# Matemáticas Discretas I

## Lógica de predicados - Sintaxis y Semántica[1]

Juan Francisco Díaz Frias

Profesor Titular (1993-hoy)
juanfco.diaz@correounivalle.edu.co
Edif. B13 - 4009
Universidad del Valle

Diciembre 2021

[1] Basado en http://www.logininaction.org

# Plan

# Plan

# Plan

1. Motivación
2. Sintaxis
   - Gramática
   - Alcance, variables libres y ligadas
   - Substitución
   - Traducción del LN
3. Semántica
   - El concepto de modelo
   - Satisfactibilidad y modelos

# Motivación

## La lógica proposicional no es suficientemente expresiva

Considere las siguientes frases en lenguaje natural y su traducción en lógica proposicional:

| Enunciado | Traducción proposicional |
|---|---|
| Juan lee | $p$ |
| Juan Camina | $q$ |

Los dos enunciados hablan acerca de Juan, pero esto se pierde en la traducción

## Con un lenguaje que incluye predicados ...

| Enunciado | Traducción con predicados |
|---|---|
| Juan lee | |
| Juan Camina | |
| Alguien lee y camina a la vez | |

# Motivación

## La lógica proposicional no es suficientemente expresiva

Considere las siguientes frases en lenguaje natural y su traducción en lógica proposicional:

| Enunciado | Traducción proposicional |
|---|---|
| Juan lee | $p$ |
| Juan Camina | $q$ |

Los dos enunciados hablan acerca de Juan, pero esto se pierde en la traducción

## Con un lenguaje que incluye predicados . . .

| Enunciado | Traducción con predicados |
|---|---|
| Juan lee | [illegible] |
| Juan Camina | [illegible] |
| Alguien lee y camina a la vez | [illegible] |

# Motivación

## La lógica proposicional no es suficientemente expresiva

Considere las siguientes frases en lenguaje natural y su traducción en lógica proposicional:

| Enunciado | Traducción proposicional |
|---|---|
| Juan lee | $p$ |
| Juan Camina | $q$ |

Los dos enunciados hablan acerca de Juan, pero esto se pierde en la traducción

## Con un lenguaje que incluye predicados . . .

| Enunciado | Traducción con predicados |
|---|---|
| Juan lee | $Lee(j)$ |
| Juan Camina | $Camina(j)$ |
| Alguien lee y camina a la vez | $\exists x(Camina(x) \wedge Lee(x))$ |

La traducción guarda información sobre Juan: es el mismo que Camina y Lee

# Motivación

## La lógica proposicional no es suficientemente expresiva

Considere las siguientes frases en lenguaje natural y su traducción en lógica proposicional:

| Enunciado | Traducción proposicional |
|---|---|
| Juan lee | $p$ |
| Juan Camina | $q$ |

Los dos enunciados hablan acerca de Juan, pero esto se pierde en la traducción

## Con un lenguaje que incluye predicados ...

| Enunciado | Traducción con predicados |
|---|---|
| Juan lee | $Lee(j)$ |
| Juan Camina | $Camina(j)$ |
| Alguien lee y camina a la vez | $\exists x Camina(x) \wedge Lee(x)$ |

La traducción guarda información sobre Juan: es el mismo que Camina y Lee

# Motivación

## La lógica proposicional no es suficientemente expresiva

Considere las siguientes frases en lenguaje natural y su traducción en lógica proposicional:

| Enunciado | Traducción proposicional |
|---|---|
| Juan lee | $p$ |
| Juan Camina | $q$ |

Los dos enunciados hablan acerca de Juan, pero esto se pierde en la traducción

## Con un lenguaje que incluye predicados . . .

| Enunciado | Traducción con predicados |
|---|---|
| Juan lee | $Lee(j)$ |
| Juan Camina | $Camina(j)$ |
| Alguien lee y camina a la vez | $\exists x Camina(x) \wedge Lee(x)$ |

La traducción guarda información sobre Juan: es el mismo que Camina y Lee

# Motivación

## La lógica proposicional no es suficientemente expresiva

Considere las siguientes frases en lenguaje natural y su traducción en lógica proposicional:

| Enunciado | Traducción proposicional |
|---|---|
| Juan lee | $p$ |
| Juan Camina | $q$ |

Los dos enunciados hablan acerca de Juan, pero esto se pierde en la traducción

## Con un lenguaje que incluye predicados . . .

| Enunciado | Traducción con predicados |
|---|---|
| Juan lee | $Lee(j)$ |
| Juan Camina | $Camina(j)$ |
| Alguien lee y camina a la vez | $\exists x Camina(x) \wedge Lee(x)$ |

La traducción guarda información sobre Juan: es el mismo que Camina y Lee

# Motivación

## La lógica proposicional no es suficientemente expresiva

Considere las siguientes frases en lenguaje natural y su traducción en lógica proposicional:

| Enunciado | Traducción proposicional |
|---|---|
| Juan lee | $p$ |
| Juan Camina | $q$ |

Los dos enunciados hablan acerca de Juan, pero esto se pierde en la traducción

## Con un lenguaje que incluye predicados ...

| Enunciado | Traducción con predicados |
|---|---|
| Juan lee | $Lee(j)$ |
| Juan Camina | $Camina(j)$ |
| Alguien lee y camina a la vez | $\exists x Camina(x) \wedge Lee(x)$ |

La traducción guarda información sobre Juan: es el mismo que Camina y Lee

# Motivación

## La lógica proposicional no es suficientemente expresiva

Considere las siguientes frases en lenguaje natural y su traducción en lógica proposicional:

| Enunciado | Traducción proposicional |
|---|---|
| Juan lee | $p$ |
| Juan Camina | $q$ |

Los dos enunciados hablan acerca de Juan, pero esto se pierde en la traducción

## Con un lenguaje que incluye predicados ...

| Enunciado | Traducción con predicados |
|---|---|
| Juan lee | $Lee(j)$ |
| Juan Camina | $Camina(j)$ |
| Alguien lee y camina a la vez | $\exists x Camina(x) \wedge Lee(x)$ |

La traducción guarda información sobre Juan: es el mismo que Camina y Lee

# Necesitamos nuevos componentes en el lenguaje . . .

## Según el diccionario:

- Predicado(GRAM): Parte de la oración cuyo núcleo es el verbo
- Predicado(LOG):Lo que se afirma o niega del sujeto en una proposición

## El lenguaje de la lógica de predicados nos permite:

# Necesitamos nuevos componentes en el lenguaje . . .

**Según el diccionario:**

- Predicado(GRAM): Parte de la oración cuyo núcleo es el verbo
- Predicado(LOG):Lo que se afirma o niega del sujeto en una proposición

**El lenguaje de la lógica de predicados nos permite:**

- hablar acerca de objetos, sus propiedades, y sus relaciones, y
- usar cuantificación universal y existencial

# Necesitamos nuevos componentes en el lenguaje . . .

**Según el diccionario:**

- Predicado(GRAM): Parte de la oración cuyo núcleo es el verbo
- Predicado(LOG):Lo que se afirma o niega del sujeto en una proposición

**El lenguaje de la lógica de predicados nos permite:**

- hablar acerca de objetos, sus propiedades, y sus relaciones, y
- usar cuantificación universal y existencial.

# Necesitamos nuevos componentes en el lenguaje . . .

## Según el diccionario:

- Predicado(GRAM): Parte de la oración cuyo núcleo es el verbo
- Predicado(LOG):Lo que se afirma o niega del sujeto en una proposición

## El lenguaje de la lógica de predicados nos permite:

- hablar acerca de objetos, sus propiedades, y sus relaciones, y
- usar cuantificación universal y existencial.

# Necesitamos nuevos componentes en el lenguaje . . .

**Según el diccionario:**

- Predicado(GRAM): Parte de la oración cuyo núcleo es el verbo
- Predicado(LOG):Lo que se afirma o niega del sujeto en una proposición

**El lenguaje de la lógica de predicados nos permite:**

- hablar acerca de objetos, sus propiedades, y sus relaciones, y
- usar cuantificación universal y existencial.

# Necesitamos nuevos componentes en el lenguaje . . .

## Según el diccionario:

- Predicado(GRAM): Parte de la oración cuyo núcleo es el verbo
- Predicado(LOG):Lo que se afirma o niega del sujeto en una proposición

## El lenguaje de la lógica de predicados nos permite:

- hablar acerca de objetos, sus propiedades, y sus relaciones, y
- usar cuantificación universal y existencial.

# Plan

# Sintaxis: Extendiendo el alfabeto

El alfabeto de la lógica de predicados consta de:

- Constantes de verdad: *true*, *false*
- Símbolos que representan constantes: $a, b, c, \ldots$
- Símbolos que representan variables: $x, y, z \ldots$
- Símbolos que representan funciones: $f, g, h, \ldots,$
- Símbolos que representan predicados: $A, B, C, \ldots, P, Q, R, \ldots$
- Símbolos que representan operadores lógicos: $\neg, \vee, \wedge, \implies, \equiv$
- Símbolos que representan cuantificadores: $\exists, \forall$

# Sintaxis: Extendiendo el alfabeto

El alfabeto de la lógica de predicados consta de:

- Constantes de verdad: *true*, *false*
- Símbolos que representan constantes: $a, b, c, \ldots$
- Símbolos que representan variables: $x, y, z \ldots$
- Símbolos que representan funciones: $f, g, h, \ldots,$
- Símbolos que representan predicados: $A, B, C, \ldots, P, Q, R, \ldots$
- Símbolos que representan operadores lógicos: $\neg, \vee, \wedge, \implies, \equiv$
- Símbolos que representan cuantificadores: $\exists, \forall$

## Sintaxis: Extendiendo el alfabeto

El alfabeto de la lógica de predicados consta de:

- Constantes de verdad: *true*, *false*
- Símbolos que representan constantes: $a, b, c, \ldots$
- Símbolos que representan variables: $x, y, z \ldots$
- Símbolos que representan funciones: $f, g, h, \ldots,$
- Símbolos que representan predicados: $A, B, C, \ldots, P, Q, R, \ldots$
- Símbolos que representan operadores lógicos: $\neg, \vee, \wedge, \implies, \equiv$
- Símbolos que representan cuantificadores: $\exists, \forall$

# Sintaxis: Extendiendo el alfabeto

El alfabeto de la lógica de predicados consta de:

- Constantes de verdad: *true*, *false*
- Símbolos que representan constantes: $a, b, c, \ldots$
- Símbolos que representan variables: $x, y, z \ldots$
- Símbolos que representan funciones: $f, g, h, \ldots,$
- Símbolos que representan predicados: $A, B, C, \ldots, P, Q, R, \ldots$
- Símbolos que representan operadores lógicos: $\neg, \vee, \wedge, \implies, \equiv$
- Símbolos que representan cuantificadores: $\exists, \forall$

# Sintaxis: Extendiendo el alfabeto

El alfabeto de la lógica de predicados consta de:

- Constantes de verdad: *true*, *false*
- Símbolos que representan constantes: $a, b, c, \ldots$
- Símbolos que representan variables: $x, y, z \ldots$
- Símbolos que representan funciones: $f, g, h, \ldots,$
- Símbolos que representan predicados: $A, B, C, \ldots, P, Q, R, \ldots$
- Símbolos que representan operadores lógicos: $\neg, \vee, \wedge, \implies, \equiv$
- Símbolos que representan cuantificadores: $\exists, \forall$

# Sintaxis: Extendiendo el alfabeto

El alfabeto de la lógica de predicados consta de:

- Constantes de verdad: *true*, *false*
- Símbolos que representan constantes: $a, b, c, \ldots$
- Símbolos que representan variables: $x, y, z \ldots$
- Símbolos que representan funciones: $f, g, h, \ldots,$
- Símbolos que representan predicados: $A, B, C, \ldots, P, Q, R, \ldots$
- Símbolos que representan operadores lógicos: $\neg, \vee, \wedge, \implies, \equiv$
- Símbolos que representan cuantificadores: $\exists, \forall$

# Sintaxis: Extendiendo el alfabeto

El alfabeto de la lógica de predicados consta de:

- Constantes de verdad: *true*, *false*
- Símbolos que representan constantes: $a, b, c, \ldots$
- Símbolos que representan variables: $x, y, z \ldots$
- Símbolos que representan funciones: $f, g, h, \ldots,$
- Símbolos que representan predicados: $A, B, C, \ldots, P, Q, R, \ldots$
- Símbolos que representan operadores lógicos: $\neg, \vee, \wedge, \implies, \equiv$
- Símbolos que representan cuantificadores: $\exists, \forall$

# Sintaxis: construcción de predicados

La Gramática para construir fórmulas de la lógica de predicados es:

$$
\begin{array}{lcl}
\langle Predicado \rangle & \rightarrow & \langle SimPred \rangle\ (\{\langle Termino \rangle\}^{+})| \\
 & & \neg\ \langle Predicado \rangle\ | \\
 & & (\langle Predicado \rangle\ \langle opBinBooleano \rangle\ \langle Predicado \rangle)| \\
 & & \langle Cuantificador \rangle\ \langle SimVariable \rangle\ |\ \langle Predicado \rangle : \langle Predicado \rangle\ | \\
 & & true|false \\
\langle opBinBooleano \rangle & \rightarrow & \equiv |\ \Longrightarrow\ | \vee | \wedge \\
\langle Cuantificador \rangle & \rightarrow & \exists, \forall \\
\langle Termino \rangle & \rightarrow & \langle SimVariable \rangle\,|\,\langle SimConstante \rangle\,|\,\langle SimFun \rangle\ (\{\langle Termino \rangle\}^{+})
\end{array}
$$

# Sintaxis: construcción de predicados

La Gramática para construir fórmulas de la lógica de predicados es:

$$
\begin{array}{lcl}
\langle \mathit{Predicado} \rangle & \to & \langle \mathit{SimPred} \rangle\ (\{\langle \mathit{Termino} \rangle\}^{+})| \\
 & & \neg\ \langle \mathit{Predicado} \rangle\ | \\
 & & (\langle \mathit{Predicado} \rangle\ \langle \mathit{opBinBooleano} \rangle\ \langle \mathit{Predicado} \rangle)| \\
 & & \langle \mathit{Cuantificador} \rangle\ \langle \mathit{SimVariable} \rangle\ |\ \langle \mathit{Predicado} \rangle : \langle \mathit{Predicado} \rangle\ | \\
 & & \mathit{true}|\mathit{false} \\
\langle \mathit{opBinBooleano} \rangle & \to & \equiv |\ \Longrightarrow\ | \vee | \wedge \\
\langle \mathit{Cuantificador} \rangle & \to & \exists, \forall \\
\langle \mathit{Termino} \rangle & \to & \langle \mathit{SimVariable} \rangle | \langle \mathit{SimConstante} \rangle | \langle \mathit{SimFun} \rangle\ (\{\langle \mathit{Termino} \rangle\}^{+})
\end{array}
$$

# Sintaxis: construcción de predicados

La Gramática para construir fórmulas de la lógica de predicados es:

$$
\begin{array}{lcl}
\langle \mathit{Predicado} \rangle & \rightarrow & \langle \mathit{SimPred} \rangle\ (\{\langle \mathit{Termino} \rangle\}^{+})| \\
 & & \neg\ \langle \mathit{Predicado} \rangle\ | \\
 & & (\langle \mathit{Predicado} \rangle\ \langle \mathit{opBinBooleano} \rangle\ \langle \mathit{Predicado} \rangle)| \\
 & & \langle \mathit{Cuantificador} \rangle\ \langle \mathit{SimVariable} \rangle\ |\ \langle \mathit{Predicado} \rangle : \langle \mathit{Predicado} \rangle\ | \\
 & & \mathit{true}|\mathit{false} \\
\langle \mathit{opBinBooleano} \rangle & \rightarrow & \equiv |\ \Longrightarrow\ | \vee | \wedge \\
\langle \mathit{Cuantificador} \rangle & \rightarrow & \exists, \forall \\
\langle \mathit{Termino} \rangle & \rightarrow & \langle \mathit{SimVariable} \rangle | \langle \mathit{SimConstante} \rangle | \langle \mathit{SimFun} \rangle\ (\{\langle \mathit{Termino} \rangle\}^{+})
\end{array}
$$

# Sintaxis: construcción de predicados

La Gramática para construir fórmulas de la lógica de predicados es:

$$
\begin{array}{lcl}
\langle \mathit{Predicado} \rangle & \rightarrow & \langle \mathit{SimPred} \rangle\,(\{\langle \mathit{Termino} \rangle\}^{+})| \\
 & & \neg\ \langle \mathit{Predicado} \rangle\ | \\
 & & (\langle \mathit{Predicado} \rangle\ \langle \mathit{opBinBooleano} \rangle\ \langle \mathit{Predicado} \rangle)| \\
 & & \langle \mathit{Cuantificador} \rangle\ \langle \mathit{SimVariable} \rangle\ |\ \langle \mathit{Predicado} \rangle : \langle \mathit{Predicado} \rangle\ | \\
 & & \mathit{true}|\mathit{false} \\
\langle \mathit{opBinBooleano} \rangle & \rightarrow & \equiv |\ \Longrightarrow\ | \vee | \wedge \\
\langle \mathit{Cuantificador} \rangle & \rightarrow & \exists, \forall \\
\langle \mathit{Termino} \rangle & \rightarrow & \langle \mathit{SimVariable} \rangle | \langle \mathit{SimConstante} \rangle | \langle \mathit{SimFun} \rangle\,(\{\langle \mathit{Termino} \rangle\}^{+})
\end{array}
$$

# Sintaxis: construcción de predicados

La Gramática para construir fórmulas de la lógica de predicados es:

$$
\begin{array}{lcl}
\langle \mathit{Predicado} \rangle & \rightarrow & \langle \mathit{SimPred} \rangle\ (\{\langle \mathit{Termino} \rangle\}^{+})| \\
 & & \neg\ \langle \mathit{Predicado} \rangle\ | \\
 & & (\langle \mathit{Predicado} \rangle\ \langle \mathit{opBinBooleano} \rangle\ \langle \mathit{Predicado} \rangle)| \\
 & & \langle \mathit{Cuantificador} \rangle\ \langle \mathit{SimVariable} \rangle\ |\ \langle \mathit{Predicado} \rangle : \langle \mathit{Predicado} \rangle\ | \\
 & & \mathit{true}|\mathit{false} \\
\langle \mathit{opBinBooleano} \rangle & \rightarrow & \equiv |\ \Longrightarrow\ | \vee | \wedge \\
\langle \mathit{Cuantificador} \rangle & \rightarrow & \exists, \forall \\
\langle \mathit{Termino} \rangle & \rightarrow & \langle \mathit{SimVariable} \rangle\,|\,\langle \mathit{SimConstante} \rangle\,|\,\langle \mathit{SimFun} \rangle\ (\{\langle \mathit{Termino} \rangle\}^{+})
\end{array}
$$

