Ecuaciones Diferenciales

Jhovanny Muñoz Posso

Departamento de Matemáticas

Universidad del Valle

Mecánica Newtoniana

La mecánica newtoniana o clásica estudia el movimiento de objetos que son grandes comparados con un átomo y cuyo movimiento es lento comparado con la velocidad de la luz.

Mecánica Newtoniana

La mecánica newtoniana o clásica estudia el movimiento de objetos que son grandes comparados con un átomo y cuyo movimiento es lento comparado con la velocidad de la luz.

Planteamos las ecuaciones del movimiento de un cuerpo utilizando la segunda ley de Newton

$$m\vec{a} = \vec{F}(t, x, x') \tag{1}$$

Mecánica Newtoniana

La mecánica newtoniana o clásica estudia el movimiento de objetos que son grandes comparados con un átomo y cuyo movimiento es lento comparado con la velocidad de la luz.

Planteamos las ecuaciones del movimiento de un cuerpo utilizando la segunda ley de Newton

$$m\vec{a} = \vec{F}(t, x, x') \tag{1}$$

donde el término de la derecha representa la fuerza resultante que actúa sobre el cuerpo en el instante t, en la posición x y con velocidad x'.

Supondremos que la aceleración de la gravedad es constante con valor $g = 9,81 \frac{m}{s^2}$ y seguiremos el siguiente procedimiento:

Supondremos que la aceleración de la gravedad es constante con valor $g = 9,81\frac{m}{s^2}$ y seguiremos el siguiente procedimiento:

Supondremos que la aceleración de la gravedad es constante con valor $g = 9,81\frac{m}{s^2}$ y seguiremos el siguiente procedimiento:

a. Elegir un sistema de ejes coordenados apropiados y representar el movimiento

Supondremos que la aceleración de la gravedad es constante con valor $g = 9,81 \frac{m}{s^2}$ y seguiremos el siguiente procedimiento:

a. Elegir un sistema de ejes coordenados apropiados y representar el movimiento

b. Determinar todas las fuerzas que actúan sobre el objeto en estudio.

Supondremos que la aceleración de la gravedad es constante con valor $g = 9,81\frac{m}{s^2}$ y seguiremos el siguiente procedimiento:

a. Elegir un sistema de ejes coordenados apropiados y representar el movimiento

b. Determinar todas las fuerzas que actúan sobre el objeto en estudio.

c. Aplicar la segunda ley de Newton mediante la ecuación para determinar las ecuaciones del movimiento del objeto.

Movimiento de objetos en un medio restrictivo

Supongamos que la posición del cuerpo corresponde a la coordenada del eje vertical y

Movimiento de objetos en un medio restrictivo

Supongamos que la posición del cuerpo corresponde a la coordenada del eje vertical y que el cuerpo que está bajo la acción de la fuerza de la gravedad y una fuerza de fricción que es proporcional a la velocidad.

Movimiento de objetos en un medio restrictivo

Supongamos que la posición del cuerpo corresponde a la coordenada del eje vertical y que el cuerpo que está bajo la acción de la fuerza de la gravedad y una fuerza de fricción que es proporcional a la velocidad.

Sean $x(t)$ y $v(t)$ la posición y la velocidad del cuerpo en el tiempo t, respectivamente.

Movimiento de objetos en un medio restrictivo

Supongamos que la posición del cuerpo corresponde a la coordenada del eje vertical y que el cuerpo que está bajo la acción de la fuerza de la gravedad y una fuerza de fricción que es proporcional a la velocidad.

Sean $x(t)$ y $v(t)$ la posición y la velocidad del cuerpo en el tiempo t, respectivamente. La fuerza total es

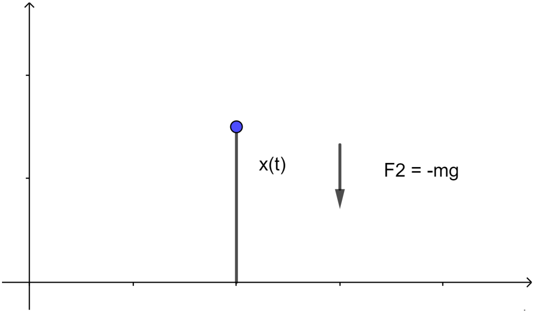
$$F = F_1 + F_2 = -mg - \gamma v.$$

Movimiento de objetos en un medio restrictivo

Supongamos que la posición del cuerpo corresponde a la coordenada del eje vertical y que el cuerpo que está bajo la acción de la fuerza de la gravedad y una fuerza de fricción que es proporcional a la velocidad.

