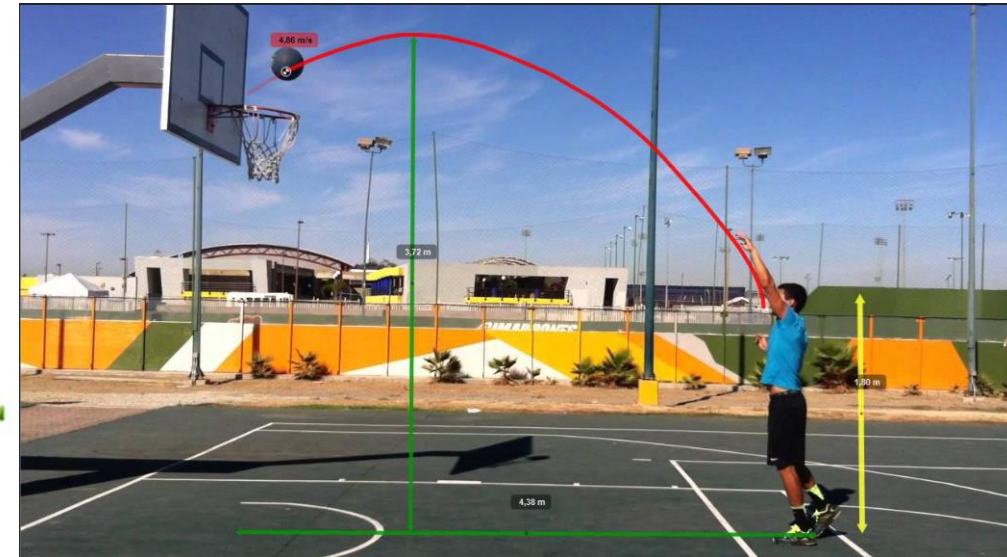
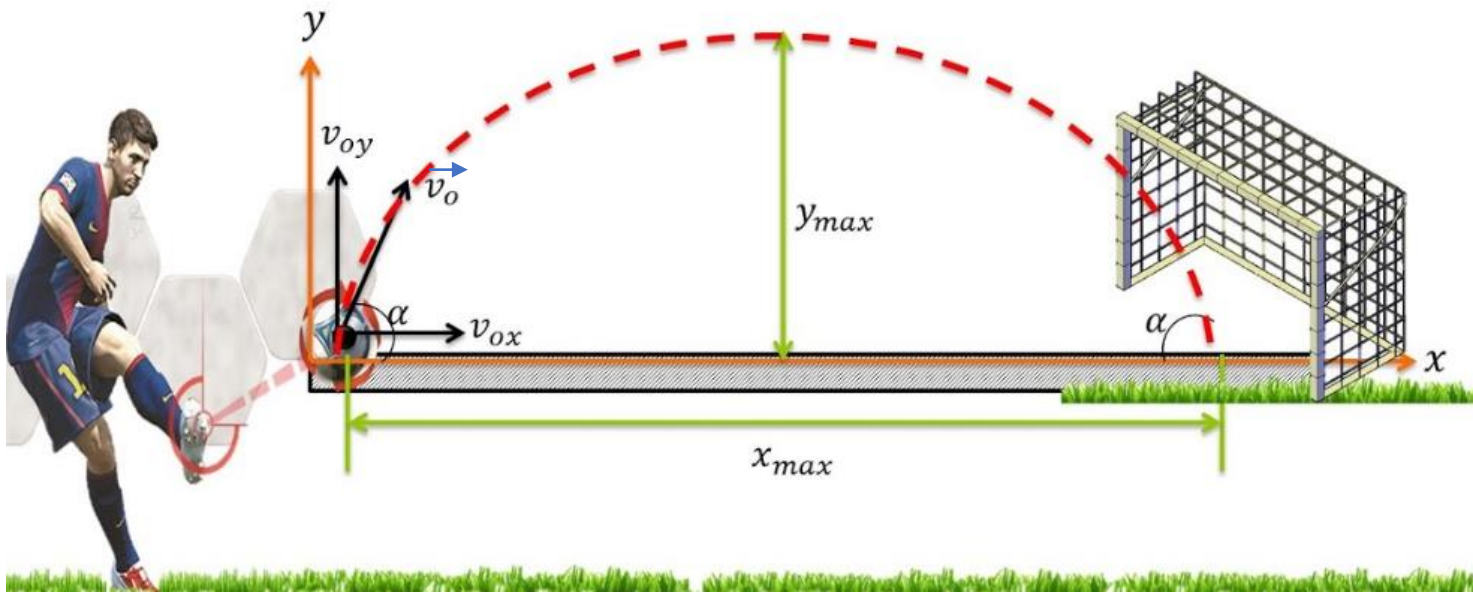