# Sintaxis: construcción de predicados

La Gramática para construir fórmulas de la lógica de predicados es:

$$
\begin{array}{lcl}
\langle Predicado \rangle & \rightarrow & \langle SimPred \rangle \; (\{\langle Termino \rangle\}^{+}) | \\
 & & \neg \; \langle Predicado \rangle \; | \\
 & & (\langle Predicado \rangle \; \langle opBinBooleano \rangle \; \langle Predicado \rangle) | \\
 & & \langle Cuantificador \rangle \; \langle SimVariable \rangle \; | \; \langle Predicado \rangle : \langle Predicado \rangle \; | \\
 & & true | false \\
\langle opBinBooleano \rangle & \rightarrow & \equiv | \implies | \vee | \wedge \\
\langle Cuantificador \rangle & \rightarrow & \exists, \forall \\
\langle Termino \rangle & \rightarrow & \langle SimVariable \rangle \, | \, \langle SimConstante \rangle \, | \, \langle SimFun \rangle \; (\{\langle Termino \rangle\}^{+})
\end{array}
$$

# Sintaxis: construcción de predicados

La Gramática para construir fórmulas de la lógica de predicados es:

$$
\begin{array}{lcl}
\langle Predicado \rangle & \rightarrow & \langle SimPred \rangle\ (\{\langle Termino \rangle\}^{+})| \\
 & & \neg\ \langle Predicado \rangle\ | \\
 & & (\langle Predicado \rangle\ \langle opBinBooleano \rangle\ \langle Predicado \rangle)| \\
 & & \langle Cuantificador \rangle\ \langle SimVariable \rangle\ |\ \langle Predicado \rangle : \langle Predicado \rangle\ | \\
 & & true | false \\
\langle opBinBooleano \rangle & \rightarrow & \equiv | \implies | \vee | \wedge \\
\langle Cuantificador \rangle & \rightarrow & \exists, \forall \\
\langle Termino \rangle & \rightarrow & \langle SimVariable \rangle\ |\ \langle SimConstante \rangle\ |\ \langle SimFun \rangle\ (\{\langle Termino \rangle\}^{+})
\end{array}
$$

# Sintaxis: construcción de predicados

- Ejemplos de expresiones:

- $P(x)$
- $P(f(a))$
- $Q(x, h(y, b))$
- $Q(a, y)$
- $Q(x, b)$
- $Q(a, b)$

- $\neg P(x)$
- $(P(f(a)) \wedge Q(x, h(y, b)))$
- $(\neg(Q(a, b)) \vee P(a))$
- $(Q(x, y) \implies Q(a, b))$
- $\neg((Q(a, a) \equiv Q(a, b)))$

- $\exists x | P(x) : Q(g(a), x)$
- $\exists x | P(x) : Q(a, x)$
- $\forall x | R(x) : (H(x) \implies \exists y(M(y) \wedge Q(x, y)))$
- $\neg\exists x(M(x) \wedge \forall y \neg Q(x, y))$
- $\forall x(\exists y Q(x, y) \implies \exists z(Q(z, x)))$
- $\exists y \forall x Q(y, x)$

- $\forall x | true : \phi$ se abreviará: $\forall x \phi$
- $\exists x | true : \phi$ se abreviará: $\exists x \phi$

# Sintaxis: construcción de predicados

- Ejemplos de expresiones:

- $P(x)$
- $P(f(a))$
- $Q(x, h(y, b))$
- $Q(a, y)$
- $Q(x, b)$
- $Q(a, b)$

- $\neg P(x)$
- $(P(f(a)) \wedge Q(x, h(y, b)))$
- $(\neg(Q(a, b)) \vee P(a))$
- $(Q(x, y) \implies Q(a, b))$
- $\neg((Q(a, a) \equiv Q(a, b)))$

- $\exists x | P(x) : Q(g(a), x)$
- $\exists x | P(x) : Q(a, x)$
- $\forall x | R(x) : (H(x) \implies \exists y(M(y) \wedge Q(x, y)))$
- $\neg \exists x(M(x) \wedge \forall y \neg Q(x, y))$
- $\forall x(\exists y Q(x, y) \implies \exists z(Q(z, x))$
- $\exists y \forall x Q(y, x)$

- $\forall x | true : \phi$ se abreviará: $\forall x \phi$
- $\exists x | true : \phi$ se abreviará: $\exists x \phi$

# Sintaxis: construcción de predicados

- Ejemplos de expresiones:

- $P(x)$
- $P(f(a))$
- $Q(x, h(y, b))$
- $Q(a, y)$
- $Q(x, b)$
- $Q(a, b)$

- $\neg P(x)$
- $(P(f(a)) \wedge Q(x, h(y, b)))$
- $(\neg(Q(a, b)) \vee P(a))$
- $(Q(x, y) \implies Q(a, b))$
- $\neg((Q(a, a) \equiv Q(a, b)))$

- $\exists x | P(x) : Q(g(a), x)$
- $\exists x | P(x) : Q(a, x)$
- $\forall x | R(x) : (H(x) \implies \exists y(M(y) \wedge Q(x, y)))$
- $\neg \exists x(M(x) \wedge \forall y \neg Q(x, y))$
- $\forall x(\exists y Q(x, y) \implies \exists z(Q(z, x))$
- $\exists y \forall x Q(y, x)$

- $\forall x | true : \phi$ se abreviará: $\forall x \phi$
- $\exists x | true : \phi$ se abreviará: $\exists x \phi$

# Sintaxis: construcción de predicados

- Ejemplos de expresiones:

- $P(x)$
- $P(f(a))$
- $Q(x, h(y, b))$
- $Q(a, y)$
- $Q(x, b)$
- $Q(a, b)$

- $\neg P(x)$
- $(P(f(a)) \wedge Q(x, h(y, b)))$
- $(\neg(Q(a, b)) \vee P(a))$
- $(Q(x, y) \implies Q(a, b))$
- $\neg((Q(a, a) \equiv Q(a, b)))$

- $\exists x | P(x) : Q(g(a), x)$
- $\exists x | P(x) : Q(a, x)$
- $\forall x | R(x) : (H(x) \implies \exists y(M(y) \wedge Q(x, y)))$
- $\neg\exists x(M(x) \wedge \forall y \neg Q(x, y))$
- $\forall x(\exists y Q(x, y) \implies \exists z(Q(z, x))$
- $\exists y \forall x Q(y, x)$

- $\forall x | true : \phi$ se abreviará: $\forall x \phi$
- $\exists x | true : \phi$ se abreviará: $\exists x \phi$

# Sintaxis: construcción de predicados

- Ejemplos de expresiones:

- $P(x)$
- $P(f(a))$
- $Q(x, h(y, b))$
- $Q(a, y)$
- $Q(x, b)$
- $Q(a, b)$

- $\neg P(x)$
- $(P(f(a)) \wedge Q(x, h(y, b)))$
- $(\neg(Q(a, b)) \vee P(a))$
- $(Q(x, y) \implies Q(a, b))$
- $\neg((Q(a, a) \equiv Q(a, b)))$

- $\exists x|P(x) : Q(g(a), x)$
- $\exists x|P(x) : Q(a, x)$
- $\forall x|R(x) : (H(x) \implies \exists y(M(y) \wedge Q(x, y)))$
- $\neg\exists x(M(x) \wedge \forall y \neg Q(x, y))$
- $\forall x(\exists y Q(x, y) \implies \exists z(Q(z, x))$
- $\exists y \forall x Q(y, x)$

- $\forall x|true : \phi$ se abreviará: $\forall x\phi$
- $\exists x|true : \phi$ se abreviará: $\exists x\phi$

# Plan

## Alcance, variables libres y ligadas: definiciones y ejemplos

- En una fórmula de la forma $\forall x|\psi : \phi$ ($\exists x|\psi : \phi$, resp.), las subfórmulas $\psi$ y $\phi$ se conocen como el alcance del cuantificador $\forall$ ($\exists$, resp.).
- En una fórmula de la forma $\forall x|\psi : \phi$ ($\exists x|\psi : \phi$, resp.), se dice que $x$ está ligada al cuantificador $\forall$($\exists$, resp.) siempre y cuando $x$ no esté ligada a otro cuantificador en $\psi$ y $\phi$ .
- En una fórmula $\phi$ una aparición de $x$ está ligada si existe un cuantificador en $\phi$ al que $x$ esté ligada.
- En una fórmula $\phi$ una aparición de $x$ está libre si no está ligada a ningún cuantificador en $\phi$.
- Considere la fórmula: $P(x) \wedge \forall x\ Q(x) : R(x, y)$
  - $x$ y $y$ son:
  - $x$ y $x$ son:

# Alcance, variables libres y ligadas: definiciones y ejemplos

- En una fórmula de la forma $\forall x|\psi : \phi$ ($\exists x|\psi : \phi$, resp.), las subfórmulas $\psi$ y $\phi$ se conocen como el alcance del cuantificador $\forall$ ($\exists$, resp.).
- En una fórmula de la forma $\forall x|\psi : \phi$ ($\exists x|\psi : \phi$, resp.), se dice que $x$ está ligada al cuantificador $\forall$($\exists$, resp.) siempre y cuando $x$ no esté ligada a otro cuantificador en $\psi$ y $\phi$ .
- En una fórmula $\phi$ una aparición de $x$ está ligada si existe un cuantificador en $\phi$ al que $x$ esté ligada.
- En una fórmula $\phi$ una aparición de $x$ está libre si no está ligada a ningún cuantificador en $\phi$.
- Considere la fórmula: $P(x) \wedge \forall x\ Q(x) : R(x, y)$
  - $x$ y $y$ son:
  - $x$ y $x$ son:

# Alcance, variables libres y ligadas: definiciones y ejemplos

- En una fórmula de la forma $\forall x|\psi : \phi$ ($\exists x|\psi : \phi$, resp.), las subfórmulas $\psi$ y $\phi$ se conocen como el alcance del cuantificador $\forall$ ($\exists$, resp.).
- En una fórmula de la forma $\forall x|\psi : \phi$ ($\exists x|\psi : \phi$, resp.), se dice que $x$ está ligada al cuantificador $\forall$($\exists$, resp.) siempre y cuando $x$ no esté ligada a otro cuantificador en $\psi$ y $\phi$ .
- En una fórmula $\phi$ una aparición de $x$ está ligada si existe un cuantificador en $\phi$ al que $x$ esté ligada.
- En una fórmula $\phi$ una aparición de $x$ está libre si no está ligada a ningún cuantificador en $\phi$.
- Considere la fórmula: $P(x) \wedge \forall x\ Q(x) : R(x, y)$
  - $x$ y $y$ son:
  - $x$ y $x$ son:

## Alcance, variables libres y ligadas: definiciones y ejemplos

- En una fórmula de la forma $\forall x|\psi : \phi$ ($\exists x|\psi : \phi$, resp.), las subfórmulas $\psi$ y $\phi$ se conocen como el alcance del cuantificador $\forall$ ($\exists$, resp.).
- En una fórmula de la forma $\forall x|\psi : \phi$ ($\exists x|\psi : \phi$, resp.), se dice que $x$ está ligada al cuantificador $\forall$($\exists$, resp.) siempre y cuando $x$ no esté ligada a otro cuantificador en $\psi$ y $\phi$ .
- En una fórmula $\phi$ una aparición de $x$ está ligada si existe un cuantificador en $\phi$ al que $x$ esté ligada.
- En una fórmula $\phi$ una aparición de $x$ está libre si no está ligada a ningún cuantificador en $\phi$.
- Considere la fórmula: $P(x) \wedge \forall x\ Q(x) : R(x, y)$
  - $x$ y $y$ son: libres
  - $x$ y $x$ son: ligadas

# Alcance, variables libres y ligadas: definiciones y ejemplos

- En una fórmula de la forma $\forall x|\psi : \phi$ ($\exists x|\psi : \phi$, resp.), las subfórmulas $\psi$ y $\phi$ se conocen como el alcance del cuantificador $\forall$ ($\exists$, resp.).
- En una fórmula de la forma $\forall x|\psi : \phi$ ($\exists x|\psi : \phi$, resp.), se dice que $x$ está ligada al cuantificador $\forall$($\exists$, resp.) siempre y cuando $x$ no esté ligada a otro cuantificador en $\psi$ y $\phi$ .
- En una fórmula $\phi$ una aparición de $x$ está ligada si existe un cuantificador en $\phi$ al que $x$ esté ligada.
- En una fórmula $\phi$ una aparición de $x$ está libre si no está ligada a ningún cuantificador en $\phi$.
- Considere la fórmula: $P(x) \wedge \forall x\ Q(x) : R(x, y)$
  - $x$ y $y$ son: libres
  - $x$ y $x$ son: ligadas

# Alcance, variables libres y ligadas: definiciones y ejemplos

- En una fórmula de la forma $\forall x|\psi : \phi$ ($\exists x|\psi : \phi$, resp.), las subfórmulas $\psi$ y $\phi$ se conocen como el alcance del cuantificador $\forall$ ($\exists$, resp.).
- En una fórmula de la forma $\forall x|\psi : \phi$ ($\exists x|\psi : \phi$, resp.), se dice que $x$ está ligada al cuantificador $\forall$($\exists$, resp.) siempre y cuando $x$ no esté ligada a otro cuantificador en $\psi$ y $\phi$ .
- En una fórmula $\phi$ una aparición de $x$ está ligada si existe un cuantificador en $\phi$ al que $x$ esté ligada.
- En una fórmula $\phi$ una aparición de $x$ está libre si no está ligada a ningún cuantificador en $\phi$.
- Considere la fórmula: $P(x) \land \forall x\ Q(x) : R(x, y)$
  - $x$ y $y$ son: libres
  - $x$ y $x$ son: ligadas

# Alcance, variables libres y ligadas: definiciones y ejemplos

- En una fórmula de la forma $\forall x|\psi : \phi$ ($\exists x|\psi : \phi$, resp.), las subfórmulas $\psi$ y $\phi$ se conocen como el alcance del cuantificador $\forall$ ($\exists$, resp.).
- En una fórmula de la forma $\forall x|\psi : \phi$ ($\exists x|\psi : \phi$, resp.), se dice que $x$ está ligada al cuantificador $\forall$($\exists$, resp.) siempre y cuando $x$ no esté ligada a otro cuantificador en $\psi$ y $\phi$ .
- En una fórmula $\phi$ una aparición de $x$ está ligada si existe un cuantificador en $\phi$ al que $x$ esté ligada.
- En una fórmula $\phi$ una aparición de $x$ está libre si no está ligada a ningún cuantificador en $\phi$.
- Considere la fórmula: $P(x) \wedge \forall x\ Q(x) : R(x, y)$
  - $x$ y $y$ son: libres
  - $x$ y $x$ son: ligadas

## Fórmulas cerradas y abiertas

- Una fórmula $\phi$ es cerrada si ninguna variable aparece libre en ella.

$$\exists y P(y) \wedge \forall x \forall y | Q(x) : R(x,y)$$

- Una fórmula $\phi$ es abierta si al menos una variable aparece libre en ella.

$$P(x) \wedge \forall x | Q(x) : R(x,y)$$

# Fórmulas cerradas y abiertas

- Una fórmula $\phi$ es cerrada si ninguna variable aparece libre en ella.

$$\exists y P(y) \wedge \forall x \forall y | Q(x) : R(x, y)$$

- Una fórmula $\phi$ es abierta si al menos una variable aparece libre en ella.

$$P(x) \wedge \forall x | Q(x) : R(x, y)$$

# Plan

# Substitución en términos

- El término que resulta de reemplazar las apariciones de la variable $y$ por el término $t$ dentro del término $s$ se denota como

$$(s)_t^y$$

- Formalmente,
  Dada una constante $c$: $(c)_t^y = c$
  Dada una variable $x$: $\begin{cases} (x)_t^y = x & x \neq y \\ (y)_t^y = t & \end{cases}$
  Dado un término compuesto $f(t_1, \ldots, t_k)$:

$$f(t_1, \ldots, t_k)_t^y = f((t_1)_t^y, \ldots, (t_k)_t^y)$$

- Ejemplos:

# Substitución en términos

- El término que resulta de reemplazar las apariciones de la variable $y$ por el término $t$ dentro del término $s$ se denota como

$$(s)^y_t$$

- Formalmente,
  Dada una constante $c$: $(c)^y_t = c$
  Dada una variable $x$: $\begin{cases} (x)^y_t = x & x \neq y \\ (y)^y_t = t & \end{cases}$
  Dado un término compuesto $f(t_1, \ldots, t_k)$:

$$f(t_1, \ldots, t_k)^y_t = f((t_1)^y_t, \ldots, (t_k)^y_t)$$

- Ejemplos:

