
Departamento de Matemáticas

Cálculo I

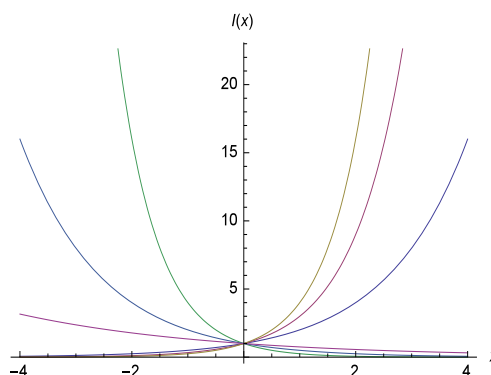
Taller N°6: Función exponencial y logarítmica



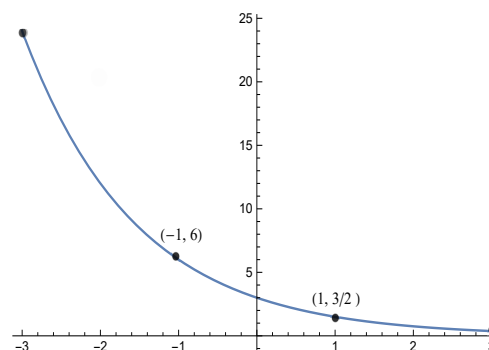
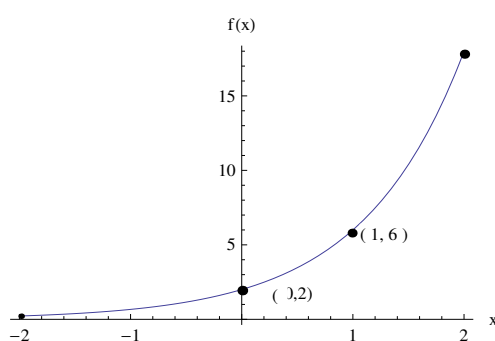
Profesoras: Martha Pinzón y Daniela Vásquez.

Marzo 16 de 2021

1. A continuación se presentan las gráficas de las funciones $f_1(x) = 2^x$, $f_2(x) = 3^x$, $f_3(x) = 4^x$, $f_4(x) = (\frac{1}{4})^x$, $f_5(x) = (\frac{1}{2})^x$ y $f_6(x) = (\frac{3}{4})^x$. Identifique cada una de ellas.



2. A continuación se dan las gráficas de dos funciones del tipo exponencial de la forma Ca^x , donde C es una constante. Halle las funciones f y g indicando su dominio y rango en cada caso.



3. Esboce las gráficas de las siguientes funciones:

a) $f(x) = -3 + 2^{x+1}$

b) $f(x) = -2 + \left(\frac{1}{3}\right)^{x+1}$

4. Calcule el valor de cada expresión.

a) $\log_3 729$

c) $\log_{\sqrt{2}} 16$

e) $4^{\log_{\frac{1}{4}} 3}$

g) $\log_{\frac{1}{2}} 64$

b) $\log_5 \sqrt[3]{5}$

d) $\log_8 16^p$

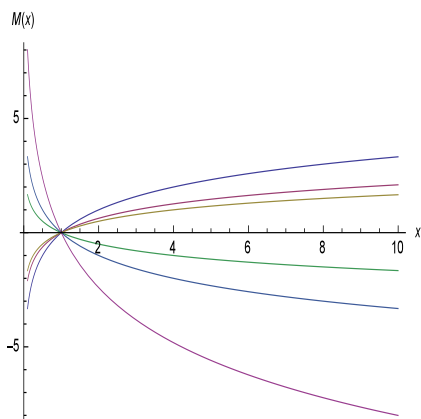
f) $3^{\log_9 2}$

h) $\log_{\frac{1}{81}} 3$

5. Simplifique al máximo la expresión, sin usar calculadora.

$$E = \log 2 + 16 \log \frac{16}{15} + 12 \log \frac{25}{24} + 7 \log \frac{81}{80}$$

6. A continuación se dan las gráficas de las funciones $g_1(x) = \log_2 x$, $g_2(x) = \log_3 x$, $g_3(x) = \log_4 x$, $g_4(x) = \log_{\frac{1}{4}} x$, $g_5(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$ y $g_6(x) = \log_{\frac{3}{4}} x$. Identifique cada una de ellas.



7. Esboce las gráficas de las siguientes funciones:

a) $f(x) = 2 + \ln(x - 1)$

b) $f(x) = \log |x|$

8. Escriba las expresiones dadas como un sólo logaritmo.

a) $x \ln 2 + 5 \ln(x - 1) - 2 \ln(x - 3)$

b) $2 \log_a \frac{y^3}{x} - 3 \log_a y + \frac{1}{2} \log_a x^4 y^2$

9. Determine para qué valores de x se cumple la igualdad dada.

a) $\log(x + 5) = \log x + \log 5$

c) $(\log x)^3 + (\log x)^2 - 4(\log x) - 4 = 0$

b) $(\ln x)^3 = 3 \ln x$

10. Resuelva las siguientes ecuaciones.

a) $3^{2x+1} = 3^{\pi x+4}$

e) $\log |3x - 1| = 2$

b) $e^{4x-2} = 2^{x+3}$

f) $\log(x^2 + 4) - \log(x + 2) = 3 + \log(x - 2)$

c) $2^{x-1} = \left(\frac{1}{16}\right)^{4x}$

g) $x^{\sqrt{\log x}} = 10^8$

d) $e^x - 14e^{-x} - 5 = 0$

11. Considere las funciones

i) $f(x) = 1 + e^{-x}$

ii) $f(x) = 3 + \log_5(x + 4)$

a) Halle el dominio y rango de f .

b) Pruebe que f es una función inyectiva.

c) Halle la inversa de f , indicando su dominio. (Verificar).

12. En condiciones ideales, se sabe que una población de bacterias se duplica cada tres horas. Suponga que la población inicial es de 180 bacterias.

a) ¿Cuántas bacterias existen después de t horas?

b) ¿Cuántas bacterias existen después de 6 horas?

c) ¿Cuántas bacterias existen después de 40 minutos?

d) ¿Cuánto tiempo tarda en aumentar la población a 1000 bacterias?

13. Suponga que se invierten \$100.000 a un tipo de interés anual del 5 %. Calcule el saldo después de 8 años si:
- a)* El interés es simple.
 - b)* El interés se capitaliza semestralmente.
 - c)* El interés se capitaliza continuamente.
14. La tasa de interés anual efectiva corresponde a una tasa anual compuesta una vez al año. La tasa nominal corresponde a una tasa de interés compuesta k veces al año. Encuentre la tasa de interés anual efectiva equivalente a 6 % de tasa nominal de capitalización semestral.