

4. Вкладені цикли в матричних задачах

В алгоритмах попереднього параграфа для обробки послідовностей значень ми використовували прості цикли. Одного циклу було достатньо, бо послідовність, вектор чи масив a_1, a_2, \dots, a_n є одновимірними об'єктами. Якщо ж у задачі необхідно перебрати елементи деякої матриці – двовимірного об'єкта, – то одного циклу замало. Алгоритм, який перебирає елементи матриці, має використати два цикли: один – для перебору рядків (чи стовпців) матриці, а другий – для перебору елементів рядка (стовпця). Такі алгоритми потрібні, наприклад, для побудови матриці за заданим правилом, для відшукування її максимального елемента, для виконання дій над матрицями тощо.

Під час розв'язування матричних задач нам доведеться виконувати однотипні дії: створювати динамічну матрицю заданого розміру та звільняти пам'ять від неї, друкувати матрицю-результат. Вирішення цих завдань опишемо за допомогою окремих функцій, які згодом використаємо для розв'язування складніших задач.

4.1. Керування пам'яттю для матриці

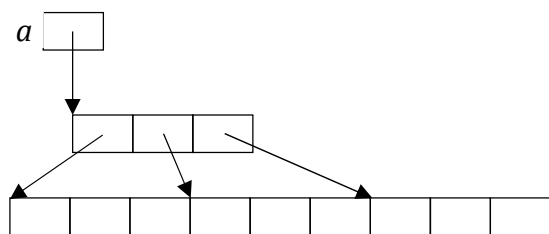


Рис. 1. Динамічна матриця порядку $n = 3$

Ми вже вміємо створювати динамічний одновимірний масив. Тепер навчимося створювати динамічну квадратну матрицю порядку n . Це завдання складніше, бо треба створити двовимірну структуру. Звичайна матриця `int A [3][3]` займає неперервну ділянку пам'яті з 9-ти цілих і забезпечує дворівневу індексацію. Спробуємо відтворити таку ж структуру і в динамічній матриці. На першому етапі створюється масив вказівників на рядки,

далі виділяється пам'ять для n^2 елементів матриці, яку згодом ділимо вказівниками на ділянки по n елементів – на рядки матриці.

```
// виділення пам'яті для динамічної матриці
int** CreateMatrix(unsigned n)
{
    int ** a = new int*[n];    // пам'ять для вказівників рядків
    a[0] = new int[n * n];     // пам'ять для елементів матриці
    for (unsigned i = 1; i < n; ++i) // налаштування вказівників на рядки:
        a[i] = a[i - 1] + n;    // адреса наступного == попереднього + довжина
    return a;
}
```

Функція `CreateMatrix` створює в динамічній пам'яті структуру, схематично зображену на рис. 1. Звільнити пам'ять від неї потрібно в оберненому порядку, як у `EraseMatrix`.

```
// звільнення пам'яті від матриці
void EraseMatrix(int**& a)
{
    delete[] a[0];
    delete[] a;
    a = nullptr;
}
```

Задля безпеки після звільнення динамічної пам'яті функція `EraseMatrix` замість її адреси надає вказівнику значення порожнього.

4.2. Виведення матриці на друк

Як надрукувати матрицю? Природно було б так, як ми звикли її записувати: у вигляді прямокутної таблиці. Використаємо для цього два цикли. Зовнішній *for* (*i* ...) перебирає рядки матриці. Вкладений у нього *for* (*j* ...) виводить елементи *i*-го рядка матриці в один рядок екрана (по чотири символи для кожного елемента). Після завершення рядка матриці виводиться символ закінчення екранного рядка, що і створює потрібний вигляд.

```
#include <iomanip>

// виведення матриці на консоль
void PrintMatrix(int** a, int n)
{
    for (unsigned i = 0; i < n; ++i)
    {
        for (unsigned j = 0; j < n; ++j)
            cout << std::setw(4) << a[i][j];
        cout << '\n';
    }
    return;
}
```

4.3. Побудова матриць

На практиці трапляються випадки, коли матриці задають за допомогою правила обчислення їхніх елементів. Наприклад, $a_{ij} = i + j - 1$, або $a_{ij} = \sin i + \cos j$ тощо. Щоб використати такі матриці для обчислень, необхідно спочатку сформувати їх у пам'яті комп'ютера. Наведемо кілька прикладів такого формування.