# Substitución en términos

- El término que resulta de reemplazar las apariciones de la variable $y$ por el término $t$ dentro del término $s$ se denota como

$$(s)^y_t$$

- Formalmente,
  Dada una constante $c$: $(c)^y_t = c$
  Dada una variable $x$: $\begin{cases} (x)^y_t = x & x \neq y \\ (y)^y_t = t & \end{cases}$
  Dado un término compuesto $f(t_1, \ldots, t_k)$:

$$f(t_1, \ldots, t_k)^y_t = f((t_1)^y_t, \ldots, (t_k)^y_t)$$

- Ejemplos:

$$(a)^z_c = a$$

$$(x)^z_c = x$$

$$(z)^z_c = c$$

$$(f(z))^z_c = f((z)^z_c) = f(c)$$

# Substitución en términos

- El término que resulta de reemplazar las apariciones de la variable $y$ por el término $t$ dentro del término $s$ se denota como

$$(s)_t^y$$

- Formalmente,
  Dada una constante $c$: $(c)_t^y = c$
  Dada una variable $x$: $\begin{cases} (x)_t^y = x & x \neq y \\ (y)_t^y = t & \end{cases}$
  Dado un término compuesto $f(t_1, \ldots, t_k)$:

$$f(t_1, \ldots, t_k)_t^y = f((t_1)_t^y, \ldots, (t_k)_t^y)$$

- Ejemplos:

$$(a)_c^z = a$$

$$(x)_c^z = x$$

$$(z)_c^z = c$$

$$(f(z))_c^z = f((z)_c^z) = f(c)$$

# Substitución en términos

- El término que resulta de reemplazar las apariciones de la variable $y$ por el término $t$ dentro del término $s$ se denota como

$$(s)^y_t$$

- Formalmente,
  Dada una constante $c$: $(c)^y_t = c$
  Dada una variable $x$: $\begin{cases} (x)^y_t = x & x \neq y \\ (y)^y_t = t & \end{cases}$
  Dado un término compuesto $f(t_1, \ldots, t_k)$:

$$f(t_1, \ldots, t_k)^y_t = f((t_1)^y_t, \ldots, (t_k)^y_t)$$

- Ejemplos:

$$(a)^z_c = a$$

$$(x)^z_c = x$$

$$(z)^z_c = c$$

$$(f(z))^z_c = f((z)^z_c) = f(c)$$

# Substitución en términos

- El término que resulta de reemplazar las apariciones de la variable $y$ por el término $t$ dentro del término $s$ se denota como

$$(s)^y_t$$

- Formalmente,
  Dada una constante $c$: $(c)^y_t = c$
  Dada una variable $x$: $\begin{cases} (x)^y_t = x & x \neq y \\ (y)^y_t = t & \end{cases}$
  Dado un término compuesto $f(t_1, \ldots, t_k)$:

$$f(t_1, \ldots, t_k)^y_t = f((t_1)^y_t, \ldots, (t_k)^y_t)$$

- Ejemplos:

$$(a)^z_c = a$$

$$(x)^z_c = x$$

$$(z)^z_c = c$$

$$(f(z))^z_c = f((z)^z_c) = f(c)$$

# Substitución en términos

- El término que resulta de reemplazar las apariciones de la variable $y$ por el término $t$ dentro del término $s$ se denota como

$$(s)_t^y$$

- Formalmente,
  Dada una constante $c$: $(c)_t^y = c$
  Dada una variable $x$: $\begin{cases} (x)_t^y = x & x \neq y \\ (y)_t^y = t \end{cases}$
  Dado un término compuesto $f(t_1, \ldots, t_k)$:

$$f(t_1, \ldots, t_k)_t^y = f((t_1)_t^y, \ldots, (t_k)_t^y)$$

- Ejemplos:

$$(a)_c^z = a$$

$$(x)_c^z = x$$

$$(z)_c^z = c$$

$$(f(z))_c^z = f((z)_c^z) = f(c)$$

# Substitución en fórmulas

- La fórmula que resulta de reemplazar las apariciones libres de la variable $y$ por el término $t$ dentro de la fórmula $\phi$ se denota como

$$(\phi)^y_t$$

- Formalmente,

$$(P(t_1,\ldots,t_k))^y_t = P((t_1)^y_t,\ldots,(t_k)^y_t)$$

$$(\neg\phi)^y_t = \neg(\phi)^y_t$$

# Substitución en fórmulas

- La fórmula que resulta de reemplazar las apariciones libres de la variable $y$ por el término $t$ dentro de la fórmula $\phi$ se denota como

$$(\phi)^y_t$$

- Formalmente,

$$(P(t_1, \ldots, t_k))^y_t = P((t_1)^y_t, \ldots, (t_k)^y_t)$$
$$(\neg\phi)^y_t = \neg(\phi)^y_t$$
$$(\phi \wedge \psi)^y_t = (\phi)^y_t \wedge (\psi)^y_t$$
$$(\phi \vee \psi)^y_t = (\phi)^y_t \vee (\psi)^y_t$$
$$(\phi \implies \psi)^y_t = (\phi)^y_t \implies (\psi)^y_t$$
$$(\phi \equiv \psi)^y_t = (\phi)^y_t \equiv (\psi)^y_t$$

$$\begin{cases} (\forall x|\psi : \phi)^y_t = \forall x|(\psi)^y_t : (\phi)^y_t \\ (\forall y|\psi : \phi)^y_t = \forall y|\psi : \phi \end{cases}$$

$$\begin{cases} (\exists x|\psi : \phi)^y_t = \exists x|(\psi)^y_t : (\phi)^y_t \\ (\exists y|\psi : \phi)^y_t = \exists y|\psi : \phi \end{cases}$$

# Substitución en fórmulas

- La fórmula que resulta de reemplazar las apariciones libres de la variable $y$ por el término $t$ dentro de la fórmula $\phi$ se denota como

$$(\phi)^y_t$$

- Formalmente,

$$(P(t_1, \ldots, t_k))^y_t = P((t_1)^y_t, \ldots, (t_k)^y_t)$$

$$(\neg\phi)^y_t = \neg(\phi)^y_t$$

$$(\phi \wedge \psi)^y_t = (\phi)^y_t \wedge (\psi)^y_t$$

$$(\phi \vee \psi)^y_t = (\phi)^y_t \vee (\psi)^y_t$$

$$(\phi \implies \psi)^y_t = (\phi)^y_t \implies (\psi)^y_t$$

$$(\phi \equiv \psi)^y_t = (\phi)^y_t \equiv (\psi)^y_t$$

$$\begin{cases} (\forall x|\psi : \phi)^y_t = \forall x|(\psi)^y_t : (\phi)^y_t \\ (\forall y|\psi : \phi)^y_t = \forall y|\psi : \phi \end{cases}$$

$$\begin{cases} (\exists x|\psi : \phi)^y_t = \exists x|(\psi)^y_t : (\phi)^y_t \\ (\exists y|\psi : \phi)^y_t = \exists y|\psi : \phi \end{cases}$$

# Substitución en fórmulas

- La fórmula que resulta de reemplazar las apariciones libres de la variable $y$ por el término $t$ dentro de la fórmula $\phi$ se denota como

$$(\phi)^y_t$$

- Formalmente,

$(P(t_1, \ldots, t_k))^y_t = P((t_1)^y_t, \ldots, (t_k)^y_t)$

$(\neg\phi)^y_t = \neg(\phi)^y_t$

$(\phi \wedge \psi)^y_t = (\phi)^y_t \wedge (\psi)^y_t$

$(\phi \vee \psi)^y_t = (\phi)^y_t \vee (\psi)^y_t$

$(\phi \implies \psi)^y_t = (\phi)^y_t \implies (\psi)^y_t$

$(\phi \equiv \psi)^y_t = (\phi)^y_t \equiv (\psi)^y_t$

$$\begin{cases} (\forall x|\psi : \phi)^y_t = \forall x|(\psi)^y_t : (\phi)^y_t \\ (\forall y|\psi : \phi)^y_t = \forall y|\psi : \phi \end{cases}$$

$$\begin{cases} (\exists x|\psi : \phi)^y_t = \exists x|(\psi)^y_t : (\phi)^y_t \\ (\exists y|\psi : \phi)^y_t = \exists y|\psi : \phi \end{cases}$$

# Substitución en fórmulas

- La fórmula que resulta de reemplazar las apariciones libres de la variable $y$ por el término $t$ dentro de la fórmula $\phi$ se denota como

$$(\phi)^y_t$$

- Formalmente,

$$(P(t_1, \ldots, t_k))^y_t = P((t_1)^y_t, \ldots, (t_k)^y_t)$$
$$(\neg\phi)^y_t = \neg(\phi)^y_t$$
$$(\phi \wedge \psi)^y_t = (\phi)^y_t \wedge (\psi)^y_t$$
$$(\phi \vee \psi)^y_t = (\phi)^y_t \vee (\psi)^y_t$$
$$(\phi \implies \psi)^y_t = (\phi)^y_t \implies (\psi)^y_t$$
$$(\phi \equiv \psi)^y_t = (\phi)^y_t \equiv (\psi)^y_t$$

$$\begin{cases} (\forall x|\psi : \phi)^y_t = \forall x|(\psi)^y_t : (\phi)^y_t \\ (\forall y|\psi : \phi)^y_t = \forall y|\psi : \phi \end{cases}$$

$$\begin{cases} (\exists x|\psi : \phi)^y_t = \exists x|(\psi)^y_t : (\phi)^y_t \\ (\exists y|\psi : \phi)^y_t = \exists y|\psi : \phi \end{cases}$$

# Substitución en fórmulas

- La fórmula que resulta de reemplazar las apariciones libres de la variable $y$ por el término $t$ dentro de la fórmula $\phi$ se denota como

$$(\phi)^y_t$$

- Formalmente,

$$(P(t_1, \ldots, t_k))^y_t = P((t_1)^y_t, \ldots, (t_k)^y_t)$$
$$(\neg\phi)^y_t = \neg(\phi)^y_t$$
$$(\phi \wedge \psi)^y_t = (\phi)^y_t \wedge (\psi)^y_t$$
$$(\phi \vee \psi)^y_t = (\phi)^y_t \vee (\psi)^y_t$$
$$(\phi \implies \psi)^y_t = (\phi)^y_t \implies (\psi)^y_t$$
$$(\phi \equiv \psi)^y_t = (\phi)^y_t \equiv (\psi)^y_t$$

$$\begin{cases} (\forall x|\psi : \phi)^y_t = \forall x|(\psi)^y_t : (\phi)^y_t \\ (\forall y|\psi : \phi)^y_t = \forall y|\psi : \phi \end{cases}$$

$$\begin{cases} (\exists x|\psi : \phi)^y_t = \exists x|(\psi)^y_t : (\phi)^y_t \\ (\exists y|\psi : \phi)^y_t = \exists y|\psi : \phi \end{cases}$$

# Substitución en fórmulas

- La fórmula que resulta de reemplazar las apariciones libres de la variable $y$ por el término $t$ dentro de la fórmula $\phi$ se denota como

$$(\phi)^y_t$$

- Formalmente,

$$(P(t_1,\ldots,t_k))^y_t = P((t_1)^y_t,\ldots,(t_k)^y_t)$$
$$(\neg\phi)^y_t = \neg(\phi)^y_t$$
$$(\phi \wedge \psi)^y_t = (\phi)^y_t \wedge (\psi)^y_t$$
$$(\phi \vee \psi)^y_t = (\phi)^y_t \vee (\psi)^y_t$$
$$(\phi \implies \psi)^y_t = (\phi)^y_t \implies (\psi)^y_t$$
$$(\phi \equiv \psi)^y_t = (\phi)^y_t \equiv (\psi)^y_t$$

$$\begin{cases} (\forall x|\psi:\phi)^y_t = \forall x|(\psi)^y_t : (\phi)^y_t \\ (\forall y|\psi:\phi)^y_t = \forall y|\psi:\phi \end{cases}$$
$$\begin{cases} (\exists x|\psi:\phi)^y_t = \exists x|(\psi)^y_t : (\phi)^y_t \\ (\exists y|\psi:\phi)^y_t = \exists y|\psi:\phi \end{cases}$$

# Substitución en fórmulas

- La fórmula que resulta de reemplazar las apariciones libres de la variable $y$ por el término $t$ dentro de la fórmula $\phi$ se denota como

$$(\phi)^y_t$$

- Formalmente,

$$(P(t_1, \ldots, t_k))^y_t = P((t_1)^y_t, \ldots, (t_k)^y_t)$$
$$(\neg\phi)^y_t = \neg(\phi)^y_t$$
$$(\phi \wedge \psi)^y_t = (\phi)^y_t \wedge (\psi)^y_t$$
$$(\phi \vee \psi)^y_t = (\phi)^y_t \vee (\psi)^y_t$$
$$(\phi \implies \psi)^y_t = (\phi)^y_t \implies (\psi)^y_t$$
$$(\phi \equiv \psi)^y_t = (\phi)^y_t \equiv (\psi)^y_t$$

$$\begin{cases} (\forall x|\psi : \phi)^y_t = \forall x|(\psi)^y_t : (\phi)^y_t \\ (\forall y|\psi : \phi)^y_t = \forall y|\psi : \phi \end{cases}$$
$$\begin{cases} (\exists x|\psi : \phi)^y_t = \exists x|(\psi)^y_t : (\phi)^y_t \\ (\exists y|\psi : \phi)^y_t = \exists y|\psi : \phi \end{cases}$$

# Substitución en fórmulas

- La fórmula que resulta de reemplazar las apariciones libres de la variable $y$ por el término $t$ dentro de la fórmula $\phi$ se denota como

$$(\phi)^y_t$$

- Formalmente,

$(P(t_1, \ldots, t_k))^y_t = P((t_1)^y_t, \ldots, (t_k)^y_t)$
$(\neg\phi)^y_t = \neg(\phi)^y_t$
$(\phi \wedge \psi)^y_t = (\phi)^y_t \wedge (\psi)^y_t$
$(\phi \vee \psi)^y_t = (\phi)^y_t \vee (\psi)^y_t$
$(\phi \implies \psi)^y_t = (\phi)^y_t \implies (\psi)^y_t$
$(\phi \equiv \psi)^y_t = (\phi)^y_t \equiv (\psi)^y_t$

$$\begin{cases} (\forall x|\psi : \phi)^y_t = \forall x|(\psi)^y_t : (\phi)^y_t \\ (\forall y|\psi : \phi)^y_t = \forall y|\psi : \phi \end{cases}$$

$$\begin{cases} (\exists x|\psi : \phi)^y_t = \exists x|(\psi)^y_t : (\phi)^y_t \\ (\exists y|\psi : \phi)^y_t = \exists y|\psi : \phi \end{cases}$$

# Substitución en fórmulas

- La fórmula que resulta de reemplazar las apariciones libres de la variable $y$ por el término $t$ dentro de la fórmula $\phi$ se denota como

$$(\phi)^y_t$$

- Formalmente,

$$(P(t_1, \ldots, t_k))^y_t = P((t_1)^y_t, \ldots, (t_k)^y_t)$$
$$(\neg\phi)^y_t = \neg(\phi)^y_t$$
$$(\phi \wedge \psi)^y_t = (\phi)^y_t \wedge (\psi)^y_t$$
$$(\phi \vee \psi)^y_t = (\phi)^y_t \vee (\psi)^y_t$$
$$(\phi \implies \psi)^y_t = (\phi)^y_t \implies (\psi)^y_t$$
$$(\phi \equiv \psi)^y_t = (\phi)^y_t \equiv (\psi)^y_t$$

$$\begin{cases} (\forall x|\psi : \phi)^y_t = \forall x|(\psi)^y_t : (\phi)^y_t \\ (\forall y|\psi : \phi)^y_t = \forall y|\psi : \phi \end{cases}$$
$$\begin{cases} (\exists x|\psi : \phi)^y_t = \exists x|(\psi)^y_t : (\phi)^y_t \\ (\exists y|\psi : \phi)^y_t = \exists y|\psi : \phi \end{cases}$$

# Plan

# ¿Qué hemos ganado?

## Enunciar silogismos

- Todo $A$ es $B$ $\quad \forall x|A(x) : B(x)$
- Existe un $A$ que es $B$ $\quad \exists x|A(x) : B(x)$
- Todo $A$ es no $B$ (Ningún $A$ es $B$) $\quad \forall x|A(x) : \neg B(x)$ ( $\neg\exists x|A : B$)
- Existe un $A$ que no es $B$ (No todo $A$ es $B$) $\quad \exists x|A(x) : \neg B(x)$ ($\neg\forall x|A : B$)

## Expresar entre dos o más objetos

| | |
|---|---|
| Juan ve a María | $Ve(j,m)$ |
| María ve a Juan | $Ve(m,j)$ |
| Juan le da el libro a María | $Dar(j,l,m)$ |

## Expresar

| | |
|---|---|
| Todos ven a alguien | |
| Alguien ve a todos | |
| Todos son vistos por alguien | |
| Alguien es visto por todos | |

# ¿Qué hemos ganado?

## Enunciar silogismos

- Todo $A$ es $B$ — $\forall x|A(x) : B(x)$
- Existe un $A$ que es $B$ — $\exists x|A(x) : B(x)$
- Todo $A$ es no $B$ (Ningún $A$ es $B$) — $\forall x|A(x) : \neg B(x)$ ( $\neg\exists x|A : B$)
- Existe un $A$ que no es $B$ (No todo $A$ es $B$) — $\exists x|A(x) : \neg B(x)$ ($\neg\forall x|A : B$)

## Expresar [illegible] entre dos o más objetos

| | |
|---|---|
| Juan ve a María | [illegible] |
| María ve a Juan | [illegible] |
| Juan le da el libro a María | [illegible] |

## Expresar [illegible]

| | |
|---|---|
| Todos ven a alguien | [illegible] |
| Alguien ve a todos | [illegible] |
| Todos son vistos por alguien | [illegible] |
| Alguien es visto por todos | [illegible] |

# ¿Qué hemos ganado?

## Enunciar silogismos

- Todo $A$ es $B$ — $\forall x | A(x) : B(x)$
- Existe un $A$ que es $B$ — $\exists x | A(x) : B(x)$
- Todo $A$ es no $B$ (Ningún $A$ es $B$) — $\forall x | A(x) : \neg B(x)$ ( $\neg \exists x | A : B$)
- Existe un $A$ que no es $B$ (No todo $A$ es $B$) — $\exists x | A(x) : \neg B(x)$ ($\neg \forall x | A : B$)

## Expresar relaciones entre dos o más objetos

| |
|---|
| Juan ve a María |
| María ve a Juan |
| Juan le da el libro a María |

## Expresar

| |
|---|
| Todos ven a alguien |
| Alguien ve a todos |
| Todos son vistos por alguien |
| Alguien es visto por todos |

# ¿Qué hemos ganado?

## Enunciar silogismos

- Todo $A$ es $B$ — $\forall x|A(x) : B(x)$
- Existe un $A$ que es $B$ — $\exists x|A(x) : B(x)$
- Todo $A$ es no $B$ (Ningún $A$ es $B$) — $\forall x|A(x) : \neg B(x)$ ( $\neg\exists x|A : B$)
- Existe un $A$ que no es $B$ (No todo $A$ es $B$) — $\exists x|A(x) : \neg B(x)$ ($\neg\forall x|A : B$)

## Expresar relaciones entre dos o más objetos

| | |
|---|---|
| Juan ve a María | $Ve(j,m)$ |
| María ve a Juan | $Ve(m,j)$ |
| Juan le da el libro a María | [illegible] |

## Expresar cuantificaciones

| | |
|---|---|
| Todos ven a alguien | [illegible] |
| Alguien ve a todos | [illegible] |
| Todos son vistos por alguien | [illegible] |
| Alguien es visto por todos | [illegible] |

# ¿Qué hemos ganado?

## Enunciar silogismos

- Todo $A$ es $B$ — $\forall x | A(x) : B(x)$
- Existe un $A$ que es $B$ — $\exists x | A(x) : B(x)$
- Todo $A$ es no $B$ (Ningún $A$ es $B$) — $\forall x | A(x) : \neg B(x)$ ( $\neg \exists x | A : B$)
- Existe un $A$ que no es $B$ (No todo $A$ es $B$) — $\exists x | A(x) : \neg B(x)$ ($\neg \forall x | A : B$)

