Matemáticas Discretas I

Lógica de predicados - Aparato deductivo

Juan Francisco Díaz Frias

Profesor Titular (1993-hoy)
juanfco.diaz@correounivalle.edu.co
Edif. B13 - 4009
Universidad del Valle

Diciembre 2021

Plan

1. Motivación
2. Cuantificadores como operaciones binarias generalizadas
   - Sobre cuantificadores en general
   - Reglas generales de cuantificación
3. Aparato deductivo lógica de predicados
   - Axiomas ecuacionales
   - Teoremas ecuacionales
   - Reglas de inferencia
   - Aplicación: Corrección de la argumentación en LN

Plan

Plan

1. Motivación
2. Cuantificadores como operaciones binarias generalizadas
   - Sobre cuantificadores en general
   - Reglas generales de cuantificación
3. Aparato deductivo lógica de predicados
   - Axiomas ecuacionales
   - Teoremas ecuacionales
   - Reglas de inferencia
   - Aplicación: Corrección de la argumentación en LN

Motivación

- Ante la imposibilidad de calcular todos lo modelos de una fórmula para decidir su validez, se hace necesario calcular la verdad de los predicados, a partir de axiomas y de reglas de inferencia que deben justificarse de manera intuitiva, a partir del significado pretendido para las fórmulas.
- Todo axioma o teorema del cálculo proposicional sirve como axioma o teorema del cálculo de predicados, reemplazando variables proposicionales por predicados:

$$Hombre(x) \vee \neg Hombre(x) \equiv true$$

$$false \implies \forall x | true : Hombre(x)$$

- Nos faltarían axiomas para fórmulas con cuantificadores. Idea: Analogía $\sum, \prod$ con $\bigvee(\exists), \bigwedge(\forall)$

Motivación

- Ante la imposibilidad de calcular todos lo modelos de una fórmula para decidir su validez, se hace necesario calcular la verdad de los predicados, a partir de axiomas y de reglas de inferencia que deben justificarse de manera intuitiva, a partir del significado pretendido para las fórmulas.
- Todo axioma o teorema del cálculo proposicional sirve como axioma o teorema del cálculo de predicados, reemplazando variables proposicionales por predicados:

$$Hombre(x) \vee \neg Hombre(x) \equiv true$$

$$false \implies \forall x | true : Hombre(x)$$

- Nos faltarían axiomas para fórmulas con cuantificadores. Idea: Analogía $\sum, \prod$ con $\bigvee(\exists), \bigwedge(\forall)$

Motivación

- Ante la imposibilidad de calcular todos lo modelos de una fórmula para decidir su validez, se hace necesario calcular la verdad de los predicados, a partir de axiomas y de reglas de inferencia que deben justificarse de manera intuitiva, a partir del significado pretendido para las fórmulas.
- Todo axioma o teorema del cálculo proposicional sirve como axioma o teorema del cálculo de predicados, reemplazando variables proposicionales por predicados:

$$Hombre(x) \vee \neg Hombre(x) \equiv true$$

$$false \implies \forall x | true : Hombre(x)$$

- Nos faltarían axiomas para fórmulas con cuantificadores. Idea: Analogía $\sum, \prod$ con $\bigvee(\exists), \bigwedge(\forall)$

Plan

Cuantificadores como operaciones binarias generalizadas

Operadores binarios ACU

Considere $\odot$ un operador binario tal que:

A $x \odot (y \odot z) = (x \odot y) \odot z$ — $\odot$ es Asociativo

C $x \odot y = y \odot x$ — $\odot$ es conmutativo

U Existe $u : x \odot u = u \odot x$ — $\odot$ tiene neutro o identidad

Ejemplos . . . Y si son más de dos operandos?

Cuantificadores como operaciones binarias generalizadas

Operadores binarios ACU

Considere $\odot$ un operador binario tal que:

- A $x \odot (y \odot z) = (x \odot y) \odot z$ — $\odot$ es Asociativo
- C $x \odot y = y \odot x$ — $\odot$ es conmutativo
- U Existe $u : x \odot u = u \odot x$ — $\odot$ tiene neutro o identidad

Ejemplos ... Y si son más de dos operandos?

- La suma. Neutro:
- La multiplicación. Neutro:
- La conjunción. Neutro:
- La disyunción. Neutro:

Cuantificadores como operaciones binarias generalizadas

Operadores binarios ACU

Considere $\odot$ un operador binario tal que:

- A $x \odot (y \odot z) = (x \odot y) \odot z$ — $\odot$ es Asociativo
- C $x \odot y = y \odot x$ — $\odot$ es conmutativo
- U Existe $u : x \odot u = u \odot x$ — $\odot$ tiene neutro o identidad

Ejemplos ... Y si son más de dos operandos?