Sean $x(t)$ y $v(t)$ la posición y la velocidad del cuerpo en el tiempo t, respectivamente. La fuerza total es

$$F = F_1 + F_2 = -mg - \gamma v.$$



De la segunda ley de Newton tenemos que

$$m\frac{dv}{dt} = -mg - \gamma v$$

donde m es la masa, g es la constante gravitacional y γ es una constante positiva.

De la segunda ley de Newton tenemos que

$$m\frac{dv}{dt} = -mg - \gamma v$$

donde m es la masa, g es la constante gravitacional y γ es una constante positiva. Separando las variables obtenemos:

$$\frac{1}{g + \frac{\gamma}{m}v}dv = -dt$$

De la segunda ley de Newton tenemos que

$$m\frac{dv}{dt} = -mg - \gamma v$$

donde m es la masa, g es la constante gravitacional y γ es una constante positiva. Separando las variables obtenemos:

$$\frac{1}{g + \frac{\gamma}{m}v}dv = -dt$$

Integrando con respecto de t obtenemos:

$$\frac{m}{\gamma}\ln|g + \frac{\gamma}{m}v| = -t + C$$

o equivalentemente

$$\ln|g + \frac{\gamma}{m}v| = -\frac{\gamma}{m}t + C.$$

Despejando v tenemos que

$$v(t) = Ce^{-\frac{\gamma}{m}t} - \frac{m}{\gamma}g$$

donde $C \in \mathbb{R}$. Si tenemos la condición inicial $v_0 = v(0)$ obtenemos que

$$v(t) = (v_0 + \frac{m}{\gamma}g)e^{-\frac{\gamma}{m}t} - \frac{m}{\gamma}g$$

Si integramos encontramos que la posición $x(t)$ es

$$x(t) = -\frac{m}{\gamma}(v_0 + \frac{m}{\gamma}g)e^{-\frac{\gamma}{m}t} - \frac{m}{\gamma}gt + C$$

Supongamos que $x_0 = x(0)$ es

Supongamos que $x_0 = x(0)$ es

$$\begin{aligned} x(t) &= -\frac{m}{\gamma}(v_0 + \frac{m}{\gamma}g)e^{-\frac{\gamma}{m}t} - \frac{m}{\gamma}gt + (x_0 + \frac{m}{\gamma}(v_0 + \frac{m}{\gamma}g)) \\ &= \frac{m}{\gamma}(v_0 + \frac{m}{\gamma}g)\left(1 - e^{-\frac{\gamma}{m}t}\right) - \frac{m}{\gamma}gt + x_0. \end{aligned}$$

Supongamos que $x_0 = x(0)$ es

$$\begin{aligned} x(t) &= -\frac{m}{\gamma}(v_0 + \frac{m}{\gamma}g)e^{-\frac{\gamma}{m}t} - \frac{m}{\gamma}gt + (x_0 + \frac{m}{\gamma}(v_0 + \frac{m}{\gamma}g)) \\ &= \frac{m}{\gamma}(v_0 + \frac{m}{\gamma}g)\left(1 - e^{-\frac{\gamma}{m}t}\right) - \frac{m}{\gamma}gt + x_0. \end{aligned}$$

En el caso general que x_0 y v_0 son la posición y velocidad inicial cuando $t = t_0$ un análisis similar nos permite concluir

Supongamos que $x_0 = x(0)$ es

$$\begin{aligned} x(t) &= -\frac{m}{\gamma}(v_0 + \frac{m}{\gamma}g)e^{-\frac{\gamma}{m}t} - \frac{m}{\gamma}gt + (x_0 + \frac{m}{\gamma}(v_0 + \frac{m}{\gamma}g)) \\ &= \frac{m}{\gamma}(v_0 + \frac{m}{\gamma}g)\left(1 - e^{-\frac{\gamma}{m}t}\right) - \frac{m}{\gamma}gt + x_0. \end{aligned}$$