## Expresar relaciones entre dos o más objetos

| | |
|---|---|
| Juan ve a María | $Ve(j, m)$ |
| María ve a Juan | $Ve(m, j)$ |
| Juan le da el libro a María | $Da(j, l, m)$ |

## Expresar [illegible]

| | |
|---|---|
| Todos ven a alguien | [illegible] |
| Alguien ve a todos | [illegible] |
| Todos son vistos por alguien | [illegible] |
| Alguien es visto por todos | [illegible] |

# ¿Qué hemos ganado?

## Enunciar silogismos

- Todo $A$ es $B$ — $\forall x|A(x) : B(x)$
- Existe un $A$ que es $B$ — $\exists x|A(x) : B(x)$
- Todo $A$ es no $B$ (Ningún $A$ es $B$) — $\forall x|A(x) : \neg B(x)$ ( $\neg\exists x|A : B$)
- Existe un $A$ que no es $B$ (No todo $A$ es $B$) — $\exists x|A(x) : \neg B(x)$ ($\neg\forall x|A : B$)

## Expresar relaciones entre dos o más objetos

| | |
|---|---|
| Juan ve a María | $Ve(j, m)$ |
| María ve a Juan | $Ve(m, j)$ |
| Juan le da el libro a María | $Dar(j, l, m)$ |

## Expresar

| |
|---|
| Todos ven a alguien |
| Alguien ve a todos |
| Todos son vistos por alguien |
| Alguien es visto por todos |

# ¿Qué hemos ganado?

## Enunciar silogismos

- Todo $A$ es $B$ $\quad \forall x|A(x) : B(x)$
- Existe un $A$ que es $B$ $\quad \exists x|A(x) : B(x)$
- Todo $A$ es no $B$ (Ningún $A$ es $B$) $\quad \forall x|A(x) : \neg B(x)$ $(\neg \exists x|A : B)$
- Existe un $A$ que no es $B$ (No todo $A$ es $B$) $\quad \exists x|A(x) : \neg B(x)$ $(\neg \forall x|A : B)$

## Expresar relaciones entre dos o más objetos

| | |
|---|---|
| Juan ve a María | $Ve(j, m)$ |
| María ve a Juan | $Ve(m, j)$ |
| Juan le da el libro a María | $Dar(j, l, m)$ |

## Expresar cuantificaciones

| |
|---|
| Todos ven a alguien |
| Alguien ve a todos |
| Todos son vistos por alguien |
| Alguien es visto por todos |

# ¿Qué hemos ganado?

## Enunciar silogismos

- Todo $A$ es $B$ — $\forall x|A(x) : B(x)$
- Existe un $A$ que es $B$ — $\exists x|A(x) : B(x)$
- Todo $A$ es no $B$ (Ningún $A$ es $B$) — $\forall x|A(x) : \neg B(x)$ $(\neg\exists x|A : B)$
- Existe un $A$ que no es $B$ (No todo $A$ es $B$) — $\exists x|A(x) : \neg B(x)$ $(\neg\forall x|A : B)$

## Expresar relaciones entre dos o más objetos

| | |
|---|---|
| Juan ve a María | $Ve(j, m)$ |
| María ve a Juan | $Ve(m, j)$ |
| Juan le da el libro a María | $Dar(j, l, m)$ |

## Expresar cuantificaciones

| | |
|---|---|
| Todos ven a alguien | |
| Alguien ve a todos | |
| Todos son vistos por alguien | |
| Alguien es visto por todos | |

# ¿Qué hemos ganado?

## Enunciar silogismos

- Todo $A$ es $B$ — $\forall x|A(x) : B(x)$
- Existe un $A$ que es $B$ — $\exists x|A(x) : B(x)$
- Todo $A$ es no $B$ (Ningún $A$ es $B$) — $\forall x|A(x) : \neg B(x)$ ( $\neg\exists x|A : B$)
- Existe un $A$ que no es $B$ (No todo $A$ es $B$) — $\exists x|A(x) : \neg B(x)$ ($\neg\forall x|A : B$)

## Expresar relaciones entre dos o más objetos

| | |
|---|---|
| Juan ve a María | $Ve(j, m)$ |
| María ve a Juan | $Ve(m, j)$ |
| Juan le da el libro a María | $Dar(j, l, m)$ |

## Expresar cuantificaciones

| | |
|---|---|
| Todos ven a alguien | $\forall x \exists y Ve(x, y)$ |
| Alguien ve a todos | $\exists x \forall y Ve(x, y)$ |
| Todos son vistos por alguien | $\forall x \exists y Ve(y, x)$ |
| Alguien es visto por todos | $\exists x \forall y Ve(y, x)$ |

# ¿Qué hemos ganado?

## Enunciar silogismos

- Todo $A$ es $B$ — $\forall x|A(x) : B(x)$
- Existe un $A$ que es $B$ — $\exists x|A(x) : B(x)$
- Todo $A$ es no $B$ (Ningún $A$ es $B$) — $\forall x|A(x) : \neg B(x)$ ( $\neg\exists x|A : B$)
- Existe un $A$ que no es $B$ (No todo $A$ es $B$) — $\exists x|A(x) : \neg B(x)$ ($\neg\forall x|A : B$)

## Expresar relaciones entre dos o más objetos

| | |
|---|---|
| Juan ve a María | $Ve(j, m)$ |
| María ve a Juan | $Ve(m, j)$ |
| Juan le da el libro a María | $Dar(j, l, m)$ |

## Expresar cuantificaciones

| | |
|---|---|
| Todos ven a alguien | $\forall x \exists y Ve(x, y)$ |
| Alguien ve a todos | $\exists x \forall y Ve(x, y)$ |
| Todos son vistos por alguien | $\forall x \exists y Ve(y, x)$ |
| Alguien es visto por todos | $\exists x \forall y Ve(y, x)$ |

# ¿Qué hemos ganado?

## Enunciar silogismos

- Todo $A$ es $B$ — $\forall x|A(x):B(x)$
- Existe un $A$ que es $B$ — $\exists x|A(x):B(x)$
- Todo $A$ es no $B$ (Ningún $A$ es $B$) — $\forall x|A(x):\neg B(x)$ ( $\neg\exists x|A:B$)
- Existe un $A$ que no es $B$ (No todo $A$ es $B$) — $\exists x|A(x):\neg B(x)$ ($\neg\forall x|A:B$)

## Expresar relaciones entre dos o más objetos

| | |
|---|---|
| Juan ve a María | $Ve(j,m)$ |
| María ve a Juan | $Ve(m,j)$ |
| Juan le da el libro a María | $Dar(j,l,m)$ |

## Expresar cuantificaciones

| | |
|---|---|
| Todos ven a alguien | $\forall x\exists yVe(x,y)$ |
| Alguien ve a todos | $\exists x\forall yVe(x,y)$ |
| Todos son vistos por alguien | $\forall x\exists yVe(y,x)$ |
| Alguien es visto por todos | $\exists x\forall yVe(y,x)$ |

# ¿Qué hemos ganado?

## Enunciar silogismos

- Todo $A$ es $B$ — $\forall x|A(x) : B(x)$
- Existe un $A$ que es $B$ — $\exists x|A(x) : B(x)$
- Todo $A$ es no $B$ (Ningún $A$ es $B$) — $\forall x|A(x) : \neg B(x)$ ( $\neg\exists x|A : B$)
- Existe un $A$ que no es $B$ (No todo $A$ es $B$) — $\exists x|A(x) : \neg B(x)$ ($\neg\forall x|A : B$)

## Expresar relaciones entre dos o más objetos

| | |
|---|---|
| Juan ve a María | $Ve(j, m)$ |
| María ve a Juan | $Ve(m, j)$ |
| Juan le da el libro a María | $Dar(j, l, m)$ |

## Expresar cuantificaciones

| | |
|---|---|
| Todos ven a alguien | $\forall x\exists y Ve(x, y)$ |
| Alguien ve a todos | $\exists x\forall y Ve(x, y)$ |
| Todos son vistos por alguien | $\forall x\exists y Ve(y, x)$ |
| Alguien es visto por todos | $\exists x\forall y Ve(y, x)$ |

# ¿Qué hemos ganado?

## Enunciar silogismos

- Todo $A$ es $B$ — $\forall x | A(x) : B(x)$
- Existe un $A$ que es $B$ — $\exists x | A(x) : B(x)$
- Todo $A$ es no $B$ (Ningún $A$ es $B$) — $\forall x | A(x) : \neg B(x)$ ( $\neg \exists x | A : B$)
- Existe un $A$ que no es $B$ (No todo $A$ es $B$) — $\exists x | A(x) : \neg B(x)$ ($\neg \forall x | A : B$)

## Expresar relaciones entre dos o más objetos

| | |
|---|---|
| Juan ve a María | $Ve(j, m)$ |
| María ve a Juan | $Ve(m, j)$ |
| Juan le da el libro a María | $Dar(j, l, m)$ |

## Expresar cuantificaciones

| | |
|---|---|
| Todos ven a alguien | $\forall x \exists y Ve(x, y)$ |
| Alguien ve a todos | $\exists x \forall y Ve(x, y)$ |
| Todos son vistos por alguien | $\forall x \exists y Ve(y, x)$ |
| Alguien es visto por todos | $\exists x \forall y Ve(y, x)$ |

# ¿Qué hemos ganado?

## Enunciar silogismos

- Todo $A$ es $B$ $\forall x|A(x):B(x)$
- Existe un $A$ que es $B$ $\exists x|A(x):B(x)$
- Todo $A$ es no $B$ (Ningún $A$ es $B$) $\forall x|A(x):\neg B(x)$ ( $\neg\exists x|A:B$)
- Existe un $A$ que no es $B$ (No todo $A$ es $B$) $\exists x|A(x):\neg B(x)$ ($\neg\forall x|A:B$)

## Expresar relaciones entre dos o más objetos

| | |
|---|---|
| Juan ve a María | $Ve(j,m)$ |
| María ve a Juan | $Ve(m,j)$ |
| Juan le da el libro a María | $Dar(j,l,m)$ |

## Expresar cuantificaciones

| | |
|---|---|
| Todos ven a alguien | $\forall x\exists y Ve(x,y)$ |
| Alguien ve a todos | $\exists x\forall y Ve(x,y)$ |
| Todos son vistos por alguien | $\forall x\exists y Ve(y,x)$ |
| Alguien es visto por todos | $\exists x\forall y Ve(y,x)$ |

# Ejemplos

| | |
|---|---|
| $x$ es hincha de $y$ | $H(x, y)$ |
| $x$ es aficionado | $A(x)$ |
| $y$ es un equipo de fútbol | $E(y)$ |

- Todo aficionado es hincha de un equipo de fútbol: $\forall x|A(x) : \exists y|E(y) : H(x, y)$
- Todo aficionado que sea hincha de todos los equipos no es hincha de ningún equipo: $\forall x|A(x) : (\forall y|E(y) : H(x, y)) \implies \neg\exists y|E(y) : H(x, y)$
- Hay aficionados que no son hinchas de ningún equipo de fútbol: ??

# Ejemplos

| | |
|---|---|
| $x$ es hincha de $y$ | $H(x,y)$ |
| $x$ es aficionado | $A(x)$ |
| $y$ es un equipo de fútbol | $E(y)$ |

- Todo aficionado es hincha de un equipo de fútbol: $\forall x|A(x) : \exists y|E(y) : H(x,y)$
- Todo aficionado que sea hincha de todos los equipos no es hincha de ningún equipo: $\forall x|A(x) : (\forall y|E(y) : H(x,y)) \implies \neg\exists y|E(y) : H(x,y)$
- Hay aficionados que no son hinchas de ningún equipo de fútbol: ??

# Ejemplos

| | |
|---|---|
| $x$ es hincha de $y$ | $H(x, y)$ |
| $x$ es aficionado | $A(x)$ |
| $y$ es un equipo de fútbol | $E(y)$ |

- Todo aficionado es hincha de un equipo de fútbol: $\forall x|A(x) : \exists y|E(y) : H(x, y)$
- Todo aficionado que sea hincha de todos los equipos no es hincha de ningún equipo: $\forall x|A(x) : (\forall y|E(y) : H(x, y)) \implies \neg\exists y|E(y) : H(x, y)$
- Hay aficionados que no son hinchas de ningún equipo de fútbol: ??

# Ejemplos

| | |
|---|---|
| $x$ es hincha de $y$ | $H(x, y)$ |
| $x$ es aficionado | $A(x)$ |
| $y$ es un equipo de fútbol | $E(y)$ |

- Todo aficionado es hincha de un equipo de fútbol: $\forall x|A(x) : \phi(x)$
- Todo aficionado que sea hincha de todos los equipos no es hincha de ningún equipo: $\forall x|A(x) : (\forall y|E(y) : H(x, y)) \implies \neg\exists y|E(y) : H(x, y)$
- Hay aficionados que no son hinchas de ningún equipo de fútbol: ??

# Ejemplos

| | |
|---|---|
| $x$ es hincha de $y$ | $H(x, y)$ |
| $x$ es aficionado | $A(x)$ |
| $y$ es un equipo de fútbol | $E(y)$ |

- Todo aficionado es hincha de un equipo de fútbol: $\forall x|A(x) : \exists y|E(y) : H(x, y)$
- Todo aficionado que sea hincha de todos los equipos no es hincha de ningún equipo: $\forall x|A(x) : (\forall y|E(y) : H(x, y)) \implies \neg\exists y|E(y) : H(x, y)$
- Hay aficionados que no son hinchas de ningún equipo de fútbol: ??

# Ejemplos

| | |
|---|---|
| $x$ es hincha de $y$ | $H(x, y)$ |
| $x$ es aficionado | $A(x)$ |
| $y$ es un equipo de fútbol | $E(y)$ |

- Todo aficionado es hincha de un equipo de fútbol: $\forall x | A(x) : \exists y | E(y) : H(x, y)$
- Todo aficionado que sea hincha de todos los equipos no es hincha de ningún equipo: $\forall x | A(x) : \phi(x)$
- Hay aficionados que no son hinchas de ningún equipo de fútbol: ??

# Ejemplos

| | |
|---|---|
| $x$ es hincha de $y$ | $H(x, y)$ |
| $x$ es aficionado | $A(x)$ |
| $y$ es un equipo de fútbol | $E(y)$ |

- Todo aficionado es hincha de un equipo de fútbol: $\forall x|A(x) : \exists y|E(y) : H(x, y)$
- Todo aficionado que sea hincha de todos los equipos no es hincha de ningún equipo: $\forall x|A(x) : (\forall y|E(y) : H(x, y)) \implies \neg\exists y|E(y) : H(x, y)$
- Hay aficionados que no son hinchas de ningún equipo de fútbol: ??

# Ejemplos

| | |
|---|---|
| $x$ es hincha de $y$ | $H(x, y)$ |
| $x$ es aficionado | $A(x)$ |
| $y$ es un equipo de fútbol | $E(y)$ |

- Todo aficionado es hincha de un equipo de fútbol: $\forall x|A(x) : \exists y|E(y) : H(x, y)$
- Todo aficionado que sea hincha de todos los equipos no es hincha de ningún equipo: $\forall x|A(x) : (\forall y|E(y) : H(x, y)) \implies \neg\exists y|E(y) : H(x, y)$
- Hay aficionados que no son hinchas de ningún equipo de fútbol: ??

## Semántica: intuición

- La semántica de una fórmula tiene que ver con valorar la verdad o falsedad del predicado.
- Los predicados simples son:
  - *true*: este predicado siempre significará verdadero(V)
  - *false*: este predicado siempre significará falso(F)
  - $P(t_1, \ldots, t_k)$: Es un predicado. Su valor de verdad puede ser verdadero(V) o falso(F). Depende de lo que significa $P$.
- Los predicados complejos son:
  - $\neg\phi$: Igual que en la lógica proposicional.
- Para pronunciarse sobre la verdad o falsedad de un predicado, es necesario:
  - Interpretar los símbolos de constante, de función y de predicado: modelo

# Semántica: intuición

- La semántica de una fórmula tiene que ver con valorar la verdad o falsedad del predicado.
- Los predicados simples son:
  - *true*: este predicado siempre significará verdadero(V)
  - *false*: este predicado siempre significará falso(F)
  - $P(t_1, \ldots, t_k)$: Es un predicado. Su valor de verdad puede ser verdadero(V) o falso(F). Depende de lo que significa $P$.
- Los predicados complejos son:
  - $\neg\phi$: Igual que en la lógica proposicional.
  - $\phi_1 \bullet \phi_2$: Igual que en la lógica proposicional.
  - $\forall x|\psi : \phi$: Su valor de verdad depende de que todos los $x$ que cumplan el predicado $\psi$ cumplan también el predicado $\phi$. [illegible]
  - $\exists x|\psi : \phi$: Su valor de verdad depende de que [illegible] predicado $\psi$ y cumpla también el predicado $\phi$. [illegible]
- Para pronunciarse sobre la verdad o falsedad de un predicado, es necesario:
  - Interpretar los símbolos de constante, de función y de predicado: modelo

# Semántica: intuición

- La semántica de una fórmula tiene que ver con valorar la verdad o falsedad del predicado.
- Los predicados simples son:
  - *true*: este predicado siempre significará verdadero(V)
  - *false*: este predicado siempre significará falso(F)
  - $P(t_1, \ldots, t_k)$: Es un predicado. Su valor de verdad puede ser verdadero(V) o falso(F). Depende de lo que significa $P$.
- Los predicados complejos son:
  - $\neg\phi$: Igual que en la lógica proposicional.
  - $\phi_1 \bullet \phi_2$: Igual que en la lógica proposicional.
  - $\forall x|\psi : \phi$: Su valor de verdad depende de que todos los $x$ que cumplan el predicado $\psi$ cumplan también el predicado $\phi$. Conjunción generalizada
  - $\exists x|\psi : \phi$: Su valor de verdad depende de que exista un $x$ que cumpla el predicado $\psi$ y cumpla también el predicado $\phi$.Disyunción generalizada
- Para pronunciarse sobre la verdad o falsedad de un predicado, es necesario:
  - Interpretar los símbolos de constante, de función y de predicado: modelo