- $+$: La suma. Neutro: $0 + x_1 + \ldots + x_n$
- $\times$: La multiplicación. Neutro: $1 \times x_1 \times \ldots \times x_n$
- $\wedge$: La conjunción. Neutro: $true \wedge x_1 \wedge \ldots \wedge x_n$
- $\vee$: La disyunción. Neutro: $false \vee x_1 \vee \ldots \vee x_n$

Cuantificadores como operaciones binarias generalizadas

Operadores binarios ACU

Considere $\odot$ un operador binario tal que:

A $x \odot (y \odot z) = (x \odot y) \odot z$ — $\odot$ es Asociativo

C $x \odot y = y \odot x$ — $\odot$ es conmutativo

U Existe $u : x \odot u = u \odot x$ — $\odot$ tiene neutro o identidad

Ejemplos ... Y si son más de dos operandos?

- $+$: La suma. Neutro: $0 + x_1 + \ldots + x_n$
- $*$: La multiplicación. Neutro: $1 * x_1 * \ldots * x_n$
- $\wedge$: La conjunción. Neutro: $true \wedge x_1 \wedge \ldots \wedge x_n$
- $\vee$: La disyunción. Neutro: $false \vee x_1 \vee \ldots \vee x_n$

Cuantificadores como operaciones binarias generalizadas

Operadores binarios ACU

Considere $\odot$ un operador binario tal que:

A	$x \odot (y \odot z) = (x \odot y) \odot z$	$\odot$ es Asociativo
C	$x \odot y = y \odot x$	$\odot$ es conmutativo
U	Existe $u : x \odot u = u \odot x$	$\odot$ tiene neutro o identidad

Ejemplos ... Y si son más de dos operandos?

- $+$: La suma. Neutro: $0 + x_1 + \ldots + x_n$
- $*$: La multiplicación. Neutro: $1 * x_1 * \ldots * x_n$
- $\wedge$: La conjuncion. Neutro: $true \wedge x_1 \wedge \ldots \wedge x_n$
- $\vee$: La disyunción. Neutro: $false \vee x_1 \vee \ldots \vee x_n$

Cuantificadores como operaciones binarias generalizadas

Operadores binarios ACU

Considere $\odot$ un operador binario tal que:

- A $x \odot (y \odot z) = (x \odot y) \odot z$ — $\odot$ es Asociativo
- C $x \odot y = y \odot x$ — $\odot$ es conmutativo
- U Existe $u : x \odot u = u \odot x$ — $\odot$ tiene neutro o identidad

Ejemplos . . . Y si son más de dos operandos?

- $+$: La suma. Neutro: 0 — $0 + x_1 + \ldots + x_n$
- $*$: La multiplicación. Neutro: — $1 * x_1 * \ldots * x_n$
- $\wedge$: La conjunción. Neutro: — $true \wedge x_1 \wedge \ldots \wedge x_n$
- $\vee$: La disyunción. Neutro: — $false \vee x_1 \vee \ldots \vee x_n$

Cuantificadores como operaciones binarias generalizadas

Operadores binarios ACU

Considere $\odot$ un operador binario tal que:

- A $x \odot (y \odot z) = (x \odot y) \odot z$ — $\odot$ es Asociativo
- C $x \odot y = y \odot x$ — $\odot$ es conmutativo
- U Existe $u : x \odot u = u \odot x$ — $\odot$ tiene neutro o identidad

Ejemplos ... Y si son más de dos operandos?

- $+$: La suma. Neutro: 0 — $\sum_{i=1}^{n} x_i$
- $*$: La multiplicación. Neutro: — $1 * x_1 * \ldots * x_n$
- $\wedge$: La conjunción. Neutro: — $true \wedge x_1 \wedge \ldots \wedge x_n$
- $\vee$: La disyunción. Neutro: — $false \vee x_1 \vee \ldots \vee x_n$

Cuantificadores como operaciones binarias generalizadas

Operadores binarios ACU

Considere $\odot$ un operador binario tal que:

- A $x \odot (y \odot z) = (x \odot y) \odot z$ — $\odot$ es Asociativo
- C $x \odot y = y \odot x$ — $\odot$ es conmutativo
- U Existe $u : x \odot u = u \odot x$ — $\odot$ tiene neutro o identidad

Ejemplos . . . Y si son más de dos operandos?