Задача 17. *Задано натуральне n . Побудувати і надрукувати одиничну матрицю n -го порядку.*

Пригадаємо, що на головній діагоналі одиничної матриці розташовано одиниці, а всі інші елементи є нулями. Як довідатися, чи елемент належить головній діагоналі? Просто: його індекси рівні між собою:

```
void UnitaryMatrix()
{
    cout << "\n *Побудова одиничної матриці заданого розміру (з перевітками)*"
          << "\n\nВведіть розмір матриці: ";
    unsigned n; cin >> n;
    // виділення пам'яті для динамічної матриці
    int** a = CreateMatrix(n);
    // заповнення матриці значеннями
    for (unsigned i = 0; i < n; ++i)
        for (unsigned j = 0; j < n; ++j)
            a[i][j] = (i == j) ? 1 : 0;
    // виведення результатів
    PrintMatrix(a, n);
    EraseMatrix(a);
    return;
}
```

Цей алгоритм досить очевидний, однак не найкращий: будуючи за ним матрицю, доведеться виконати n^2 перевірок індексів. Як уникнути зайвих перевірок? Спробуємо

підійти до отримання одиничної матриці по-іншому: заповнимо спочатку її головну діагональ, а потім – верхній і нижній трикутники, враховуючи їхню взаємну симетрію. Діагональ – це одна лінія (одновимірний об'єкт), тому для перебору її елементів використаємо простий цикл. Верхній трикутник містить елементи рядків з 1-го по $n-1$ -й – переберемо ці рядки за допомогою одного циклу. У i -му рядку є елементи a_{ij} , де $j = i+1, \dots, n$ – переберемо їх за допомогою вкладеного циклу. Для правильної побудови циклів маємо врахувати особливість C++ щодо нумерування елементів масивів: перший має номер 0, другий – 1 і так далі. Це означає, що перший рядок матриці міститься у 0-му рядку двовимірного масиву програми, верхній трикутник – у рядках з 0-го по $(n-2)$ -й масиву, у кожному з яких елементи пронумеровано від $(i+1)$ до $(n-1)$. Ці значення і використаємо в циклах:

```
void SymmetricBuildMatrix()
{
    cout << "\n *Побудова одиничної матриці заданого розміру (за структурою)*"
          << "\n\nВведіть розмір матриці: ";
    unsigned n; cin >> n;
    // виділення пам'яті для динамічної матриці
    int** a = CreateMatrix(n);
    // заповнення матриці значеннями:
    //   головна діагональ
    for (unsigned i = 0; i < n; ++i) a[i][i] = 1;
    //   трикутники над і під діагоналлю
    for (unsigned i = 0; i < n - 1; ++i)
        for (unsigned j = i + 1; j < n; ++j)
            a[i][j] = a[j][i] = 0;
    // виведення результатів
    PrintMatrix(a, n);
    EraseMatrix(a);
    return;
}
```

Задача 18. *Задано натуральне n . Отримати квадратну матрицю порядку n вигляду*

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n-1 & n \\ 2 & 3 & \dots & n & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ n-1 & n & \dots & 0 & 0 \\ n & 0 & \dots & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

У такій матриці нижче від побічної діагоналі розташовано нулі. Як розпізнати побічну діагональ? Для індексів її елементів виконується рівність $i + j = n + 1$. Щоб не виконувати зайвих перевірок, сформуємо цю матрицю частинами, як у попередній програмі. Врахуємо також, що для індексів матриці C++ рівняння побічної діагоналі набуває вигляду $j = n - 1 - i$.

Величина $n - 1$ потрібна для багатьох обчислень, тому доцільно зберегти її в окремій змінній.

```
void TriangleMatrix()
{
    cout << "\n *Побудова трикутної матриці заданого розміру*\n\n"
          << "Введіть розмір матриці: ";
    unsigned n; cin >> n;
    // виділення пам'яті для динамічної матриці
    int** a = createMatrix(n);
```

```

    unsigned n_1 = n - 1;
    // заповнення матриці значеннями:
    //  побічна діагональ
    for (unsigned i = 0; i < n; ++i) a[i][n_1 - i] = n;
    //  верхній трикутник
    for (unsigned i = 0; i < n_1; ++i)
        for (unsigned j = 0; j < n_1 - i; ++j)
            a[i][j] = i + j + 1;
    //  нижній трикутник
    for (unsigned i = 1; i < n; ++i)
        for (unsigned j = n - i; j < n; ++j)
            a[i][j] = 0;
    // виведення результатів
    PrintMatrix(a, n);
    EraseMatrix(a);
    return;
}

