

Fundamentos de Programación Funcional y Concurrente

Funciones y Datos

Juan Francisco Díaz Frias

Profesor Titular (1993-hoy)

juanfco.diaz@correounivalle.edu.co

Edif. B13 - 4009



Universidad del Valle

Octubre 2022

Plan

1 Generalidades

2 Construyendo abstracciones de datos

- Clases y Objetos
- Control de acceso y de encapsulación
- Evaluación y operadores

3 Construyendo abstracciones de datos incrementalmente

- Jerarquía de clases
- Despacho dinámico (control de acceso)

4 Organización de clases en Scala

Plan

1 Generalidades

2 Construyendo abstracciones de datos

- Clases y Objetos
- Control de acceso y de encapsulación
- Evaluación y operadores

3 Construyendo abstracciones de datos incrementalmente

- Jerarquía de clases
- Despacho dinámico (control de acceso)

4 Organización de clases en Scala

Plan

1 Generalidades

2 Construyendo abstracciones de datos

- Clases y Objetos
- Control de acceso y de encapsulación
- Evaluación y operadores

3 Construyendo abstracciones de datos incrementalmente

- Jerarquía de clases
- Despacho dinámico (control de acceso)

4 Organización de clases en Scala

Plan

1 Generalidades

2 Construyendo abstracciones de datos

- Clases y Objetos
- Control de acceso y de encapsulación
- Evaluación y operadores

3 Construyendo abstracciones de datos incrementalmente

- Jerarquía de clases
- Despacho dinámico (control de acceso)

4 Organización de clases en Scala

Generalidades

- Hasta ahora nos hemos enfocado en construir **abstracciones funcionales**, combinando y componiendo funciones a partir de otras funciones. El foco ha estado en la **abstracción de procesos**.
- Otro aspecto clave para la programación es la capacidad de **construir abstracciones de datos** a partir de otras abstracciones de datos más sencillas. Esto permite:
 - Elevar el nivel conceptual
 - Incrementar la modularidad
 - Fortalecer el poder expresivo del lenguaje
- La capacidad de construir abstracciones de datos compuestas nos permite **trabajar con los datos a un nivel conceptual más alto** que si trabajamos solamente con las abstracciones de datos primitivas del lenguaje.

Generalidades

- Hasta ahora nos hemos enfocado en construir **abstracciones funcionales**, combinando y componiendo funciones a partir de otras funciones. El foco ha estado en la **abstracción de procesos**.
- Otro aspecto clave para la programación es la capacidad de **construir abstracciones de datos** a partir de otras abstracciones de datos más sencillas. Esto permite:
 - Elevar el nivel conceptual
 - Incrementar la modularidad
 - Fortalecer el poder expresivo del lenguaje
- La capacidad de construir abstracciones de datos compuestas nos permite **trabajar con los datos a un nivel conceptual más alto** que si trabajamos solamente con las abstracciones de datos primitivas del lenguaje.

Generalidades

- Hasta ahora nos hemos enfocado en construir **abstracciones funcionales**, combinando y componiendo funciones a partir de otras funciones. El foco ha estado en la **abstracción de procesos**.
- Otro aspecto clave para la programación es la capacidad de **construir abstracciones de datos** a partir de otras abstracciones de datos más sencillas. Esto permite:
 - Elevar el nivel conceptual
 - Incrementar la modularidad
 - Fortalecer el poder expresivo del lenguaje
- La capacidad de construir abstracciones de datos compuestas nos permite **trabajar con los datos a un nivel conceptual más alto** que si trabajamos solamente con las abstracciones de datos primitivas del lenguaje.

Ejemplo motivacional

Suponga que tenemos la tarea de diseñar un sistema para hacer aritmética con los números racionales

- **Elevar nivel conceptual:** uno podría pensar en modelar un número racional como dos enteros (el numerador y el denominador). Pero será mucho mejor si creamos una nueva abstracción denominada, por ejemplo, *Racional*, que nuestros programas puedan manipular sin importar cómo está implementada "por debajo".
- **Incrementar la modularidad:** si podemos manipular los números racionales directamente como tales, sin interesarnos en cómo están siendo ellos representados internamente, estaremos usando una poderosa herramienta de diseño denominada *abstracción de datos*. Esta técnica hace que los programas sean más fáciles de diseñar, mantener y modificar.
- **Fortalecer el poder expresivo del lenguaje:** Poder utilizar la nueva abstracción de datos como cualquier otra abstracción ya existente amplía el poder expresivo del lenguaje.

Ejemplo motivacional

Suponga que tenemos la tarea de diseñar un sistema para hacer aritmética con los números racionales

- **Elevar nivel conceptual:** uno podría pensar en modelar un número racional como dos enteros (el numerador y el denominador). Pero será mucho mejor si creamos una nueva abstracción denominada, por ejemplo, *Racional*, que nuestros programas puedan manipular sin importar cómo está implementada "por debajo".
- **Incrementar la modularidad:** si podemos manipular los números racionales directamente como tales, sin interesarnos en cómo están siendo ellos representados internamente, estaremos usando una poderosa herramienta de diseño denominada *abstracción de datos*. Esta técnica hace que los programas sean más fáciles de diseñar, mantener y modificar.
- **Fortalecer el poder expresivo del lenguaje:** Poder utilizar la nueva abstracción de datos como cualquier otra abstracción ya existente amplía el poder expresivo del lenguaje.

Ejemplo motivacional

Suponga que tenemos la tarea de diseñar un sistema para hacer aritmética con los números racionales

- **Elevar nivel conceptual:** uno podría pensar en modelar un número racional como dos enteros (el numerador y el denominador). Pero será mucho mejor si creamos una nueva abstracción denominada, por ejemplo, *Racional*, que nuestros programas puedan manipular sin importar cómo está implementada "por debajo".
- **Incrementar la modularidad:** si podemos manipular los números racionales directamente como tales, sin interesarnos en cómo están siendo ellos representados internamente, estaremos usando una poderosa herramienta de diseño denominada *abstracción de datos*. Esta técnica hace que los programas sean más fáciles de diseñar, mantener y modificar.
- **Fortalecer el poder expresivo del lenguaje:** Poder utilizar la nueva abstracción de datos como cualquier otra abstracción ya existente amplía el poder expresivo del lenguaje.

Sistema para hacer aritmética con los racionales

Números racionales



Constructor: Racional: $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathcal{Q}$

Selectoras: numer: $\mathcal{Q} \rightarrow \mathbb{Z}$

denom: $\mathcal{Q} \rightarrow \mathbb{Z}$

suma, resta: $\mathcal{Q} \times \mathcal{Q} \rightarrow \mathcal{Q}$

mult.,div. : $\mathcal{Q} \times \mathcal{Q} \rightarrow \mathcal{Q}$

igual: $\mathcal{Q} \times \mathcal{Q} \rightarrow \text{Boolean}$

...

...



