Brandon Calderon Prieto

C=4.2

UNIVERSIDAD DEL VALLE
PRIMER PARCIAL DE CÁLCULO II
PROFESOR: REMIGIO DELGADO.
MAYO 17 DE 2022

Universidad del Valle

**Instrucciones.**

- *Primero lea cuidadosa y detalladamente el examen, después, responda de manera clara y ordenada.* ***Justifique todas sus respuestas****. No se responden preguntas que estén relacionadas con el desarrollo del examen. Apague su teléfono celular.*

1. *[24 ptos.]* Complete en el espacio provisto.

16

*a)* Al resolver la integral $\int \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}\,dx$ obtenemos que:____________________.

*b)* Si $\frac{dy}{dz} = \frac{\ln z}{z^{2/5}}$ y $f(1) = 1$, entonces $y$=____________________.

*c)* $\int (x^3 + x^2)(1 - \frac{1}{x^4})dx$ es:____________________.

2. *[26 puntos]* **Resuelva los siguientes problemas.**

*a)* Un estudiante del curso de Calculo Integral afirma que una primitiva o antiderivada de la función $f(z) = \frac{e^z}{(e^z+2)(3-e^z)}$ es $G(z) = -\frac{1}{5}\ln\mid\frac{3-e^z}{e^z+2}\mid + e^2$, es decir:

$$\int \left[\frac{e^z}{(e^z+2)(3-e^z)}\right]dz = -\frac{1}{5}\ln\mid\frac{3-e^z}{e^z+2}\mid + e^2$$

20

Esta de acuerdo con el estudiante?. Justifique su respuesta.

*b)* La tasa de crecimiento $\frac{dP}{dt}$ de una población de bacterias es proporcional a la raíz cuadrada de $t$, donde $P$ es el tamaño de la población y $t$ es el tiempo en días. Esto es, $\frac{dP}{dt} = k\sqrt{t}$. El tamaño inicial de la población es igual a 500. Después de un día la población ha crecido hasta 600. Estimar el tamaño de la población después de 7 días.

1 a) $z=\frac{1}{x}=x^{-1}$ $\quad dz=-x^{-2}dx=-\frac{1}{x^2}dx$ $\quad \int e^z \cdot -dz = -\int e^z dz$

$-dz=\frac{1}{x^2}dx$

$-e^z=-e^{\frac{1}{x}}+C$

b) $dv=\ln z$ $\quad v=z^{-1}$ $\quad u=z^{-\frac{2}{5}}$ $\quad du=-\frac{2z^{-\frac{7}{5}}}{5}dz$

$z^{-1}\cdot z^{-\frac{2}{5}} - \int z^{-1}\cdot -\frac{2z^{-\frac{7}{5}}}{5}dz = z^{-\frac{7}{5}} - \left(-\frac{2}{5}\int z^{-\frac{11}{5}}dz\right) = z^{-\frac{7}{5}} - \left(-\frac{2}{5}\left(\frac{5z^{-\frac{7}{5}}}{7}\right)\right)$

$z^{-\frac{7}{5}} - \left(\frac{10z^{-\frac{7}{5}}}{35}\right) = z^{-\frac{7}{5}} - \frac{2z^{-\frac{7}{5}}}{7}+C$, en $f(1)$ es 1, entonces

$(1)^{-\frac{7}{5}} - \frac{2(1)^{-\frac{7}{5}}}{7}+C=1$, $\quad 1-\frac{2}{7}+C=1$, $\quad \frac{7-2}{7}+C=1$ $\quad \frac{5}{7}+C=1$ $\quad C=1-\frac{5}{7}=\frac{7-5}{7}$

c) $(x^3+x^2)\left(1-\frac{1}{x^4}\right) = x^3 - x^{-1} + x^2 - x^{-2}$, entonces $\int x^3dx - \int x^{-1}dx + \int x^2 dx - \int x$

$\frac{x^4}{4} - \ln x + \frac{x^3}{3} - (-x^{-1}) = \frac{x^4-4\ln x}{4} + \frac{x^3}{3} + x^{-1} + C$

2) vamos a derivar $-\frac{1}{5}\left(\frac{1}{\frac{3-e^z}{e^z+2}}\right)\left(\frac{3-e^z}{e^z+2}\right)' = -\frac{1}{5}\left(\frac{e^z+2}{3-e^z}\right)$

$\left(\frac{(3-e^z)'(e^z+2)-((e^z+2)'(3-e^z))}{(3-e^z)^2}\right) = -\frac{1}{5}\left(\frac{3-e^z}{e^z+2}\right)\left(\frac{(-e^z)(e^z+2)-((e^z)(3-e^z}{(3-e^z)^2}\right)$

$\frac{-e^z(\cancel{e^z}+2+(3-\cancel{e^z}))}{(3-e^z)^2}$ $\quad -\frac{1}{5}\left(\frac{e^z+2}{3-e^z}\right)\left(\frac{-5e^z}{(3-e^z)^2}\right) = \frac{e^z}{(e^z+2)(3-e^z)}$ Confirmo que es correcta

$-\frac{1}{5}\frac{(3-e^z)}{e^z+2}$

3) tenemos que $\int \frac{dP}{dt} = \int kt^{1/2}\,dt$ $\quad P(t)=k\frac{2t^{3/2}}{3}$, $\quad P(0)=500$, entonces

$P(0)=k\frac{2(0)^{3/2}}{3}+C=500$, $\quad C=500$ y $P(1)=k\frac{2(1)^{3/2}}{3}+500=600$

$\frac{2k}{3}=100$, $\quad k=150$ $\quad$ quedamos con $P(t)=150\frac{2(t)^{3/2}}{3}+500$

$P(7)=150\frac{2(7)^{3/2}}{3}+500 = \cancel{3210.9}$ 2352