```

Задача 19. *Задано натуральне n , дійсні числа x_1, x_2, \dots, x_{n^2} . Отримати дійсну квадратну матрицю порядку n , елементами якої є ці числа, розташовані «змійкою» за схемою, зображеною на рис. 2.*

Цю задачу можна розв'язати принаймні двома способами: прочитати послідовність x_1, x_2, \dots, x_{n^2} , і перебрати елементи матриці, присвоївши їм відповідні значення цієї послідовності; або перебрати елементи послідовності і вставити їх у відповідні місця матриці. Опишемо обидва способи.

Щоб діяти за першим способом, для зберігання членів заданої послідовності використаємо одновимірний масив x . Матрицю, яку будемо будувати, назвемо a . Який елемент x_k відповідає елементові a_{ij} ? Легко переконатися, що для непарних стовпців матриці виконується співвідношення $k = j * n + i$ (в термінах індексів C++), а для парних – співвідношення $k = (j + 1) * n - i - 1$. Тепер можна сформувати матрицю, перебираючи її за стовпцями. Для наочності як задану послідовність використаємо числа 1, 2, ..., n^2 .

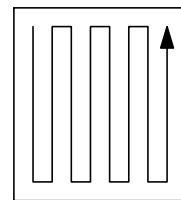


Рис. 2. Схема
для $n = 8$

```

void MatrixFromSequence()
{
    cout << "\n *Заповнення матриці \"змійкою\" заданими значеннями*\n\n"
         << "Введіть розмір матриці: ";
    unsigned n; cin >> n;
    // виділення пам'яті для динамічної матриці
    int** a = CreateMatrix(n);
    // задану послідовність значень сконструюємо
    int* x = new int[n * n];
    for (unsigned i = 0; i < n * n; ++i) x[i] = i + 1;
    // заповнення матриці значеннями:
    for (unsigned j = 0; j < n; ++j)
    {
        if (j % 2 == 0) // непарний стовпець математичної матриці
        {
            unsigned k = j * n;
            for (unsigned i = 0; i < n; ++i)
                a[i][j] = x[k + i];
        }
    }
}

```

```

        else // парний стовпець математичної матриці
        {
            unsigned k = (j + 1) * n - 1;
            for (unsigned i = 0; i < n; ++i)
                a[i][j] = x[k - i];
        }
    }
    // виведення результатів
    PrintMatrix(a, n);
    EraseMatrix(a);
    delete[] x;
    return;
}

```

Щоб реалізувати другий спосіб, треба визначити обернені співвідношення між порядковим номером члена заданої послідовності та індексами елемента матриці. Щоб уникнути складних обчислень, простежимо, як рухається «змійка», зображена на рис. 2, матрицею. Очевидно, що в непарних стовпцях вона опускається, у парних – підіймається. Тобто напрям руху змінюється тоді, коли заповнено черговий стовпець з n елементів і «змія» переходить до наступного. Заповнення розпочинається з елемента a_{11} ($a[0][0]$ у програмі), а закінчується, коли розташовано усі члени заданої послідовності. Для послідовного зчитування заданих чисел можна використати просту змінну, бо прочитане значення відразу розміститься в матриці. Проте, як і раніше, замість заданої послідовності ми використаємо $1, 2, \dots, n^2$.

```

void SequenceToMatrix()
{
    cout << "\n *Вкладення \"змійкою\" послідовності в матрицю*\n\n"
          << "Введіть розмір матриці: ";
    unsigned n; cin >> n;
    // виділення пам'яті для динамічної матриці
    int** a = CreateMatrix(n);
    // задану послідовність значень сконструюємо
    int* x = new int[n * n];
    for (unsigned i = 0; i < n * n; ++i) x[i] = i + 1;
    // заповнення матриці значеннями:
    int i = 0; int j = 0; // координати початкового елемента
    int step = 1; // спочатку напрям руху стовпцем униз
    for (unsigned k = 0; k < n * n; ++k)
    {
        // вкладаємо всі члени послідовності
        a[i][j] = x[k]; // розташували чергове число
        if ((k + 1) % n == 0) // стовпець заповнено
        {
            ++j; // перейшли до нового стовпця
            step = -step; // і змінили напрям
        }
        else i += step; // просуваємося стовпцем
    }
    // виведення результатів
    PrintMatrix(a, n);
    EraseMatrix(a);
    delete[] x;
    return;
}