Parejas de enteros

Números racionales

- Diseñaremos un paquete para hacer aritmética con números racionales
- Un número racional $\frac{x}{y}$ se representa por medio de dos números enteros:
 - El numerador, x
 - El denominador, y
- Representar un número racional, en el lenguaje de programación escogido, por medio de dos enteros, haría muy engorrosa la gestión de esos números.
- Una mejor alternativa consiste en combinar numerador y denominador en una misma estructura de datos. En este caso una clase de Scala.

Números racionales

- Diseñaremos un paquete para hacer aritmética con números racionales
- Un número racional $\frac{x}{y}$ se representa por medio de dos números enteros:
 - El numerador, x
 - El denominador, y
- Representar un número racional, en el lenguaje de programación escogido, por medio de dos enteros, haría muy engorrosa la gestión de esos números.
- Una mejor alternativa consiste en combinar numerador y denominador en una misma estructura de datos. En este caso una clase de Scala.

Números racionales

- Diseñaremos un paquete para hacer aritmética con números racionales
- Un número racional $\frac{x}{y}$ se representa por medio de dos números enteros:
 - El numerador, x
 - El denominador, y
- Representar un número racional, en el lenguaje de programación escogido, por medio de dos enteros, haría muy engorrosa la gestión de esos números.
- Una mejor alternativa consiste en combinar numerador y denominador en una misma estructura de datos. En este caso una clase de Scala.

Números racionales

- Diseñaremos un paquete para hacer aritmética con números racionales
- Un número racional $\frac{x}{y}$ se representa por medio de dos números enteros:
 - El numerador, x
 - El denominador, y
- Representar un número racional, en el lenguaje de programación escogido, por medio de dos enteros, haría muy engorrosa la gestión de esos números.
- Una mejor alternativa consiste en **combinar numerador y denominador** en una misma estructura de datos. En este caso una **clase** de Scala.

Plan

1 Generalidades

2 Construyendo abstracciones de datos

- Clases y Objetos
- Control de acceso y de encapsulación
- Evaluación y operadores

3 Construyendo abstracciones de datos incrementalmente

- Jerarquía de clases
- Despacho dinámico (control de acceso)

4 Organización de clases en Scala

Clases

En Scala, construimos esa combinación, definiendo una **clase**:

```
0 class Racional(x:Int, y:Int) {  
1   def numer = x  
2   def denom = y  
3 }
```

Esta definición introduce dos entidades:

- Un nuevo **tipo** denominado *Racional*
- Un **constructor** también de nombre *Racional*, para crear elementos de este tipo.

Scala almacena las definiciones de tipos y valores en dos **espacios de nombres diferentes**. Por ello no hay conflicto entre esas dos definiciones con el mismo nombre.

Objetos

- A los elementos de un tipo asociado a una clase se les denomina **objetos**

Para crear un nuevo objeto de una clase, se utiliza el operador **new**:

```
0 scala> new Racional(1,2)
1 val res0: Racional = Racional@2faf6e4a
```

- Los objetos de la clase *Racional* tienen 2 **miembros**: *numer* y *denom*. Los miembros de un objeto se seleccionan con el operador '.'(como en Java):

```
0 scala> val x=new Racional(1,2)
1 val x: Racional = Racional@990b86b
2
3 scala> x.numer
4 val res1: Int = 1
5
6 scala> x.denom
7 val res2: Int = 2
```

Aritmética racional

La aritmética que debemos implementar es la siguiente:

$$\frac{n_1}{d_1} + \frac{n_2}{d_2} = \frac{n_1 d_2 + n_2 d_1}{d_1 d_2}$$

$$\frac{n_1}{d_1} - \frac{n_2}{d_2} = \frac{n_1 d_2 - n_2 d_1}{d_1 d_2}$$

$$\frac{n_1}{d_1} \times \frac{n_2}{d_2} = \frac{n_1 n_2}{d_1 d_2}$$

$$\frac{n_1}{d_1} / \frac{n_2}{d_2} = \frac{n_1 d_2}{d_1 n_2}$$

$$\frac{n_1}{d_1} = \frac{n_2}{d_2} \equiv n_1 d_2 = d_1 n_2$$

Implementando la aritmética racional

Las funciones para sumar dos racionales y para convertir un racional en cadena para poder visualizarlo son:

```

0 def sumaRacional(r: Racional, s: Racional): Racional =
1   new Racional(
2     r.numer * s.denom + r.denom * s.numer,
3     r.denom * s.denom
4   )
5
6 def convertirEnCadena(r: Racional) =
7   s"${r.numer}/${r.denom}"

```

Y el resultado al usarlo:

```

0 scala> val y = new Racional(2,3)
1 val y: Racional = 2/3
2
3 scala> val x=new Racional(1,2)
4 val x: Racional = 1/2
5
6 scala> sumaRacional(x,y)
7 val res9: Racional = 7/6

```

Métodos

- Se puede ir más lejos en la abstracción de los datos, y empaquetarlos en la misma abstracción junto con las funciones que los manipulan. Esas funciones se denominan **métodos**.
- Nuestros números racionales deberían tener, además de las funciones *numer* y *denom*, las funciones *suma*, *resta*, *mult*, *div*, *igual*.

Métodos

- Se puede ir más lejos en la abstracción de los datos, y empaquetarlos en la misma abstracción junto con las funciones que los manipulan. Esas funciones se denominan **métodos**.
- Nuestros números racionales deberían tener, además de las funciones *numer* y *denom*, las funciones *suma*, *resta*, *mult*, *div*, *igual*.

Métodos para *Racional*

El esquema de la implementación sería:

```

0  class Racional(x:Int, y:Int) {
1    def numer = x
2    def denom = y
3    def suma(r:Racional) =
4      new Racional(
5        numer * r.denom + denom * r.numer,
6        denom * r.denom
7      )
8    def mult(r:Racional) = ...
9    ...
10   override def toString = s"numer / denom"
11 }
```

Nótese que:

- Las funciones (métodos) como *suma* no tienen sino un argumento: el otro es la abstracción misma
- El modificador *override* declara que va a redefinir un método que ya existe: *toString*

Invocación de métodos

- La abstracción con *suma* y *mul* terminadas se ve así:

```

0  class Racional(x:Int, y:Int) {
1    def numer = x
2    def denom = y
3    def suma(r:Racional) =
4      new Racional(
5        numer * r.denom + denom * r.numer,
6        denom * r.denom
7      )
8    def mult(r:Racional) =
9      new Racional(
10       numer * r.numer,
11       denom * r.denom
12     )
13   override def toString = s"$numer/$denom"
14 }
```

- Ahora podemos invocar las funciones (métodos) definidos:

```

0  scala> val x=new Racional(1,3)
1    | val y=new Racional(5,7)
2    | val z=new Racional(3,2)
3    | x.suma(y).mult(z)
4  val x: Racional = 1/3
5  val y: Racional = 5/7
6  val z: Racional = 3/2
7  val res10: Racional = 66/42
```

Plan

1 Generalidades

2 Construyendo abstracciones de datos

- Clases y Objetos
- Control de acceso y de encapsulación
- Evaluación y operadores

3 Construyendo abstracciones de datos incrementalmente

- Jerarquía de clases
- Despacho dinámico (control de acceso)

4 Organización de clases en Scala

Mejorando la abstracción

- En el ejemplo anterior podemos ver que los números racionales no están siendo representados siempre en su forma más simple (*¿Por qué?*)
- Uno esperaría que los números racionales estuvieran *simplificados*: En lugar de $66/42$ tener $11/7$. *¿Cómo hacerlo?*
- Hallamos el $mcd(66, 42) = 6$ y dividimos tanto el numerador como el denominador por ese número.
- *¿Dónde incorporamos eso en la abstracción? ¿En cada operación?*
- Una mejor alternativa, sería simplificar la abstracción en la clase, cada que el objeto se construye.