# Semántica: intuición

- La semántica de una fórmula tiene que ver con valorar la verdad o falsedad del predicado.
- Los predicados simples son:
  - *true*: este predicado siempre significará verdadero(V)
  - *false*: este predicado siempre significará falso(F)
  - $P(t_1, \ldots, t_k)$: Es un predicado. Su valor de verdad puede ser verdadero(V) o falso(F). Depende de lo que significa $P$.
- Los predicados complejos son:
  - $\neg\phi$: Igual que en la lógica proposicional.
  - $\phi_1 \bullet \phi_2$: Igual que en la lógica proposicional.
  - $\forall x|\psi : \phi$: Su valor de verdad depende de que todos los $x$ que cumplan el predicado $\psi$ cumplan también el predicado $\phi$. Conjunción generalizada
  - $\exists x|\psi : \phi$: Su valor de verdad depende de que exista un $x$ que cumpla el predicado $\psi$ y cumpla también el predicado $\phi$.Disyunción generalizada
- Para pronunciarse sobre la verdad o falsedad de un predicado, es necesario:
  - Interpretar los símbolos de constante, de función y de predicado: modelo
  - Calcular la verdad o falsedad de la proposición

# Semántica: intuición

- La semántica de una fórmula tiene que ver con valorar la verdad o falsedad del predicado.
- Los predicados simples son:
  - *true*: este predicado siempre significará verdadero(V)
  - *false*: este predicado siempre significará falso(F)
  - $P(t_1, \ldots, t_k)$: Es un predicado. Su valor de verdad puede ser verdadero(V) o falso(F). Depende de lo que significa $P$.
- Los predicados complejos son:
  - $\neg\phi$: Igual que en la lógica proposicional.
  - $\phi_1 \bullet \phi_2$: Igual que en la lógica proposicional.
  - $\forall x|\psi : \phi$: Su valor de verdad depende de que todos los $x$ que cumplan el predicado $\psi$ cumplan también el predicado $\phi$. Conjunción generalizada
  - $\exists x|\psi : \phi$: Su valor de verdad depende de que exista un $x$ que cumpla el predicado $\psi$ y cumpla también el predicado $\phi$.Disyunción generalizada
- Para pronunciarse sobre la verdad o falsedad de un predicado, es necesario:
  - Interpretar los símbolos de constante, de función y de predicado: modelo
  - Calcular la verdad o falsedad de la proposición con respecto a ese modelo

# Semántica: intuición

- La semántica de una fórmula tiene que ver con valorar la verdad o falsedad del predicado.
- Los predicados simples son:
  - *true*: este predicado siempre significará verdadero(V)
  - *false*: este predicado siempre significará falso(F)
  - $P(t_1, \ldots, t_k)$: Es un predicado. Su valor de verdad puede ser verdadero(V) o falso(F). Depende de lo que significa $P$.
- Los predicados complejos son:
  - $\neg\phi$: Igual que en la lógica proposicional.
  - $\phi_1 \bullet \phi_2$: Igual que en la lógica proposicional.
  - $\forall x|\psi : \phi$: Su valor de verdad depende de que todos los $x$ que cumplan el predicado $\psi$ cumplan también el predicado $\phi$. Conjunción generalizada
  - $\exists x|\psi : \phi$: Su valor de verdad depende de que exista un $x$ que cumpla el predicado $\psi$ y cumpla también el predicado $\phi$.Disyunción generalizada
- Para pronunciarse sobre la verdad o falsedad de un predicado, es necesario:
  - Interpretar los símbolos de constante, de función y de predicado: modelo
  - Calcular la verdad o falsedad de la proposición con respecto a ese modelo.

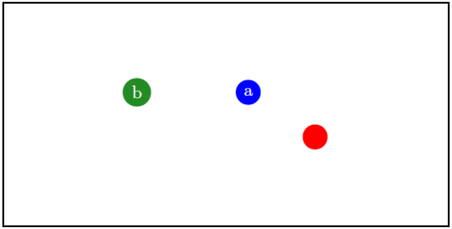
# Semántica: intuición

- La semántica de una fórmula tiene que ver con valorar la verdad o falsedad del predicado.
- Los predicados simples son:
  - *true*: este predicado siempre significará verdadero(V)
  - *false*: este predicado siempre significará falso(F)
  - $P(t_1, \ldots, t_k)$: Es un predicado. Su valor de verdad puede ser verdadero(V) o falso(F). Depende de lo que significa $P$.
- Los predicados complejos son:
  - $\neg\phi$: Igual que en la lógica proposicional.
  - $\phi_1 \bullet \phi_2$: Igual que en la lógica proposicional.
  - $\forall x|\psi : \phi$: Su valor de verdad depende de que todos los $x$ que cumplan el predicado $\psi$ cumplan también el predicado $\phi$. Conjunción generalizada
  - $\exists x|\psi : \phi$: Su valor de verdad depende de que exista un $x$ que cumpla el predicado $\psi$ y cumpla también el predicado $\phi$.Disyunción generalizada
- Para pronunciarse sobre la verdad o falsedad de un predicado, es necesario:
  - Interpretar los símbolos de constante, de función y de predicado: modelo
  - Calcular la verdad o falsedad de la proposición con respecto a ese modelo.

# Plan

# Semántica: el concepto de modelo (1)

Considere un universo con **C**írculos y c**U**adrados que pueden tomar colores Rojo, Verde y Azul como el siguiente: ([Socrative])

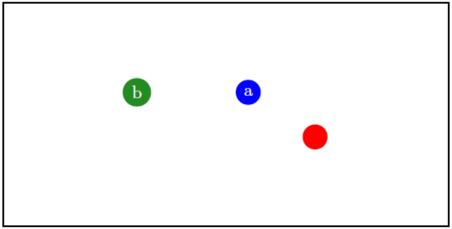



¿Cuál sería el valor de verdad de las siguientes fórmulas?

- $A(a)$
- $\exists x | R(x) : U(x) \vee C(b)$
- $R(a) \implies U(b)$
- $A(a) \wedge V(b)$
- $\neg U(a)$
- $R(a) \implies \exists x | R(x) : U(x)$

# Semántica: el concepto de modelo (1)

Considere un universo con **C**írculos y c**U**adrados que pueden tomar colores Rojo, Verde y Azul como el siguiente: ([Socrative])

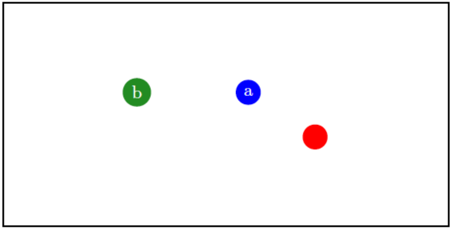



¿Cuál sería el valor de verdad de las siguientes fórmulas?

- $A(a)$
- $\exists x | R(x) : U(x) \vee C(b)$
- $R(a) \implies U(b)$
- $A(a) \wedge V(b)$
- $\neg U(a)$
- $R(a) \implies \exists x | R(x) : U(x)$

# Semántica: el concepto de modelo (1)

Considere un universo con **C**írculos y c**U**adrados que pueden tomar colores Rojo, Verde y Azul como el siguiente: ([Socrative])

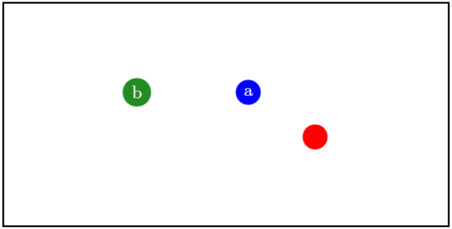



¿Cuál sería el valor de verdad de las siguientes fórmulas?

- $A(a)$
- $\exists x | R(x) : U(x) \vee C(b)$
- $R(a) \implies U(b)$
- $A(a) \wedge V(b)$
- $\neg U(a)$
- $R(a) \implies \exists x | R(x) : U(x)$

# Semántica: el concepto de modelo (1)

Considere un universo con **C**írculos y c**U**adrados que pueden tomar colores Rojo, Verde y Azul como el siguiente: ([Socrative])

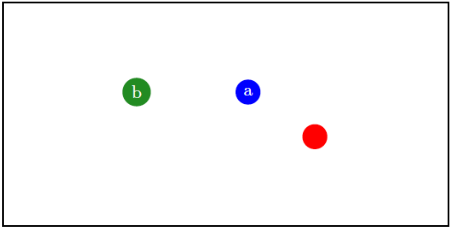



¿Cuál sería el valor de verdad de las siguientes fórmulas?

- $A(a)$
- $\exists x | R(x) : U(x) \vee C(b)$
- $R(a) \implies U(b)$
- $A(a) \wedge V(b)$
- $\neg U(a)$
- $R(a) \implies \exists x | R(x) : U(x)$

# Semántica: el concepto de modelo (1)

Considere un universo con **C**írculos y c**U**adrados que pueden tomar colores Rojo, Verde y Azul como el siguiente: ([Socrative])

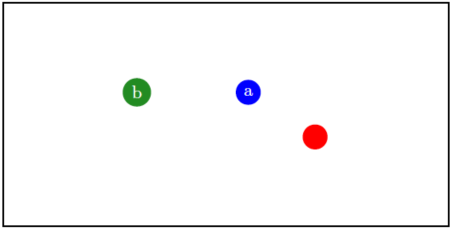



¿Cuál sería el valor de verdad de las siguientes fórmulas?

- $A(a)$
- $\exists x | R(x) : U(x) \vee C(b)$
- $R(a) \implies U(b)$
- $A(a) \wedge V(b)$
- $\neg U(a)$
- $R(a) \implies \exists x | R(x) : U(x)$

# Semántica: el concepto de modelo (1)

Considere un universo con **C**írculos y c**U**adrados que pueden tomar colores Rojo, Verde y Azul como el siguiente: ([Socrative])

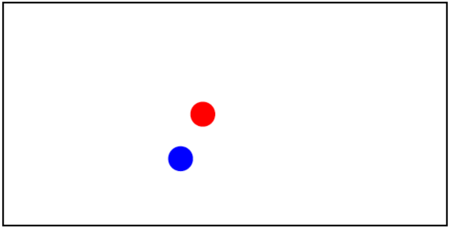



¿Cuál sería el valor de verdad de las siguientes fórmulas?

- $A(a)$
- $\exists x | R(x) : U(x) \vee C(b)$
- $R(a) \implies U(b)$
- $A(a) \wedge V(b)$
- $\neg U(a)$
- $R(a) \implies \exists x | R(x) : U(x)$

# Semántica: el concepto de modelo (2)

Considere un universo con **C**írculos y c**U**adrados que pueden tomar colores Rojo, Verde y Azul como el siguiente: ([Socrative])

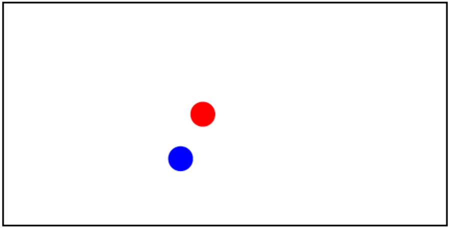


¿Cuál sería el valor de verdad de las siguientes fórmulas?

- $\exists x R(x)$
- $\forall x | R(x) : C(x)$
- $\exists x | V(x) : C(x)$
- $\neg \forall x \neg R(x)$
- $\forall x (R(x) \land C(x))$
- $\exists x (V(x) \implies C(x))$

# Semántica: el concepto de modelo (2)

Considere un universo con **C**írculos y c**U**adrados que pueden tomar colores Rojo, Verde y Azul como el siguiente: ([Socrative])

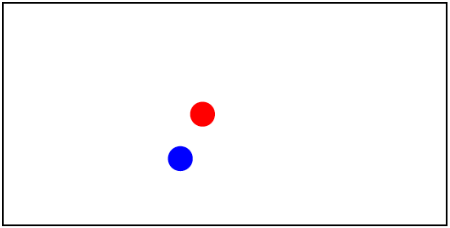


¿Cuál sería el valor de verdad de las siguientes fórmulas?

- $\exists x R(x)$
- $\forall x | R(x) : C(x)$
- $\exists x | V(x) : C(x)$
- $\neg \forall x \neg R(x)$
- $\forall x (R(x) \wedge C(x))$
- $\exists x (V(x) \implies C(x))$

# Semántica: el concepto de modelo (2)

Considere un universo con **C**írculos y c**U**adrados que pueden tomar colores Rojo, Verde y Azul como el siguiente: ([Socrative])

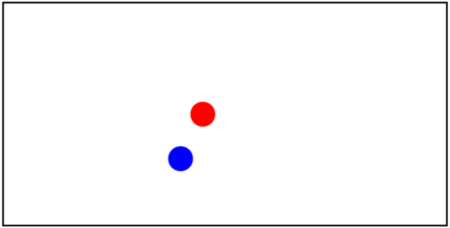


¿Cuál sería el valor de verdad de las siguientes fórmulas?

- $\exists x R(x)$
- $\forall x | R(x) : C(x)$
- $\exists x | V(x) : C(x)$
- $\neg \forall x \neg R(x)$
- $\forall x (R(x) \wedge C(x))$
- $\exists x (V(x) \implies C(x))$

# Semántica: el concepto de modelo (2)

Considere un universo con **C**írculos y c**U**adrados que pueden tomar colores Rojo, Verde y Azul como el siguiente: ([Socrative])

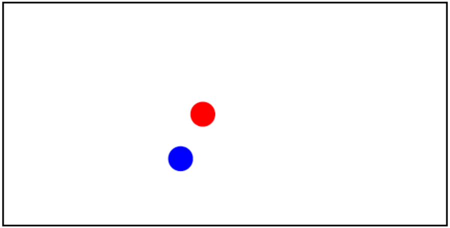


¿Cuál sería el valor de verdad de las siguientes fórmulas?

- $\exists x R(x)$
- $\forall x | R(x) : C(x)$
- $\exists x | V(x) : C(x)$
- $\neg \forall x \neg R(x)$
- $\forall x (R(x) \wedge C(x))$
- $\exists x (V(x) \implies C(x))$

# Semántica: el concepto de modelo (2)

Considere un universo con **C**írculos y c**U**adrados que pueden tomar colores Rojo, Verde y Azul como el siguiente: ([Socrative])

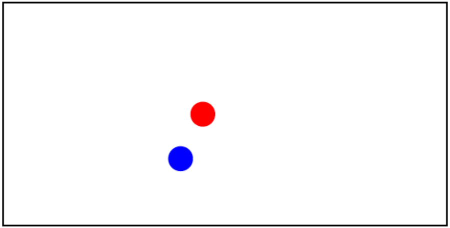


¿Cuál sería el valor de verdad de las siguientes fórmulas?

- $\exists x R(x)$
- $\forall x | R(x) : C(x)$
- $\exists x | V(x) : C(x)$
- $\neg \forall x \neg R(x)$
- $\forall x (R(x) \land C(x))$
- $\exists x (V(x) \implies C(x))$

# Semántica: el concepto de modelo (2)

Considere un universo con **C**írculos y c**U**adrados que pueden tomar colores Rojo, Verde y Azul como el siguiente: ([Socrative])



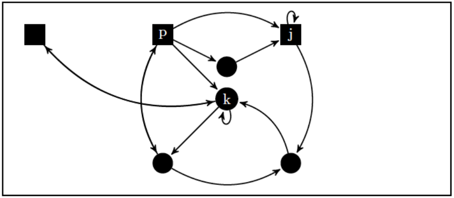
¿Cuál sería el valor de verdad de las siguientes fórmulas?

- $\exists x R(x)$
- $\forall x | R(x) : C(x)$
- $\exists x | V(x) : C(x)$
- $\neg \forall x \neg R(x)$
- $\forall x (R(x) \wedge C(x))$
- $\exists x (V(x) \implies C(x))$

# Semántica: el concepto de modelo (3)

Considere un universo con **H**ombres y **M**ujeres que pueden relacionarse por medio de la relación **A**ma a

■: hombre     •: mujer     • → ■: • ama a ■



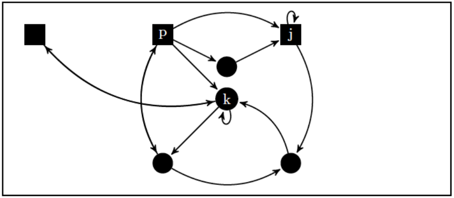

¿Cuál sería el valor de verdad de las siguientes fórmulas? ([Socrative])

- $A(j,k) \implies A(k,j)$
- $\neg(A(j,k) \wedge A(k,j))$
- $\forall x | H(x) : A(x,k)$
- $\forall x | (H(x) \vee M(x)) : \neg A(x,p)$
- $(A(j,k) \wedge A(p,k)) \implies ((\neg A(p,j)) \wedge (\neg A(k,j)))$
- $\neg \forall x | M(x) : A(x,x)$
- $\neg \exists x | M(x) : A(p,x) \wedge A(x,j)$

# Semántica: el concepto de modelo (3)

Considere un universo con **H**ombres y **M**ujeres que pueden relacionarse por medio de la relación Ama a

■: hombre  •: mujer  • → ■: • ama a ■



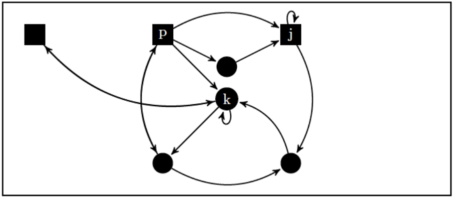

¿Cuál sería el valor de verdad de las siguientes fórmulas? ([Socrative])

- $A(j,k) \implies A(k,j)$
- $\neg(A(j,k) \wedge A(k,j))$
- $\forall x | H(x) : A(x,k)$
- $\forall x | (H(x) \vee M(x)) : \neg A(x,p)$
- $(A(j,k) \wedge A(p,k)) \implies ((\neg A(p,j) \wedge (\neg A(k,j))$
- $\neg \forall x | M(x) : A(x,x)$
- $\neg \exists x | M(x) : A(p,x) \wedge A(x,j)$

# Semántica: el concepto de modelo (3)

Considere un universo con **H**ombres y **M**ujeres que pueden relacionarse por medio de la relación Ama a

■: hombre   •: mujer   • → ■: • ama a ■



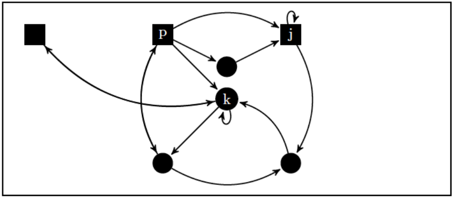

¿Cuál sería el valor de verdad de las siguientes fórmulas? ([Socrative])

- $A(j,k) \implies A(k,j)$
- $\neg(A(j,k) \wedge A(k,j))$
- $\forall x | H(x) : A(x,k)$
- $\forall x | (H(x) \vee M(x)) : \neg A(x,p)$
- $(A(j,k) \wedge A(p,k)) \implies ((\neg A(p,j) \wedge (\neg A(k,j))$
- $\neg \forall x | M(x) : A(x,x)$
- $\neg \exists x | M(x) : A(p,x) \wedge A(x,p)$

