1.32 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 1.0 & 0.0 & -1.45 & -0.73 & 0.0 & -1.69 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.01 & 0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.01 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & -422.21 & -417.79 & 0.0 & -696.24 & 0.0 & 0.14 & 0.85 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & -2.28 & 0.0 & -0.14 & -0.85 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -1.0 & 2.28 & 0.29 \end{pmatrix}$$

Найденная угловая точка:

$$(0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.42 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.5 \ 0.51 \ 1.01 \ 0.29 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0)$$



В первой строке не осталось отрицательных элементов (не считая значение целевой функции) И  $u = 0$ , значит найдено оптимальное решение для вспомогательной задачи, но начальное угловое и допустимое решение для исходной двойственной задачи.

## Решение двойственной задачи

Для нахождения решения двойственной задачи продолжим с найденной угловой точки. Исключим из таблицы столбцы, соответствующие элементам  $u$  и заменим первую строку на  $(e, 0)$

$$\begin{pmatrix} 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 79.74 & 354.53 & 0.0 & 310.47 & 0.0 & -0.5 & -0.29 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & -0.73 & 0.51 \\ 0.0 & 0.0 & 0.73 & 0.62 & 1.0 & 0.76 & 0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & -152.91 & 393.08 & 0.0 & 283.34 & 1.0 & 0.18 & -0.73 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.87 & 0.42 \\ 0.0 & 0.0 & 49.49 & 154.29 & 0.0 & 34.37 & 0.0 & -0.29 & 0.1 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & -1.82 & 1.01 \\ 0.0 & 0.0 & 87.95 & 205.6 & 0.0 & 446.02 & 0.0 & 0.1 & -1.23 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.37 & 0.5 \\ 0.0 & 1.0 & 1.28 & 1.19 & 0.0 & 1.32 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 \\ 1.0 & 0.0 & -1.45 & -0.73 & 0.0 & -1.69 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.01 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & -422.21 & -417.79 & 0.0 & -696.24 & 0.0 & 0.14 & 0.85 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & -2.28 & 0.29 \end{pmatrix}$$

Начальная угловая точка:

$$(0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.42 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.5 \ 0.51 \ 1.01 \ 0.29 \ 0.0)$$

Выделяем базисные столбцы с помощью элементарных преобразований строк матрицы.

$$\begin{pmatrix} 0.0 & 0.0 & 0.44 & -0.09 & 0.0 & 0.61 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.01 & -0.01 \\ 0.0 & 0.0 & 79.74 & 354.53 & 0.0 & 310.47 & 0.0 & -0.5 & -0.29 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & -0.73 & 0.51 \\ 0.0 & 0.0 & 0.73 & 0.62 & 1.0 & 0.76 & 0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & -152.91 & 393.08 & 0.0 & 283.34 & 1.0 & 0.18 & -0.73 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.87 & 0.42 \\ 0.0 & 0.0 & 49.49 & 154.29 & 0.0 & 34.37 & 0.0 & -0.29 & 0.1 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & -1.82 & 1.01 \\ 0.0 & 0.0 & 87.95 & 205.6 & 0.0 & 446.02 & 0.0 & 0.1 & -1.23 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.37 & 0.5 \\ 0.0 & 1.0 & 1.28 & 1.19 & 0.0 & 1.32 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 \\ 1.0 & 0.0 & -1.45 & -0.73 & 0.0 & -1.69 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.01 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & -422.21 & -417.79 & 0.0 & -696.24 & 0.0 & 0.14 & 0.85 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & -2.28 & 0.29 \end{pmatrix}$$

разрешающий столбец = 4

разрешающая строка = 4

разрешающий элемент = 393.0826441361043

$$\begin{pmatrix} 0.0 & 0.0 & 0.41 & 0.0 & 0.0 & 0.67 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.01 \\ 0.0 & 0.0 & 217.66 & 0.0 & 0.0 & 54.93 & -0.9 & -0.66 & 0.37 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.05 & 0.14 \\ 0.0 & 0.0 & 0.97 & 0.0 & 1.0 & 0.32 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & -0.39 & 1.0 & 0.0 & 0.72 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 109.51 & 0.0 & 0.0 & -76.84 & -0.39 & -0.36 & 0.39 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & -1.48 & 0.85 \\ 0.0 & 0.0 & 167.93 & 0.0 & 0.0 & 297.82 & -0.52 & 0.01 & -0.85 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.08 & 0.28 \\ 0.0 & 1.0 & 1.74 & 0.0 & 0.0 & 0.46 & -0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 1.0 & 0.0 & -1.73 & 0.0 & 0.0 & -1.17 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.01 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & -584.73 & 0.0 & 0.0 & -395.09 & 1.06 & 0.33 & 0.07 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & -3.2 & 0.73 \end{pmatrix}$$