Mejorando la abstracción

- En el ejemplo anterior podemos ver que los números racionales no están siendo representados siempre en su forma más simple (¿Por qué?)
- Uno esperaría que los números racionales estuvieran *simplificados*: En lugar de $66/42$ tener $11/7$. *¿Cómo hacerlo?*
- Hallamos el $mcd(66, 42) = 6$ y dividimos tanto el numerador como el denominador por ese número.
- ¿Dónde incorporamos eso en la abstracción? ¿En cada operación?
- Una mejor alternativa, sería simplificar la abstracción en la clase, cada que el objeto se construye.

Mejorando la abstracción

- En el ejemplo anterior podemos ver que los números racionales no están siendo representados siempre en su forma más simple (¿Por qué?)
- Uno esperaría que los números racionales estuvieran *simplificados*: En lugar de $66/42$ tener $11/7$. *¿Cómo hacerlo?*
- Hallamos el $mcd(66, 42) = 6$ y dividimos tanto el numerador como el denominador por ese número.
- ¿Dónde incorporamos eso en la abstracción? ¿En cada operación?
- Una mejor alternativa, sería simplificar la abstracción en la clase, cada que el objeto se construye.

Mejorando la abstracción

- En el ejemplo anterior podemos ver que los números racionales no están siendo representados siempre en su forma más simple (¿Por qué?)
- Uno esperaría que los números racionales estuvieran *simplificados*: En lugar de $66/42$ tener $11/7$. *¿Cómo hacerlo?*
- Hallamos el $mcd(66, 42) = 6$ y dividimos tanto el numerador como el denominador por ese número.
- ¿Dónde incorporamos eso en la abstracción? ¿En cada operación?
- Una mejor alternativa, sería simplificar la abstracción en la clase, cada que el objeto se construye.

Mejorando la abstracción

- En el ejemplo anterior podemos ver que los números racionales no están siendo representados siempre en su forma más simple (¿Por qué?)
- Uno esperaría que los números racionales estuvieran *simplificados*: En lugar de $66/42$ tener $11/7$. *¿Cómo hacerlo?*
- Hallamos el $mcd(66, 42) = 6$ y dividimos tanto el numerador como el denominador por ese número.
- ¿Dónde incorporamos eso en la abstracción? ¿En cada operación?
- Una mejor alternativa, sería simplificar la abstracción en la clase, cada que el objeto se construye.

Racionales con simplificación

- Simplificamos numerador y denominador calculando el *mcd*:

```
0 class Racional(x:Int, y:Int) {  
1   private def mcd(a:Int, b:Int):Int =  
2     if (b==0) a else mcd(b, a % b)  
3   private val m=mcd(x,y)  
4   def numer = x/m  
5   def denom = y/m  
6   ...  
7 }
```

- Nótese que:
 - Se definen dos nuevos miembros de la clase: *mcd* y *m*, y se etiquetan como **privados**. Esto limita el **acceso** a estos miembros
 - *m* fue definido por valor y no por nombre. Esto significa que se calcula una vez, y se usa de allí en adelante.

Racionales con simplificación - variantes

- Se podría invocar *mcd* desde *numer* y *denom* sin necesidad de calcular *m*:

```

0 class Racional(x:Int, y:Int) {
1   private def mcd(a:Int, b:Int):Int =
2     if (b==0) a else mcd(b, a % b)
3   def numer = x/mcd(x,y)
4   def denom = y/mcd(x,y)
5   ...
6 }
```

Útil si *numer* y *denom* son invocadas con poca frecuencia

- También podríamos hacer que *numer* y *denom* sean valores y no funciones:

```

0 class Racional(x:Int, y:Int) {
1   private def mcd(a:Int, b:Int):Int =
2     if (b==0) a else mcd(b, a % b)
3   val numer = x/mcd(x,y)
4   val denom = y/mcd(x,y)
5   ...
6 }
```

Útil si *numer* y *denom* son invocadas con mucha frecuencia

- La **abstracción de datos** (separación de implementación y comportamiento) es una piedra angular de la ingeniería de software

Ligadura dinámica

- Los **métodos son funciones que tienen un parámetro implícito**: el objeto dueño de los métodos que estamos invocando.
- Los lenguajes OO ofrecen siempre una sintaxis para referirse a ese objeto: *this* y *self* son las más usadas.
- A esta referencia se le conoce como **ligadura dinámica** porque los lenguajes de programación deciden a qué se refiere *this* durante la ejecución.

Ligadura dinámica

- Los **métodos son funciones que tienen un parámetro implícito**: el objeto dueño de los métodos que estamos invocando.
- Los lenguajes OO ofrecen siempre una sintaxis para referirse a ese objeto: ***this*** y ***self*** son las más usadas.
- A esta referencia se le conoce como **ligadura dinámica** porque los lenguajes de programación deciden a qué se refiere ***this*** durante la ejecución.

Ligadura dinámica

- Los **métodos son funciones que tienen un parámetro implícito**: el objeto dueño de los métodos que estamos invocando.
- Los lenguajes OO ofrecen siempre una sintaxis para referirse a ese objeto: ***this*** y ***self*** son las más usadas.
- A esta referencia se le conoce como **ligadura dinámica** porque los lenguajes de programación deciden a qué se refiere ***this*** durante la ejecución.

Extendiendo los racionales

- Nos piden añadir las funciones *menorQue* y *max* a la clase *Racional*:

```

0 class Racional(x:Int, y:Int) {
1 ...
2 def menorQue(r:Racional)=
3   numer * r.denom < denom * r.numer
4 def max(r:Racional)=
5   if (this.menorQue(r)) r else this
6 ...
7 }
```

Al interior de *Racional*, *this* hace referencia al objeto cuyo método está siendo ejecutado.

- Cualquier referencia dentro de la clase a un nombre de un miembro de la clase, por ejemplo *numer*, es realmente una referencia a *this.numer*.