En el caso general que x_0 y v_0 son la posición y velocidad inicial cuando $t = t_0$ un análisis similar nos permite concluir

$$v(t) = (v_0 + \frac{m}{\gamma}g)e^{-\frac{\gamma}{m}(t-t_0)} - \frac{m}{\gamma}g$$

y

Supongamos que $x_0 = x(0)$ es

$$\begin{aligned} x(t) &= -\frac{m}{\gamma}(v_0 + \frac{m}{\gamma}g)e^{-\frac{\gamma}{m}t} - \frac{m}{\gamma}gt + (x_0 + \frac{m}{\gamma}(v_0 + \frac{m}{\gamma}g)) \\ &= \frac{m}{\gamma}(v_0 + \frac{m}{\gamma}g)\left(1 - e^{-\frac{\gamma}{m}t}\right) - \frac{m}{\gamma}gt + x_0. \end{aligned}$$

En el caso general que x_0 y v_0 son la posición y velocidad inicial cuando $t = t_0$ un análisis similar nos permite concluir

$$v(t) = (v_0 + \frac{m}{\gamma}g)e^{-\frac{\gamma}{m}(t-t_0)} - \frac{m}{\gamma}g$$

y

$$x(t) = \frac{m}{\gamma}(v_0 + \frac{m}{\gamma}g)\left(1 - e^{-\frac{\gamma}{m}(t-t_0)}\right) - \frac{m}{\gamma}g(t - t_0) + x_0.$$

Caida de objetos en un medio restrictivo

Supongamos que la posición del cuerpo corresponde a la distancia desde una cierta altura. Allí ubicamos el eje horizontal y el eje de positivo de las abscisas apuntando hacia abajo.

Caida de objetos en un medio restrictivo

Supongamos que la posición del cuerpo corresponde a la distancia desde una cierta altura. Allí ubicamos el eje horizontal y el eje de positivo de las abscisas apuntando hacia abajo. De nuevo el cuerpo que está bajo la acción de la fuerza de la gravedad y una fuerza de fricción que es proporcional a la velocidad.

Caida de objetos en un medio restrictivo

Supongamos que la posición del cuerpo corresponde a la distancia desde una cierta altura. Allí ubicamos el eje horizontal y el eje de positivo de las abscisas apuntando hacia abajo. De nuevo el cuerpo que está bajo la acción de la fuerza de la gravedad y una fuerza de fricción que es proporcional a la velocidad.

La fuerza total es

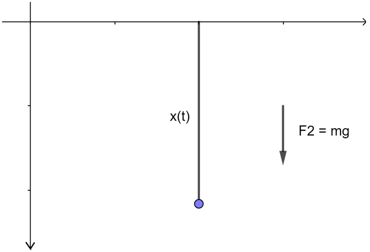
$$F = F_1 + F_2 = mg - \gamma v.$$

Caida de objetos en un medio restrictivo

Supongamos que la posición del cuerpo corresponde a la distancia desde una cierta altura. Allí ubicamos el eje horizontal y el eje de positivo de las abscisas apuntando hacia abajo. De nuevo el cuerpo que está bajo la acción de la fuerza de la gravedad y una fuerza de fricción que es proporcional a la velocidad.

La fuerza total es

$$F = F_1 + F_2 = mg - \gamma v.$$



De la segunda ley de Newton tenemos que

$$m\frac{dv}{dt} = mg - \gamma v.$$

Usando una argumento similar al anterior con las condiciones iniciales $v_0 = v(t_0)$ y $x_0 = x(t_0)$

De la segunda ley de Newton tenemos que

$$m\frac{dv}{dt} = mg - \gamma v.$$

Usando una argumento similar al anterior con las condiciones iniciales $v_0 = v(t_0)$ y $x_0 = x(t_0)$ obtenemos que

$$v(t) = \frac{m}{\gamma}g + (v_0 - \frac{m}{\gamma}g)e^{-\frac{\gamma}{m}(t-t_0)}$$