- $+$: La suma. Neutro: 0 — $\sum_{i=1}^{n} x_i$
- $*$: La multiplicación. Neutro: — $1 * x_1 * \ldots * x_n$
- $\wedge$: La conjuncion. Neutro: — $true \wedge x_1 \wedge \ldots \wedge x_n$
- $\vee$: La disyunción. Neutro: — $false \vee x_1 \vee \ldots \vee x_n$

Cuantificadores como operaciones binarias generalizadas

Operadores binarios ACU

Considere $\odot$ un operador binario tal que:

- A $x \odot (y \odot z) = (x \odot y) \odot z$ — $\odot$ es Asociativo
- C $x \odot y = y \odot x$ — $\odot$ es conmutativo
- U Existe $u : x \odot u = u \odot x$ — $\odot$ tiene neutro o identidad

Ejemplos . . . Y si son más de dos operandos?

- $+$: La suma. Neutro: 0 — $\sum_{i=1}^{n} x_i$
- $*$: La multiplicación. Neutro: 1 — $1 * x_1 * \ldots * x_n$
- $\wedge$: La conjuncion. Neutro: — $true \wedge x_1 \wedge \ldots \wedge x_n$
- $\vee$: La disyunción. Neutro: — $false \vee x_1 \vee \ldots \vee x_n$

Cuantificadores como operaciones binarias generalizadas

Operadores binarios ACU

Considere $\odot$ un operador binario tal que:

- A $x \odot (y \odot z) = (x \odot y) \odot z$ — $\odot$ es Asociativo
- C $x \odot y = y \odot x$ — $\odot$ es conmutativo
- U Existe $u : x \odot u = u \odot x$ — $\odot$ tiene neutro o identidad

Ejemplos ... Y si son más de dos operandos?

- $+$: La suma. Neutro: 0 — $\sum_{i=1}^{n} x_i$
- $*$: La multiplicación. Neutro: 1 — $\prod_{i=1}^{n} x_i$
- $\wedge$: La conjuncion. Neutro: — $true \wedge x_1 \wedge \ldots \wedge x_n$
- $\vee$: La disyunción. Neutro: — $false \vee x_1 \vee \ldots \vee x_n$

Cuantificadores como operaciones binarias generalizadas

Operadores binarios ACU

Considere $\odot$ un operador binario tal que:

- A $x \odot (y \odot z) = (x \odot y) \odot z$ — $\odot$ es Asociativo
- C $x \odot y = y \odot x$ — $\odot$ es conmutativo
- U Existe $u : x \odot u = u \odot x$ — $\odot$ tiene neutro o identidad

Ejemplos ... Y si son más de dos operandos?

- $+$: La suma. Neutro: 0 — $\sum_{i=1}^{n} x_i$
- $*$: La multiplicación. Neutro: 1 — $\prod_{i=1}^{n} x_i$
- $\wedge$: La conjuncion. Neutro: — $true \wedge x_1 \wedge \ldots \wedge x_n$
- $\vee$: La disyunción. Neutro: — $false \vee x_1 \vee \ldots \vee x_n$

Cuantificadores como operaciones binarias generalizadas

Operadores binarios ACU

Considere $\odot$ un operador binario tal que:

- A $x \odot (y \odot z) = (x \odot y) \odot z$ — $\odot$ es Asociativo
- C $x \odot y = y \odot x$ — $\odot$ es conmutativo
- U Existe $u : x \odot u = u \odot x$ — $\odot$ tiene neutro o identidad

Ejemplos ... Y si son más de dos operandos?

- $+$: La suma. Neutro: 0 — $\sum_{i=1}^{n} x_i$
- $*$: La multiplicación. Neutro: 1 — $\prod_{i=1}^{n} x_i$
- $\wedge$: La conjuncion. Neutro: true — $true \wedge x_1 \wedge \ldots \wedge x_n$
- $\vee$: La disyunción. Neutro: — $false \vee x_1 \vee \ldots \vee x_n$

Cuantificadores como operaciones binarias generalizadas

Operadores binarios ACU

Considere $\odot$ un operador binario tal que:

- A $x \odot (y \odot z) = (x \odot y) \odot z$ — $\odot$ es Asociativo
- C $x \odot y = y \odot x$ — $\odot$ es conmutativo
- U Existe $u : x \odot u = u \odot x$ — $\odot$ tiene neutro o identidad

Ejemplos ... Y si son más de dos operandos?