El código de *menorQue* es una abreviación de:

```

0 class Racional(x:Int, y:Int) {
1 ...
2 def menorQue(r:Racional)=
3   this.numer * r.denom < this.denom * r.numer
4 ...
5 }
```

Precondiciones y aserciones

- En la clase *Racional* podemos requerir que el denominador sea siempre positivo. Podemos imponer esa condición con la función predefinida *require*:

```

0 class Racional(x:Int, y:Int) {
1   require(y>0, "El denominador debe ser positivo")
2   ...
3 }
```

Si la condición impuesta en el *require* es evaluada a *false*, se lanza una excepción *IllegalArgumentException* con el mensaje que diga la cadena

- Otra función predefinida es *assert*:

```

0 val x=sqrt(y)
1 assert(x>=0)
```

Si la condición impuesta en el *assert* es evaluada a *false*, se lanza una excepción *AssertionError*

- Esto refleja una diferencia en la intención:
 - require* impone una **precondición** a quien invoca una función
 - assert* verificar una condición que uno quiere que se cumpla en ese punto de la ejecución

Plan

1 Generalidades

2 Construyendo abstracciones de datos

- Clases y Objetos
- Control de acceso y de encapsulación
- **Evaluación y operadores**

3 Construyendo abstracciones de datos incrementalmente

- Jerarquía de clases
- Despacho dinámico (control de acceso)

4 Organización de clases en Scala

Extendiendo el modelo de sustitución con clases

- Ya sabemos qué significa evaluar una invocación de una función, usando el modelo de sustitución.
- Ahora necesitamos extender el modelo con la aparición de las clases. ¿Qué significa aplicar un método? Se extiende el modelo de sustitución a clases y objetos.
- Suponga que tenemos una definición de clase

$$\text{class } C(x_1, \dots, x_m)\{\dots \text{def } f(y_1, \dots, y_n) = b \dots\}$$

donde:

- Los parámetros formales de la clase son x_1, \dots, x_m
- La clase contiene un método f cuyos parámetros formales son y_1, \dots, y_n
- Por simplicidad se omiten los tipos de los parámetros

Extendiendo el modelo de sustitución con clases

- Ya sabemos qué significa evaluar una invocación de una función, usando el modelo de sustitución.
- Ahora necesitamos extender el modelo con la aparición de las clases. ¿Qué significa aplicar un método? Se extiende el modelo de sustitución a clases y objetos.
- Suponga que tenemos una definición de clase

$$\text{class } C(x_1, \dots, x_m)\{\dots \text{def } f(y_1, \dots, y_n) = b \dots\}$$

donde:

- Los parámetros formales de la clase son x_1, \dots, x_m
- La clase contiene un método f cuyos parámetros formales son y_1, \dots, y_n
- Por simplicidad se omiten los tipos de los parámetros

Extendiendo el modelo de sustitución con clases

- Ya sabemos qué significa evaluar una invocación de una función, usando el modelo de sustitución.
- Ahora necesitamos extender el modelo con la aparición de las clases. ¿Qué significa aplicar un método? Se extiende el modelo de sustitución a clases y objetos.
- Suponga que tenemos una definición de clase

$$\text{class } C(x_1, \dots, x_m)\{\dots \text{def } f(y_1, \dots, y_n) = b \dots\}$$

donde:

- Los parámetros formales de la clase son x_1, \dots, x_m
- La clase contiene un método f cuyos parámetros formales son y_1, \dots, y_n
- Por simplicidad se omiten los tipos de los parámetros

Creación de objetos

Suponga que tenemos una definición de clase

$$\text{class } C(x_1, \dots, x_m)\{\dots \text{def } f(y_1, \dots, y_n) = b \dots\}$$

¿Cuál es el resultado de evaluar $\text{new } C(e_1, \dots, e_m)$ en el modelo de substitución?

- Evalúe los argumentos e_1, \dots, e_m . Sean v_1, \dots, v_m los resultados de esas evaluaciones.
- El resultado de evaluar $\text{new } C(e_1, \dots, e_m)$ es

$$\text{new } C(v_1, \dots, v_m)$$

Creación de objetos

Suponga que tenemos una definición de clase

$$\text{class } C(x_1, \dots, x_m)\{\dots \text{def } f(y_1, \dots, y_n) = b \dots\}$$

¿Cuál es el resultado de evaluar $\text{new } C(e_1, \dots, e_m)$ en el modelo de substitución?

- Evalúe los argumentos e_1, \dots, e_m . Sean v_1, \dots, v_m los resultados de esas evaluaciones.
- El resultado de evaluar $\text{new } C(e_1, \dots, e_m)$ es

$\text{new } C(v_1, \dots, v_m)$

Aplicación de métodos

Suponga que tenemos una definición de clase

$$\text{class } C(x_1, \dots, x_m)\{\dots \text{def } f(y_1, \dots, y_n) = b\dots\}$$

y el objeto

$$\text{new } C(v_1, \dots, v_m)$$

¿Cuál es el resultado de evaluar $\text{new } C(v_1, \dots, v_m).f(w_1, \dots, w_n)$ en el modelo de sustitución?

El resultado consiste en **substituir en *b***:

- Los parámetros formales de f , y_1, \dots, y_n , por los argumentos actuales w_1, \dots, w_n
- Los parámetros formales de C , x_1, \dots, x_m , por los argumentos actuales del objeto v_1, \dots, v_m
- Las referencias a *this* por el valor del objeto: $\text{new } C(v_1, \dots, v_m)$
- Estas tres sustituciones se denotarán así:

$$[w_1/y_1, \dots, w_n/y_n][v_1/x_1, \dots, v_m/x_m][\text{new } C(v_1, \dots, v_m)/\text{this}] \ b$$

Aplicación de métodos

Suponga que tenemos una definición de clase

$$\text{class } C(x_1, \dots, x_m)\{\dots \text{def } f(y_1, \dots, y_n) = b \dots\}$$

y el objeto

$$\text{new } C(v_1, \dots, v_m)$$

¿Cuál es el resultado de evaluar $\text{new } C(v_1, \dots, v_m).f(w_1, \dots, w_n)$ en el modelo de sustitución?

El resultado consiste en **substituir en *b***:

- Los parámetros formales de f , y_1, \dots, y_n , por los argumentos actuales w_1, \dots, w_n
- Los parámetros formales de C , x_1, \dots, x_m , por los argumentos actuales del objeto v_1, \dots, v_m
- Las referencias a *this* por el valor del objeto: $\text{new } C(v_1, \dots, v_m)$
- Estas tres sustituciones se denotarán así:

$$[w_1/y_1, \dots, w_n/y_n][v_1/x_1, \dots, v_m/x_m][\text{new } C(v_1, \dots, v_m)/\text{this}] b$$

Aplicación de métodos

Suponga que tenemos una definición de clase

$$\text{class } C(x_1, \dots, x_m)\{\dots \text{def } f(y_1, \dots, y_n) = b \dots\}$$

y el objeto

$$\text{new } C(v_1, \dots, v_m)$$

¿Cuál es el resultado de evaluar $\text{new } C(v_1, \dots, v_m).f(w_1, \dots, w_n)$ en el modelo de sustitución?