# Semántica: el concepto de modelo (3)

Considere un universo con **H**ombres y **M**ujeres que pueden relacionarse por medio de la relación Ama a

■: hombre  •: mujer  • → ■: • ama a ■



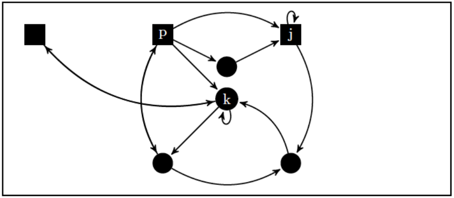

¿Cuál sería el valor de verdad de las siguientes fórmulas? ([Socrative])

- $A(j,k) \implies A(k,j)$
- $\neg(A(j,k) \wedge A(k,j))$
- $\forall x|H(x) : A(x,k)$
- $\forall x|(H(x) \vee M(x)) : \neg A(x,p)$
- $(A(j,k) \wedge A(p,k)) \implies ((\neg A(p,j) \wedge (\neg A(k,j))$
- $\neg\forall x|M(x) : A(x,x)$
- $\neg\exists x|M(x) : A(p,x) \wedge A(x,j)$

# Semántica: el concepto de modelo (3)

Considere un universo con **H**ombres y **M**ujeres que pueden relacionarse por medio de la relación Ama a

■: hombre ●: mujer ● → ■: ● ama a ■



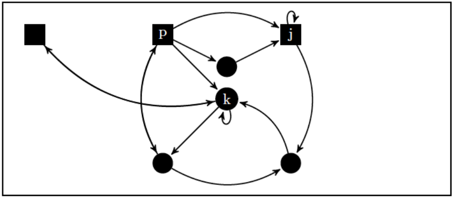

¿Cuál sería el valor de verdad de las siguientes fórmulas? ([Socrative])

- $A(j,k) \implies A(k,j)$
- $\neg(A(j,k) \wedge A(k,j))$
- $\forall x | H(x) : A(x,k)$
- $\forall x | (H(x) \vee M(x)) : \neg A(x,p)$
- $(A(j,k) \wedge A(p,k)) \implies ((\neg A(p,j) \wedge (\neg A(k,j))$
- $\neg \forall x | M(x) : A(x,x)$
- $\neg \exists x | M(x) : A(p,x) \wedge A(x,j)$

# Semántica: el concepto de modelo (3)

Considere un universo con **H**ombres y **M**ujeres que pueden relacionarse por medio de la relación Ama a

■: hombre ●: mujer ● → ■: ● ama a ■



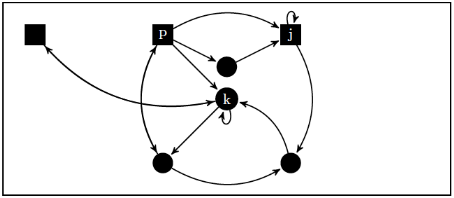

¿Cuál sería el valor de verdad de las siguientes fórmulas? ([Socrative])

- $A(j,k) \implies A(k,j)$
- $\neg(A(j,k) \wedge A(k,j))$
- $\forall x | H(x) : A(x,k)$
- $\forall x | (H(x) \vee M(x)) : \neg A(x,p)$
- $(A(j,k) \wedge A(p,k)) \implies ((\neg A(p,j) \wedge (\neg A(k,j))$
- $\neg \forall x | M(x) : A(x,x)$
- $\neg \exists x | M(x) : A(p,x) \wedge A(x,j)$

# Semántica: el concepto de modelo (3)

Considere un universo con **H**ombres y **M**ujeres que pueden relacionarse por medio de la relación Ama a

■: hombre ●: mujer ● → ■: ● ama a ■




¿Cuál sería el valor de verdad de las siguientes fórmulas? ([Socrative])

- $A(j,k) \implies A(k,j)$
- $\neg(A(j,k) \wedge A(k,j))$
- $\forall x | H(x) : A(x,k)$
- $\forall x | (H(x) \vee M(x)) : \neg A(x,p)$
- $(A(j,k) \wedge A(p,k)) \implies ((\neg A(p,j) \wedge (\neg A(k,j))$
- $\neg \forall x | M(x) : A(x,x)$
- $\neg \exists x | M(x) : A(p,x) \wedge A(x,j)$

# Semántica: el concepto de modelo (4)

Un modelo para una fórmula $\phi$ es una tripleta $\mathcal{M} = \langle D, I, g \rangle$ en la cual:

- $D$ es el dominio: una colección no vacía de objetos;
- $I$ es la función de interpretación que asigna a
  - cada símbolo de constante de $\phi$ un objeto en $D$;
  - cada símbolo de predicado de $\phi$ una relación sobre $D$;
  - cada símbolo de función de $\phi$ una función sobre $D$
- $g$ es la asignación de variables, que asigna a cada variable libre de $\phi$ un objeto en $D$.

Una fórmula $\phi$ es satisfactible si existe un modelo $\mathcal{M}$ que satisfaga $\phi$, y se denotará

$$\mathcal{M} \models \phi$$

Una fórmula $\phi$ es válida si todo modelo $\mathcal{M}$ satisface $\phi$

# Semántica: el concepto de modelo (4)

Un modelo para una fórmula $\phi$ es una tripleta $\mathcal{M} = \langle D, I, g \rangle$ en la cual:

- $D$ es el dominio: una colección no vacía de objetos;
- $I$ es la función de interpretación que asigna a
  - cada símbolo de constante de $\phi$ un objeto en $D$;
  - cada símbolo de predicado de $\phi$ una relación sobre $D$;
  - cada símbolo de función de $\phi$ una función sobre $D$
- $g$ es la asignación de variables, que asigna a cada variable libre de $\phi$ un objeto en $D$.

Una fórmula $\phi$ es satisfactible si existe un modelo $\mathcal{M}$ que satisfaga $\phi$, y se denotará

$$\mathcal{M} \models \phi$$

Una fórmula $\phi$ es válida si todo modelo $\mathcal{M}$ satisface $\phi$

# Semántica: el concepto de modelo (4)

Un modelo para una fórmula $\phi$ es una tripleta $\mathcal{M} = \langle D, I, g \rangle$ en la cual:

- $D$ es el dominio: una colección no vacía de objetos;
- $I$ es la función de interpretación que asigna a
  - cada símbolo de constante de $\phi$ un objeto en $D$;
  - cada símbolo de predicado de $\phi$ una relación sobre $D$;
  - cada símbolo de función de $\phi$ una función sobre $D$
- $g$ es la asignación de variables, que asigna a cada variable libre de $\phi$ un objeto en $D$.

Una fórmula $\phi$ es satisfactible si existe un modelo $\mathcal{M}$ que satisfaga $\phi$, y se denotará

$$\mathcal{M} \models \phi$$

Una fórmula $\phi$ es válida si todo modelo $\mathcal{M}$ satisface $\phi$

# Semántica: el concepto de modelo (4)

Un modelo para una fórmula $\phi$ es una tripleta $\mathcal{M} = \langle D, I, g \rangle$ en la cual:

- $D$ es el dominio: una colección no vacía de objetos;
- $I$ es la función de interpretación que asigna a
  - cada símbolo de constante de $\phi$ un objeto en $D$;
  - cada símbolo de predicado de $\phi$ una relación sobre $D$;
  - cada símbolo de función de $\phi$ una función sobre $D$
- $g$ es la asignación de variables, que asigna a cada variable libre de $\phi$ un objeto en $D$.

Una fórmula $\phi$ es satisfactible si existe un modelo $\mathcal{M}$ que satisfaga $\phi$, y se denotará

$$\mathcal{M} \models \phi$$

Una fórmula $\phi$ es válida si todo modelo $\mathcal{M}$ satisface $\phi$

# Semántica: el concepto de modelo (4)

Un modelo para una fórmula $\phi$ es una tripleta $\mathcal{M} = \langle D, I, g \rangle$ en la cual:

- $D$ es el dominio: una colección no vacía de objetos;
- $I$ es la función de interpretación que asigna a
  - cada símbolo de constante de $\phi$ un objeto en $D$;
  - cada símbolo de predicado de $\phi$ una relación sobre $D$;
  - cada símbolo de función de $\phi$ una función sobre $D$
- $g$ es la asignación de variables, que asigna a cada variable libre de $\phi$ un objeto en $D$.

Una fórmula $\phi$ es satisfactible si existe un modelo $\mathcal{M}$ que satisfaga $\phi$, y se denotará

$$\mathcal{M} \models \phi$$

Una fórmula $\phi$ es válida si todo modelo $\mathcal{M}$ satisface $\phi$

# Plan

# Semántica: el valor de un término en un modelo

## Calculando valores de términos

Dado un modelo $\mathcal{M} = \langle D, I, g \rangle$, el valor de un término $t$ se denota

$$\|t\|_g^I$$

y se define así:

- Si el término es una constante $a$: $\|a\|_g^I = I(a)$
- Si el término es una variable $x$: $\|x\|_g^I = g(x)$
- Si el término es compuesto $f(t_1, \ldots, t_k)$: $\|f(t_1, \ldots, t_k)\|_g^I = I(f)(\|t_1\|_g^I, \ldots, \|t_k\|_g^I)$

# Semántica: el valor de una fórmula en un modelo (1)

Dado un modelo $\mathcal{M} = \langle D, I, g \rangle$, y una fórmula $\phi$, el valor de verdad de $\phi$ en $\mathcal{M}$ se denota

$$\|\phi\|^{\mathcal{M}}$$

y se define así:

- Si $\phi = P(t_1, \ldots, t_k)$, $\|\phi\|^{\mathcal{M}} = \begin{cases} V & Si(\|t_1\|^I_g, \ldots, \|t_k\|^I_g) \in I(P) \\ F & Sino \end{cases}$
- Si $\phi = \neg\varphi$, $\|\phi\|^{\mathcal{M}} = \neg(\|\varphi\|^{\mathcal{M}})$
- Si $\phi = \varphi \wedge \psi$, $\|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \wedge \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- Si $\phi = \varphi \vee \psi$, $\|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \vee \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- Si $\phi = \varphi \implies \psi$, $\|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \implies \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- Si $\phi = \varphi \equiv \psi$, $\|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \equiv \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- $\phi = \forall x|\varphi : \psi$ o $\phi = \exists x|\varphi : \psi$ necesitamos un concepto más: la extensión de $g$

# Semántica: el valor de una fórmula en un modelo (1)

Dado un modelo $\mathcal{M} = \langle D, I, g \rangle$, y una fórmula $\phi$, el valor de verdad de $\phi$ en $\mathcal{M}$ se denota

$$\|\phi\|^{\mathcal{M}}$$

y se define así:

- Si $\phi = P(t_1, \ldots, t_k)$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \begin{cases} V & Si(\|t_1\|_g^I, \ldots, \|t_k\|_g^I) \in I(P) \\ F & Sino \end{cases}$
- Si $\phi = \neg\varphi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \neg(\|\varphi\|^{\mathcal{M}})$
- Si $\phi = \varphi \wedge \psi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \wedge \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- Si $\phi = \varphi \vee \psi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \vee \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- Si $\phi = \varphi \implies \psi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \implies \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- Si $\phi = \varphi \equiv \psi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \equiv \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- $\phi = \forall x|\varphi : \psi$ o $\phi = \exists x|\varphi : \psi$ necesitamos un concepto más: la extensión de $g$

# Semántica: el valor de una fórmula en un modelo (1)

Dado un modelo $\mathcal{M} = \langle D, I, g \rangle$, y una fórmula $\phi$, el valor de verdad de $\phi$ en $\mathcal{M}$ se denota

$$\|\phi\|^{\mathcal{M}}$$

y se define así:

- Si $\phi = P(t_1, \ldots, t_k)$, $\|\phi\|^{\mathcal{M}} = \begin{cases} V & Si(\|t_1\|^I_g, \ldots, \|t_k\|^I_g) \in I(P) \\ F & Sino \end{cases}$
- Si $\phi = \neg\varphi$, $\|\phi\|^{\mathcal{M}} = \neg(\|\varphi\|^{\mathcal{M}})$
- Si $\phi = \varphi \wedge \psi$, $\|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \wedge \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- Si $\phi = \varphi \vee \psi$, $\|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \vee \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- Si $\phi = \varphi \implies \psi$, $\|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \implies \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- Si $\phi = \varphi \equiv \psi$, $\|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \equiv \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- $\phi = \forall x|\varphi : \psi$ o $\phi = \exists x|\varphi : \psi$ necesitamos un concepto más: la extensión de $g$

# Semántica: el valor de una fórmula en un modelo (1)

Dado un modelo $\mathcal{M} = \langle D, I, g\rangle$, y una fórmula $\phi$, el valor de verdad de $\phi$ en $\mathcal{M}$ se denota

$$\|\phi\|^{\mathcal{M}}$$

y se define así:

- Si $\phi = P(t_1, \ldots, t_k)$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \begin{cases} V & Si(\|t_1\|^I_g, \ldots, \|t_k\|^I_g) \in I(P) \\ F & Sino \end{cases}$
- Si $\phi = \neg\varphi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \neg(\|\varphi\|^{\mathcal{M}})$
- Si $\phi = \varphi \wedge \psi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \wedge \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- Si $\phi = \varphi \vee \psi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \vee \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- Si $\phi = \varphi \implies \psi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \implies \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- Si $\phi = \varphi \equiv \psi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \equiv \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- $\phi = \forall x|\varphi : \psi$ o $\phi = \exists x|\varphi : \psi$ necesitamos un concepto más: la extensión de $g$

# Semántica: el valor de una fórmula en un modelo (1)

Dado un modelo $\mathcal{M} = \langle D, I, g \rangle$, y una fórmula $\phi$, el valor de verdad de $\phi$ en $\mathcal{M}$ se denota

$$\|\phi\|^{\mathcal{M}}$$

y se define así:

- Si $\phi = P(t_1, \dots, t_k)$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \begin{cases} V & Si(\|t_1\|_g^I, \dots, \|t_k\|_g^I) \in I(P) \\ F & Sino \end{cases}$
- Si $\phi = \neg\varphi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \neg(\|\varphi\|^{\mathcal{M}})$
- Si $\phi = \varphi \wedge \psi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \wedge \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- Si $\phi = \varphi \vee \psi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \vee \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- Si $\phi = \varphi \implies \psi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \implies \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- Si $\phi = \varphi \equiv \psi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \equiv \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- $\phi = \forall x|\varphi : \psi$ o $\phi = \exists x|\varphi : \psi$ necesitamos un concepto más: la extensión de $g$

# Semántica: el valor de una fórmula en un modelo (1)

Dado un modelo $\mathcal{M} = \langle D, I, g \rangle$, y una fórmula $\phi$, el valor de verdad de $\phi$ en $\mathcal{M}$ se denota

$$\|\phi\|^{\mathcal{M}}$$

y se define así:

- Si $\phi = P(t_1, \dots, t_k)$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \begin{cases} V & Si(\|t_1\|^I_g, \dots, \|t_k\|^I_g) \in I(P) \\ F & Sino \end{cases}$
- Si $\phi = \neg\varphi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \neg(\|\varphi\|^{\mathcal{M}})$
- Si $\phi = \varphi \wedge \psi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \wedge \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- Si $\phi = \varphi \vee \psi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \vee \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- Si $\phi = \varphi \implies \psi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \implies \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- Si $\phi = \varphi \equiv \psi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \equiv \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- $\phi = \forall x|\varphi : \psi$ o $\phi = \exists x|\varphi : \psi$ necesitamos un concepto más: la extensión de $g$

# Semántica: el valor de una fórmula en un modelo (1)

Dado un modelo $\mathcal{M} = \langle D, I, g\rangle$, y una fórmula $\phi$, el valor de verdad de $\phi$ en $\mathcal{M}$ se denota

$$\|\phi\|^{\mathcal{M}}$$

y se define así:

- Si $\phi = P(t_1, \ldots, t_k)$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \begin{cases} V & Si(\|t_1\|^I_g, \ldots, \|t_k\|^I_g) \in I(P) \\ F & Sino \end{cases}$
- Si $\phi = \neg\varphi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \neg(\|\varphi\|^{\mathcal{M}})$
- Si $\phi = \varphi \wedge \psi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \wedge \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- Si $\phi = \varphi \vee \psi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \vee \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- Si $\phi = \varphi \implies \psi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \implies \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- Si $\phi = \varphi \equiv \psi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \equiv \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- $\phi = \forall x|\varphi : \psi$ o $\phi = \exists x|\varphi : \psi$ necesitamos un concepto más: la extensión de $g$

# Semántica: el valor de una fórmula en un modelo (2)

## Extensión de $g$

Dada una asignación de variables $g$, una variable $x$ y un objeto $d$ en $D$, se define $g_{[x:=d]}$ como la extensión de $g$, tal que:

- $g_{[x:=d]}(y) = g(y)$ si $x$ diferente de $y$
- $g_{[x:=d]}(x) = d$

$g_{[x:=d]}$ es idéntica a $g$ salvo en el objeto asignado a $x$ que ahora es $d$.

## El valor de una fórmula con cuantificadores

Dado un modelo $\mathcal{M} = \langle D, I, g \rangle$, y una fórmula $\phi$ con conectivo principal un cuantificador, $||\phi||^{\mathcal{M}}$ se define así:

# Semántica: el valor de una fórmula en un modelo (2)

## Extensión de $g$

Dada una asignación de variables $g$, una variable $x$ y un objeto $d$ en $D$, se define $g_{[x:=d]}$ como la extensión de $g$, tal que:

- $g_{[x:=d]}(y) = g(y)$ si $x$ diferente de $y$
- $g_{[x:=d]}(x) = d$

$g_{[x:=d]}$ es idéntica a $g$ salvo en el objeto asignado a $x$ que ahora es $d$.

## El valor de una fórmula con cuantificadores

Dado un modelo $\mathcal{M} = \langle D, I, g \rangle$, y una fórmula $\phi$ con conectivo principal un cuantificador, $||\phi||^{\mathcal{M}}$ se define así:

# Semántica: el valor de una fórmula en un modelo (2)

## Extensión de $g$

Dada una asignación de variables $g$, una variable $x$ y un objeto $d$ en $D$, se define $g_{[x:=d]}$ como la extensión de $g$, tal que:

- $g_{[x:=d]}(y) = g(y)$ si $x$ diferente de $y$
- $g_{[x:=d]}(x) = d$

$g_{[x:=d]}$ es idéntica a $g$ salvo en el objeto asignado a $x$ que ahora es $d$.

