

文章编号:1006-2467(2020)06-0607-08

DOI: 10.16183/j.cnki.jsjtu.2019.033

臂载线结构激光手眼矩阵的精确标定 ——多坐标系转换法

经小龙, 胡 源, 郭为忠

(上海交通大学 机械与动力工程学院, 上海 200240)

摘 要: 针对臂载线结构激光手眼结构的标定问题, 提出一种多坐标系转换法. 该方法借助激光跟踪仪和标定物, 测量末端连杆和线激光坐标系相对于激光跟踪仪的齐次变换矩阵, 从而快速计算线激光坐标系相对于机械臂末端连杆坐标系的手眼矩阵. 该方法具有操作简便、误差小、精度高、对实验器材没有严格要求等优点. 使用移动-转动-移动 (PRP) 三自由度机械臂进行手眼矩阵标定实验. 实验结果表明: 手眼矩阵旋转轴测量误差小于 0.001, 旋转角度误差小于 0.07° , 位移矩阵误差小于 0.25 mm. 该方法适用于任意二自由度及以上的机械臂与二维或三维传感器形成手眼结构的手眼矩阵标定.

关键词: 线激光; 手眼标定; 串联机械臂; 多坐标系转换法

中图分类号: TP 242.6

文献标志码: A

High-Accuracy Calibration of Hand-Eye Matrix of Line-Structured Laser Sensor: Multiple Coordinates Transformation

JING Xiaolong, HU Yuan, GUO Weizhong

(School of Mechanical Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

Abstract: Aimed at the calibration of line-structured laser mounted on manipulator, this paper presents a novel method, i. e., multiple coordinates transformation (MCT) for calibrating the hand-eye matrix. With the help of a laser tracker and reference object, the coordinates of end-effector and line-structured laser are measured with respect to laser tracker coordinate. Thus, the hand-eye matrix of laser coordinate with respect to the end-effector coordinate can be calculated indirectly and quickly. This method is easy to operate. It has the advantages of small errors, high precision, and low requirements for the experimental equipment. Experiments on the prismatic-rotational-prismatic (PRP) 3 degree-of-freedom robot arm mounted with line-structured laser are conducted. The results show that the rotational axis error is within 0.001, the rotational angle error is within 0.07° , and the translational matrix error is within 0.25 mm. The method proposed can be used to calibrate the hand-eye matrix of any two or more degree-of-freedom manipulator mounted with two- or three-dimensional laser sensors.

Key words: line-structured laser; hand-eye calibration; serial manipulator; multiple coordinates transformation (MCT)

收稿日期: 2019-01-30

作者简介: 经小龙 (1993-), 男, 重庆市人, 硕士生, 研究方向为移动作业机器人研究.

通信作者: 郭为忠, 男, 教授, 博士生导师, 电话 (Tel.): 13661923441; E-mail: wzguo@sjtu.edu.cn.

将传感器(摄像头、线结构激光位移传感器)安装于机器人的末端连杆上,构成对环境具有一定感知能力的智能机器人是机器人的主要发展趋势^[1]. 线激光传感器具有高测量速度和高精度等特点,时常用在诸如焊接定位等高精度作业中. 但是,线激光传感器每次只能测量激光扫描平面内的二维轮廓信息,实现三维感知则需通过手眼矩阵将这种二维轮廓信息转换为相对于末端连杆坐标系的三维点云信息,然后将三维信息转换到全局坐标系. 手眼矩阵的测量过程即为手眼标定,又称为外参标定.

对于传感器的手眼标定,目前最为广泛使用的是建立形如 $G\mathbf{X}=\mathbf{X}\mathbf{F}$ 的手眼方程^[2] 后再对其进行求解,但该方法难以直接用于线结构激光的手眼标定. Che 等^[3] 将激光二维坐标系和测量装置扫描轴组合成非正交坐标系,并建立起该非正交坐标系到全局坐标系的数学模型和求解算法,进而求得手眼矩阵. 然而,这种方法操作不便、计算复杂,且非正交坐标系变换会引入非线性误差,难以用于线结构激光这种高精度传感器的手眼标定. 此外,利用多传感器^[4-5] 的特点和相关约束关系求解手眼矩阵也受到某些研究者的青睐,但多传感器的使用增加了实验的难度和不确定性. 内外参数同时标定^[6-8] 也获得了广泛的研究,但这对于已进行过内参出厂预标定的线结构激光传感器并无必要,且会增加标定和计算的复杂度. 使用立方体 3 个互相垂直的 3 条边构成中间坐标系进行手眼标定^[9-11],针对特定机器人的手眼标定^[12-14] 以及手眼标定的相关优化算法^[15-17] 也受到了较大的关注. 针对线激光的手眼标定,最为经典的方法是定点变位姿(FPDP)法^[1, 18-19] 及其改进方法^[20-21],由于其操作和计算的简便与快捷性,受到很多研究者的青睐. 但这种方法受到机械臂的制造误差、装配误差、电机回程误差等影响较大,并可

能会在某些机构构型的机械臂中失效. 此外,文献[22]提出一种利用中间坐标系间接求取手眼坐标系的方法,可消除运动学误差的影响. 但是,该方法需要借助一块嵌有 9 个标准球体的平面基板,操作较为复杂,且难以应用于激光等二维视觉传感器上.