De la segunda ley de Newton tenemos que

$$m\frac{dv}{dt} = mg - \gamma v.$$

Usando una argumento similar al anterior con las condiciones iniciales $v_0 = v(t_0)$ y $x_0 = x(t_0)$ obtenemos que

$$v(t) = \frac{m}{\gamma}g + (v_0 - \frac{m}{\gamma}g)e^{-\frac{\gamma}{m}(t-t_0)}$$

y

$$x(t) = \frac{m}{\gamma}(v_0 - \frac{m}{\gamma}g)\left(1 - e^{-\frac{\gamma}{m}(t-t_0)}\right) + \frac{m}{\gamma}g(t - t_0) + x_0.$$

De la segunda ley de Newton tenemos que

$$m\frac{dv}{dt} = mg - \gamma v.$$

Usando una argumento similar al anterior con las condiciones iniciales $v_0 = v(t_0)$ y $x_0 = x(t_0)$ obtenemos que

$$v(t) = \frac{m}{\gamma}g + (v_0 - \frac{m}{\gamma}g)e^{-\frac{\gamma}{m}(t-t_0)}$$

y

$$x(t) = \frac{m}{\gamma}(v_0 - \frac{m}{\gamma}g)\left(1 - e^{-\frac{\gamma}{m}(t-t_0)}\right) + \frac{m}{\gamma}g(t - t_0) + x_0.$$

Nota: generalmente en movimientos de caída suponemos que $t_0 = 0$ y $x_0 = 0$.

Ejemplo

Un objeto de $4\,kg$ se deja caer desde 600 metros de altura.

Ejemplo

Un objeto de $4\,kg$ se deja caer desde 600 metros de altura. Suponiendo la fuerza de gravedad es constante y que la fuerza debida a la resistencia del aire es γv, donde v es la velocidad del objeto y $\gamma = 4kg/s$,

Ejemplo

Un objeto de $4\,kg$ se deja caer desde 600 metros de altura. Suponiendo la fuerza de gravedad es constante y que la fuerza debida a la resistencia del aire es γv, donde v es la velocidad del objeto y $\gamma = 4kg/s$, encontrar el tiempo cuando el objeto golpea contra el suelo.

Ejemplo

Un objeto de $4\,kg$ se deja caer desde 600 metros de altura. Suponiendo la fuerza de gravedad es constante y que la fuerza debida a la resistencia del aire es γv, donde v es la velocidad del objeto y $\gamma = 4kg/s$, encontrar el tiempo cuando el objeto golpea contra el suelo. Tenemos que $m = 4, \gamma = 4, g = 9,81$.

Ejemplo

Un objeto de $4\,kg$ se deja caer desde 600 metros de altura. Suponiendo la fuerza de gravedad es constante y que la fuerza debida a la resistencia del aire es γv, donde v es la velocidad del objeto y $\gamma = 4kg/s$, encontrar el tiempo cuando el objeto golpea contra el suelo. Tenemos que $m = 4, \gamma = 4, g = 9,81$. Tomando el eje horizontal en la altura de 600 metros y el eje de positivo de las abscisa apunta hacia abajo

Ejemplo

Un objeto de $4\,kg$ se deja caer desde 600 metros de altura. Suponiendo la fuerza de gravedad es constante y que la fuerza debida a la resistencia del aire es γv, donde v es la velocidad del objeto y $\gamma = 4kg/s$, encontrar el tiempo cuando el objeto golpea contra el suelo. Tenemos que $m = 4, \gamma = 4, g = 9,81$. Tomando el eje horizontal en la altura de 600 metros y el eje de positivo de las abscisa apunta hacia abajo tenemos el modelo

$$4\frac{dv}{dt} = 4 \times 9,81 - 4v.$$

Ejemplo

Un objeto de $4\,kg$ se deja caer desde 600 metros de altura. Suponiendo la fuerza de gravedad es constante y que la fuerza debida a la resistencia del aire es γv, donde v es la velocidad del objeto y $\gamma = 4kg/s$, encontrar el tiempo cuando el objeto golpea contra el suelo. Tenemos que $m = 4, \gamma = 4, g = 9,81$. Tomando el eje horizontal en la altura de 600 metros y el eje de positivo de las abscisa apunta hacia abajo tenemos el modelo

$$4\frac{dv}{dt} = 4 \times 9,81 - 4v.$$

Adicionalmente, $x_0 = 0$ y $v_0 = 0$.