## El valor de una fórmula con cuantificadores

Dado un modelo $\mathcal{M} = \langle D, I, g\rangle$, y una fórmula $\phi$ con conectivo principal un cuantificador, $||\phi||^{\mathcal{M}}$ se define así:

- Si $\phi = \forall x|\varphi : \psi$

$$||\phi||^{\mathcal{M}} = \bigwedge_{d\in D} ||\varphi \Longrightarrow \psi||^{\langle D, I, g_{[x:=d]}\rangle}$$

- $\phi = \exists x|\varphi : \psi$

$$||\phi||^{\mathcal{M}} = \bigvee_{d\in D} ||\varphi \wedge \psi||^{\langle D, I, g_{[x:=d]}\rangle}$$

# Semántica: el valor de una fórmula en un modelo (2)

## Extensión de $g$

Dada una asignación de variables $g$, una variable $x$ y un objeto $d$ en $D$, se define $g_{[x:=d]}$ como la extensión de $g$, tal que:

- $g_{[x:=d]}(y) = g(y)$ si $x$ diferente de $y$
- $g_{[x:=d]}(x) = d$

$g_{[x:=d]}$ es idéntica a $g$ salvo en el objeto asignado a $x$ que ahora es $d$.

## El valor de una fórmula con cuantificadores

Dado un modelo $\mathcal{M} = \langle D, I, g \rangle$, y una fórmula $\phi$ con conectivo principal un cuantificador, $||\phi||^{\mathcal{M}}$ se define así:

- Si $\phi = \forall x | \varphi : \psi$

$$||\phi||^{\mathcal{M}} = \bigwedge_{d \in D} ||\varphi \implies \psi||^{\langle D, I, g_{[x:=d]} \rangle}$$

- $\phi = \exists x | \varphi : \psi$

$$||\phi||^{\mathcal{M}} = \bigvee_{d \in D} ||\varphi \wedge \psi||^{\langle D, I, g_{[x:=d]} \rangle}$$

# Semántica: el valor de una fórmula en un modelo (2)

## Extensión de $g$

Dada una asignación de variables $g$, una variable $x$ y un objeto $d$ en $D$, se define $g_{[x:=d]}$ como la extensión de $g$, tal que:

- $g_{[x:=d]}(y) = g(y)$ si $x$ diferente de $y$
- $g_{[x:=d]}(x) = d$

$g_{[x:=d]}$ es idéntica a $g$ salvo en el objeto asignado a $x$ que ahora es $d$.

## El valor de una fórmula con cuantificadores

Dado un modelo $\mathcal{M} = \langle D, I, g\rangle$, y una fórmula $\phi$ con conectivo principal un cuantificador, $\|\phi\|^{\mathcal{M}}$ se define así:

- Si $\phi = \forall x|\varphi : \psi$

$$\|\phi\|^{\mathcal{M}} = \bigwedge_{d\in D} \|\varphi \implies \psi\|^{\langle D,I,g_{[x:=d]}\rangle}$$

- $\phi = \exists x|\varphi : \psi$

$$\|\phi\|^{\mathcal{M}} = \bigvee_{d\in D} \|\varphi \wedge \psi\|^{\langle D,I,g_{[x:=d]}\rangle}$$

# Semántica: el valor de una fórmula en un modelo (2)

## Extensión de $g$

Dada una asignación de variables $g$, una variable $x$ y un objeto $d$ en $D$, se define $g_{[x:=d]}$ como la extensión de $g$, tal que:

- $g_{[x:=d]}(y) = g(y)$ si $x$ diferente de $y$
- $g_{[x:=d]}(x) = d$

$g_{[x:=d]}$ es idéntica a $g$ salvo en el objeto asignado a $x$ que ahora es $d$.

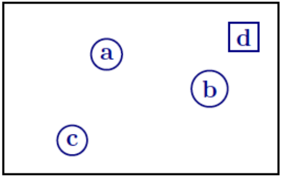
## El valor de una fórmula con cuantificadores

Dado un modelo $\mathcal{M} = \langle D, I, g \rangle$, y una fórmula $\phi$ con conectivo principal un cuantificador, $\|\phi\|^{\mathcal{M}}$ se define así:

- Si $\phi = \forall x | \varphi : \psi$
$$\|\phi\|^{\mathcal{M}} = \bigwedge_{d \in D} \|\varphi \implies \psi\|^{\langle D, I, g_{[x:=d]} \rangle}$$
- $\phi = \exists x | \varphi : \psi$
$$\|\phi\|^{\mathcal{M}} = \bigvee_{d \in D} \|\varphi \wedge \psi\|^{\langle D, I, g_{[x:=d]} \rangle}$$

# Semántica: ejemplo

Considere el siguiente modelo $\mathcal{M} = \langle D, I, g\rangle$,:




$$D := \{ⓐ, ⓑ, ⓒ, \boxed{d}\}$$

$$I(a) := ⓐ \qquad I(U) := \{\boxed{d}\}$$

$$I(b) := ⓑ \qquad I(C) := \{ⓐ, ⓑ, ⓒ\}$$

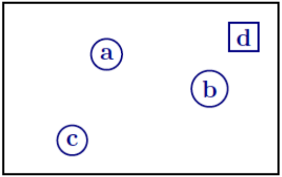
$$I(c) := ⓒ \qquad g(x) := ⓑ$$

$$I(d) := \boxed{d} \qquad g(y) := ⓐ$$

- $\mathcal{M} \models C(a)$? si
- $\mathcal{M} \models U(x)$? no
- $\mathcal{M} \models \exists x | true : U(x)$ ? si

# Semántica: ejemplo

Considere el siguiente modelo $\mathcal{M} = \langle D, I, g \rangle$,:




$D := \{ⓐ, ⓑ, ⓒ, \boxed{d}\}$

$I(a) := ⓐ$ $\qquad I(U) := \{\boxed{d}\}$

$I(b) := ⓑ$ $\qquad I(C) := \{ⓐ, ⓑ, ⓒ\}$

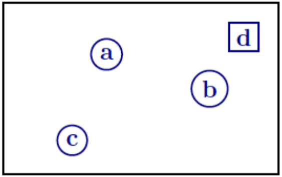
$I(c) := ⓒ$ $\qquad g(x) := ⓑ$

$I(d) := \boxed{d}$ $\qquad g(y) := ⓐ$

- $\mathcal{M} \models C(a)$? si
- $\mathcal{M} \models U(x)$? no
- $\mathcal{M} \models \exists x | true : U(x)$? si

# Semántica: ejemplo

Considere el siguiente modelo $\mathcal{M} = \langle D, I, g \rangle$,:




$D := \{ⓐ, ⓑ, ⓒ, \boxed{\text{d}}\}$

$I(a) := ⓐ \qquad I(U) := \{\boxed{\text{d}}\}$

$I(b) := ⓑ \qquad I(C) := \{ⓐ, ⓑ, ⓒ\}$

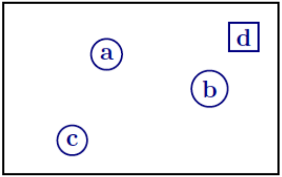
$I(c) := ⓒ \qquad g(x) := ⓑ$

$I(d) := \boxed{\text{d}} \qquad g(y) := ⓐ$

- $\mathcal{M} \models C(a)$? si
- $\mathcal{M} \models U(x)$? no
- $\mathcal{M} \models \exists x | true : U(x)$? si

# Semántica: ejemplo

Considere el siguiente modelo $\mathcal{M} = \langle D, I, g \rangle$,:




$D := \{a, b, c, \boxed{d}\}$

$I(a) := a$ $\quad I(U) := \{\boxed{d}\}$

$I(b) := b$ $\quad I(C) := \{a, b, c\}$

$I(c) := c$ $\quad g(x) := b$

$I(d) := \boxed{d}$ $\quad g(y) := a$

- $\mathcal{M} \models C(a)$? si
- $\mathcal{M} \models U(x)$? no
- $\mathcal{M} \models \exists x | true : U(x)$? si

# Semántica: ejercicio

[Socrative]
Considere las siguientes fórmulas:

- $\phi_1 = \forall x \forall y R(f(x,y), f(y,x))$
- $\phi_2 = \forall x \forall y \forall z R(f(x, f(y,z)), f(f(x,y),z))$
- $\phi_3 = \forall x R(f(x,a), x)$

Sea $\mathcal{M}_1 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

Sea $\mathcal{M}_2 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

- $I(a) = 1$

¿$\mathcal{M}_2 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

Sea $\mathcal{M}_3 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

- $I(a) = 0$

¿$\mathcal{M}_3 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

- Sea $\phi_4 = \forall x R(f(x,x), x)$. Se imagina un modelo para $\phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3 \wedge \phi_4$?

# Semántica: ejercicio

[Socrative]
Considere las siguientes fórmulas:

- $\phi_1 = \forall x \forall y R(f(x,y), f(y,x))$
- $\phi_2 = \forall x \forall y \forall z R(f(x, f(y,z)), f(f(x,y),z))$
- $\phi_3 = \forall x R(f(x,a), x)$

Sea $\mathcal{M}_1 = \langle \mathbb{N}, I, g\rangle$ donde

- Sea $\phi_4 = \forall x R(f(x,x), x)$. Se imagina un modelo para $\phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3 \wedge \phi_4$?

# Semántica: ejercicio

[Socrative]
Considere las siguientes fórmulas:

- $\phi_1 = \forall x \forall y R(f(x,y), f(y,x))$
- $\phi_2 = \forall x \forall y \forall z R(f(x, f(y,z)), f(f(x,y),z))$
- $\phi_3 = \forall x R(f(x,a), x)$

Sea $\mathcal{M}_1 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

- Sea $\phi_4 = \forall x R(f(x,x), x)$. Se imagina un modelo para $\phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3 \wedge \phi_4$?

# Semántica: ejercicio

[Socrative]
Considere las siguientes fórmulas:

- $\phi_1 = \forall x \forall y R(f(x,y), f(y,x))$
- $\phi_2 = \forall x \forall y \forall z R(f(x, f(y,z)), f(f(x,y),z))$
- $\phi_3 = \forall x R(f(x,a), x)$

**Sea $\mathcal{M}_1 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde**

- $I(a) = 0$
- $I(R) = =$
- $I(f) = +$

¿$\mathcal{M}_1 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

- Sea $\phi_4 = \forall x R(f(x,x), x)$. Se imagina un modelo para $\phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3 \wedge \phi_4$?

# Semántica: ejercicio

[Socrative]
Considere las siguientes fórmulas:

- $\phi_1 = \forall x \forall y R(f(x,y), f(y,x))$
- $\phi_2 = \forall x \forall y \forall z R(f(x, f(y,z)), f(f(x,y),z))$
- $\phi_3 = \forall x R(f(x,a), x)$

**Sea $\mathcal{M}_1 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde**

- $I(a) = 0$
- $I(R) ==$
- $I(f) = +$

¿$\mathcal{M}_1 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

**Sea $\mathcal{M}_2 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde**

**Sea $\mathcal{M}_3 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde**

- Sea $\phi_4 = \forall x R(f(x,x), x)$. Se imagina un modelo para $\phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3 \wedge \phi_4$?

# Semántica: ejercicio

[Socrative]

Considere las siguientes fórmulas:

- $\phi_1 = \forall x \forall y R(f(x,y), f(y,x))$
- $\phi_2 = \forall x \forall y \forall z R(f(x, f(y,z)), f(f(x,y),z))$
- $\phi_3 = \forall x R(f(x,a), x)$

**Sea $\mathcal{M}_1 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde**

- $I(a) = 0$
- $I(R) ==$
- $I(f) = +$

¿$\mathcal{M}_1 \models \phi_1 \land \phi_2 \land \phi_3$?

**Sea $\mathcal{M}_2 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde**

**Sea $\mathcal{M}_3 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde**

- Sea $\phi_4 = \forall x R(f(x,x), x)$. Se imagina un modelo para $\phi_1 \land \phi_2 \land \phi_3 \land \phi_4$?

# Semántica: ejercicio

[Socrative]
Considere las siguientes fórmulas:

- $\phi_1 = \forall x \forall y R(f(x,y), f(y,x))$
- $\phi_2 = \forall x \forall y \forall z R(f(x, f(y,z)), f(f(x,y),z))$
- $\phi_3 = \forall x R(f(x,a), x)$

**Sea $\mathcal{M}_1 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde**

- $I(a) = 0$
- $I(R) ==$
- $I(f) = +$

¿$\mathcal{M}_1 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

**Sea $\mathcal{M}_2 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde**

**Sea $\mathcal{M}_3 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde**

- Sea $\phi_4 = \forall x R(f(x,x), x)$. Se imagina un modelo para $\phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3 \wedge \phi_4$?

# Semántica: ejercicio

[Socrative]
Considere las siguientes fórmulas:

- $\phi_1 = \forall x \forall y R(f(x,y), f(y,x))$
- $\phi_2 = \forall x \forall y \forall z R(f(x, f(y,z)), f(f(x,y),z))$
- $\phi_3 = \forall x R(f(x,a), x)$

**Sea $\mathcal{M}_1 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde**

- $I(a) = 0$
- $I(R) = =$
- $I(f) = +$

¿$\mathcal{M}_1 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

**Sea $\mathcal{M}_2 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde**

- $I(a) = 1$
- $I(R) = =$
- $I(f) = *$

¿$\mathcal{M}_2 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

**Sea $\mathcal{M}_3 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde**

- $I(a) = 0$
- $I(R) = =$

¿$\mathcal{M}_3 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

- Sea $\phi_4 = \forall x R(f(x,x), x)$. Se imagina un modelo para $\phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3 \wedge \phi_4$?

# Semántica: ejercicio

[Socrative]
Considere las siguientes fórmulas:

- $\phi_1 = \forall x \forall y R(f(x,y), f(y,x))$
- $\phi_2 = \forall x \forall y \forall z R(f(x, f(y,z)), f(f(x,y),z))$
- $\phi_3 = \forall x R(f(x,a), x)$

**Sea $\mathcal{M}_1 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde**

- $I(a) = 0$
- $I(R) ==$
- $I(f) = +$

¿$\mathcal{M}_1 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

**Sea $\mathcal{M}_2 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde**

- $I(a) = 1$
- $I(R) ==$
- $I(f) = *$

¿$\mathcal{M}_2 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

**Sea $\mathcal{M}_3 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde**

- $I(a) = 0$
- $I(R) ==$
- $I(f) = -$

¿$\mathcal{M}_3 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

- Sea $\phi_4 = \forall x R(f(x,x), x)$. Se imagina un modelo para $\phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3 \wedge \phi_4$?

# Semántica: ejercicio

[Socrative]

Considere las siguientes fórmulas:

- $\phi_1 = \forall x \forall y R(f(x,y), f(y,x))$
- $\phi_2 = \forall x \forall y \forall z R(f(x, f(y,z)), f(f(x,y),z))$
- $\phi_3 = \forall x R(f(x,a), x)$

**Sea $\mathcal{M}_1 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde**

- $I(a) = 0$
- $I(R) ==$
- $I(f) = +$

¿$\mathcal{M}_1 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

**Sea $\mathcal{M}_2 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde**

- $I(a) = 1$
- $I(R) ==$
- $I(f) = *$

¿$\mathcal{M}_2 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

**Sea $\mathcal{M}_3 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde**

- $I(a) = 0$
- $I(R) ==$
- $I(f) = -$

¿$\mathcal{M}_3 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

- Sea $\phi_4 = \forall x R(f(x,x), x)$. Se imagina un modelo para $\phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3 \wedge \phi_4$?

# Semántica: ejercicio

[Socrative]
Considere las siguientes fórmulas:

- $\phi_1 = \forall x \forall y R(f(x,y), f(y,x))$
- $\phi_2 = \forall x \forall y \forall z R(f(x, f(y,z)), f(f(x,y),z))$
- $\phi_3 = \forall x R(f(x,a), x)$

**Sea $\mathcal{M}_1 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde**

- $I(a) = 0$
- $I(R) = =\!=$
- $I(f) = +$

¿$\mathcal{M}_1 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

**Sea $\mathcal{M}_2 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde**

- $I(a) = 1$
- $I(R) = =\!=$
- $I(f) = *$

¿$\mathcal{M}_2 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

**Sea $\mathcal{M}_3 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde**

- Sea $\phi_4 = \forall x R(f(x,x), x)$. Se imagina un modelo para $\phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3 \wedge \phi_4$?

# Semántica: ejercicio

[Socrative]
Considere las siguientes fórmulas:

- $\phi_1 = \forall x \forall y R(f(x,y), f(y,x))$
- $\phi_2 = \forall x \forall y \forall z R(f(x, f(y,z)), f(f(x,y),z))$
- $\phi_3 = \forall x R(f(x,a), x)$

**Sea $\mathcal{M}_1 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde**

- $I(a) = 0$
- $I(R) ==$
- $I(f) = +$

¿$\mathcal{M}_1 \models \phi_1 \land \phi_2 \land \phi_3$?

**Sea $\mathcal{M}_2 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde**

- $I(a) = 1$
- $I(R) ==$
- $I(f) = *$

¿$\mathcal{M}_2 \models \phi_1 \land \phi_2 \land \phi_3$?

**Sea $\mathcal{M}_3 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde**

- Sea $\phi_4 = \forall x R(f(x,x), x)$. Se imagina un modelo para $\phi_1 \land \phi_2 \land \phi_3 \land \phi_4$?

# Semántica: ejercicio

[Socrative]

Considere las siguientes fórmulas:

- $\phi_1 = \forall x \forall y R(f(x,y), f(y,x))$
- $\phi_2 = \forall x \forall y \forall z R(f(x, f(y,z)), f(f(x,y),z))$
- $\phi_3 = \forall x R(f(x,a), x)$

**Sea $\mathcal{M}_1 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde**

- $I(a) = 0$
- $I(R) ==$
- $I(f) = +$

¿$\mathcal{M}_1 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

**Sea $\mathcal{M}_2 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde**

- $I(a) = 1$
- $I(R) ==$
- $I(f) = *$

¿$\mathcal{M}_2 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

**Sea $\mathcal{M}_3 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde**

- $I(a) = 0$
- $I(R) ==$
- $I(f) = -$

¿$\mathcal{M}_3 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

- Sea $\phi_4 = \forall x R(f(x,x), x)$. Se imagina un modelo para $\phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3 \wedge \phi_4$?