本文提出一种新的臂装线激光手眼标定方法——多坐标系转换(MCT)法,这种方法仅需机械臂末端两电机的运动,借助激光跟踪仪和标定物,找到机械臂末端坐标系 E 和线激光坐标系 L 相对于激光跟踪仪坐标系 T 的齐次变换矩阵 H_E^T 、 H_L^T ,随后通过齐次变换 $\mathbf{X}=(H_E^T)^{-1}H_L^T$ 求解手眼矩阵 \mathbf{X} . 实验表明,该方法操作简单便捷,可以避免机械臂的制造误差、装配误差、电机回程误差等因素对手眼矩阵精度的影响,具有精度高、误差小等优点. 同时,该方法可以用于任何二自由度及以上的臂装线激光手眼结构的标定,不会因机械臂的机构构型而导致标定方法的失效.

1 臂装线激光的手眼结构

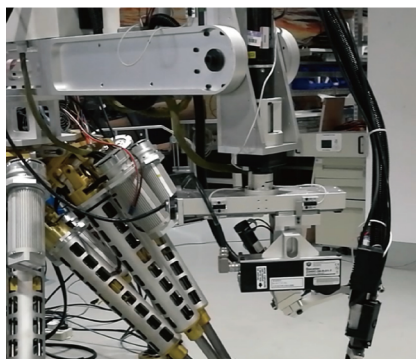
臂装线激光与 $P_1R_2P_3$ 机械臂的手眼结构如图 1 所示. 线结构激光传感器安装于 $P_1R_2P_3$ 焊接机械臂的第 3 个关节 P_3 上. 线激光的测量平面为 $O_L-x_Lz_L$,其测量结果为线激光坐标系下的二维轮廓

$$C^L = \{m_i = (x_i, 0, z_i), i = 0, 1, \dots, k\} \quad (1)$$

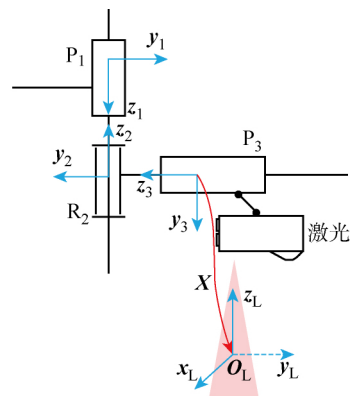
式中: m_i 为二维轮廓点云的第 i 个点.

假设手眼矩阵 \mathbf{X} 已知,可通过齐次变换进行三维重建,获得的全局坐标系中的三维点云为

$$\mathbf{C} = H_q \mathbf{X} \begin{bmatrix} C^L \\ 1 \end{bmatrix} = H_1^0(q_1)H_2^1(q_2)H_3^2(q_3)\mathbf{X} \begin{bmatrix} m_1 & m_2 & \dots & m_k \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$



(a) 手眼标定的实验装置



(b) 实验装置的机构简图及其 D-H 坐标系

图 1 臂装线激光与 $P_1R_2P_3$ 机械臂的手眼结构

Fig. 1 $P_1R_2P_3$ manipulator mounted with line-structured laser

式中: H_q 为 $P_1R_2P_3$ 的齐次变换矩阵; H_j^{j-1} 为第 j 个关节的齐次变换矩阵,与关节输入 q_j 相关。

2 定点变位姿法

对于二维激光传感器手眼矩阵的标定,定点变位姿法由于其操作简便、计算简单的特性,颇受研究者的青睐。定点变位姿法的原理如图2所示。其中: r 为标定球半径; r_c 为轮廓线中的圆形半径。空间中存在一个固定不动且半径已知的标定球,控制机器人使激光传感器以不同的姿态扫描标定球获得二维轮廓线,再结合激光与球心的相对位置以及标定球半径等信息,可以获取标定球球心在激光传感器坐标系下的三维坐标 $Q_i^L (i = 1, 2, \dots, n)$ 。