- $+$: La suma. Neutro: 0 — $\sum_{i=1}^{n} x_i$
- $*$: La multiplicación. Neutro: 1 — $\prod_{i=1}^{n} x_i$
- $\wedge$: La conjuncion. Neutro: true — $\bigwedge_{i=1}^{n} x_i$
- $\vee$: La disyunción. Neutro: — $false \vee x_1 \vee \ldots \vee x_n$

Cuantificadores como operaciones binarias generalizadas

Operadores binarios ACU

Considere $\odot$ un operador binario tal que:

- A $x \odot (y \odot z) = (x \odot y) \odot z$ — $\odot$ es Asociativo
- C $x \odot y = y \odot x$ — $\odot$ es conmutativo
- U Existe $u : x \odot u = u \odot x$ — $\odot$ tiene neutro o identidad

Ejemplos . . . Y si son más de dos operandos?

- $+$: La suma. Neutro: 0 — $\sum_{i=1}^{n} x_i$
- $*$: La multiplicación. Neutro: 1 — $\prod_{i=1}^{n} x_i$
- $\wedge$: La conjuncion. Neutro: *true* — $\bigwedge_{i=1}^{n} x_i$
- $\vee$: La disyunción. Neutro: — $\mathit{false} \vee x_1 \vee \ldots \vee x_n$

Cuantificadores como operaciones binarias generalizadas

Operadores binarios ACU

Considere $\odot$ un operador binario tal que:

- A $x \odot (y \odot z) = (x \odot y) \odot z$ — $\odot$ es Asociativo
- C $x \odot y = y \odot x$ — $\odot$ es conmutativo
- U Existe $u : x \odot u = u \odot x$ — $\odot$ tiene neutro o identidad

Ejemplos ... Y si son más de dos operandos?

- $+$: La suma. Neutro: 0 — $\sum_{i=1}^{n} x_i$
- $*$: La multiplicación. Neutro: 1 — $\prod_{i=1}^{n} x_i$
- $\wedge$: La conjuncion. Neutro: true — $\bigwedge_{i=1}^{n} x_i$
- $\vee$: La disyunción. Neutro: false — $false \vee x_1 \vee \ldots \vee x_n$

Cuantificadores como operaciones binarias generalizadas

Operadores binarios ACU

Considere $\odot$ un operador binario tal que:

- A $x \odot (y \odot z) = (x \odot y) \odot z$ — $\odot$ es Asociativo
- C $x \odot y = y \odot x$ — $\odot$ es conmutativo
- U Existe $u : x \odot u = u \odot x$ — $\odot$ tiene neutro o identidad

Ejemplos . . . Y si son más de dos operandos?

- $+$: La suma. Neutro: 0 — $\sum_{i=1}^{n} x_i$
- $*$: La multiplicación. Neutro: 1 — $\prod_{i=1}^{n} x_i$
- $\wedge$: La conjuncion. Neutro: true — $\bigwedge_{i=1}^{n} x_i$
- $\vee$: La disyunción. Neutro: false — $\bigvee_{i=1}^{n} x_i$

Convengamos una notación lineal ...

Miremos ejemplos con $\sum$

- $\sum_{i=1}^{10} i = 1 + 2 + \ldots + 10$ $\quad (\sum i | 1 \leq i \leq 10 : i)$
- $\sum_{1 \leq i \leq 10 \wedge par(i)} i = 2 + 4 + \ldots + 10$ $\quad (\sum i | 1 \leq i \leq 10 \wedge par(i) : i)$
- $\sum_{1 \leq i \leq 10 \wedge par(i)} \frac{i}{2} = 1 + 2 + \ldots + 5$ $\quad (\sum i | 1 \leq i \leq 10 \wedge par(i) : \frac{i}{2})$

Generalizando para cualquier operador binario $\odot$

$$(\bigodot x | Q_x : E_x) = \bigodot_{x | Q_x} E_x$$

- x, es la variable de cuantificación.
- Q_x, es el rango de la cuantificación.
- E_x, es el cuerpo de la cuantificación, expresa valores del tipo de los que opera $\odot$

Convengamos una notación lineal ...

Miremos ejemplos con $\sum$

- $\displaystyle\sum_{i=1}^{10} i = 1 + 2 + \ldots + 10$ $\qquad (\sum i | 1 \leq i \leq 10 : i)$
- $\displaystyle\sum_{1 \leq i \leq 10 \wedge par(i)} i = 2 + 4 + \ldots + 10$ $\qquad (\sum i | 1 \leq i \leq 10 \wedge par(i) : i)$
- $\displaystyle\sum_{1 \leq i \leq 10 \wedge par(i)} \frac{i}{2} = 1 + 2 + \ldots + 5$ $\qquad (\sum i | 1 \leq i \leq 10 \wedge par(i) : \frac{i}{2})$

Generalizando para cualquier operador binario $\odot$

$$(\bigodot x | Q_x : E_x) = \bigodot_{x | Q_x} E_x$$

Convengamos una notación lineal . . .

