

TP 3. Traitement des signaux aléatoires : filtrage adapté

Objectifs :

Ce TP a pour objectif d'étudier une des techniques les plus importantes de détection de signaux noyés dans le bruit : le filtrage adapté, utilisé par exemple en communications et diffusions numériques (téléphonie, TNT, etc.) et en reconnaissance des formes. Un exemple traité est la détection de galaxie lointaine dans un cube de données hyperspectrales produit par l'instrument MUSE.

Le TP comporte des calculs théoriques en relation avec le cours ou les TD (à préparer avant la séance) ainsi que des simulations sous Matlab (petits programmes simples à écrire ou programmes à "trous").

A l'issue de ce TP vous devez savoir :

- mettre en oeuvre un filtre adapté pour détecter un signal connu noyé dans le bruit,
- identifier les limitations des signaux réels par rapport à la théorie et proposer des solutions pour améliorer le système de détection par filtre adapté.

Références :

Cours de traitement du signal 1A.

TD de traitement du signal 1A (filtrage adapté)

Cours de traitement des signaux aléatoires 2A, parties 3 et 4.

Indications Matlab

- La fonction `randn` permet de créer une séquence de variables aléatoires distribuées suivant une loi normale.
- Une commande astucieuse pour retourner un vecteur `v` avec Matlab : `v(end:-1:1)`.

1 Détection d'un motif par filtrage adapté

Le filtre adapté permet de détecter des signaux déterministes connus, noyés dans des bruits très importants.

On se place dans le cas où le signal à détecter (le « motif » ou « template » en anglais) est un signal $x(t)$ déterministe connu, d'énergie finie et de support $[0, T]$. Le signal observé est :

$$y(t) = x(t - t_0) + b(t)$$

où $b(t)$ est un bruit blanc (physique) gaussien centré de variance σ^2 . On cherche à détecter la présence du signal dans le bruit et son instant d'apparition t_0 : t_0 est donc inconnu !

On choisit par exemple un motif $x(t)$ de durée $T = 1$ s défini par :

$$x(t) = \begin{cases} 1 - t/T & \text{si } t \in [0, T], \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Le signaux $x(t)$ et $y(t)$ sont échantillonnés à $T_e = 10$ ms.

1. *Cours* : Donner l'expression de la réponse impulsionnelle $h(t)$ du filtre adapté (causal) qui permet de détecter l'instant d'arrivée du motif $x(t)$. Représenter graphiquement $x(t)$ et $h(t)$. Ce filtre est utilisé pour détecter l'instant d'apparition de $x(t)$ dans le signal bruité $y(t)$. A quel instant la sortie du filtre adapté est-elle maximale ?
2. *Cours* : En utilisant la définition du produit de convolution, montrer que le filtrage de $y(t)$ par le filtre adapté est équivalent au calcul de l'intercorrélacion temporelle entre $y(t)$ et un signal que l'on précisera.
3. *Matlab* `tp3_0.m` (*prgm. à trous*) :
Compléter le code Matlab, simuler le filtrage adapté du signal $y(t) = x(t-t_0) + b(t)$ avec $t_0 = 2s$, pour différents niveaux de bruit (valeurs de σ^2).

On affichera successivement :

- le signal $x(t)$;
- la réponse impulsionnelle du filtre $h(t)$;
- le signal bruité $y(t)$;
- la sortie du filtre adapté et son maximum.

Observer le comportement du filtre lorsque le bruit augmente.

4. *Matlab* `tp3_1.m` (*prgm. à trous*) : Compléter le code Matlab. Appliquer le filtre adapté sur les signaux `sig7-1.mat`, `sig7-2.mat` et `sig7-3.mat`. Ces signaux sont engendrés par le script `tp3_signaux.m`. Interpréter les résultats (position du maximum) et conclure sur les performances du filtrage adapté.

2 Application à la détection de la raie d'émission $\text{Ly}\alpha$ de l'hydrogène dans le spectre d'une galaxie lointaine

La détection de galaxies lointaines est l'une des tâches pour lequel l'instrument MUSE (Multi Unit Spectroscopic Explorer) a été conçu. Il produit des images hyperspectrales, c'est à dire des images en trois dimensions : deux dimensions spatiales correspondant à la portion de ciel observée et une dimension spectrale : à chaque pixel de l'image 2D, un spectre est associé. Les galaxies lointaines sont difficiles à observer, elles sont spatialement peu étendues du fait de leur distance et leur spectre est composé d'une seule raie d'émission, la raie $\text{Ly}\alpha$ de l'hydrogène, dont la position est inconnue et dépend de la distance (elle aussi inconnue) de la galaxie. Les spectres de ces galaxies présentent un rapport signal à bruit très faible.