由于关节位移可通过电机编码器反馈获得,所

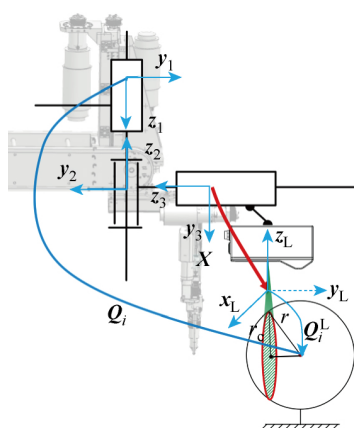


图2 定点变位姿法原理图

Fig. 2 Schematic diagram of measuring a fixed point from different poses

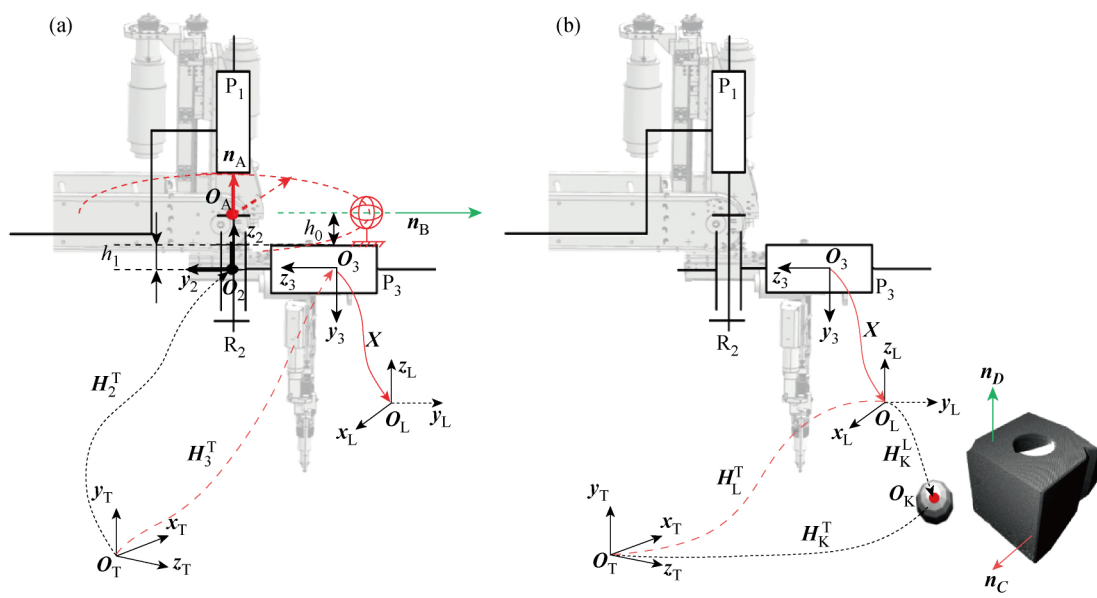


图3 多坐标系转换法原理图

Fig. 3 Schematic diagram of MCT method

以可通过 Denavit-Hartenberg (D-H)方法求得球心在全局坐标系下的坐标 $Q_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 。由于标定球和全局坐标系始终保持不变,所以存在关系

$$Q_1 = Q_2 = \dots = Q_n \quad (3)$$

$$Q_i = H_q X Q_i^L \quad (4)$$

通过最小二乘法即可快速求得手眼变换矩阵 X 。但是,该方法对机械臂本体的制造误差、装配误差、电机回程误差、运动学模型的误差非常敏感,计算结果往往误差较大,无法直接用于高精度点云的三维重建。

3 多坐标系转换法

MCT法需要借助激光跟踪仪,激光跟踪仪包含固定不动的本体部分和可任意移动的靶球,本体能以极高的精度测量靶球在激光跟踪仪坐标系 T 中的三维坐标。MCT法通过精确测量机械臂末端连杆坐标系 3 和线结构激光坐标系 L 相对于激光跟踪仪的齐次变换矩阵 H_3^T, H_L^T ,然后通过齐次坐标变换的性质求解得手眼矩阵 X (即 H_L^3) 为

$$X = H_L^3 = (H_3^T)^{-1} H_L^T \quad (5)$$

多坐标系转换法的原理图如图3所示,其中 H_B^A 表示坐标系 B 相对于 A 的齐次变换矩阵。

3.1 H_3^T 的测量

H_3^T 表示末端连杆坐标系 3 相对于激光坐标系 T 的齐次变换矩阵,可通过测量坐标系 3 的原点 O_3 和其他任意两个单位坐标轴相对于 T 的坐标关系所获得。由于 O_3 无法直接由测量获得,所以根据上

述思想优先测量 H_2^T , 再通过齐次变换求得 H_3^T . 多坐标系转换原理图如图 3 所示. 其中: O_K 为靶球球心; n_c, n_d 为立方块任意两邻面的法向量. 如图 3(a) 所示, 将靶球固定在移动关节 P_3 上, 通过以下步骤获取 H_3^T :

(1) 控制转动关节 R_2 旋转使靶球沿圆弧运动, 激光跟踪仪记录靶球球心在 T 中的运动轨迹. 通过最小二乘法对轨迹进行拟合, 获得该圆弧轨迹的圆心记为 O_A , 圆弧轴线记为 n_A .