```

Ця функція виконує більше перевірок, ніж попередня, проте може обійтися без масиву x та демонструє цікавий спосіб перемикання напрямку руху матрицею.

Задача 20. *Задано квадратну матрицю A розміру $n \times n$, побудовану з дійсних чисел. Отримати дійсну матрицю B такого ж розміру, кожен елемент b_{ij} якої дорівнює сумі елементів матриці A , розташованих в області, визначеній індексами i та j , як зображено на рис. 3 (область заштриховано, враховуючи межі).*

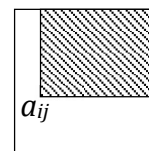


Рис. 3

Умова цієї задачі складніша від попередніх, і побудова алгоритму може викликати певні труднощі. Щоб полегшити собі завдання, умовно розкладемо цю задачу на складові. Отримати матрицю – отримати кожен її елемент. Перебрати матрицю поелементно ми вже вміємо: для цього необхідно використати два вкладені цикли. Як отримати елемент b_{ij} ? Треба підсумувати ті елементи матриці A , які належать області, схематично зображеній на рис. 3. Ця область є прямокутною частиною матриці A – двовимірним об'єктом. Отже, потрібно знову ж таки два вкладені цикли, щоб перебрати елементи області. Які її межі? Очевидно, що перший індекс елементів області змінюється від 1 до i , а другий – від j до n . Так для b_{1n} відповідна область містить тільки один елемент a_{1n} , а для b_{n1} – матрицю A загалом. Обміркувавши все це, записуємо програму. Як і раніше, враховуємо спосіб C++ нумерування елементів масиву.

```
void RegionsSumming()
{
    cout << "\n *Побудова матриці з сум прямокутних частин іншої матриці*\n\n";
    // Для спрощення початкову матрицю задамо в кодї програми
    const unsigned n = 7;
    int a[n][n] = {{ 1, 2, 0, -1, -2, 1, }, { -1, 0, 1, 2, 3, -2, },
                  { 0, 1, -1, 1, 0, 2, 3 }, { 2, 3, -2, -1, 1, 0, 2 }, { 1, 0, 1, -1, 0, -1, 1 },
                  { 2, -1, 1, 1, 1, -1, -2 }, { -3, 1, -2, 1, -1, 1, 2 }};
    // Ініціалізацію можна легко замінити введенням з файлу
    /*std::ifstream f("matrix.txt");
    for (int i = 0; i < n; ++i)
        for (int j = 0; j < n; ++j) f >> a[i][j];
    f.close();*/
    // виділення пам'яті для динамічної матриці
    int** b = CreateMatrix(n);
    for (unsigned i = 0; i < n; ++i)
    {
        // перебираємо елементи матриці B
        for (unsigned j = 0; j < n; ++j)
        {
            int s = 0; // підсумовуємо елементи відповідної області
            for (unsigned k = 0; k <= i; ++k)
                for (unsigned l = j; l < n; ++l) s += a[k][l];
            b[i][j] = s;
        }
    }
    // виведення результатів
    PrintMatrix(b, n);
    EraseMatrix(b);
    return;
}
```

Можна тішитися написаною програмою: все-таки чотири вкладені цикли подужали! Проте через деякий час зауважимо, що ця програма виконує досить багато зайвих обчислень: для кожного b_{ij} вона додає всі a_{kl} «як вперше», починаючи від 0. А чи не можна якось використати уже обчислені суми для отримання нових елементів матриці B ? Очевидно, у цьому випадку починати заповнювати її треба з правого верхнього кута. Легко переконатися, що для елементів останнього стовпця матриці B виконуються