Miremos ejemplos con $\sum$

- $\displaystyle\sum_{i=1}^{10} i = 1 + 2 + \ldots + 10$ $\quad (\sum i | 1 \leq i \leq 10 : i)$
- $\displaystyle\sum_{1 \leq i \leq 10 \wedge par(i)} i = 2 + 4 + \ldots + 10$ $\quad (\sum i | 1 \leq i \leq 10 \wedge par(i) : i)$
- $\displaystyle\sum_{1 \leq i \leq 10 \wedge par(i)} \frac{i}{2} = 1 + 2 + \ldots + 5$ $\quad (\sum i | 1 \leq i \leq 10 \wedge par(i) : \frac{i}{2})$

Generalizando para cualquier operador binario $\odot$

$$(\bigodot x | Q_x : E_x) = \bigodot_{x | Q_x} E_x$$

Convengamos una notación lineal ...

Miremos ejemplos con $\sum$

- $\sum_{i=1}^{10} i = 1 + 2 + \ldots + 10$ $\quad (\sum i | 1 \leq i \leq 10 : i)$
- $\sum_{1 \leq i \leq 10 \wedge par(i)} i = 2 + 4 + \ldots + 10$ $\quad (\sum i | 1 \leq i \leq 10 \wedge par(i) : i)$
- $\sum_{1 \leq i \leq 10 \wedge par(i)} \frac{i}{2} = 1 + 2 + \ldots + 5$ $\quad (\sum i | 1 \leq i \leq 10 \wedge par(i) : \frac{i}{2})$

Generalizando para cualquier operador binario $\odot$

$$(\bigodot x | Q_x : E_x) = \bigodot_{x | Q_x} E_x$$

- x, es la variable de cuantificación;
- Q_x, es el rango de la cuantificación;
- E_x, es el cuerpo de la cuantificación, expresa valores del tipo de los que

Convengamos una notación lineal ...

Miremos ejemplos con $\sum$

- $\sum_{i=1}^{10} i = 1 + 2 + \ldots + 10$ $(\sum i | 1 \leq i \leq 10 : i)$
- $\sum_{1 \leq i \leq 10 \wedge par(i)} i = 2 + 4 + \ldots + 10$ $(\sum i | 1 \leq i \leq 10 \wedge par(i) : i)$
- $\sum_{1 \leq i \leq 10 \wedge par(i)} \frac{i}{2} = 1 + 2 + \ldots + 5$ $(\sum i | 1 \leq i \leq 10 \wedge par(i) : \frac{i}{2})$

Generalizando para cualquier operador binario $\odot$

$$(\bigodot x | Q_x : E_x) = \bigodot_{x | Q_x} E_x$$

- x, es la variable de cuantificación;
- Q_x, es el rango de la cuantificación;
- E_x, es el cuerpo de la cuantificación; expresa valores del tipo de los que opera $\odot$

Convengamos una notación lineal ...

Miremos ejemplos con $\sum$

- $\sum_{i=1}^{10} i = 1 + 2 + \ldots + 10$ $\quad (\sum i | 1 \leq i \leq 10 : i)$
- $\sum_{1 \leq i \leq 10 \wedge par(i)} i = 2 + 4 + \ldots + 10$ $\quad (\sum i | 1 \leq i \leq 10 \wedge par(i) : i)$
- $\sum_{1 \leq i \leq 10 \wedge par(i)} \frac{i}{2} = 1 + 2 + \ldots + 5$ $\quad (\sum i | 1 \leq i \leq 10 \wedge par(i) : \frac{i}{2})$

Generalizando para cualquier operador binario $\odot$

$$(\bigodot x | Q_x : E_x) = \bigodot_{x | Q_x} E_x$$

- x, es la variable de cuantificación;
- Q_x, es el rango de la cuantificación;
- E_x, es el cuerpo de la cuantificación; expresa valores del tipo de los que opera $\odot$

Convengamos una notación lineal . . .