Ejemplo

Un objeto de $4\,kg$ se deja caer desde 600 metros de altura. Suponiendo la fuerza de gravedad es constante y que la fuerza debida a la resistencia del aire es γv, donde v es la velocidad del objeto y $\gamma = 4kg/s$, encontrar el tiempo cuando el objeto golpea contra el suelo. Tenemos que $m = 4, \gamma = 4, g = 9,81$. Tomando el eje horizontal en la altura de 600 metros y el eje de positivo de las abscisa apunta hacia abajo tenemos el modelo

$$4\frac{dv}{dt} = 4 \times 9,81 - 4v.$$

Adicionalmente, $x_0 = 0$ y $v_0 = 0$. Luego

$$x(t) = 9,81t - 9,81\left(1 - e^{-t}\right)$$

Necesitamos encontrar t tal que $x(t) = 600$,

Necesitamos encontrar t tal que $x(t) = 600$, es decir, t que satisface

$$600 = 9,81t - 9,81 + 9,81e^{-t}.$$

Necesitamos encontrar t tal que $x(t) = 600$, es decir, t que satisface

$$600 = 9,81t - 9,81 + 9,81e^{-t}.$$

O equivalentemente,

$$62,165 = t + e^{-t}.$$

Necesitamos encontrar t tal que $x(t) = 600$, es decir, t que satisface

$$600 = 9,81t - 9,81 + 9,81e^{-t}.$$

O equivalentemente,

$$62,165 = t + e^{-t}.$$

Dado que no podemos despejar t,

Necesitamos encontrar t tal que $x(t) = 600$, es decir, t que satisface

$$600 = 9,81t - 9,81 + 9,81e^{-t}.$$

O equivalentemente,

$$62,165 = t + e^{-t}.$$

Dado que no podemos despejar t, podemos aproximar asumiendo que $e^{-t} \approx 0$ y así $t = 62,17s$.

Necesitamos encontrar t tal que $x(t) = 600$, es decir, t que satisface

$$600 = 9,81t - 9,81 + 9,81e^{-t}.$$

O equivalentemente,

$$62,165 = t + e^{-t}.$$

Dado que no podemos despejar t, podemos aproximar asumiendo que $e^{-t} \approx 0$ y así $t = 62,17s$.

Note que $e^{-62} = 1,18 \times 10^{-27}$.

Ejemplo

Un paracaidista cuya masa es $80kg$ se deja caer desde un avión a 4000 metros de altura sobre la superficie. Supongamos que el movimiento es vertical, que la fuerza de gravedad es constante.

Ejemplo

Un paracaidista cuya masa es $80kg$ se deja caer desde un avión a 4000 metros de altura sobre la superficie. Supongamos que el movimiento es vertical, que la fuerza de gravedad es constante. Adicionalmente, supongamos que la fuerza de resistencia del aire es proporcional a la velocidad del paracaidista, con constante de proporcionalidad $\gamma_1 = 16kg/s$ cuando el paracaídas está cerrado y $\gamma_2 = 112kg/s$ cuando está abierto.

Ejemplo

Un paracaidista cuya masa es $80kg$ se deja caer desde un avión a 4000 metros de altura sobre la superficie. Supongamos que el movimiento es vertical, que la fuerza de gravedad es constante. Adicionalmente, supongamos que la fuerza de resistencia del aire es proporcional a la velocidad del paracaidista, con constante de proporcionalidad $\gamma_1 = 16kg/s$ cuando el paracaídas está cerrado y $\gamma_2 = 112kg/s$ cuando está abierto. Si el paracaídas se abre 1 minuto después de abandonar el avión, ¿en cuántos segundos llegará el paracaidista a la superficie?.

Antes de abrir el paracaídas, tenemos los datos $x_0 = 0$, $v_0 = 0$, $m = 80$, $\gamma = \gamma_1 = 16$ y $g = 9,81$.