співвідношення $b_{1n} = a_{1n}$, $b_{in} = b_{i-1,n} + a_{in}$, $i = 2, \dots, n$, а для усіх інших – співвідношення $b_{ij} = b_{ij+1} + s_{ij}$, $j = n-1, \dots, 1$, де $s_{1j} = a_{1j}$, $s_{ij} = s_{i-1,j} + a_{ij}$, $i = 1, \dots, n$. Економний щодо обчислень алгоритм реалізує така програма:

```
void EconomicSumming()
{
    cout <<
        "\n *Економна побудова матриці з сум прямокутних частин іншої матриці*\n\n";
    // Для спрощення початкову матрицю задамо в коді програми
    const unsigned n = 7;
    int a[n][n] = {{ 1, 2, 0, -1, -2, 1, }, { -1, 0, 1, 2, 3, -2, },
        { 0, 1, -1, 1, 0, 2, 3 }, { 2, 3, -2, -1, 1, 0, 2 }, { 1, 0, 1, -1, 0, -1, 1 },
        { 2, -1, 1, 1, 1, -1, -2 }, { -3, 1, -2, 1, -1, 1, 2 }};
    // виділення пам'яті для динамічної матриці
    int** b = CreateMatrix(n);
    // формуємо останній стовпець
    unsigned n_1 = n - 1;
    b[0][n_1] = a[0][n_1];
    for (unsigned i = 1; i < n; ++i)
        b[i][n_1] = b[i - 1][n_1] + a[i][n_1];
    // рекурентно обчислюємо решту стовпців
    for (int j = n_1 - 1; j >= 0; --j)
    {
        int s = 0;    // сума & нові елементи одночасно
        for (unsigned i = 0; i < n; ++i)
        {
            s += a[i][j];
            b[i][j] = b[i][j + 1] + s;
        }
    }
    // виведення результатів
    PrintMatrix(b, n);
    EraseMatrix(b);
    return;
}
```

Виявляється, що розумне використання раніше здобутого досвіду дає змогу значно спростити життя! Функція *RegionsSumming* виконує $O(n^4)$ додавань, а щойно збудована *EconomicSumming* – лише $O(n^2)$.

4.4. Дії матричної алгебри

У матричній алгебрі визначено операції додавання та віднімання матриць, множення матриці на скаляр або на іншу матрицю, транспонування тощо. Як ці операції реалізувати програмно? Продемонструємо це на прикладах. Щоб не загромождувати тексти програм стандартними діями для створення-знищення та введення-виведення матриць, обмежимося лише інформативною частиною алгоритмів. Використовуватимемо в них такі оголошення:

```
const unsigned n = 10; const unsigned m = 12;
const unsigned t = 9;
double A[n][m]; double B[n][m]; double C[n][m];
double D[n][n]; double P[m][t]; double Q[n][t];
```


Задача 21. Задано дійсні матриці $A, B: n \times m$. Обчислити матрицю C , якщо $C = A + B$.

Відомо, що матриці додаються поелементно, тому цю задачу легко розв'язати так:

```
for (unsigned i = 0; i < n; ++i)
{
    for (unsigned j = 0; j < m; ++j)
        C[i][j] = A[i][j] + B[i][j];
}
```

Легко обчислити також різницю матриць $A - B$: достатньо у цьому фрагменті програми замінити знак «+» на знак «-»; чи множення матриці A на скаляр s : потрібно замінити оператор присвоєння у вкладеному циклі на оператор

$$C[i][j] = A[i][j] * s;$$

Задача 22. Задано дійсні матриці $A: n \times m, P: m \times t$. Обчислити матрицю Q , якщо $Q = A \times P$.

Якщо матриця A має розмір $n \times m$, а матриця $P - m \times t$, то їхнім добутком буде $n \times t$ матриця Q , елементи якої обчислюють за формулою $q_{ij} = \sum_{k=1}^m a_{ik} p_{kj}$, $i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, t$. Отже, для обчислення матриці Q доведеться використати три вкладені цикли: два – для перебору q_{ij} і третій – для накопичення суми:

```
for (unsigned i = 0; i < n; ++i)
{
    for (unsigned j = 0; j < t; ++j)
    {
        double s = 0.0;
        for (unsigned k = 0; k < m; ++k)
            s += A[i][k] * P[k][j];
        Q[i][j] = s;
    }
}
```

Задача 23. Транспонувати задану квадратну матрицю D .