(2) 控制移动关节 P_3 移动使靶球沿直线运动, 激光跟踪仪记录其运动轨迹, 该直线轨迹所在直线向量记为 n_B .

(3) 已知靶球球心与关节 P_3 上表面的垂直高度为 h_0 , 关节 R_2 的 D-H 坐标系 2 原点与关节 P_3 上表面的垂直高度为 h_1 .

则关节 R_2 的 D-H 坐标系 2 相对于 T 的齐次变换矩阵为

$$H_2^T = \begin{bmatrix} -n_B \times n_A & -n_B & n_A & O_A - n_A(h_0 + h_1) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

移动关节 P_3 的电机编码器读数为 q_3 , 则有

$$H_3^T = H_2^T H_3^2(q_3) \quad (7)$$

3.2 H_L^T 的测量

测量获得 H_3^T 后, 只需测量得到 H_L^T 即可通过齐次坐标变换的传递性求得 X . 但是, H_L^T 同样无法直接测量. 因此, 在空间中构造一个临时坐标系 K, 激光跟踪仪和激光跟踪仪同时测量该临时坐标系, 从而间接求得 H_L^T . 如图 3(b) 所示, 将靶球和立方块放于空间中的任意位置, 通过以下步骤获取 H_L^T .

(1) 激光跟踪仪直接测量靶球球心位置 O_K^T ;

(2) 激光跟踪仪直接测量立方块两个平面的法向量 n_c^T, n_d^T ;

(3) 将靶球球心位置作为原点, 两个法向量分别作为 x, y 方向的坐标轴, 构建临时坐标系 K, 则该临时坐标系 K 相对于激光跟踪仪坐标系 T 的齐次变换矩阵为

$$H_K^T = \begin{bmatrix} n_c^T & n_d^T & n_c^T \times n_d^T & O_K^T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

(4) 保持靶球和标准块位置固定不动, 记录此时关节 P_3 位移为 q_{30} . 控制移动关节 P_3 移动, 同时线激光不断扫描获得一系列二维轮廓数据, 记录每一帧轮廓 $C^L = \{m_i, i=1, 2, \dots, k\}$ 及其对应的关节广义输入 q_{3i} , 通过齐次变换即可得每一帧轮廓在激光坐标系中的坐标为

$$C_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_{3i} - q_{30} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} C^L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_{3i} - q_{30} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} m_1 & m_2 & \dots & m_k \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

由上述所有轮廓线所组成的三维点云为 C 为

$$C = \bigcup C_i \quad (10)$$

(5) 根据相关点云算法从三维点云 C 提取得靶球球心为 O_K^L , 和标准块对应的两个面的法向量为 n_c^L, n_d^L , 则临时坐标系 K 相对线激光坐标系 L 的齐次变换矩阵为

$$H_K^L = \begin{bmatrix} n_c^L & n_d^L & n_c^L \times n_d^L & O_K^L \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

(6) 计算 H_L^T

$$H_L^T = H_K^T (H_K^L)^{-1} \quad (12)$$

最后, 根据式(5)即可计算出手眼变换矩阵 X .

4 手眼矩阵标定实验

实验机器人如图 1 所示的 $P_1 R_2 P_3$ 3 自由度串联机械臂, 线激光传感器为 Gocator2340, 其单次扫描轮廓点数为 1 280, 测距范围为 190~210 mm, 测量精度为 0.037 mm. 为方便比较, 可根据手眼矩阵 X 计算其旋转轴 v , 旋转角度 θ 和平移矩阵 p , 并在 4.3 节的误差分析中分别用 e_v, e_θ, e_p 表示各自的测量误差.

$$v = \frac{u}{\|u\|_2}, \quad u = \begin{bmatrix} X(3,2) - X(2,3) \\ X(1,3) - X(3,1) \\ X(2,1) - X(1,2) \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\theta =$$

$$\arccos\left(\frac{X(1,1) + X(2,2) + X(3,3)}{2} - 0.5\right) \quad (14)$$

$$p = [X(1,4) \quad X(2,4) \quad X(3,4)]^T \quad (15)$$

4.1 定点变位姿法标定实验

通过定点变位姿法进行 3 次标定实验, 每次实验测量 16 组数据, 其中 1 次的测量结果如表 1 所示. 其中: x, y 分别为激光所截圆形轮廓线的圆心坐标; d_1, θ_2, d_3 分别为驱动关节 $P_1 R_2 P_3$ 的广义输入.