Miremos ejemplos con $\sum$

- $\sum_{i=1}^{10} i = 1 + 2 + \ldots + 10$ $(\sum i | 1 \leq i \leq 10 : i)$
- $\sum_{1 \leq i \leq 10 \wedge par(i)} i = 2 + 4 + \ldots + 10$ $(\sum i | 1 \leq i \leq 10 \wedge par(i) : i)$
- $\sum_{1 \leq i \leq 10 \wedge par(i)} \frac{i}{2} = 1 + 2 + \ldots + 5$ $(\sum i | 1 \leq i \leq 10 \wedge par(i) : \frac{i}{2})$

Generalizando para cualquier operador binario $\odot$

$$(\bigodot x | Q_x : E_x) = \bigodot_{x | Q_x} E_x$$

- x, es la variable de cuantificación;
- Q_x, es el rango de la cuantificación;
- E_x, es el cuerpo de la cuantificación; expresa valores del tipo de los que opera $\odot$

Convengamos una notación lineal ...

Miremos ejemplos con $\sum$

- $\sum_{i=1}^{10} i = 1 + 2 + \ldots + 10$ $\qquad (\sum i | 1 \leq i \leq 10 : i)$
- $\sum_{1 \leq i \leq 10 \wedge par(i)} i = 2 + 4 + \ldots + 10$ $\qquad (\sum i | 1 \leq i \leq 10 \wedge par(i) : i)$
- $\sum_{1 \leq i \leq 10 \wedge par(i)} \frac{i}{2} = 1 + 2 + \ldots + 5$ $\qquad (\sum i | 1 \leq i \leq 10 \wedge par(i) : \frac{i}{2})$

Generalizando para cualquier operador binario $\odot$

$$(\bigodot x | Q_x : E_x) = \bigodot_{x | Q_x} E_x$$

- x, es la variable de cuantificación;
- Q_x, es el rango de la cuantificación;
- E_x, es el cuerpo de la cuantificación; expresa valores del tipo de los que opera $\odot$

Operaciones binarias generalizadas

$$(\bigodot x|Q_x : E_x)$$

- $(+x|Q_x : E_x)$ $(\sum x|Q_x : E_x)$
- $(*x|Q_x : E_x)$ $(\prod x|Q_x : E_x)$
- $(\wedge x|Q_x : E_x)$ $(\forall x|Q_x : E_x)$
- $(\vee x|Q_x : E_x)$ $(\exists x|Q_x : E_x)$

Operaciones binarias generalizadas

$$(\bigodot x | Q_x : E_x)$$

- $(+x | Q_x : E_x)$ $\quad$ $(\sum x | Q_x : E_x)$
- $(*x | Q_x : E_x)$ $\quad$ $(\prod x | Q_x : E_x)$
- $(\wedge x | Q_x : E_x)$ $\quad$ $(\forall x | Q_x : E_x)$
- $(\vee x | Q_x : E_x)$ $\quad$ $(\exists x | Q_x : E_x)$

Operaciones binarias generalizadas

$$(\bigodot x | Q_x : E_x)$$

- $(+x | Q_x : E_x)$ $\qquad (\sum x | Q_x : E_x)$
- $(*x | Q_x : E_x)$ $\qquad (\prod x | Q_x : E_x)$
- $(\wedge x | Q_x : E_x)$ $\qquad (\forall x | Q_x : E_x)$
- $(\vee x | Q_x : E_x)$ $\qquad (\exists x | Q_x : E_x)$

Operaciones binarias generalizadas

$$(\bigodot x | Q_x : E_x)$$

- $(+x | Q_x : E_x)$ $\qquad (\sum x | Q_x : E_x)$
- $(*x | Q_x : E_x)$ $\qquad (\prod x | Q_x : E_x)$
- $(\wedge x | Q_x : E_x)$ $\qquad (\forall x | Q_x : E_x)$
- $(\vee x | Q_x : E_x)$ $\qquad (\exists x | Q_x : E_x)$

Plan

Regla de Sustitución

La regla

$\langle$Sustitución$\rangle$: $\dfrac{true}{(\bigodot x|Q_x{:}E_x)[z{:=}P]{=}(\bigodot x|Q_x[z{:=}P]{:}E_x[z{:=}P])}$ | z: no es x; P: no contiene x

Ejemplo

$$(\Sigma x|1 \leq x \leq n : (x+n)^2)[n := 4]$$

$= (\Sigma x|(1 \leq x \leq n)[n := 4] : ((x+n)^2)[n := 4])$ — Sustitución, x no es n, no aparece en 4

$= (\Sigma x|1 \leq x \leq 4 : (x+4)^2)$ — Sustitución

Regla de Sustitución

La regla

$\langle$Sustitución$\rangle$: $\dfrac{true}{(\bigodot x|Q_x:E_x)[z:=P]=(\bigodot x|Q_x[z:=P]:E_x[z:=P])}$ | z: no es x; P: no contiene x