Antes de abrir el paracaídas, tenemos los datos $x_0 = 0$, $v_0 = 0$, $m = 80$, $\gamma = \gamma_1 = 16$ y $g = 9,81$. Tomando el eje horizontal en la altura de 4000 metros y el eje de positivo de las abscisa apunta hacia abajo

Antes de abrir el paracaídas, tenemos los datos $x_0 = 0$, $v_0 = 0$, $m = 80$, $\gamma = \gamma_1 = 16$ y $g = 9,81$. Tomando el eje horizontal en la altura de 4000 metros y el eje de positivo de las abscisa apunta hacia abajo tenemos la posición x_1 y la velocidad v_1

Antes de abrir el paracaídas, tenemos los datos $x_0 = 0$, $v_0 = 0$, $m = 80$, $\gamma = \gamma_1 = 16$ y $g = 9,81$. Tomando el eje horizontal en la altura de 4000 metros y el eje de positivo de las abscisa apunta hacia abajo tenemos la posición x_1 y la velocidad v_1 son

$$v_1(t) = 49,05(1 - e^{-0,2t}) \quad \text{y} \quad x_1(t) = 49,05t - 245,25(1 - e^{-0,2t}).$$

Antes de abrir el paracaídas, tenemos los datos $x_0 = 0$, $v_0 = 0$, $m = 80$, $\gamma = \gamma_1 = 16$ y $g = 9,81$. Tomando el eje horizontal en la altura de 4000 metros y el eje de positivo de las abscisa apunta hacia abajo tenemos la posición x_1 y la velocidad v_1 son

$$v_1(t) = 49,05(1 - e^{-0,2t}) \quad \text{y} \quad x_1(t) = 49,05t - 245,25(1 - e^{-0,2t}).$$

Por consiguiente, al cabo de $t = 60s$, el paracaidista está descendiendo a una velocidad de $v_1(60) = 49,05m/s$ y ha descendido $x_1(60) = 2697,75m$.

Antes de abrir el paracaídas, tenemos los datos $x_0 = 0$, $v_0 = 0$, $m = 80$, $\gamma = \gamma_1 = 16$ y $g = 9,81$. Tomando el eje horizontal en la altura de 4000 metros y el eje de positivo de las abscisa apunta hacia abajo tenemos la posición x_1 y la velocidad v_1 son

$$v_1(t) = 49,05(1 - e^{-0,2t}) \quad \text{y} \quad x_1(t) = 49,05t - 245,25(1 - e^{-0,2t}).$$

Por consiguiente, al cabo de $t = 60s$, el paracaidista está descendiendo a una velocidad de $v_1(60) = 49,05m/s$ y ha descendido $x_1(60) = 2697,75m$.

Después de abrir el paracaídas: En el instante que se abre el paracaídas tenemos $t_0 = 60s$, $v_0 = 49,05m/s$ y $x_0 = 2697,75m$, recordemos que $m = 80$, $\gamma = \gamma_2 = 112$ y $g = 9,81$.

Antes de abrir el paracaídas, tenemos los datos $x_0 = 0$, $v_0 = 0$, $m = 80$, $\gamma = \gamma_1 = 16$ y $g = 9,81$. Tomando el eje horizontal en la altura de 4000 metros y el eje de positivo de las abscisa apunta hacia abajo tenemos la posición x_1 y la velocidad v_1 son

$$v_1(t) = 49,05(1 - e^{-0,2t}) \quad \text{y} \quad x_1(t) = 49,05t - 245,25(1 - e^{-0,2t}).$$

Por consiguiente, al cabo de $t = 60s$, el paracaidista está descendiendo a una velocidad de $v_1(60) = 49,05m/s$ y ha descendido $x_1(60) = 2697,75m$.