通过式(3)~(4)和式(13)~(15)计算, 可获得 3 次实验的结果分别为

表1 定点变位姿法的一次标定实验数据

Tab. 1 One of the experimental data of fixed point from different poses methods

组数	x/mm	y/mm	r_c/mm	d_1/mm	$\theta_2/(\text{^\circ})$	d_3/mm
1	16.00	-10.93	-27.67	171.67	3.35	90.92
2	15.12	-15.02	-26.70	172.04	4.07	92.37
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
15	34.55	12.55	-18.76	180.07	-13.38	90.18

$$\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 0.999\ 8 \\ -0.020 \\ -0.001 \end{bmatrix}, \quad \theta_1 = 90.656^\circ,$$

$$\mathbf{p}_1 = \begin{bmatrix} 63.051\ 6 \\ 0 \\ 34.560\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 0.999\ 9 \\ -0.010 \\ -0.011 \end{bmatrix}, \quad \theta_2 = 90.106^\circ,$$

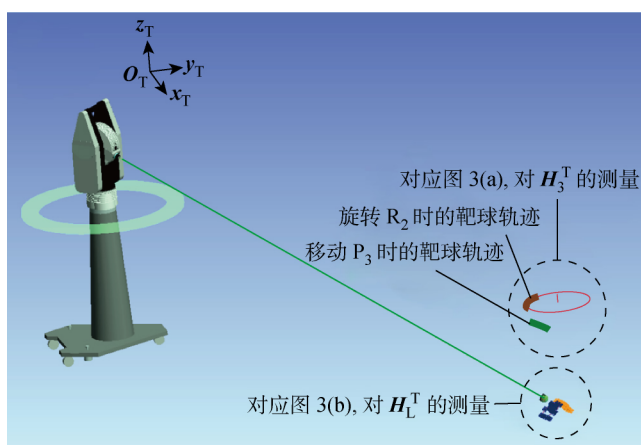
$$\mathbf{p}_2 = \begin{bmatrix} 59.049\ 5 \\ 0 \\ 40.973\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{v}_3 = \begin{bmatrix} 0.999\ 9 \\ -0.003 \\ 0.012\ 8 \end{bmatrix}, \quad \theta_3 = 88.682^\circ,$$

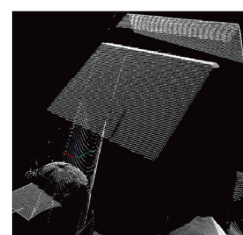
$$\mathbf{p}_3 = \begin{bmatrix} 52.440\ 6 \\ 0 \\ 41.265\ 8 \end{bmatrix}$$

4.2 多坐标系转换法标定实验

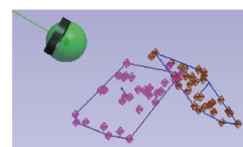
通过多坐标系转换法进行3次标定实验,其过程示意如图4所示,其中1次测量结果如表2所示.



(a) 激光跟踪仪坐标系示意图



(b) 通过激光传感器测量临时坐标系



(c) 通过激光跟踪仪测量临时坐标系

图4 多坐标系变换法测量手眼矩阵实验

Fig. 4 Experiment of hand-eye matrix calibration using MCT method

表2 MCT法的1次标定实验数据

Tab. 2 One of the experimental data of MCT method

参数	h_0	h_1	q_{30}	\mathbf{n}_A	\mathbf{O}_K^T	\mathbf{n}_C^T	\mathbf{n}_D^T	\mathbf{O}_A	\mathbf{n}_B	\mathbf{O}_K^T	\mathbf{n}_C^T	\mathbf{n}_D^T
测量值	25.43	31.00	2.98	-0.076 0	2 999.62	-0.645 9	-0.108 9	3 122.27	0.986 8	27.65	0.030 9	0.717 7
				-0.036 9	1 742.52	-0.163 4	0.745 1	1 829.22	0.161 3	8.10	-0.650 9	0.203 3
				0.999 3	-1 093.45	0.745 7	0.658 1	-547.96	0.013 5	-37.41	0.758 5	0.666 9