Les données MUSE ont une résolution spatiale de 0,25 arcsecondes et une résolution spectrale de 0,125 nm. Le spectre s'étend entre 475 nm et 930 nm.

1. Charger le cube de données `HDFS_MUSE.mat` avec la commande :
`load('HDFS_MUSE.mat','cube')`, le cube de données est stocké dans la variable nommée `cube`. De même charger le gabarit de la raie $\text{Ly}\alpha$ avec la commande :
`load('raie_lya.mat','raie_lya')`, le cube de données est stocké dans la variable nommée `raie_lya`. Afficher avec la commande `plot` la raie $\text{Ly}\alpha$.
2. Quelles sont les dimensions du cube ? Créer le vecteur `lambda` qui décrit l'axe des longueurs d'onde dans le cube. Ce vecteur servira par la suite pour l'affichage des spectres.
3. Afficher avec la commande `plot` le spectre des pixels de coordonnées (2,2) et (10,10), on ne tient ici pas compte de l'unité spatiale en arcseconde, on raisonnera seulement sur les indices. Est-ce facile de repérer une raie d'émission dans le spectre ? Utiliser la commande `squeeze(cube(2,2,:))` pour récupérer le spectre du pixel de coordonnées (2,2) dans un vecteur, si vous n'utilisez pas la fonction `squeeze`, Matlab vous renverra une erreur lorsque vous afficherez le spectre.
4. Peut-on assimiler ces spectres à des réalisations d'un bruit blanc ? On pourra par exemple tracer l'autocorrélacion des spectres ainsi que leur intercorrélacion avec la fonction `xcorr`.

Dans ce cube de données une galaxie lointaine est présente, noyée dans le bruit que l'on supposera blanc par la suite. Pour un pixel (i, j) appartenant à la galaxie, le spectre peut se modéliser ainsi :

$$y_{i,j}(\lambda) = x_{Ly\alpha}(\lambda - \lambda_0) + b_{i,j}(\lambda) \quad (1)$$

où $x_{Ly\alpha}$ est le gabarit de la raie $Ly\alpha$, λ_0 est la position du centre de la raie dans le spectre et $b_{i,j}$ est la réalisation d'un bruit blanc.

Le centre de la galaxie a été détecté dans le pixel de coordonnées (9, 8). Nous allons essayer de détecter automatiquement la position de la raie $Ly\alpha$ dans le spectre de la galaxie afin de déterminer l'âge de la galaxie. Pour cela nous utiliserons le gabarit de la raie $Ly\alpha$ et la méthode du filtrage adapté.

5. Afficher avec la commande `plot` le spectre du pixel de coordonnées (9, 8). Est-ce facile de repérer la raie $Ly\alpha$ dans le spectre ?
6. Mettre en oeuvre un filtre adapté à la raie $Ly\alpha$ et en déduire la/les position(s) possible(s) de la raie dans le spectre. A quelle longueur d'onde la sortie du filtre adapté est maximale ? En déduire λ_0 .

La détection est rendue difficile par le faible rapport signal sur bruit (RSB) du spectre de la galaxie par rapport au bruit inhérent à la mesure, à la distance de la galaxie et aux prétraitements effectués sur les données. On propose de débruiter le spectre de la galaxie lointaine en moyennant les pixels appartenant à la galaxie.

7. *Cours* : Montrer que le RSB après moyennage de N spectres appartenant à la galaxie est théoriquement amélioré d'un facteur N .
8. Pour simplifier, on considérera que la galaxie existe dans le sous-cube `cube(7 : 10, 7 : 9, :)`. Calculer le spectre moyen de la galaxie en moyennant les spectres de ce sous-cube.
9. Appliquer le filtre adapté à ce spectre moyen. En déduire λ_0 .
10. Calculer le facteur d'amélioration du RSB. Retrouve-t-on la théorie ?
11. Si l'on ne connaît pas la position de la galaxie dans le cube, quelle stratégie proposez vous pour détecter la présence de la galaxie et la position λ_0 de la raie $Ly\alpha$?