Después de abrir el paracaídas: En el instante que se abre el paracaídas tenemos $t_0 = 60s$, $v_0 = 49,05m/s$ y $x_0 = 2697,75m$, recordemos que $m = 80$, $\gamma = \gamma_2 = 112$ y $g = 9,81$. Tenemos la posición x_2 y la velocidad v_2

Antes de abrir el paracaídas, tenemos los datos $x_0 = 0$, $v_0 = 0$, $m = 80$, $\gamma = \gamma_1 = 16$ y $g = 9,81$. Tomando el eje horizontal en la altura de 4000 metros y el eje de positivo de las abscisa apunta hacia abajo tenemos la posición x_1 y la velocidad v_1 son

$$v_1(t) = 49,05(1 - e^{-0,2t}) \quad \text{y} \quad x_1(t) = 49,05t - 245,25(1 - e^{-0,2t}).$$

Por consiguiente, al cabo de $t = 60s$, el paracaidista está descendiendo a una velocidad de $v_1(60) = 49,05m/s$ y ha descendido $x_1(60) = 2697,75m$.

Después de abrir el paracaídas: En el instante que se abre el paracaídas tenemos $t_0 = 60s$, $v_0 = 49,05m/s$ y $x_0 = 2697,75m$, recordemos que $m = 80$, $\gamma = \gamma_2 = 112$ y $g = 9,81$. Tenemos la posición x_2 y la velocidad v_2 son

$$v_2(t) = 7,01 + 42,04e^{-1,4t}$$

y

$$x_2(t) = 30,03\left(1 - e^{-1,4(t-60)}\right) + 7,01(t-60) + 2697,75$$

y

$$\begin{aligned} x_2(t) &= 30,03\left(1 - e^{-1,4(t-60)}\right) + 7,01(t-60) + 2697,75 \\ &= -30,03e^{-1,4(t-60)} + 7,01t + 2307,18. \end{aligned}$$

y

$$
\begin{aligned}
x_2(t) &= 30,03\left(1-e^{-1,4(t-60)}\right)+7,01(t-60)+2697,75\\
&= -30,03e^{-1,4(t-60)}+7,01t+2307,18.
\end{aligned}
$$

Para determinar en qué momento llega a la superficie, hacemos $x_2(t) = 4000$ y, despejamos t.

y

$$\begin{aligned} x_2(t) &= 30,03\left(1 - e^{-1,4(t-60)}\right) + 7,01(t-60) + 2697,75 \\ &= -30,03e^{-1,4(t-60)} + 7,01t + 2307,18. \end{aligned}$$

Para determinar en qué momento llega a la superficie, hacemos $x_2(t) = 4000$ y, despejamos t. Luego

$$4000 = -30,03e^{-1,4(t-60)} + 7,01t + 2307,18.$$

y

$$
\begin{aligned}
x_2(t) &= 30,03\left(1 - e^{-1,4(t-60)}\right) + 7,01(t-60) + 2697,75 \\
&= -30,03e^{-1,4(t-60)} + 7,01t + 2307,18.
\end{aligned}
$$

Para determinar en qué momento llega a la superficie, hacemos $x_2(t) = 4000$ y, despejamos t. Luego

$$
4000 = -30,03e^{-1,4(t-60)} + 7,01t + 2307,18.
$$

Dado que no podemos despejar t,

y

$$\begin{aligned} x_2(t) &= 30,03\left(1 - e^{-1,4(t-60)}\right) + 7,01(t-60) + 2697,75 \\ &= -30,03e^{-1,4(t-60)} + 7,01t + 2307,18. \end{aligned}$$

Para determinar en qué momento llega a la superficie, hacemos $x_2(t) = 4000$ y, despejamos t. Luego

$$4000 = -30,03e^{-1,4(t-60)} + 7,01t + 2307,18.$$

Dado que no podemos despejar t, podemos aproximar asumiendo que $e^{-1,4(t-60)} \approx 0$.

y

$$\begin{aligned} x_2(t) &= 30,03\left(1 - e^{-1,4(t-60)}\right) + 7,01(t-60) + 2697,75 \\ &= -30,03e^{-1,4(t-60)} + 7,01t + 2307,18. \end{aligned}$$

Para determinar en qué momento llega a la superficie, hacemos $x_2(t) = 4000$ y, despejamos t. Luego

$$4000 = -30,03e^{-1,4(t-60)} + 7,01t + 2307,18.$$

Dado que no podemos despejar t, podemos aproximar asumiendo que $e^{-1,4(t-60)} \approx 0$.

Concluimos que para llegar al suelo después de haberse lanzado del avión pasaron aproximadamente $t = 241,49s$.