разрешающий столбец = 8

разрешающая строка = 8

разрешающий элемент = 0.002501180190265778

$$\begin{pmatrix} 0.04 & 0.0 & 0.34 & 0.0 & 0.0 & 0.63 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.01 \\ 264.01 & 0.0 & -239.99 & 0.0 & 0.0 & -252.79 & -0.41 & 0.0 & 0.82 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & -2.15 & 0.75 \\ 1.1 & 0.0 & -0.93 & 0.0 & 1.0 & -0.96 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.01 & 0.0 \\ -0.18 & 0.0 & -0.07 & 1.0 & 0.0 & 0.93 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 \\ 145.58 & 0.0 & -142.85 & 0.0 & 0.0 & -246.52 & -0.12 & 0.0 & 0.64 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & -2.7 & 1.19 \\ -3.6 & 0.0 & 174.17 & 0.0 & 0.0 & 302.02 & -0.53 & 0.0 & -0.85 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.11 & 0.27 \\ 0.05 & 1.0 & 1.66 & 0.0 & 0.0 & 0.4 & -0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 399.81 & 0.0 & -693.05 & 0.0 & 0.0 & -466.0 & 0.74 & 1.0 & 0.68 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -3.34 & 0.92 \\ -132.97 & 0.0 & -354.23 & 0.0 & 0.0 & -240.1 & 0.82 & 0.0 & -0.16 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & -2.09 & 0.43 \end{pmatrix}$$

Результат:

$$x = (0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.92)$$

Значение целевой функции  $\alpha = -0.005058621514022176$

Получим оптимальную стратегию первого игрока

$$p^* = \frac{x}{||x||} = (0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 1.0)$$

Цена игры:

$$\phi = \frac{1}{\alpha} - |\beta| = -62.31768729325495$$

## Ответ

Нижняя цена игры:  $\underline{A} = -155.0$

Верхняя цена игры:  $\overline{A} = 164.0$

Оптимальная стратегия первого игрока

$$p^* = (0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 1.0)$$

Оптимальная стратегия второго игрока

$$q^* = (0.06 \ 0.0 \ 0.05 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 1.0)$$

Цена игры:  $\phi = -62.31768729325495$

## Листинг

```
1 from typing import Dict
2 import numpy as np
3 import json
4 import re
5 import latex
6
7 mat = np.array
8 vec = np.array
```

```

9
10
11 def read_data(filename: str) -> Dict:
12     with open(filename, "r") as js:
13         data = json.load(js)
14     return data
15
16
17 def write_data(filename: str, data: Dict):
18     with open(filename, "w") as js:
19         json.dump(data, js, indent=4, sort_keys=True)
20
21
22 def gen_matrix() -> mat:
23     return np.random.randint(low=-300, high=300, size=(6, 8))[:, :].
24         astype(float)
25
26 def gen_vector(dim: int = 6) -> vec:
27     return np.ones((dim, 1))
28
29
30 def generate_data() -> Dict:
31     A = gen_matrix()
32     return {"A": A.tolist()}
33
34
35 def get_optimal(m: mat, i, j):
36     return vec([m[np.argmax(x), -1] if
37                 1 == np.count_nonzero(x)
38                 else 0
39                 for x in
40                 m[:, :j]
41                 .ravel(order="F")
42                 .reshape(j, i)
43                 ]).reshape(j, 1)
44
45
46
47 def get_corner_solution(simplex_table: mat) -> vec:
48     return vec([simplex_table[np.argmax(x), -1]
49                 if 1 == np.count_nonzero(x)
50                 else 0
51                 for x in
52                 simplex_table[:, :simplex_table.shape[1]-1]
53                 .ravel(order="F")
54                 .reshape(simplex_table.shape[1]-1, simplex_table.shape
55                 [0])
56                 ]).reshape(simplex_table.shape[1]-1, 1)
57
58 def simplex(data: Dict, simplex_table: mat, additive: str = "") -> Dict
59 :
60     rows = simplex_table.shape[0]
61     columns = simplex_table.shape[1]
62
63     print_data: dict = data.copy()
64     print_data["matrices"+additive] = []