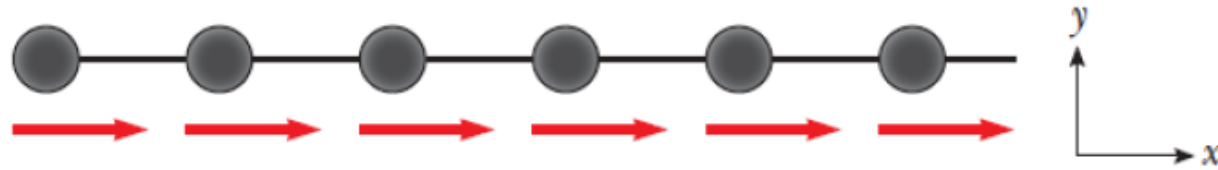
FISICA 1

Marisela Benitez Barahona

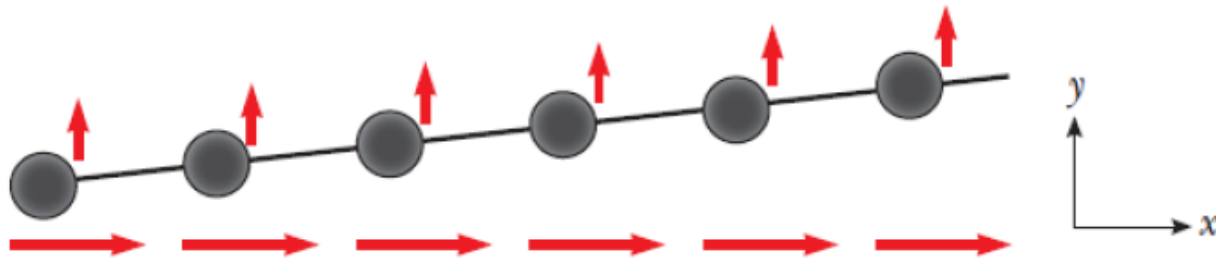
*Departamento de Física
Facultad de Ciencias Naturales y Exactas
Universidad del valle*



Movimiento en tres y dos dimensiones



MOVIMIENTO EN UNA DIMENSIÓN

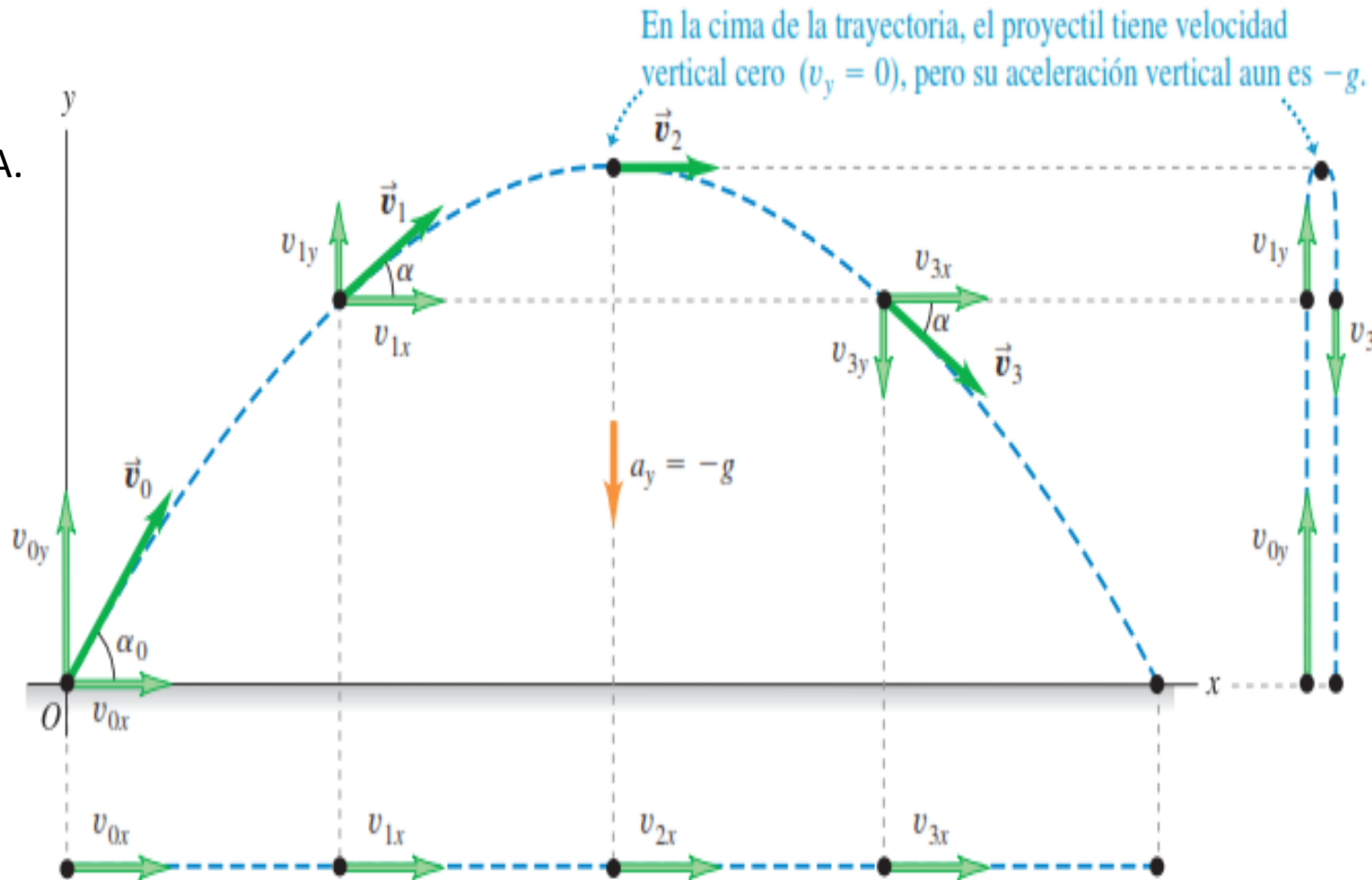


MOVIMIENTO EN DOS DIMENSIONES

El movimiento en dos dimensiones se puede representar como dos movimientos *independientes* en cada una de las dos direcciones perpendiculares asociadas con los ejes x y y .

Movimiento de proyectiles

M.R.U.A.