Операція транспонування полягає в заміні рядків матриці відповідними стовпцями, і навпаки. Тобто, внаслідок транспонування значення елементів d_{ij} та d_{ji} мають помінятися місцями. Таку заміну можна було б виконати поелементно. Однак **було б помилкою** використовувати з цією метою такий алгоритм:

```
for (unsigned i = 0; i < n; ++i)
{
    for (unsigned j = 0; j < n; ++j)
    {
        double to_swap = D[i][j];
        D[i][j] = D[j][i];
        D[j][i] = to_swap;
    }
}
```

Спробуйте, і ви пересвідчитесь, що матриця D залишиться без змін. Адже кожна пара елементів d_{ij} та d_{ji} візьме участь в обмінах двічі! Під час транспонування матриці її головна діагональ має залишатися без змін, а обміни треба виконати тільки для відповідних

елементів трикутників, розташованих над і під діагоналлю. Тому правильно транспонувати матрицю можна так (зверніть увагу на межі індексів циклів):

```
for (unsigned i = 0; i < n - 1; ++i)
{
    for (unsigned j = i + 1; j < n; ++j)
    {
        double to_swap = D[i][j];
        D[i][j] = D[j][i];
        D[j][i] = to_swap;
    }
}
```

4.5. Порівняння та переміщення елементів матриці

Про відшукування максимального елемента послідовності ми детально говорили у п. 3.2. Для матриці можна використати той самий підхід: взяти значення котрогось з елементів матриці за початкове значення найбільшого і порівняти його з усіма іншими, виконуючи переприсвоєння, якщо знайдеться більше. Це можна зробити, наприклад, так (тут a – $n \times m$ матриця):

```
double b = A[0][0];
for (unsigned i = 0; i < n; ++i)
{
    for (unsigned j = 0; j < m; ++j)
    {
        if (A[i][j] > b) b = A[i][j];
    }
}
```

Все – як і раніше, тільки збільшилась кількість індексів і циклів. До речі, поміркуйте, чому не можна починати цикл по i чи цикл по j від 1?

Задача 24. *Задано матрицю A розміру $n \times m$. Переставити її рядки і стовпці так, щоб максимальний за модулем елемент став у її лівий верхній кут.*

Таку задачу доводиться розв'язувати на практиці, наприклад, під час відшукування розв'язку системи лінійних алгебричних рівнянь методом Гауса з вибором головного елемента. Щоб виконати необхідні перестановки, потрібно знати індекси k та l максимального за модулем елемента матриці та поміняти місцями елементи першого та k -го рядків і першого та l -го стовпців. Такий обмін виконаємо поелементно:

```
void MoveMax()
{
    cout << "\n *Переміщення max-елемента переставлянням "
          << "рядків і стовпців матриці*\n\n";

    // Для спрощення розміри матриці задамо в коді програми
    const unsigned n = 3;
    const unsigned m = 4;
    int a[n][m];

    // Введення заданої матриці
    cout << "Введіть елементи матриці " << n << "x" << m << "\n";
```

```
for (unsigned i = 0; i < n; ++i)
    for (unsigned j = 0; j < m; ++j) cin >> a[i][j];

int max_value = abs(a[0][0]); // початкове значення максимального
unsigned max_row = 0;         // та його координати
unsigned max_column = 0;

// тепер - пошук в матриці
for (unsigned i = 0; i < n; ++i)
{
    for (unsigned j = 0; j < m; ++j)
        if (abs(a[i][j]) > max_value) // знайшли більше
        {
            max_value = abs(a[i][j]); // і запам'ятали
            max_row = i;
            max_column = j;
        }
}
if (max_row != 0) // міняємо місцями рядки
    for (unsigned j = 0; j < m; ++j)
    {
        int to_swap = a[0][j];
        a[0][j] = a[max_row][j];
        a[max_row][j] = to_swap;
    }
if (max_column != 0) // міняємо місцями стовпці
    for (unsigned i = 0; i < n; ++i)
    {
        int to_swap = a[i][0];
        a[i][0] = a[i][max_column];
        a[i][max_column] = to_swap;
    }

// Друкуємо результати
for (unsigned i = 0; i < n; ++i)
{
    for (unsigned j = 0; j < m; ++j)
        cout << '\t' << a[i][j];
    cout << '\n';
}
return;
}
```