通过式(5)~(15)计算,可获得3次实验的结果分别为

$$\mathbf{v}_4 = \begin{bmatrix} 1.000\ 0 \\ 0.001\ 8 \\ 0.000\ 2 \end{bmatrix}, \quad \theta_4 = 89.822\ 2^\circ,$$

$$\mathbf{p}_4 = \begin{bmatrix} 57.131\ 3 \\ 447.414\ 2 \\ 49.316\ 9 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{v}_5 = \begin{bmatrix} 1.000\ 0 \\ 0.001\ 7 \\ 0.000\ 1 \end{bmatrix}, \quad \theta_5 = 89.873\ 9^\circ,$$

$$\mathbf{p}_5 = \begin{bmatrix} 57.124\ 5 \\ 447.416\ 5 \\ 49.298\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{v}_6 = \begin{bmatrix} 1.000\ 0 \\ 0.003\ 2 \\ -0.001 \end{bmatrix}, \quad \theta_6 = 89.923\ 4^\circ,$$

$$p_6 = \begin{bmatrix} 57.2714 \\ 447.2503 \\ 49.6461 \end{bmatrix}$$

4.3 实验结果误差分析

下文将分别对定点变位姿法和多坐标系转换法的标定结果进行误差分析,由于事先不知道手眼标定矩阵的准确值,所以取3次实验的平均值作为手眼标定矩阵的无偏估计.由于手眼标定矩阵的旋转矩阵部分和平移矩阵部分量纲不同,所以分别对其旋转轴、旋转角度、平移矩阵进行误差分析.

对于旋转轴 v ,两种方法实验结果的无偏估计 \hat{v}

如下所示,取二范数 $e_v = \|\hat{v} - v_i\|_2$ 作为各次实验旋转轴的测量误差.

$$\hat{v}_{\text{FPDP}} = \frac{v_1 + v_2 + v_3}{3} = \begin{bmatrix} 0.9999 \\ -0.011 \\ -0.0027 \end{bmatrix}$$

$$\hat{v}_{\text{MCT}} = \frac{v_4 + v_5 + v_6}{3} = \begin{bmatrix} 1.0000 \\ 0.0022 \\ -0.0002 \end{bmatrix}$$

同理,两种测量方法手眼矩阵的旋转角度误差、平移矩阵误差分别为 $e_\theta = |\hat{\theta} - \theta_i|$, $e_p = \|\hat{p} - p_i\|_2$, 误差结果如图5所示,其中 M 为测量次数.

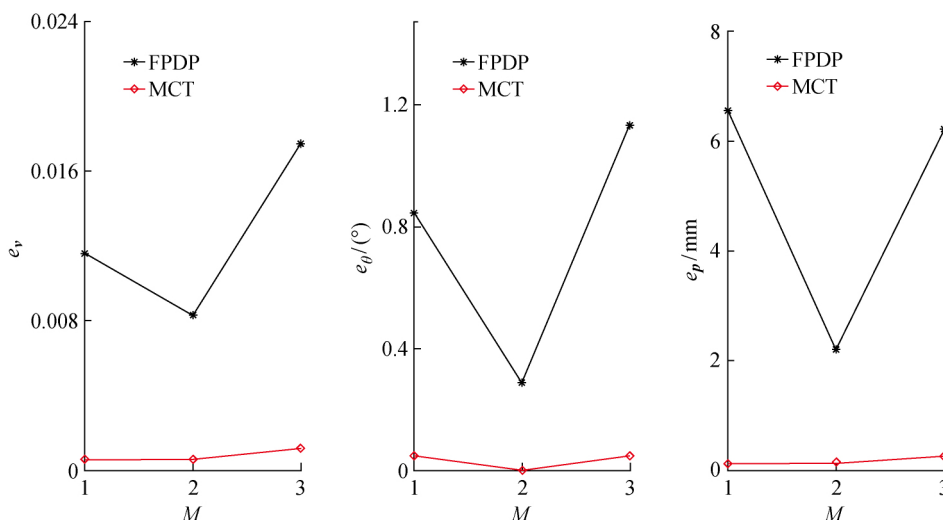


图5 手眼矩阵的旋转轴、旋转角度、平移矩阵误差

Fig. 5 Error analysis of rotation axis, rotation angle, and translation matrix of hand-eye matrix

由图5可知,FPDP法测量手眼矩阵误差大、精度低、测量结果不稳定.这是由于FPDP法在整个过程中需要不断运动所有关节并多次记录各个关节的广义输入,所以手眼矩阵精度对机械臂关节的加工精度、装配精度、电机回程误差、运动学模型误差等因素非常敏感.这一影响在平移矩阵的计算结果上体现得尤为明显,其平移矩阵的误差甚至达到5 mm以上,这在对精度要求非常高的应用场合是无法接受的.另一方面,其平移矩阵 p 在 y 方向的值 $p_y=0$ 恒成立,但事实上这不是正确的结果.这是由于FPDP法在求解式(3)时需要将该式转化为形如 $GX=F$ 的方程,然后再通过最小二乘法求解,但是该方程中矩阵 G 不满秩,因此造成求解结果中 p_y 的缺失.这也是FPDP法的另一缺陷,FPDP法在测量某些机构位型的手眼矩阵时会造成缺项,不具备普适性.