Ejemplo

$$
\begin{array}{lll}
 & (\Sigma x|1 \leq x \leq n : (x+n)^2)[n := 4] & \\
= & (\Sigma x|(1 \leq x \leq n)[n := 4] : ((x+n)^2)[n := 4]) & \text{Sustitución, } x \text{ no es } n, \\
 & & \text{no aparece en } 4 \\
= & (\Sigma x|1 \leq x \leq 4 : (x+4)^2) & \text{Sustitución}
\end{array}
$$

Reglas de Leibniz

Las reglas

$\langle$Leibniz Rango$\rangle$: $\dfrac{P \equiv R}{(\bigodot x | Q_x[z:=P] : E_x) = (\bigodot x | Q_x[z:=R] : E_x)}$

$\langle$Leibniz Cuerpo$\rangle$: $\dfrac{Q_x \implies P \equiv R}{(\bigodot x | Q_x : E_x[z:=P]) = (\bigodot x | Q_x : E_x[z:=R])}$

Ejemplo Rango

$$(\Sigma i | \underbrace{i \geq 0 \wedge 0 \leq i^2 \leq \overbrace{n^2 + 2n + 1}^{P_1}}_{P_2} : 3i + 2)$$

$$= \quad (\Sigma i | i \geq 0 \wedge 0 \leq i^2 \leq \overbrace{(n+1)^2}^{R_1} : 3i + 2)$$

Leibniz Rango, $n^2 + 2n + 1 = (n+1)^2$

$$= \quad (\Sigma i | \overbrace{0 \leq i \leq n + 1}^{R_2} : 3i + 2)$$

Leibniz Rango, $i \geq 0 \wedge$
$0 \leq i^2 \leq (n+1)^2 \equiv 0 \leq i \leq n + 1$

Reglas de Leibniz

Las reglas

⟨Leibniz Rango⟩: $\dfrac{P \equiv R}{(\bigodot x | Q_x[z{:=}P] : E_x) = (\bigodot x | Q_x[z{:=}R] : E_x)}$

⟨Leibniz Cuerpo⟩: $\dfrac{Q_x \implies P \equiv R}{(\bigodot x | Q_x : E_x[z{:=}P]) = (\bigodot x | Q_x : E_x[z{:=}R])}$

Ejemplo Cuerpo

$$(\Sigma x | \overbrace{1 \leq x \leq n}^{E} : \overbrace{|x|}^{P} + 2)$$

$$= \quad (\Sigma x | 1 \leq x \leq n : \overbrace{x}^{R} + 2) \qquad \text{Leibniz Cuerpo, } 1 \leq x \leq n \implies |x| \equiv x$$

Regla del Rango Vacío

La regla

$\langle$Rango vacío$\rangle$: $(\bigodot x | false : E_x) = u$

Ejemplos

- $(\sum x \,|primo(x) \wedge x > 2 \wedge par(x) : x^{10}) = 0$
- $(\sum x \,|1 \leq x \leq 0 : x^{10}) = 0$
- $(\prod x \,|1 \leq x \leq 0 : x^{10}) = 1$
- $(\exists x \,|primo(x) \wedge x > 2 \wedge par(x) : x\%3 = 0) = false$
- $(\forall x \,|primo(x) \wedge x > 2 \wedge par(x) : x\%3 = 0) = true$

Regla del Rango Vacío

La regla

$\langle$Rango vacío$\rangle$: $(\bigodot x | false : E_x) = u$

Ejemplos

- $(\sum\ x\ |primo(x) \wedge x > 2 \wedge par(x) : x^{10}) = 0$
- $(\sum\ x\ |1 \leq x \leq 0 : x^{10}) = 0$
- $(\prod\ x\ |1 \leq x \leq 0 : x^{10}) = 1$
- $(\exists\ x\ |primo(x) \wedge x > 2 \wedge par(x) : x\,\%3 = 0) = false$
- $(\forall\ x\ |primo(x) \wedge x > 2 \wedge par(x) : x\,\%3 = 0) = true$

Regla del Rango Vacío

La regla

$\langle$Rango vacío$\rangle$: $(\bigodot x | false : E_x) = u$

Ejemplos

- $(\sum x \,| primo(x) \wedge x > 2 \wedge par(x) : x^{10}) = 0$
- $(\sum x \,| 1 \leq x \leq 0 : x^{10}) = 0$
- $(\prod x \,| 1 \leq x \leq 0 : x^{10}) = 1$
- $(\exists x \,| primo(x) \wedge x > 2 \wedge par(x) : x \% 3 = 0) = false$
- $(\forall x \,| primo(x) \wedge x > 2 \wedge par(x) : x \% 3 = 0) = true$