El resultado consiste en **substituir en *b***:

- Los parámetros formales de f , y_1, \dots, y_n , por los argumentos actuales w_1, \dots, w_n
- Los parámetros formales de C , x_1, \dots, x_m , por los argumentos actuales del objeto v_1, \dots, v_m
- Las referencias a *this* por el valor del objeto: $\text{new } C(v_1, \dots, v_m)$
- Estas tres sustituciones se denotarán así:

$$[w_1/y_1, \dots, w_n/y_n][v_1/x_1, \dots, v_m/x_m][\text{new } C(v_1, \dots, v_m)/\text{this}] b$$

Aplicación de métodos

Suponga que tenemos una definición de clase

$$\text{class } C(x_1, \dots, x_m)\{\dots \text{def } f(y_1, \dots, y_n) = b \dots\}$$

y el objeto

$$\text{new } C(v_1, \dots, v_m)$$

¿Cuál es el resultado de evaluar $\text{new } C(v_1, \dots, v_m).f(w_1, \dots, w_n)$ en el modelo de sustitución?

El resultado consiste en **substituir en *b***:

- Los parámetros formales de f , y_1, \dots, y_n , por los argumentos actuales w_1, \dots, w_n
- Los parámetros formales de C , x_1, \dots, x_m , por los argumentos actuales del objeto v_1, \dots, v_m
- Las referencias a *this* por el valor del objeto: $\text{new } C(v_1, \dots, v_m)$
- Estas tres sustituciones se denotarán así:

$$[w_1/y_1, \dots, w_n/y_n][v_1/x_1, \dots, v_m/x_m][\text{new } C(v_1, \dots, v_m)/\text{this}] b$$

Ejemplos de evaluaciones de aplicaciones de métodos

- $\text{newRacional}(1, 2).\text{numer}$
 $\rightarrow [][1/x, 2/y][\text{newRacional}(1, 2)/this]x$
 $= 1$
- $\text{newRacional}(1, 2).\text{menorQue}(\text{newRacional}(2, 3))$
 $\rightarrow [\text{newRacional}(2, 3)/r][1/x, 2/y][\text{newRacional}(1, 2)/this]this.\text{numer} * r.\text{denom} < this.\text{denom} * r.\text{numer}$
 $= \text{newRacional}(1, 2).\text{numer} * \text{newRacional}(2, 3).\text{denom} < \text{newRacional}(1, 2).\text{denom} * \text{newRacional}(2, 3).\text{numer}$
 $\rightarrow 1 * 3 < 2 * 2$
 $\rightarrow \text{true}$

Ejemplos de evaluaciones de aplicaciones de métodos

- $\text{newRacional}(1, 2).\text{numer}$
 $\rightarrow [][1/x, 2/y][\text{newRacional}(1, 2)/this]x$
 $= 1$
- $\text{newRacional}(1, 2).\text{menorQue}(\text{newRacional}(2, 3))$
 $\rightarrow [\text{newRacional}(2, 3)/r][1/x, 2/y][\text{newRacional}(1, 2)/this]this.\text{numer} * r.\text{denom} < this.\text{denom} * r.\text{numer}$
 $= \text{newRacional}(1, 2).\text{numer} * \text{newRacional}(2, 3).\text{denom} < \text{newRacional}(1, 2).\text{denom} * \text{newRacional}(2, 3).\text{numer}$
 $\rightarrow 1 * 3 < 2 * 2$
 $\rightarrow \text{true}$

Operadores binarios

- En principio, con la clase *Racional* podemos hacer aritmética tal cual la hacemos con los enteros, por ejemplo.
- Pero, para quien va a usar esta abstracción, hay una gran diferencia:
 - Escribimos $x + y$ si x y y son enteros,
 - Pero, escribimos $r.suma(s)$ si r y s son racionales.
- En Scala se puede eliminar esa diferencia:
 - Notación infija para operadores binarios
 - Flexibilización en el nombramiento de los identificadores

Operadores binarios

- En principio, con la clase *Racional* podemos hacer aritmética tal cual la hacemos con los enteros, por ejemplo.
- Pero, para quien va a usar esta abstracción, hay una gran diferencia:
 - Escribimos $x + y$ si x y y son enteros,
 - Pero, escribimos $r.suma(s)$ si r y s son racionales.
- En Scala se puede eliminar esa diferencia:
 - Notación infija para operadores binarios
 - Flexibilización en el nombramiento de los identificadores

Operadores binarios

- En principio, con la clase *Racional* podemos hacer aritmética tal cual la hacemos con los enteros, por ejemplo.
- Pero, para quien va a usar esta abstracción, hay una gran diferencia:
 - Escribimos $x + y$ si x y y son enteros,
 - Pero, escribimos $r.suma(s)$ si r y s son racionales.
- En Scala se puede eliminar esa diferencia:
 - Notación infija para operadores binarios
 - Flexibilización en el nombramiento de los identificadores

Notación infija para operadores binarios

Cualquier método que tenga un sólo parámetro del mismo tipo que la clase (o sea, que pueda ser visto como **operador binario**), puede ser usado como operador infijo.

- $r.suma(s)$ puede escribirse *r suma s*
- $r.mult(s)$ puede escribirse *r mult s*
- $r.menorQue(s)$ puede escribirse *r menorQue s*
- $r.max(s)$ puede escribirse *r max s*
- Y así sucesivamente...

Flexibilización en el nombramiento de los identificadores

Los símbolos de los operadores pueden ser usados en los identificadores.

Un identificador puede ser:

- **Alfanumérico**: empieza con una letra, y es seguido por una secuencia de letras o números.
- **Simbólico**: empieza con un símbolo de operador, y seguido por otros símbolos de operador.
- El carácter guión bajo (`_`) cuenta como letra
- Los identificadores alfanuméricos pueden terminar en un guión bajo (`_`) seguido de algunos símbolos de operadores.
- Ejemplos: `suma`, `suma2`, `*`, `+`, `? % &`, `vector_`, `++`, `contador_=`, ...

Flexibilización en el nombramiento de los identificadores

Los símbolos de los operadores pueden ser usados en los identificadores.

Un identificador puede ser:

- **Alfanumérico**: empieza con una letra, y es seguido por una secuencia de letras o números.
- **Simbólico**: empieza con un símbolo de operador, y seguido por otros símbolos de operador.
- El carácter guión bajo (`_`) cuenta como letra
- Los identificadores alfanuméricos pueden terminar en un guión bajo (`_`) seguido de algunos símbolos de operadores.
- Ejemplos: `suma`, `suma2`, `*`, `+`, `? %&`, `vector_++`, `contador_=`, ...

Flexibilización en el nombramiento de los identificadores

Los símbolos de los operadores pueden ser usados en los identificadores.