另一方面,使用所提的MCT法测量手眼矩阵,其精度有了极大的提升.在不同的实验条件下,手眼矩阵的计算结果相差极小,各次计算所得的旋转轴

线误差 $e_v < 0.001$, 旋转角度误差 $e_\theta \leq 0.07^\circ$, 位移矩阵误差 $e_p \leq 0.25$ mm, 相比于FPDP法,其误差极大地降低了.这是由于在测量过程中,仅需机械臂末端的两个关节产生运动,完全消除了机械臂末端两关节之前的关节加工误差、装配误差、电机误差的影响.此外,最后两个关节仅在最初运动一次后即固定不再改变,并未在整个标定过程中多次取值,因此也极大地减小了因这最后两个关节的误差对结果精度的影响,从而进一步提高了测量精度.此外,MCT法通过借助临时坐标系间接测量手眼矩阵的思想,仅使用最后两个关节之间的D-H参数,不需要最小二乘法求解,不会出现矩阵不满秩而无法计算 X 某些项的情况,可用于任何二自由度及以上的臂载线结构激光的手眼矩阵的精确标定.

5 结语

本文提出一种用于臂载线结构激光手眼矩阵精确标定的新方法——多坐标系转换法.该方法借助

激光跟踪仪和标定物,找到末端连杆坐标系 E 和线结构激光坐标系 L 相对于激光跟踪仪坐标系 T 的齐次变换矩阵,从而间接计算末端连杆与线激光坐标系的手眼矩阵.该方法操作简便、误差小、精度高,并且对实验器材没有严格要求.实验结果显示,由该方法测量所得手眼矩阵的旋转轴误差小于 0.001,旋转角度误差小于 0.07°,位移矩阵误差小于 0.25 mm.经过对比发现,其性能优于传统的定点变位姿法.该方法不受传感器类型的影响,既适用于可获得二维信息的传感器,如线激光,也适用于可获得三维信息的传感器,如三维激光和双目摄像头.此外,该方法不受机构位型的影响,适用于任何两自由度及以上的串联机械臂手眼结构的标定.

参考文献:

- [1] 王胜华,都东,张文增,等.机器人定点变位姿手眼标定方法[J].清华大学学报(自然科学版),2007,47(2):165-168.
WANG Shenghua, DU Dong, ZHANG Wenzeng, *et al.* Hand-eye calibration for the robot by measuring a fixed point from different poses[J]. *Journal of Tsinghua University (Science and Technology)*, 2007, 47(2): 165-168.
- [2] ZHANG Z. A flexible new technique for camera calibration[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2000, 22(11): 1330-1334.
- [3] CHE C G, NI J. A ball-target-based extrinsic calibration technique for high-accuracy 3-D metrology using off-the-shelf laser-stripe sensors[J]. *Precision Engineering*, 2000, 24(3): 210-219.
- [4] LIU H, SHI F, LIU Y. Simulation analysis on robotic hand-eye calibration[J]. *Journal of system simulation*, 2004(11): 2541-2543.
- [5] FERNANDEZ-MORAL E, AREVALO V, GONZALEZ-JIMENEZ J. Extrinsic calibration of a set of 2D laser rangefinders[C]//*IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. Seattle, WA, USA; IEEE, 2015: 15286574.
- [6] 解则晓,张安祺.超大尺度线结构光传感器内外参数同时标定[J].光学学报,2018,38(3):322-330.
XIE Zexiao, ZHANG Anqi. Simultaneous calibration of the intrinsic and extrinsic parameters of ultra-large-scale line structured-light sensor[J]. *Acta Optica Sinica*, 2018, 38(3): 322-330.
- [7] 梁冬泰,王宣银.基于分块的摄像机内外参数标定方法[J].上海交通大学学报,2009,43(3):422-426.
LIANG Dongtai, WANG Xuanyin. Partition-based camera intrinsic and extrinsic parameters calibration for planar visual metrology[J]. *Journal of Shanghai Jiao Tong University*, 2009, 43(3): 422-426.
- [8] SCHNEIDER A, PEZOLD S, BAEK K W, *et al.* Simultaneous intrinsic and extrinsic calibration of a laser deflecting tilting mirror in the projective voltage space[J]. *International Journal of Computer Assisted Radiology and Surgery*, 2016, 11(9): 1611-1621.
- [9] GOMEZ-OJEDA R, BRIALES J, FERNANDEZ-MORAL E, *et al.* Extrinsic calibration of a 2d laser-rangefinder and a camera based on scene corners[C]//*IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. Seattle, WA, USA; IEEE, 2015: 15278281.
- [10] BRIALES J, GONZALEZ-JIMENEZ J. A minimal solution for the calibration of a 2D laser-rangefinder and a camera based on scene corners[C]//*IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*. Hamburg, Germany; IEEE, 2015: 15666762.
- [11] HU Z Z, LI Y C, LI N, *et al.* Extrinsic calibration of 2-D laser rangefinder and camera from single shot based on minimal solution[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2016, 65(4): 915-929.
- [12] 张宗郁,高洪明,韩庆璘,等.飞机导管机器人焊接手眼关系标定[J].上海交通大学学报,2015,49(3):392-394.
ZHANG Zongyu, GAO Hongming, HAN Qinglin, *et al.* Hand-eye calibration in robot welding of aero tube[J]. *Journal of Shanghai Jiao Tong University*, 2015, 49(3): 392-394.
- [13] 刘佳君,孙振国,张文增,等.基于平面约束的欠驱动爬壁机器人手眼标定方法[J].机器人,2015,37(3):271-276.
LIU Jiajun, SUN Zhenguo, ZHANG Wenzeng, *et al.* Plane-constraint based hand-eye calibration method for underactuated wall-climbing robot[J]. *Robot*, 2015, 37(3): 271-276.
- [14] 曹双倩,袁培江,陈冬冬,等.激光测距传感器光束矢向和零点位置标定方法[J].北京航空航天大学学报,2018,44(6):1321-1327.
CAO Shuangqian, YUAN Peijiang, CHEN Dongdong, *et al.* Calibration method for laser beam direction and zero point of laser displacement sensor[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2018, 44(6): 1321-1327.
- [15] 张婧,石繁槐,刘允才.基于运动选择的提高在线手眼标定精度自适应方法[J].上海交通大学学报,2006,40(7):1089-1093.

- ZHANG Jing, SHI Fanhuai, LIU Yuncui. An adaptive selection of motion for online hand-eye calibration[J]. **Journal of Shanghai Jiao Tong University**, 2006, 40(7): 1089-1093.
- [16] CHEN W, DU J, XIONG W, *et al.* A noise-tolerant algorithm for robot-sensor calibration using a planar disk of arbitrary 3-D orientation[J]. **IEEE Transactions on Automation Science and Engineering**, 2018, 15(1): 251-263.
- [17] HELLER J, HENRION D, PAJDLA T. Hand-eye and robot-world calibration by global polynomial optimization[C]// **IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)**. Hong Kong, China: IEEE, 2014: 14616207.
- [18] 王英男, 戴曙光. 线激光器的手眼标定方法[J]. **电子科技**, 2015, 28(7): 183-185.
- WANG Yingnan, DAI Shuguang. Research on the line laser hand-eye calibration method[J]. **Electronic Science and Technology**, 2015, 28(7): 183-185.
- [19] LI A G, MA Z, TIAN Y, *et al.* Hand-eye calibration of hand-mounted laser range finder robot system [C]// **4th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications**. Xi'an, China: IEEE, 2009: 10734422.
- [20] 袁康正, 朱伟东, 陈磊, 等. 机器人末端位移传感器的安装位置标定方法[J]. **浙江大学学报(工学版)**, 2015, 49(5): 829-834.
- YUAN Kangzheng, ZHU Weidong, CHEN Lei, *et al.* Approach for calibrating position of displacement sensor mounted on robot end-effector[J]. **Journal of Zhejiang University (Engineering Science)**, 2015, 49(5): 829-834.
- [21] BOK Y, CHOI D G, KWEON I S. Extrinsic calibration of a camera and a 2D laser without overlap[J]. **Robotics and Autonomous Systems**, 2016, 78: 17-28.
- [22] 刘常杰, 段宇, 王一, 等. 机器人柔性坐标测量系统现场校准技术研究[J]. **机械工程学报**, 2010, 46(18): 1-6.
- LIU Changjie, DUAN Yu, WANG Yi, *et al.* Study on the field calibration technology of robot flexible coordinate measurement system[J]. **Journal of Mechanical Engineering**, 2010, 46(18): 1-6.

(本文编辑:石易文)