En la cima de la trayectoria, el proyectil tiene velocidad vertical cero ($v_y = 0$), pero su aceleración vertical aun es $-g$.

Verticalmente, el proyectil muestra movimiento de aceleración constante en respuesta al tirón gravitacional de la Tierra. Así, su velocidad vertical *cambia* en cantidades iguales durante intervalos de tiempo iguales.

M.R.U.

Horizontalmente, el proyectil muestra movimiento de velocidad constante: su aceleración horizontal es cero, por lo que se mueve a distancias x iguales en intervalos de tiempo iguales.

Ecuaciones

El movimiento se describe en dos direcciones $\vec{r} = r_x \hat{i} + r_y \hat{j} \longrightarrow \vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j}$ $|\vec{r}| = \sqrt{r_x^2 + r_y^2}$

$$x = x_0 + v_{0x}t = x_0 + |v_0|\cos\alpha_0 t \quad \wedge \quad y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = y_0 + |v_0|\sin\alpha_0 t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} = |v_0|\cos\alpha_0 \quad \wedge \quad v_y = \frac{dy}{dt} = |v_0|\sin\alpha_0 - gt \quad \vec{v} = v_x \hat{i} + v_y \hat{j}$$

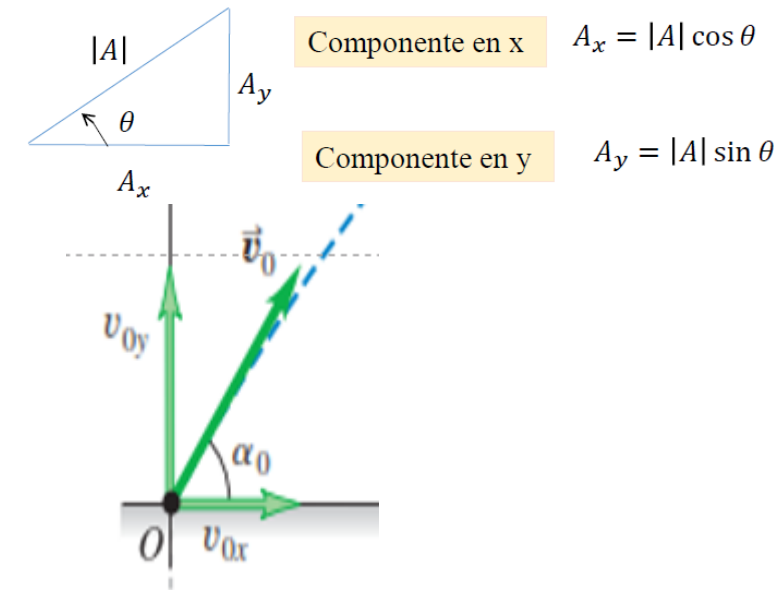
$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = 0 \quad \wedge \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2} = -g \quad \vec{a} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j}$$

$$x = (v_0 \cos \alpha_0)t \quad (\text{movimiento de proyectil})$$

$$y = (v_0 \sin \alpha_0)t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (\text{movimiento de proyectil})$$

$$v_x = v_0 \cos \alpha_0 \quad (\text{movimiento de proyectil})$$

$$v_y = v_0 \sin \alpha_0 - gt \quad (\text{movimiento de proyectil})$$



ALTURA MÁXIMA Y ALCANCE MÁXIMO

Se puede determinar h al notar que, en el máximo, $v_y = 0$.

TIEMPO DE SUBIDA

$$\begin{cases} v_y = v_i \sin \theta - gt \\ gt = v_i \sin \theta \end{cases}$$

$$t_s = \frac{v_i \sin \theta}{g}$$

ALTURA MÁXIMA

$$\begin{cases} y - y_i = v_i \sin \theta t - \frac{1}{2} g t^2 \\ h = v_i \sin \theta \left(\frac{v_i \sin \theta}{g} \right) - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_i \sin \theta}{g} \right)^2 \end{cases}$$