Un identificador puede ser:

- **Alfanumérico**: empieza con una letra, y es seguido por una secuencia de letras o números.
- **Simbólico**: empieza con un símbolo de operador, y seguido por otros símbolos de operador.
- El carácter guión bajo (`_`) cuenta como letra
- Los identificadores alfanuméricos pueden terminar en un guión bajo (`_`) seguido de algunos símbolos de operadores.
- Ejemplos: `suma`, `suma2`, `*`, `+? %&`, `vector_++`, `contador_=`, ...

Flexibilización en el nombramiento de los identificadores

Los símbolos de los operadores pueden ser usados en los identificadores.

Un identificador puede ser:

- **Alfanumérico**: empieza con una letra, y es seguido por una secuencia de letras o números.
- **Simbólico**: empieza con un símbolo de operador, y seguido por otros símbolos de operador.
- El carácter guión bajo (`_`) cuenta como letra
- Los identificadores alfanuméricos pueden terminar en un guión bajo (`_`) seguido de algunos símbolos de operadores.
- Ejemplos: `suma`, `suma2`, `*`, `+? %&`, `vector_++`, `contador_- =`, ...

Flexibilización en el nombramiento de los identificadores

Los símbolos de los operadores pueden ser usados en los identificadores.

Un identificador puede ser:

- **Alfanumérico**: empieza con una letra, y es seguido por una secuencia de letras o números.
- **Simbólico**: empieza con un símbolo de operador, y seguido por otros símbolos de operador.
- El carácter guión bajo (`_`) cuenta como letra
- Los identificadores alfanuméricos pueden terminar en un guión bajo (`_`) seguido de algunos símbolos de operadores.
- Ejemplos: `suma`, `suma2`, `*`, `+? %&`, `vector_+`, `contador_- =`, ...

La clase *Racional* con operadores simbólicos

```

0   class Racional(x:Int, y:Int){
1     require (y>0, "El_denominador_debe_ser_positivo")
2     private def mcd(a:Int, b:Int) :Int = if (b==0) a else mcd(b, a %b)
3     private val m=mcd(math.abs(x),y)
4     def numer = x/m
5     def denom = y/m
6     def +(r:Racional) = new Racional(r.numer*denom + r.denom*numer, r.denom*denom)
7     def *(r:Racional) = new Racional(numer*r.numer, denom*r.denom)
8     def -(r:Racional) = new Racional(numer*r.denom - denom*r.numer, r.denom*denom)
9     def /(r:Racional) = new Racional(numer*r.denom, denom*r.numer)
10    def ==(r:Racional) = if (numer*r.denom == denom*r.numer) true else false
11    def <(r:Racional) = this.numer*r.denom < this.denom*r.numer
12    def max(r:Racional) = if (this < r) r else this
13    override def toString = s"numer/denom"
14  }
15  val r1 = new Racional(1,2)
16  val r2 = new Racional(2,3)
17  val r3 = r1 + r2
18  r3.numer
19  r3.denom
20  r3.toString
21  r1 + r2
22  r1 / r2
23  r1 - r2
24  r1 == (new Racional(2,4))
25  r1 < r2
26  r1 max r2
27  r1*r1 + r2*r2

```

El concepto de Herencia

- Otra piedra angular de la ingeniería de software es la **reutilización** de código.
- La POO responde a esta necesidad con el mecanismo de la **herencia**.
- La **herencia** es en esencia la capacidad de construir nuevas clases (nuevas abstracciones de datos) a partir de clases existentes. O sea, la herencia es un mecanismo para la **construcción incremental de abstracciones de datos**.
- Para este fin, Scala provee:
 - Clases abstractas
 - Herencia simple
 - Rasgos (*traits*)
- Conceptos clave: grafo de herencia, control de acceso y control de encapsulación

El concepto de Herencia

- Otra piedra angular de la ingeniería de software es la **reutilización** de código.
- La POO responde a esta necesidad con el mecanismo de la **herencia**.
- La **herencia** es en esencia la capacidad de construir nuevas clases (nuevas abstracciones de datos) a partir de clases existentes. O sea, la herencia es un mecanismo para la **construcción incremental de abstracciones de datos**.
- Para este fin, Scala provee:
 - Clases abstractas
 - Herencia simple
 - Rasgos (*traits*)
- Conceptos clave: grafo de herencia, control de acceso y control de encapsulación

El concepto de Herencia

- Otra piedra angular de la ingeniería de software es la **reutilización** de código.
- La POO responde a esta necesidad con el mecanismo de la **herencia**.
- La **herencia** es en esencia la capacidad de construir nuevas clases (nuevas abstracciones de datos) a partir de clases existentes. O sea, la herencia es un mecanismo para la **construcción incremental de abstracciones de datos**.
- Para este fin, Scala provee:
 - Clases abstractas
 - Herencia simple
 - Rasgos (*traits*)
- Conceptos clave: grafo de herencia, control de acceso y control de encapsulación

El concepto de Herencia

- Otra piedra angular de la ingeniería de software es la **reutilización** de código.
- La POO responde a esta necesidad con el mecanismo de la **herencia**.
- La **herencia** es en esencia la capacidad de construir nuevas clases (nuevas abstracciones de datos) a partir de clases existentes. O sea, la herencia es un mecanismo para la **construcción incremental de abstracciones de datos**.
- Para este fin, Scala provee:
 - Clases abstractas
 - Herencia simple
 - Rasgos (*traits*)
- Conceptos clave: grafo de herencia, control de acceso y control de encapsulación

El concepto de Herencia

- Otra piedra angular de la ingeniería de software es la **reutilización** de código.
- La POO responde a esta necesidad con el mecanismo de la **herencia**.
- La **herencia** es en esencia la capacidad de construir nuevas clases (nuevas abstracciones de datos) a partir de clases existentes. O sea, la herencia es un mecanismo para la **construcción incremental de abstracciones de datos**.
- Para este fin, Scala provee:
 - Clases abstractas
 - Herencia simple
 - Rasgos (*traits*)
- Conceptos clave: grafo de herencia, control de acceso y control de encapsulación

Clases abstractas (1)

- La estructura discreta más sencilla y fundamental es el **conjunto**.
Dos operaciones básicas sobre los conjuntos son:
 - *insertar*(e, C) que dado un elemento e y un conjunto C , construye el conjunto resultante de insertar e en C .
 - *pertenece*(e, C) que dado un elemento e y un conjunto C , devuelve un booleano indicando si $e \in C$ o no.
- Otras operaciones básicas sobre los conjuntos son la unión, la intersección, y la diferencia de conjuntos.
- Para implementar una abstracción de datos que represente este concepto de conjunto, es importante que los lenguajes de programación provean **mecanismos de abstracción** que permitan especificar requerimientos, sin necesidad de detalles de implementación.
- Scala provee para ello el concepto de **clase abstracta**

Clases abstractas (1)