# Semántica: ejercicio

[Socrative]
Considere las siguientes fórmulas:

- $\phi_1 = \forall x \forall y R(f(x,y), f(y,x))$
- $\phi_2 = \forall x \forall y \forall z R(f(x, f(y,z)), f(f(x,y),z))$
- $\phi_3 = \forall x R(f(x,a), x)$

**Sea $\mathcal{M}_1 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde**

- $I(a) = 0$
- $I(R) = =$
- $I(f) = +$

¿$\mathcal{M}_1 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

**Sea $\mathcal{M}_2 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde**

- $I(a) = 1$
- $I(R) = =$
- $I(f) = *$

¿$\mathcal{M}_2 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

**Sea $\mathcal{M}_3 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde**

- $I(a) = 0$
- $I(R) = =$
- $I(f) = -$

¿$\mathcal{M}_3 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

- Sea $\phi_4 = \forall x R(f(x,x), x)$. Se imagina un modelo para $\phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3 \wedge \phi_4$?

# Semántica: ejercicio

[Socrative]
Considere las siguientes fórmulas:

- $\phi_1 = \forall x \forall y R(f(x,y), f(y,x))$
- $\phi_2 = \forall x \forall y \forall z R(f(x, f(y,z)), f(f(x,y),z))$
- $\phi_3 = \forall x R(f(x,a), x)$

**Sea $\mathcal{M}_1 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde**

- $I(a) = 0$
- $I(R) = =$
- $I(f) = +$

¿$\mathcal{M}_1 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

**Sea $\mathcal{M}_2 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde**

- $I(a) = 1$
- $I(R) = =$
- $I(f) = *$

¿$\mathcal{M}_2 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

**Sea $\mathcal{M}_3 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde**

- $I(a) = 0$
- $I(R) = =$
- $I(f) = -$

¿$\mathcal{M}_3 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

- Sea $\phi_4 = \forall x R(f(x,x), x)$. Se imagina un modelo para $\phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3 \wedge \phi_4$?

# Semántica: ejercicio

[Socrative]
Considere las siguientes fórmulas:

- $\phi_1 = \forall x \forall y R(f(x,y), f(y,x))$
- $\phi_2 = \forall x \forall y \forall z R(f(x, f(y,z)), f(f(x,y),z))$
- $\phi_3 = \forall x R(f(x,a), x)$

**Sea $\mathcal{M}_1 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde**

- $I(a) = 0$
- $I(R) ==$
- $I(f) = +$

¿$\mathcal{M}_1 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

**Sea $\mathcal{M}_2 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde**

- $I(a) = 1$
- $I(R) ==$
- $I(f) = *$

¿$\mathcal{M}_2 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

**Sea $\mathcal{M}_3 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde**

- $I(a) = 0$
- $I(R) ==$
- $I(f) = -$

¿$\mathcal{M}_3 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

- Sea $\phi_4 = \forall x R(f(x,x), x)$. Se imagina un modelo para $\phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3 \wedge \phi_4$?

# Semántica: ejercicio

[Socrative]
Considere las siguientes fórmulas:

- $\phi_1 = \forall x \forall y R(f(x,y), f(y,x))$
- $\phi_2 = \forall x \forall y \forall z R(f(x, f(y,z)), f(f(x,y),z))$
- $\phi_3 = \forall x R(f(x,a), x)$

**Sea $\mathcal{M}_1 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde**

- $I(a) = 0$
- $I(R) ==$
- $I(f) = +$

¿$\mathcal{M}_1 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

**Sea $\mathcal{M}_2 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde**

- $I(a) = 1$
- $I(R) ==$
- $I(f) = *$

¿$\mathcal{M}_2 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

**Sea $\mathcal{M}_3 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde**

- $I(a) = 0$
- $I(R) ==$
- $I(f) = -$

¿$\mathcal{M}_3 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

- Sea $\phi_4 = \forall x R(f(x,x), x)$. Se imagina un modelo para $\phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3 \wedge \phi_4$?

# Semántica: ejercicio

[Socrative]
Considere las siguientes fórmulas:

- $\phi_1 = \forall x \forall y R(f(x,y), f(y,x))$
- $\phi_2 = \forall x \forall y \forall z R(f(x, f(y,z)), f(f(x,y),z))$
- $\phi_3 = \forall x R(f(x,a), x)$

**Sea $\mathcal{M}_1 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde**

- $I(a) = 0$
- $I(R) ==$
- $I(f) = +$

¿$\mathcal{M}_1 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

**Sea $\mathcal{M}_2 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde**

- $I(a) = 1$
- $I(R) ==$
- $I(f) = *$

¿$\mathcal{M}_2 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

**Sea $\mathcal{M}_3 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde**

- $I(a) = 0$
- $I(R) ==$
- $I(f) = -$

¿$\mathcal{M}_3 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

- Sea $\phi_4 = \forall x R(f(x,x), x)$. Se imagina un modelo para $\phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3 \wedge \phi_4$?

# Semántica: ejercicio

[Socrative]
Considere las siguientes fórmulas:

- $\phi_1 = \forall x \forall y R(f(x,y), f(y,x))$
- $\phi_2 = \forall x \forall y \forall z R(f(x, f(y,z)), f(f(x,y),z))$
- $\phi_3 = \forall x R(f(x,a), x)$

Sea $\mathcal{M}_1 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

- $I(a) = 0$
- $I(R) ==$
- $I(f) = +$

¿$\mathcal{M}_1 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

Sea $\mathcal{M}_2 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

- $I(a) = 1$
- $I(R) ==$
- $I(f) = *$

¿$\mathcal{M}_2 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

Sea $\mathcal{M}_3 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

- $I(a) = 0$
- $I(R) ==$
- $I(f) = -$

¿$\mathcal{M}_3 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

- Sea $\phi_4 = \forall x R(f(x,x), x)$. Se imagina un modelo para $\phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3 \wedge \phi_4$?

# Semántica: equivalencias intuitivas

Recordemos que una fórmula $\phi$ es válida si todo modelo $\mathcal{M}$ satisface $\phi$.
Al igual que en la lógica proposicional, ¿podemos saber el número de modelos posibles? ¿Es finito? ¿Podemos generarlos automáticamente?

## ¿Cuales fórmulas son tautologías?

- $\forall x|\psi : \phi \equiv \forall x|\mathit{true}(\psi \implies \phi)$
- $\exists x|\psi : \phi \equiv \exists x|\mathit{true}(\psi \wedge \phi)$
- $\neg\forall x|\psi : \phi \equiv \exists x|\psi : \neg\phi$
- $\neg\exists x|\psi : \phi \equiv \forall x|\psi : \neg\phi$
- $\forall x|\psi : \phi \equiv \neg\exists x|\psi : \neg\phi$
- $\exists x|\psi : \phi \equiv \neg\forall x|\psi : \neg\phi$
- $\neg\forall x|\psi : \phi \equiv \exists x|\psi : \neg\phi$
- $\forall x|\psi : (\phi \wedge \varphi) \equiv (\forall x|\psi : \phi \wedge \forall x|\psi : \varphi)$
- $\exists x|\psi : (\phi \vee \varphi) \equiv (\exists x|\psi : \phi \vee \exists x|\psi : \varphi)$

# Semántica: equivalencias intuitivas

Recordemos que una fórmula $\phi$ es válida si todo modelo $\mathcal{M}$ satisface $\phi$.
Al igual que en la lógica proposicional, ¿podemos saber el número de modelos posibles? ¿Es finito? ¿Podemos generarlos automáticamente?

## ¿Cuales fórmulas son tautologías?

- $\forall x|\psi : \phi \equiv \forall x|true(\psi \implies \phi)$
- $\exists x|\psi : \phi \equiv \exists x|true(\psi \wedge \phi)$
- $\neg\forall x|\psi : \phi \equiv \exists x|\psi : \neg\phi$
- $\neg\exists x|\psi : \phi \equiv \forall x|\psi : \neg\phi$
- $\forall x|\psi : \phi \equiv \neg\exists x|\psi : \neg\phi$
- $\exists x|\psi : \phi \equiv \neg\forall x|\psi : \neg\phi$
- $\neg\forall x|\psi : \phi \equiv \exists x|\psi : \neg\phi$
- $\forall x|\psi : (\phi \wedge \varphi) \equiv (\forall x|\psi : \phi \wedge \forall x|\psi : \varphi)$
- $\exists x|\psi : (\phi \vee \varphi) \equiv (\exists x|\psi : \phi \vee \exists x|\psi : \varphi)$

# Semántica: equivalencias intuitivas

Recordemos que una fórmula $\phi$ es válida si todo modelo $\mathcal{M}$ satisface $\phi$.

Al igual que en la lógica proposicional, ¿podemos saber el número de modelos posibles? ¿Es finito? ¿Podemos generarlos automáticamente?

## ¿Cuales fórmulas son tautologías?

- $\forall x|\psi : \phi \equiv \forall x|true(\psi \implies \phi)$
- $\exists x|\psi : \phi \equiv \exists x|true(\psi \wedge \phi)$
- $\neg\forall x|\psi : \phi \equiv \exists x|\psi : \neg\phi$
- $\neg\exists x|\psi : \phi \equiv \forall x|\psi : \neg\phi$
- $\forall x|\psi : \phi \equiv \neg\exists x|\psi : \neg\phi$
- $\exists x|\psi : \phi \equiv \neg\forall x|\psi : \neg\phi$
- $\neg\forall x|\psi : \phi \equiv \exists x|\psi : \neg\phi$
- $\forall x|\psi : (\phi \wedge \varphi) \equiv (\forall x|\psi : \phi \wedge \forall x|\psi : \varphi)$
- $\exists x|\psi : (\phi \vee \varphi) \equiv (\exists x|\psi : \phi \vee \exists x|\psi : \varphi)$

# Semántica: equivalencias intuitivas

Recordemos que una fórmula $\phi$ es válida si todo modelo $\mathcal{M}$ satisface $\phi$.
Al igual que en la lógica proposicional, ¿podemos saber el número de modelos posibles? ¿Es finito? ¿Podemos generarlos automáticamente?

## ¿Cuales fórmulas son tautologías?

- $\forall x|\psi : \phi \equiv \forall x|\mathit{true}(\psi \implies \phi)$
- $\exists x|\psi : \phi \equiv \exists x|\mathit{true}(\psi \wedge \phi)$
- $\neg\forall x|\psi : \phi \equiv \exists x|\psi : \neg\phi$
- $\neg\exists x|\psi : \phi \equiv \forall x|\psi : \neg\phi$
- $\forall x|\psi : \phi \equiv \neg\exists x|\psi : \neg\phi$
- $\exists x|\psi : \phi \equiv \neg\forall x|\psi : \neg\phi$
- $\neg\forall x|\psi : \phi \equiv \exists x|\psi : \neg\phi$
- $\forall x|\psi : (\phi \wedge \varphi) \equiv (\forall x|\psi : \phi \wedge \forall x|\psi : \varphi)$
- $\exists x|\psi : (\phi \vee \varphi) \equiv (\exists x|\psi : \phi \vee \exists x|\psi : \varphi)$

# Semántica: equivalencias intuitivas

Recordemos que una fórmula $\phi$ es válida si todo modelo $\mathcal{M}$ satisface $\phi$.

Al igual que en la lógica proposicional, ¿podemos saber el número de modelos posibles? ¿Es finito? ¿Podemos generarlos automáticamente?

## ¿Cuales fórmulas son tautologías?

- $\forall x|\psi : \phi \equiv \forall x|\mathit{true}(\psi \implies \phi)$
- $\exists x|\psi : \phi \equiv \exists x|\mathit{true}(\psi \wedge \phi)$
- $\neg\forall x|\psi : \phi \equiv \exists x|\psi : \neg\phi$
- $\neg\exists x|\psi : \phi \equiv \forall x|\psi : \neg\phi$
- $\forall x|\psi : \phi \equiv \neg\exists x|\psi : \neg\phi$
- $\exists x|\psi : \phi \equiv \neg\forall x|\psi : \neg\phi$
- $\neg\forall x|\psi : \phi \equiv \exists x|\psi : \neg\phi$
- $\forall x|\psi : (\phi \wedge \varphi) \equiv (\forall x|\psi : \phi \wedge \forall x|\psi : \varphi)$
- $\exists x|\psi : (\phi \vee \varphi) \equiv (\exists x|\psi : \phi \vee \exists x|\psi : \varphi)$

# Semántica: equivalencias intuitivas

Recordemos que una fórmula $\phi$ es válida si todo modelo $\mathcal{M}$ satisface $\phi$.
Al igual que en la lógica proposicional, ¿podemos saber el número de modelos posibles? ¿Es finito? ¿Podemos generarlos automáticamente?

## ¿Cuales fórmulas son tautologías?

- $\forall x|\psi : \phi \equiv \forall x|\mathit{true}(\psi \implies \phi)$
- $\exists x|\psi : \phi \equiv \exists x|\mathit{true}(\psi \wedge \phi)$
- $\neg\forall x|\psi : \phi \equiv \exists x|\psi : \neg\phi$
- $\neg\exists x|\psi : \phi \equiv \forall x|\psi : \neg\phi$
- $\forall x|\psi : \phi \equiv \neg\exists x|\psi : \neg\phi$
- $\exists x|\psi : \phi \equiv \neg\forall x|\psi : \neg\phi$
- $\neg\forall x|\psi : \phi \equiv \exists x|\psi : \neg\phi$
- $\forall x|\psi : (\phi \wedge \varphi) \equiv (\forall x|\psi : \phi \wedge \forall x|\psi : \varphi)$
- $\exists x|\psi : (\phi \vee \varphi) \equiv (\exists x|\psi : \phi \vee \exists x|\psi : \varphi)$

# Semántica: equivalencias intuitivas

Recordemos que una fórmula $\phi$ es válida si todo modelo $\mathcal{M}$ satisface $\phi$.
Al igual que en la lógica proposicional, ¿podemos saber el número de modelos posibles? ¿Es finito? ¿Podemos generarlos automáticamente?

## ¿Cuales fórmulas son tautologías?

- $\forall x|\psi : \phi \equiv \forall x|true(\psi \implies \phi)$
- $\exists x|\psi : \phi \equiv \exists x|true(\psi \wedge \phi)$
- $\neg\forall x|\psi : \phi \equiv \exists x|\psi : \neg\phi$
- $\neg\exists x|\psi : \phi \equiv \forall x|\psi : \neg\phi$
- $\forall x|\psi : \phi \equiv \neg\exists x|\psi : \neg\phi$
- $\exists x|\psi : \phi \equiv \neg\forall x|\psi : \neg\phi$
- $\neg\forall x|\psi : \phi \equiv \exists x|\psi : \neg\phi$
- $\forall x|\psi : (\phi \wedge \varphi) \equiv (\forall x|\psi : \phi \wedge \forall x|\psi : \varphi)$
- $\exists x|\psi : (\phi \vee \varphi) \equiv (\exists x|\psi : \phi \vee \exists x|\psi : \varphi)$

# Semántica: equivalencias intuitivas

Recordemos que una fórmula $\phi$ es válida si todo modelo $\mathcal{M}$ satisface $\phi$.
Al igual que en la lógica proposicional, ¿podemos saber el número de modelos posibles? ¿Es finito? ¿Podemos generarlos automáticamente?

## ¿Cuales fórmulas son tautologías?

- $\forall x|\psi : \phi \equiv \forall x|\mathbf{true}(\psi \implies \phi)$
- $\exists x|\psi : \phi \equiv \exists x|\mathbf{true}(\psi \wedge \phi)$
- $\neg\forall x|\psi : \phi \equiv \exists x|\psi : \neg\phi$
- $\neg\exists x|\psi : \phi \equiv \forall x|\psi : \neg\phi$
- $\forall x|\psi : \phi \equiv \neg\exists x|\psi : \neg\phi$
- $\exists x|\psi : \phi \equiv \neg\forall x|\psi : \neg\phi$
- $\neg\forall x|\psi : \phi \equiv \exists x|\psi : \neg\phi$
- $\forall x|\psi : (\phi \wedge \varphi) \equiv (\forall x|\psi : \phi \wedge \forall x|\psi : \varphi)$
- $\exists x|\psi : (\phi \vee \varphi) \equiv (\exists x|\psi : \phi \vee \exists x|\psi : \varphi)$

# Semántica: equivalencias intuitivas

Recordemos que una fórmula $\phi$ es válida si todo modelo $\mathcal{M}$ satisface $\phi$.
Al igual que en la lógica proposicional, ¿podemos saber el número de modelos posibles? ¿Es finito? ¿Podemos generarlos automáticamente?

## ¿Cuales fórmulas son tautologías?

- $\forall x|\psi : \phi \equiv \forall x|true(\psi \implies \phi)$
- $\exists x|\psi : \phi \equiv \exists x|true(\psi \wedge \phi)$
- $\neg\forall x|\psi : \phi \equiv \exists x|\psi : \neg\phi$
- $\neg\exists x|\psi : \phi \equiv \forall x|\psi : \neg\phi$
- $\forall x|\psi : \phi \equiv \neg\exists x|\psi : \neg\phi$
- $\exists x|\psi : \phi \equiv \neg\forall x|\psi : \neg\phi$
- $\neg\forall x|\psi : \phi \equiv \exists x|\psi : \neg\phi$
- $\forall x|\psi : (\phi \wedge \varphi) \equiv (\forall x|\psi : \phi \wedge \forall x|\psi : \varphi)$
- $\exists x|\psi : (\phi \vee \varphi) \equiv (\exists x|\psi : \phi \vee \exists x|\psi : \varphi)$

# Semántica: equivalencias intuitivas

Recordemos que una fórmula $\phi$ es válida si todo modelo $\mathcal{M}$ satisface $\phi$.
Al igual que en la lógica proposicional, ¿podemos saber el número de modelos posibles? ¿Es finito? ¿Podemos generarlos automáticamente?

## ¿Cuales fórmulas son tautologías?

- $\forall x|\psi : \phi \equiv \forall x|\mathit{true}(\psi \implies \phi)$
- $\exists x|\psi : \phi \equiv \exists x|\mathit{true}(\psi \wedge \phi)$
- $\neg\forall x|\psi : \phi \equiv \exists x|\psi : \neg\phi$
- $\neg\exists x|\psi : \phi \equiv \forall x|\psi : \neg\phi$
- $\forall x|\psi : \phi \equiv \neg\exists x|\psi : \neg\phi$
- $\exists x|\psi : \phi \equiv \neg\forall x|\psi : \neg\phi$
- $\neg\forall x|\psi : \phi \equiv \exists x|\psi : \neg\phi$
- $\forall x|\psi : (\phi \wedge \varphi) \equiv (\forall x|\psi : \phi \wedge \forall x|\psi : \varphi)$
- $\exists x|\psi : (\phi \vee \varphi) \equiv (\exists x|\psi : \phi \vee \exists x|\psi : \varphi)$