$$h = \frac{v_i^2 \sin^2 \theta}{2g}$$

$$\text{Sen } 2\theta = 2\cos\theta\text{sen}\theta$$

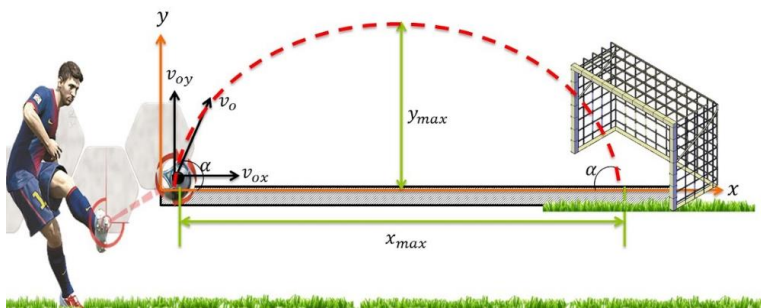
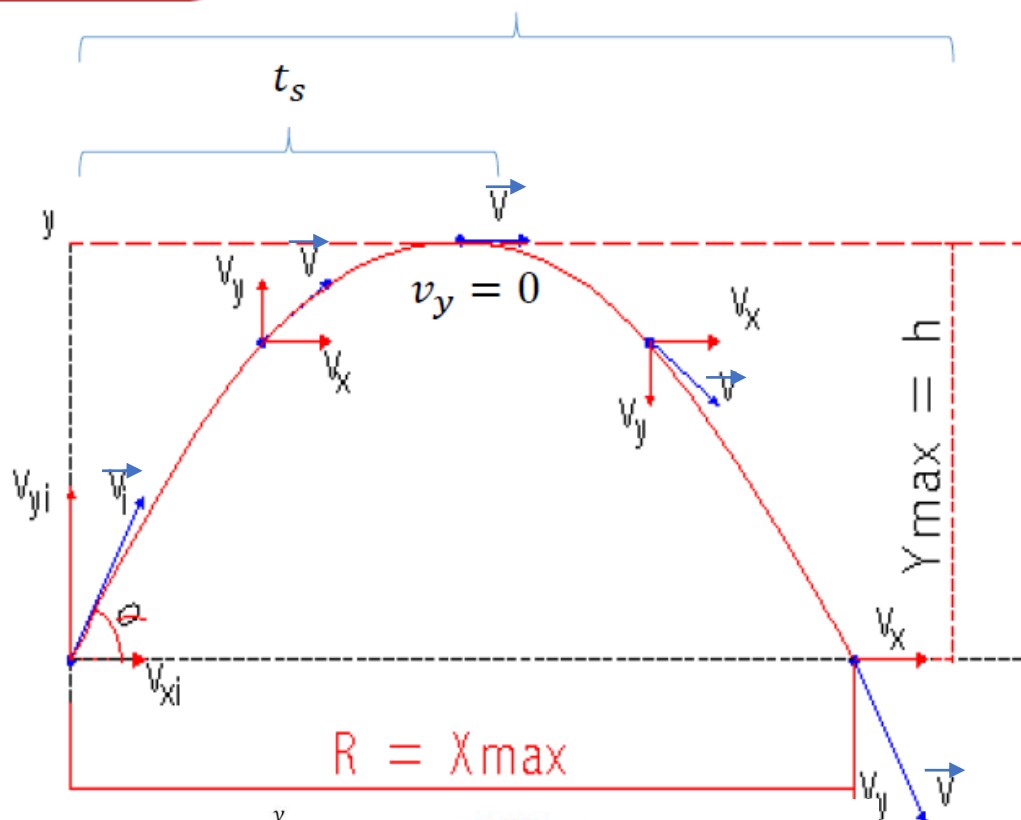
TIEMPO DE VUELO