- La estructura discreta más sencilla y fundamental es el **conjunto**.
Dos operaciones básicas sobre los conjuntos son:
 - *insertar*(e, C) que dado un elemento e y un conjunto C , construye el conjunto resultante de insertar e en C .
 - *pertenece*(e, C) que dado un elemento e y un conjunto C , devuelve un booleano indicando si $e \in C$ o no.
- Otras operaciones básicas sobre los conjuntos son la unión, la intersección, y la diferencia de conjuntos.
- Para implementar una abstracción de datos que represente este concepto de conjunto, es importante que los lenguajes de programación provean **mecanismos de abstracción** que permitan especificar requerimientos, sin necesidad de detalles de implementación.
- Scala provee para ello el concepto de **clase abstracta**

Clases abstractas (1)

- La estructura discreta más sencilla y fundamental es el **conjunto**.
Dos operaciones básicas sobre los conjuntos son:
 - *insertar*(e, C) que dado un elemento e y un conjunto C , construye el conjunto resultante de insertar e en C .
 - *pertenece*(e, C) que dado un elemento e y un conjunto C , devuelve un booleano indicando si $e \in C$ o no.
- Otras operaciones básicas sobre los conjuntos son la unión, la intersección, y la diferencia de conjuntos.
- Para implementar una abstracción de datos que represente este concepto de conjunto, es importante que los lenguajes de programación provean **mecanismos de abstracción** que permitan especificar requerimientos, sin necesidad de detalles de implementación.
- Scala provee para ello el concepto de **clase abstracta**

Clases abstractas (1)

- La estructura discreta más sencilla y fundamental es el **conjunto**.

Dos operaciones básicas sobre los conjuntos son:

- *insertar*(e, C) que dado un elemento e y un conjunto C , construye el conjunto resultante de insertar e en C .
- *pertenece*(e, C) que dado un elemento e y un conjunto C , devuelve un booleano indicando si $e \in C$ o no.

- Otras operaciones básicas sobre los conjuntos son la unión, la intersección, y la diferencia de conjuntos.
- Para implementar una abstracción de datos que represente este concepto de conjunto, es importante que los lenguajes de programación provean **mecanismos de abstracción** que permitan especificar requerimientos, sin necesidad de detalles de implementación.
- Scala provee para ello el concepto de **clase abstracta**

Clases Abstractas (2)

- Para modelar los **conjuntos de enteros** podemos definir la siguiente **clase abstracta**:

```
0 abstract class ConjEnt{  
1   def insertar(x:Int):ConjEnt  
2   def pertenece(x:Int ):Boolean  
3 }
```

- La clase abstracta se llama *ConjEnt*
- Las clases abstractas contienen miembros sin la implementación (en este caso *insertar*, y *pertenece*)
- No se pueden crear **instancias** de una clase abstracta (no se puede usar *new*)

Plan

1 Generalidades

2 Construyendo abstracciones de datos

- Clases y Objetos
- Control de acceso y de encapsulación
- Evaluación y operadores

3 Construyendo abstracciones de datos incrementalmente

- Jerarquía de clases
- Despacho dinámico (control de acceso)

4 Organización de clases en Scala

Extendiendo las Clases

Supongamos que queremos implementar los conjuntos de enteros por medio de árboles binarios ordenados.

- Hay dos tipos de árboles posibles: (1) un árbol vacío, y (2) un árbol con un elemento en la raíz y el resto de elementos en los subárboles izquierdo (los elementos menores que la raíz) y derecho (los elementos mayores que la raíz)
- La clase para representar árboles (conjuntos) vacíos:

```

0  class Vacio extends ConjEnt {
1    def pertenece(x:Int): Boolean= false
2    def insertar(x:Int): ConjEnt = new NoVacio(x,  new Vacio , new Vacio)
3  }

```

- La clase para representar árboles (conjuntos) no vacíos:

```

0  class NoVacio(elem: Int , izq:ConjEnt , der: ConjEnt) extends ConjEnt{
1    def pertenece(x:Int): Boolean = {
2      if (x < elem) izq pertenece x
3      else if (x > elem) der pertenece x
4      else true
5    }
6    def insertar(x:Int):ConjEnt = {
7      if (x < elem) new NoVacio(elem , izq insertar x, der)
8      else if (x > elem) new NoVacio(elem , izq, der insertar x)
9      else this
10   }
11 }

```

Implementación (de clases abstractas) y anulación (de métodos)

- Las definiciones de *insertar* y *pertenece* en las clases *Vacio* y *NoVacio* **implementan** las funciones abstractas de la clase *ConjEnt*.
- Pero aún, si la clase de la que se hereda (abstracta o no) ya tuviera un método implementado, pero se desea redefinirlo en la nueva clase, es posible hacerlo usando la anotación de **anulación** (*override*, en inglés):

```
0 abstract class Base {  
1   def foo=1  
2   def bar:Int  
3 }  
4 class Sub extends Base {  
5   override def foo = 2  
6   def bar = 3  
7 }
```

Definición de objetos

- En el ejemplo de *ConjEnt*, se puede argumentar que no se necesita realmente una clase que genere conjuntos vacíos porque sólo hay un conjunto vacío.
- Parece exagerado, entonces, que el usuario deba crear múltiples instancias de él. Esto se puede resolver con una definición de objeto:

```

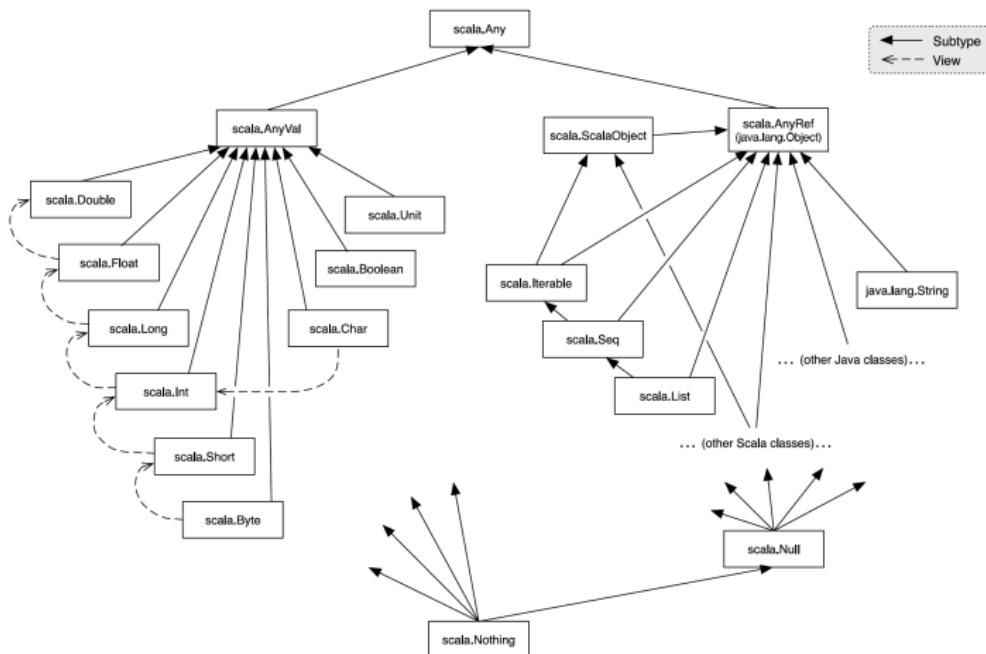
0 object Vacio extends ConjEnt {
1   def pertenece(x:Int):Boolean= false
2   def insertar(x:Int): ConjEnt = new NoVacio(x,  Vacio,  Vacio)
3 }
```

- Esta definición, define un **único objeto** denominado *Vacio*.
No se necesita, ni se puede, crear instancias de *Vacio*.
Los objetos únicos son valores, luego *Vacio* evalúa a sí mismo, pues ya es un valor.