```

```

64 while np.min(simplex_table[0, 0:-1]) < -1e-10:
65     matrix_data: dict = {"mat": simplex_table.copy()}
66     pivot_column = np.argmin(simplex_table[0, 0:columns-1])
67     coef = []
68     for i in range(1, rows):
69         coef.append(simplex_table[i, -1] /
70                     simplex_table[i, pivot_column] if
71                     simplex_table[i, pivot_column] != 0
72                     else 0)
73     coef = [np.inf if x <= 0 else x for x in coef]
74     pivot_row = np.argmin(coef) + 1
75     pivot_element = simplex_table[pivot_row, pivot_column]
76     matrix_data["row"] = pivot_row + 1
77     matrix_data["column"] = pivot_column + 1
78     matrix_data["elem"] = pivot_element
79     print_data["matrices"+additive].append(matrix_data.copy())
80     simplex_table[pivot_row, :] /= pivot_element
81     for i in range(rows):
82         elem = simplex_table[i, pivot_column]
83         if i != pivot_row:
84             for j in range(columns):
85                 simplex_table[i, j] -= elem * simplex_table[
pivot_row, j]
86
87     matrix_data: dict = {"mat": simplex_table.copy()}
88     matrix_data["column"] = None
89     matrix_data["row"] = None
90     print_data["matrices"+additive].append(matrix_data.copy())
91
92     return print_data
93
94
95 def run():
96     mode = input()
97     A: mat = mat
98     c: vec = vec
99     b: vec = vec
100     data: dict = {}
101     if re.search("[Rr]", mode):
102         filename = input()
103         data = read_data(filename)
104     elif re.search("[Gg]", mode):
105         filename = input()
106         data = generate_data()
107         write_data(filename, data)
108     else:
109         return
110
111     A = mat(data["A"])
112     b = gen_vector(6)
113     c = gen_vector(8)
114
115     data["lower_price"] = A.min(0).max()
116     data["upper_price"] = A.max(1).min()
117     data["beta"] = A.min()
118
119     A -= A.min() * np.ones(A.shape)
120     data["A_hat"] = A.copy()

```

```

121 d = np.concatenate((c.T.tolist()[0], [0 for i in range(6)]))
122 d *= -1
123 a = np.concatenate((A, np.eye(6)), axis=1)
124 # print(a,d,b)
125 simplex_table = np.concatenate(
126     (np.reshape(vec(d), (1, len(d))), a), axis=0)
127
128
129 simplex_table = np.concatenate((simplex_table, np.concatenate(
130     ([0]), b), axis=0)), axis=1)
131
132 data["corner_solution"] = get_corner_solution(simplex_table)
133 data = simplex(data, simplex_table)
134 m = mat(data["matrices"][-1]["mat"])
135 data["optim"] = get_optimal(m, 7, 8)
136 data["obj_function"] = m[0, -1]
137
138 simplex_table = np.concatenate((A.T, np.eye(8)*-1, np.eye(8), c),
139     axis=1)
140 simplex_table = np.concatenate(
141     (np.reshape(vec([0]*14 + [1]*8+[0]), (1, 23)), simplex_table),
142     axis=0)
143
144 data["second_simplex_table"] = simplex_table.copy()
145 simplex_table[0][:] -= simplex_table[1:].sum(axis=0)
146 data["corner_solution_second"] = get_corner_solution(simplex_table)
147 data = simplex(data, simplex_table, "_second")
148 m = mat(data["matrices_second"][-1]["mat"])
149 data["optim_second"] = get_optimal(m, 9, 22)
150 data["obj_function_second"] = m[0, -1]
151
152 simplex_table = mat(data["matrices_second"][-1]["mat"])
153 simplex_table = np.concatenate((simplex_table[:, :-9],
154     simplex_table[:, -1].reshape(
155         (simplex_table.shape[0], 1))
156     ), axis=1)
157
158 simplex_table[0][:] = 0
159 simplex_table[0][:6] = b.T[0, :]
160
161 basis = ([np.argmax(x)
162     if 1 == np.count_nonzero(x)
163     else -1
164     for x in
165     simplex_table[1:, :-1]
166     .ravel(order="F")
167     .reshape(simplex_table.shape[1]-1, simplex_table.shape
168     [0]-1)
169     ])
170
171 data["third_simplex_table"] = simplex_table.copy()
172 for i, row in enumerate(basis):
173     if row != -1 and simplex_table[0, i] != 0:
174         simplex_table[0] -= simplex_table[row+1] * simplex_table[0,
175         i]
176
177 data["corner_solution_third"] = get_corner_solution(simplex_table)
178 data = simplex(data, simplex_table, "_third")
179 m = mat(data["matrices_third"][-1]["mat"])

```

```
176     data["optim_third"] = get_optimal(m, 9, 8)
177     data["obj_function_third"] = m[0, -1]
178
179     latex.preamble(data)
180
181
182 if __name__ == "__main__":
183     run()
```