$$t_T = \frac{2v_i \sin \theta}{g}$$

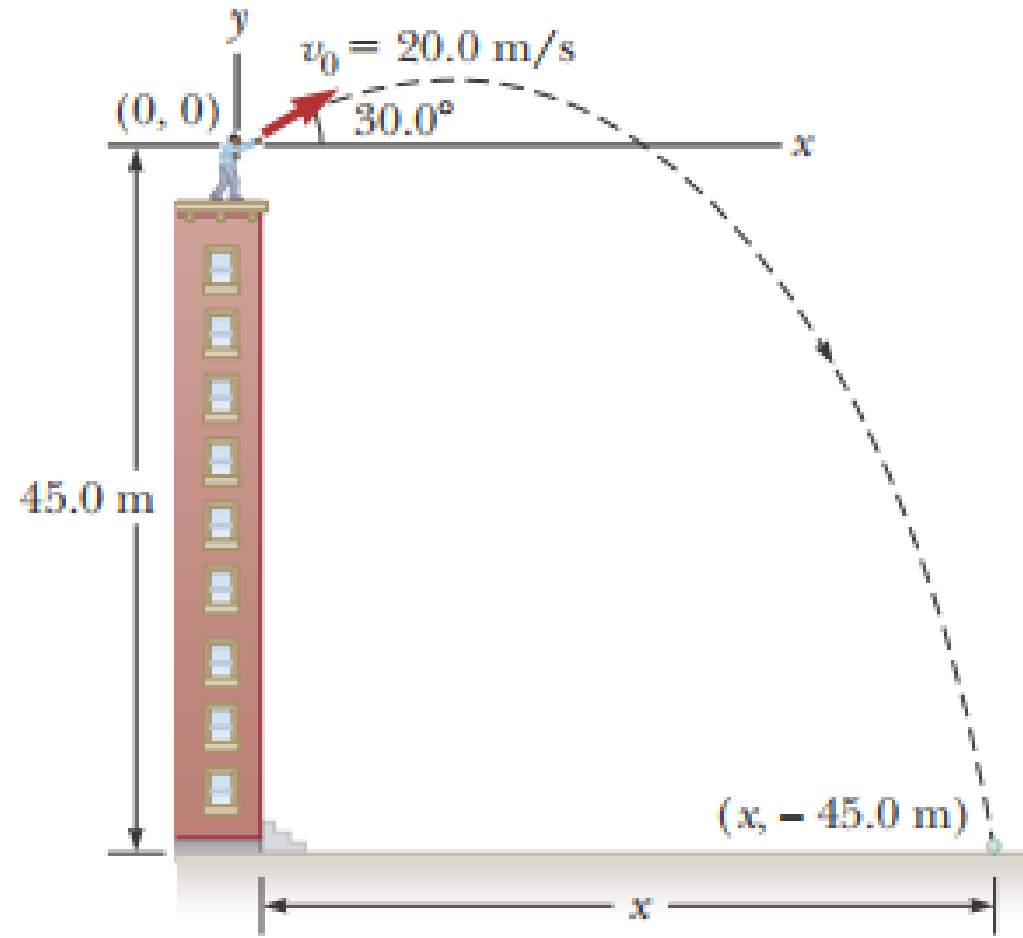
ALCANCE MÁXIMO

$$x - x_i = v_i \cos \theta \left(\frac{2v_i \sin \theta}{g} \right)$$

$$R = \frac{v_i^2 \sin 2\theta}{g}$$

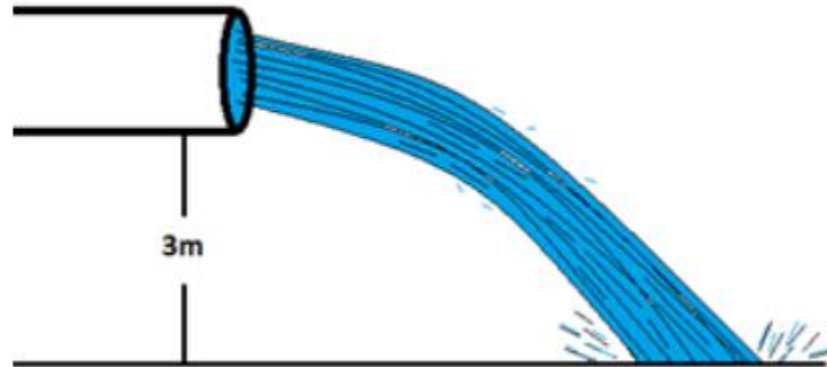


PROBLEMA Una pelota se lanza hacia arriba desde el techo de un edificio con un ángulo de 30.0° por encima de la horizontal y con una rapidez inicial de 20.0 m/s , como en la figura 3.21. El punto de lanzamiento es 45.0 m arriba del suelo. a) ¿Cuánto tiempo toma a la pelota golpear el suelo? b) Encuentre la rapidez de la pelota en el instante del impacto. c) Determine el alcance horizontal de la pelota. Ignore la resistencia del aire.



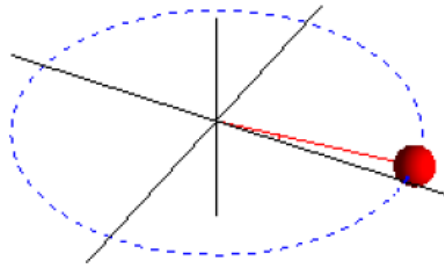
MOVIMIENTO SEMIPARABÓLICO

Un tubo se encuentra a 3m de altura del suelo e impulsa agua a una velocidad “ \vec{V}_0 ” determinada, se sabe que el agua cae a una distancia horizontal de 6m desde el extremo del tubo, según el gráfico dado. *¿Cuál es el valor de la velocidad inicial?, ¿cuál es la velocidad con la que impacta el agua en el piso?, si se duplica la velocidad con la se expulsa el agua. ¿Qué ocurre con el alcance máximo?*



Movimiento circular uniforme

Es el movimiento que realiza un objeto describiendo una trayectoria circular con rapidez tangencial constante



MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME

MOVIMIENTO CIRCULAR CON ACCELERACIÓN ANGULAR CONSTANTE

MOVIMIENTO RECTILÍNEO

Desplazamiento $\Delta \vec{x}$	m
Velocidad promedio \bar{v}	m/s
Velocidad instantánea \vec{v}	m/s
Aceleración promedio \bar{a}	m/s^2
Aceleración instantánea \vec{a}	m/s^2

MOVIMIENTO CIRCULAR

Desplazamiento angular $\Delta \theta$	rad
Velocidad promedio $\bar{\omega}$	rad/s
Velocidad instantánea $\vec{\omega}$	rad/s
Aceleración promedio $\bar{\alpha}$	rad/s^2
Aceleración instantánea $\vec{\alpha}$	rad/s^2

MOVIMIENTO RECTILÍNEO

VELOCIDAD CONSTANTE

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{v}_f = \vec{v}_i \\ \vec{x} = \vec{x}_o + \vec{v}t \\ \vec{a} = 0 \end{array} \right.$$

ACELERACIÓN CONSTANTE

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{v}_f = \vec{v}_i + \vec{a}t \\ \vec{x}_f - \vec{x}_i = \frac{1}{2}(\vec{v}_i + \vec{v}_f)t \\ \vec{x}_f - \vec{x}_i = \vec{v}_i t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2 \\ \vec{v}_f^2 = \vec{v}_i^2 + 2\vec{a}(\vec{x}_f - \vec{x}_i) \end{array} \right.$$

MOVIMIENTO CIRCULAR

VELOCIDAD ANGULAR CONSTANTE

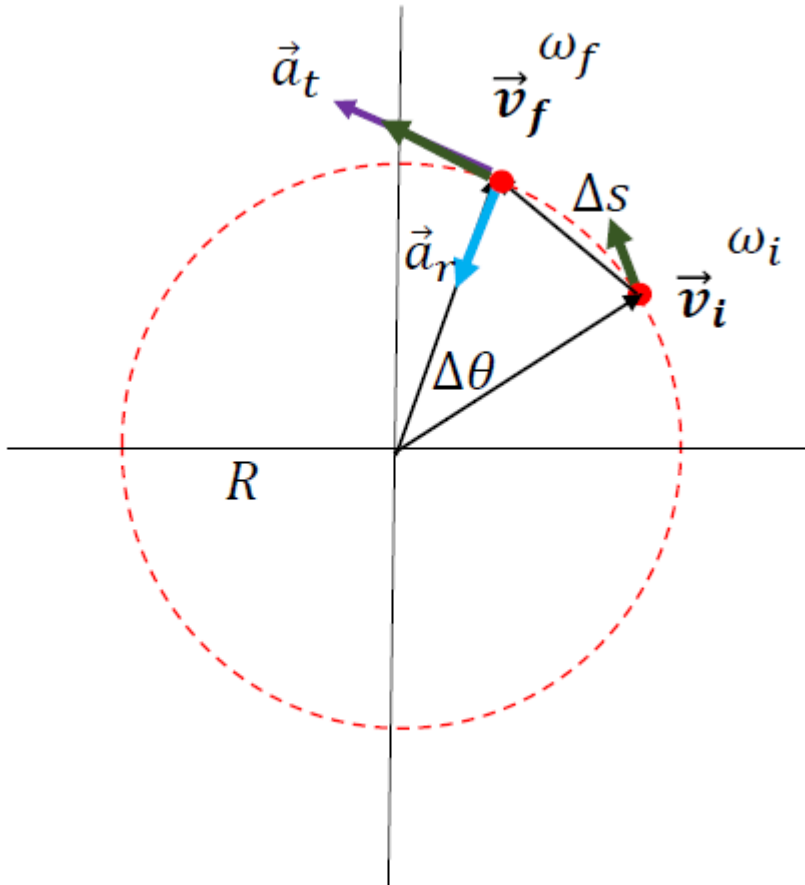
$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{\omega}_f = \vec{\omega}_i \\ \theta = \theta_o + \omega t \\ \vec{\alpha} = 0 \end{array} \right.$$