Vocabulario

- *Vacio* y *NoVacio* son clases que extienden la clase abstracta *ConjEnt*
- Se dice que los tipos *Vacio* y *NoVacio* **se ajustan** (conform, en inglés) al tipo *ConjEnt*: es decir, un objeto de tipo *Vacio* o *NoVacio* se puede usar en cualquier sitio donde se requiera un objeto de tipo *ConjEnt*
- *ConjEnt* se denomina la **superclase** de las clases *Vacio* y *NoVacio*.
- *Vacio* y *NoVacio* se denominan **subclases** de *ConjEnt*
- En Scala, toda clase definida por el usuario extiende alguna clase. Si no se explica, extiende por defecto la clase *Object* de Java.
- Las superclases directas o indirectas de una clase *C* se denominan **clases base** de *C*. Las clases base de *NoVacio* son *ConjEnt* y *Object*

Jerarquía de clases



Traits (o sesgos)

- En Scala, la **herencia es sencilla** no múltiple. Una clase no puede heredar (extender) sino de una sola clase.
- Sin embargo, con frecuencia hay casos donde se requiere reutilizar código de varias fuentes, pues varias clases se ajustan a lo que se está diseñando. Para resolver esta necesidad, Scala provee los **Traits**
- Un **Trait** encapsula métodos y definiciones de campos que se reutilizan mezclándolos en las clases. Su sintaxis es muy similar a la de las clases abstractas:

```
0 trait Plano {  
1   def alto:Int  
2   def ancho:Int  
3   def area=alto * ancho  
4 }
```

Un poco más sobre *Traits*

- Las clases, los objetos y los *traits* **pueden heredar** de a lo sumo una clase pero de **muchos traits**.

```
0 class Cuadrado extends Forma with Plano with Movable ...
```

- Los *traits*, se parecen a las interfaces en Java, pero **son más poderosos** porque pueden contener campos y métodos concretos.
- Los *traits* **no pueden** tener valores (val). Sólo se permiten a las clases.
- Como este curso no es de OO, no entraremos en más detalles sobre los *traits*.

Plan

1 Generalidades

2 Construyendo abstracciones de datos

- Clases y Objetos
- Control de acceso y de encapsulación
- Evaluación y operadores

3 Construyendo abstracciones de datos incrementalmente

- Jerarquía de clases
- Despacho dinámico (control de acceso)

4 Organización de clases en Scala

Ligadura dinámica

- Los lenguajes OO (incluyendo a Scala) implementan lo que se denomina **despacho dinámico de métodos**
- Esto significa que el método que se ejecuta cuando se hace una invocación, depende del tipo que tiene el objeto al momento de esa ejecución.
- Usaremos el modelo de substitución para ilustrar este proceso:
Vacio.pertenece(1)
→ [1/x] [] [Vacio/this] false
= false

Ligadura dinámica

- Los lenguajes OO (incluyendo a Scala) implementan lo que se denomina **despacho dinámico de métodos**
- Esto significa que el método que se ejecuta cuando se hace una invocación, depende del tipo que tiene el objeto al momento de esa ejecución.
- Usaremos el modelo de substitución para ilustrar este proceso:
Vacio.pertenece(1)
→ [1/x] [] [Vacio/this] false
= false

Ligadura dinámica

- Los lenguajes OO (incluyendo a Scala) implementan lo que se denomina **despacho dinámico de métodos**
- Esto significa que el método que se ejecuta cuando se hace una invocación, depende del tipo que tiene el objeto al momento de esa ejecución.
- Usaremos el modelo de substitución para ilustrar este proceso:
 $Vacio.pertenece(1)$
 $\rightarrow [1/x] [] [Vacio / this] false$
 $= false$

Ligadura dinámica (2)

Otro ejemplo de evaluación, usando *NoVacio*:

```
new NoVacio(7, Vacio, Vacio).pertenece(7)
→ [7/x][7/elem, Vacio/izq, Vacio/der][newNoVacio(7, Vacio, Vacio)/this]
  if(x < elem) izq pertenece x else if(x > elem) der pertenece x else true
=  if(7 < 7) Vacio pertenece 7 else if(7 > 7) Vacio pertenece 7 else true
→ if(7 > 7) Vacio pertenece 7 else true
→ true
```

Paquetes

- Las clases y los objetos se organizan en **paquetes**
- Para incluir una clase o un objeto dentro de un paquete, use la cláusula **package** al principio del archivo fuente:

```
0 package profun.ejemplos  
1  
2 object Hello { ... }
```

Esto incluye a *Hello* en el paquete *profun.ejemplos*.

- Ahora se puede invocar a *Hello* por su nombre *profun.ejemplos.Hello*.
Por ejemplo para correr el programa:

```
0 scala> profun.ejemplos.Hello
```

Importaciones

Digamos que definimos la clase *Racional* en el paquete *progfun.ejemplos*.

- Se puede usar la clase a través de su nombre completo:

```
0 val r = new progfun.ejemplos.Racional(1,2)
```

- De forma alternativa se puede usar un *import*:

```
0 import progfun.ejemplos.Racional
1 val r = new Racional(1,2)
```

- Las importaciones se pueden hacer de diversas maneras:

<pre>0 import progfun.ejemplos.Racional 1 import progfun.ejemplos.{Racional, Hello} 2 import progfun.ejemplos._</pre>	<i>// importa solamente Racional</i> <i>// importa Racional y Hello</i> <i>// importa todo lo que haya en el paquete</i>
---	--

Importaciones automáticas

Algunas entidades se importan automáticamente en cualquier programa de Scala:

- Todos los miembros del paquete *scala*
- Todos los miembros del paquete *java.lang*
- Todos los miembros del objeto único *scala.Predef*

Estos son los nombres completos de algunos de los tipos y funciones que hemos usado:

0	<code>Int</code>	<code>scala.Int</code>
1	<code>Boolean</code>	<code>scala.Boolean</code>
2	<code>Object</code>	<code>java.lang.Object</code>
3	<code>require</code>	<code>scala.Predef.require</code>
4	<code>assert</code>	<code>scala.Predef.assert</code>