Разом з максимальними чи мінімальними елементами матриці часто на практиці доводиться знаходити так звані сідлові елементи. Сідловим називають найменший серед максимальних елементів рядків матриці (або найбільший серед мінімальних елементів рядків матриці). Як його відшукати? Про що, взагалі, йдеться, коли стоїть завдання «знайти значення (і, можливо, координати) сідлового елемента заданої матриці»? За означенням, сідловий елемент є найменшим з чисел певної послідовності. Отже, йдеться про відшукування найменшого. Таку задачу ми уже розв'язували! Які ж числа є в тій послідовності, з якої треба вибрати найменше? Кожне з них є найбільшим елементом відповідного рядка матриці. Отже, щоб отримати цю послідовність, необхідно просто n разів розв'язати задачу з відшукування найбільшого. Це ми також вміємо робити, тому задачу можна розв'язати!

```
void SaddleElement()
{
    cout << "\n *Відшукування сідлового елемента матриці*\n\n";

    // Для спрощення розміри матриці задамо в кодї програми
    const unsigned n = 3;
    const unsigned m = 4;
    int a[n][m];

    // Введення заданої матриці
    cout << "Введіть елементи матриці " << n << 'x' << m << '\n';
    for (unsigned i = 0; i < n; ++i)
        for (unsigned j = 0; j < m; ++j) cin >> a[i][j];

    // початковим значенням сідлового елемента є максимальний елемент
    // першого рядка матриці - знайдемо його!
    int saddle = a[0][0]; // початкове значення максимального
    unsigned row = 0;     // та його координати
    unsigned column = 0;

    // тепер - пошук в рядку
    for (unsigned j = 1; j < m; ++j)
        if (a[row][j] > saddle) // знайшли більше
        {
            saddle = a[row][j]; // і запам'ятали
            column = j;
        }
    // тепер переглянемо всі інші рядки матриці
    for (unsigned i = 1; i < n; ++i)
    {
        // і знайдемо їхні максимальні елементи
        int curr_max = a[i][0];
        unsigned pos = 0;
        for (unsigned j = 1; j < m; ++j)
            if (a[i][j] > curr_max)
            {
                curr_max = a[i][j];
                pos = j;
            }
        // та порівняємо їх з поточним значенням сідлового елемента
        if (curr_max < saddle)
        {
            saddle = curr_max;
            row = i;
            column = pos;
        }
    }
    cout << "Сідловим є елемент a["
        << row << "][" << column << "] = " << saddle << '\n';
    return;
}
```

Сподіваємося, що розв'язки задач, наведені у цьому параграфі, допоможуть читачеві навчитися знаходити просте в складному, застосовувати знайомі прості алгоритми для розв'язування складніших задач і не губитися перед заплутаними на перший погляд умовами.

4.6. Запитання та завдання для самоперевірки

1. Як утворити динамічну матрицю так, щоб її елементи розташувались у неперервній ділянці пам'яті?
2. Як правильно звільнити пам'ять від динамічно створеної матриці?
3. Як вивести матрицю на екран так, щоб вона мала вигляд прямокутної таблиці?
4. Опишіть ефективний алгоритм заповнення значеннями одиничної матриці заданого розміру, діагональної матриці.
5. Порівняйте описані алгоритми *MatrixFromSequence* та *SequenceToMatrix* заповнення матриці послідовністю значень і з'ясуйте, котрий з них виконує менше обчислень.
6. У задачі 20 за заданою матрицею будують нову, кожним елементом якої є сума відповідної прямокутної області заданої матриці. Поміркуйте, що потрібно змінити у функціях *RegionSumming* та *EconomicSumming*, щоб пристосувати їх до інших меж області підсумовування.
7. Скільки обмінів елементів квадратної матриці $n \times n$ потрібно виконати, щоб транспонувати її?
8. Яку найменшу кількість додаткових змінних потрібно використати, щоб знайти розташування найбільшого елемента матриці $n \times m$?
9. Скільки порівнянь треба виконати, щоб знайти значення найбільшого елемента матриці $n \times m$?
10. Які допоміжні структури даних варто використати, щоб знайти сідловий елемент матриці $n \times m$?
11. Завантажте програми за наведеним посиланням, запустіть їх на виконання.
12. Запропонуйте та випробуйте власні зміни та доповнення до програм.