ACELERACIÓN ANGULAR CONSTANTE

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{\omega}_f = \vec{\omega}_i + \vec{\alpha}t \\ \theta_f - \theta_i = \frac{1}{2}(\vec{\omega}_i + \omega_f)t \\ \theta_f - \theta_i = \vec{\omega}_i t + \frac{1}{2}\vec{\alpha}t^2 \\ \vec{\omega}_f^2 = \vec{\omega}_i^2 + 2\vec{\alpha}(\theta_f - \theta_i) \end{array} \right.$$

Relación entre las variables angulares y lineales

Para toda partícula que gira describiendo una trayectoria circular, existe una relación entre las magnitudes angulares con las correspondientes lineales.



Desplazamiento lineal (longitud del arco) y desplazamiento angular:

$$\vec{s} = r\theta$$

Velocidad lineal y velocidad angular:

$$\vec{v} = \frac{ds}{dt} = \frac{d(r\theta)}{dt} = r \frac{d\theta}{dt}$$

$$\vec{v} = r\omega$$

Aceleración tangencial y aceleración angular:

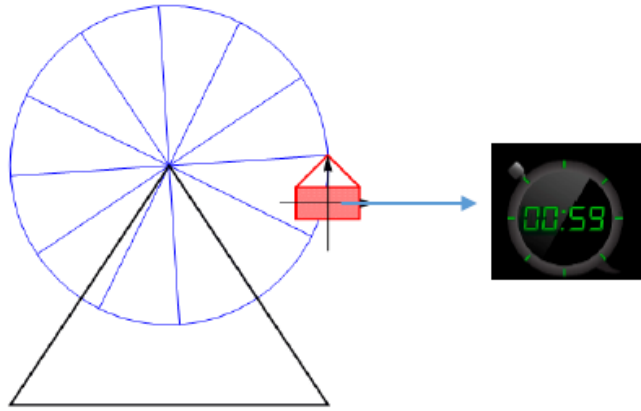
$$\vec{a}_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d(r\omega)}{dt} = r \frac{d\omega}{dt}$$

$$\vec{a}_t = r\alpha$$

Aceleración radial y velocidad angular:

$$\vec{a}_r = \frac{v^2}{r} = r\omega^2$$

El movimiento tarda siempre el mismo tiempo en dar una vuelta completa



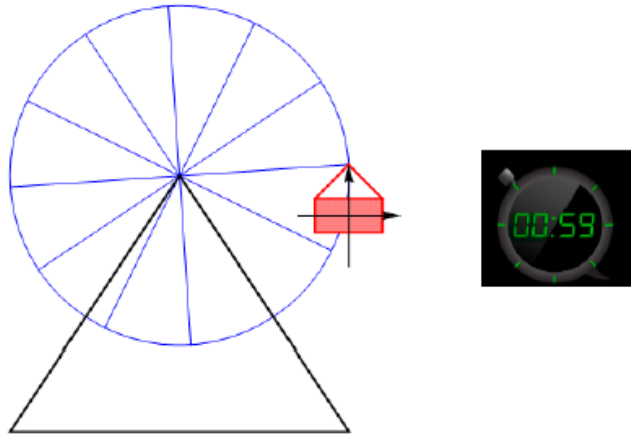
¿En cuanto tiempo da una vuelta completa?

PERIODO

Es el tiempo que tarda la partícula en dar una vuelta completa.

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \longrightarrow s$$



¿Cuántas vueltas da 30 segundos?

FRECUENCIA

Es el número de vueltas que da una partícula en unidad de tiempo

$$f = \frac{1}{T} \longrightarrow Hz$$

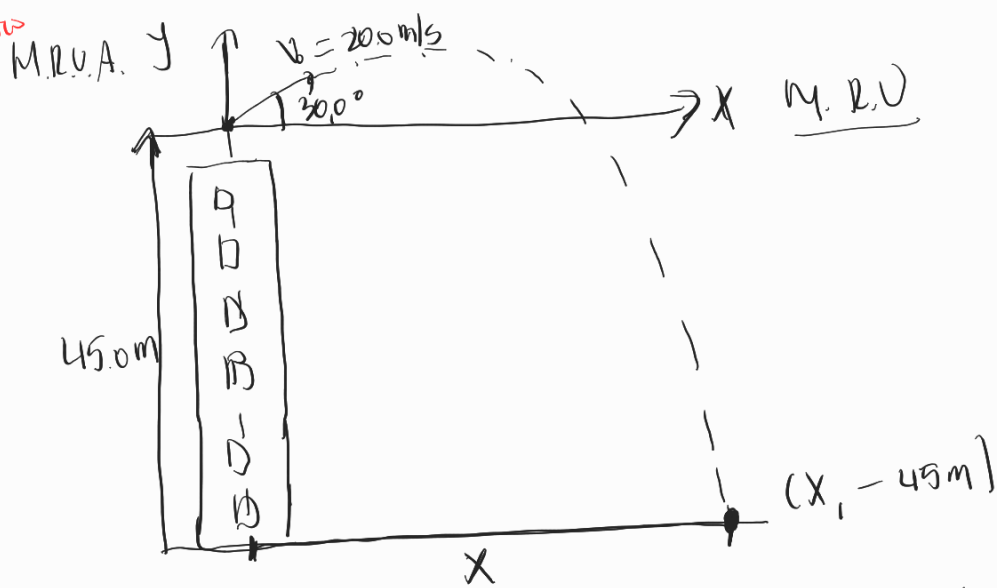
EJERCICIOS

1. *Transformar 12 rev/min a rad/s.*
2. *Calcular la rapidez orbital de la traslación terrestre alrededor del Sol y la aceleración centrípeta correspondiente.*
3. *Calcular la rapidez angular, la velocidad tangencial y aceleración centrípeta a) en un punto sobre el ecuador para la rotación terrestre, b) para la traslación de la Tierra en torno al Sol.*
4. *Un disco de 10 cm de radio que gira a 30 rev/min demora un minuto en detenerse cuando se lo frena. Calcular: a) su aceleración angular, b) el número de revoluciones hasta detenerse, c) la rapidez tangencial de un punto del borde del disco antes de empezar a frenar, d) la aceleración centrípeta, tangencial y total para un punto del borde del disco.*

EJERCICIOS

5. Una rueda da vueltas con una aceleración angular constante de 3.50 rad/s^2 .
- a) Si la rapidez angular de la rueda es 2.00 rad/s en $t_0 = 0 \text{ s}$, ¿a través de qué desplazamiento angular da vueltas la rueda en 2.00 s ?
 - b) ¿Cuántas revoluciones dio la rueda durante este intervalo de tiempo?
 - c) ¿Cuál es la rapidez angular de la rueda en $t = 2.00 \text{ s}$?
6. Un partícula se mueve describiendo una trayectoria circular con un radio de 100 cm , y completa 40 vueltas en 8 segundos, determine: a) La frecuencia del movimiento. b) su periodo, (c) la velocidad angular del movimiento, y (d) su aceleración centrípeta.
7. Una rueda de 90 cm de diámetro parte del reposo, si a los 20 segundos alcanza una velocidad de 100 rad/s , calcule su aceleración angular y el desplazamiento angular en este tiempo.

Movimiento Parabólico



Datos:

$\theta = 30^\circ$

$\checkmark v_0 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$y_F = 45.0 \text{ m}$

$y_0 = 0 \text{ m}$
 $x_0 = 0 \text{ m}$

$t = ?$

$v_F = ?$

$x_F = ?$

$\vec{v} = v_x \hat{i} + v_y \hat{j}$

$\vec{v}_0 = v_{0x} \hat{i} + v_{0y} \hat{j}$

$v_{0x} = |v_0| \cos \theta = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cos 30^\circ = 17.3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$\checkmark v_{0y} = |v_0| \sin \theta = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \sin 30^\circ = 10.0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$\vec{v}_0 = (17.3 \frac{\text{m}}{\text{s}}) \hat{i} + (10.0 \frac{\text{m}}{\text{s}}) \hat{j}$

$\vec{r} = x \hat{i} + y \hat{j}$

M.R.V.A.

$y = y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} a_y t^2$

$-45 \text{ m} = 0 \text{ m} + 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t - \frac{1}{2} 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} t^2$

$\frac{9.8 \text{ m}}{2 \text{ s}^2} t^2 - 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} t - 45 \text{ m} = 0$

$4.9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} t^2 - 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} t - 45 \text{ m} = 0$

$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$t = \frac{10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \pm \sqrt{(-10 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 - 4(4.9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})(-45)}}{2(4.9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})}$

$t = \frac{10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \pm \sqrt{100 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} + 882 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}}{9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$

$$t = \frac{10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \pm \sqrt{992 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}}{1,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 4,23 \text{ s}$$

$$t = 4,23 \text{ s} \quad \checkmark \quad \text{R/a}$$

b) $\vec{V}_F = \boxed{V_{Fx}} \uparrow + V_{Fy} \downarrow$

$$V_{0x} = 17 \frac{\text{m}}{\text{s}} = V_{Fx} \uparrow$$

$$V_{Fy} = ?$$

$$(V_{Fy} = V_{iy} - a_y t) \downarrow$$

$$V_{Fy} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 1,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (4,23 \text{ s})$$

$$V_{Fy} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 7,614 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\underline{V_{Fy} = -2,414 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$\vec{V}_F = (17 \frac{\text{m}}{\text{s}}) \uparrow - (2,414 \frac{\text{m}}{\text{s}}) \downarrow$$

$$|\vec{V}_F| = \sqrt{(17,3)^2 + (-2,414)^2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

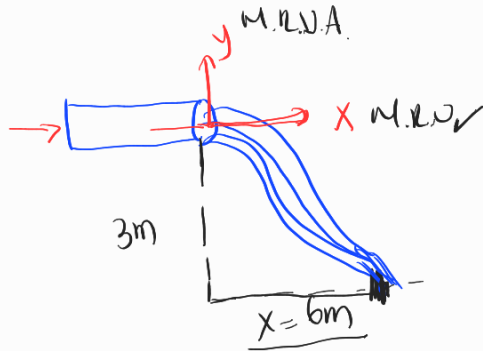
$$\boxed{|\vec{V}_F| = 17,54 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \quad \text{R/}$$

c) $\vec{r} = x \uparrow + y \downarrow$

$$X = X_0 + V_{0x} t$$

$$X = 17,3 \frac{\text{m}}{\text{s}} (4,23 \text{ s})$$

$$\boxed{X = 73,2 \text{ m}}$$



Datos:

$$y_F = 3m$$

$$y_0 = 0m$$

$$x_F = 6m$$

$$x_0 = 0m$$

$$\theta = 0^\circ$$

$$v_{0y} = 0 \frac{m}{s}$$

$$v_{0y} = |v_0| \sin \theta$$

$$\vec{V}_0 = v_{0x} \hat{i} + v_{0y} \hat{j}$$

$$\vec{V}_0 = v_{0x} \hat{i}$$

a) $\vec{r} = x \hat{i} + y \hat{j}$

$$x_F = x_0 + v_{0x} t \Rightarrow x_0 = 0 \quad x_F = 6m$$

$$t = ?$$

$$6m = v_{0x} t$$

$$\rightarrow v_{0x} = \frac{6m}{t}$$

$$y = y_0 + v_{0y} t - \frac{1}{2} a_y t^2$$

$$-3m = -\frac{1}{2} (9.8 \frac{m}{s^2}) t^2$$

$$3m = 4.9 \frac{m}{s^2} t^2$$

$$\frac{3}{4.9} s^2 = t^2$$

$$t = 0.78s$$

$$v_{0x} = \frac{6m}{0.78s} = 7.68 \frac{m}{s}$$

$$\vec{V}_0 = v_{0x} \hat{i} + v_{0y} \hat{j}$$

$$\vec{V}_0 = (7.68 \frac{m}{s}) \hat{i} + (0 \frac{m}{s}) \hat{j}$$

$$\vec{V}_0 = (7.68 \frac{m}{s}) \hat{i} \checkmark$$

b)

Velocidad Final:

$$\vec{V}_F = v_{Fx} \hat{i} + v_{Fy} \hat{j}$$

$$v_{Fx} = v_{0x} = 7.68 \frac{m}{s}$$

$$v_{Fy} = v_{0y} - gt = -7.64 \frac{m}{s}$$

$$\vec{V}_F = (7.68 \frac{m}{s}) \hat{i} - (7.64 \frac{m}{s}) \hat{j}$$

c)

$$\vec{V}_0 = 2\vec{V}_0$$

$$\vec{V}_0 = \left(3,68 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \hat{i}$$

$$\underline{X_F?}$$

$$2\vec{V}_0 = \left(15,36 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \hat{i}$$

$$\vec{r} = \underline{x} \hat{i} + \underline{y} \hat{j}$$

$$\vec{r} = (12,0 \text{ m}) \hat{i} - (3 \text{ m}) \hat{j}$$

$$X_F = X_0 + \underline{V_{0x}} \underline{t}$$

$$X_F = 15,36 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot (0,70 \text{ s})$$

$$X_F = 10,752 \text{ m} \approx 10,8 \text{ m}$$

Movimiento Circular

1.

Conversión

$$12 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \quad 1 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Velocidad angular $\vec{\omega} \rightarrow \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

$$12 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \times \frac{2\pi \text{ rad}}{\text{rev}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = \frac{2\pi}{5} \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 0,4 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$1 \text{ rev} \rightarrow 2\pi \text{ rad}$$

2)

rapidez orbital de la traslación terrestre alrededor del sol:

radio de la órbita de la tierra alrededor del sol:

$$r = 1,496 \times 10^{11} \text{ m}$$

$$V = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi (1,496 \times 10^{11} \text{ m})}{1 \text{ año}} \times \frac{1 \text{ año}}{3,156 \times 10^7 \text{ s}}$$

$$V = 29783,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

rapidez orbital de la traslación terrestre

$$\vec{a} = \vec{a}_c + \vec{a}_t$$

$$\vec{a}_c = -\frac{V^2}{R}$$

hacia el centro de la órbita

$$a_c = \frac{(29783,4 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{1,496 \times 10^{11} \text{ m}} = 5,93 \times 10^{-3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

2) diámetro de la rueda es de 40 cm $\rightarrow r = 20 \text{ cm}$

$$t = 20 \text{ s} \rightarrow \vec{\omega}_F = 100 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\vec{\omega}_i = 0 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\vec{\alpha} = ?$$
$$\Delta \vec{\theta} = ?$$

$$\vec{\omega}_F = \vec{\omega}_i + \vec{\alpha} \cdot t$$

$$\vec{\alpha} = \frac{\vec{\omega}_F - \vec{\omega}_i}{t}$$
$$\vec{\alpha} = \frac{100 \frac{\text{rad}}{\text{s}}}{20 \text{ s}} = 5 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

$$\Delta \vec{\theta} = \vec{\theta}_F - \vec{\theta}_i = \vec{\omega}_i \cdot t + \frac{1}{2} \vec{\alpha} t^2$$

$$\Delta \vec{\theta} = \frac{1}{2} 5 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} (20 \text{ s})^2$$

$$\Delta \vec{\theta} = \frac{5}{2} \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} 400 \text{ s}^2$$

$$\Delta \vec{\theta} = 1.000 \text{ rad}$$