Regla del Rango Vacío

La regla

$\langle$Rango vacío$\rangle$: $(\bigodot x|false : E_x) = u$

Ejemplos

- $(\sum\ x\ |primo(x) \wedge x > 2 \wedge par(x) : x^{10}) = 0$
- $(\sum\ x\ |1 \leq x \leq 0 : x^{10}) = 0$
- $(\prod\ x\ |1 \leq x \leq 0 : x^{10}) = 1$
- $(\exists\ x\ |primo(x) \wedge x > 2 \wedge par(x) : x\,\%3 = 0) = false$
- $(\forall\ x\ |primo(x) \wedge x > 2 \wedge par(x) : x\,\%3 = 0) = true$

Regla del Rango Vacío

La regla

$\langle$Rango vacío$\rangle$: $(\bigodot x | false : E_x) = u$

Ejemplos

- $(\sum x \,| primo(x) \wedge x > 2 \wedge par(x) : x^{10}) = 0$
- $(\sum x \,| 1 \leq x \leq 0 : x^{10}) = 0$
- $(\prod x \,| 1 \leq x \leq 0 : x^{10}) = 1$
- $(\exists x \,| primo(x) \wedge x > 2 \wedge par(x) : x \% 3 = 0) = false$
- $(\forall x \,| primo(x) \wedge x > 2 \wedge par(x) : x \% 3 = 0) = true$

Regla del Rango Vacío

La regla

$\langle$Rango vacío$\rangle$: $(\bigodot x|false : E_x) = u$

Ejemplos

- $(\sum\ x\ |primo(x) \wedge x > 2 \wedge par(x) : x^{10}) = 0$
- $(\sum\ x\ |1 \leq x \leq 0 : x^{10}) = 0$
- $(\prod\ x\ |1 \leq x \leq 0 : x^{10}) = 1$
- $(\exists\ x\ |primo(x) \wedge x > 2 \wedge par(x) : x\,\%3 = 0) = false$
- $(\forall\ x\ |primo(x) \wedge x > 2 \wedge par(x) : x\,\%3 = 0) = true$

Regla de un punto

La regla

$\langle$Un punto$\rangle$: $(\bigodot x|x = E_1 : E_x) = E_x[x := E_1]|$ x no aparece en E_1

Ejemplos

- $(\sum\ x\ |x = 3 : x^{10}) = 3^{10}$
- $(\sum\ x\ |x \in \mathbb{N} \wedge 3 \leq x < 4 : x^{10}) = 3^{10}$
- $(\exists\ x\ |x = 4 : x\,\%3 = 1) = (4\,\%3 = 1)$
- $(\forall\ x\ |x = 4 : x\,\%3 = 1) = (4\,\%3 = 1)$

Regla de un punto

La regla

$\langle$Un punto$\rangle$: $(\bigodot x | x = E_1 : E_x) = E_x[x := E_1] \|$ x no aparece en E_1

Ejemplos

- $(\sum\ x\ | x = 3 : x^{10}) = 3^{10}$
- $(\sum\ x\ | x \in \mathbb{N} \wedge 3 \leq x < 4 : x^{10}) = 3^{10}$
- $(\exists\ x\ | x = 4 : x\,\%3 = 1) = (4\,\%3 = 1)$
- $(\forall\ x\ | x = 4 : x\,\%3 = 1) = (4\,\%3 = 1)$

Regla de un punto

La regla

$\langle$Un punto$\rangle$: $(\bigodot x | x = E_1 : E_x) = E_x[x := E_1] \|$ x no aparece en E_1

Ejemplos

- $(\sum x | x = 3 : x^{10}) = 3^{10}$
- $(\sum x | x \in \mathbb{N} \land 3 \leq x < 4 : x^{10}) = 3^{10}$
- $(\exists x | x = 4 : x \% 3 = 1) = (4 \% 3 = 1)$
- $(\forall x | x = 4 : x \% 3 = 1) = (4 \% 3 = 1)$

Regla de un punto

La regla

$\langle$Un punto$\rangle$: $(\bigodot x | x = E_1 : E_x) = E_x[x := E_1] \|$ x no aparece en E_1

Ejemplos

- $(\sum x \,| x = 3 : x^{10}) = 3^{10}$
- $(\sum x \,| x \in \mathbb{N} \wedge 3 \leq x < 4 : x^{10}) = 3^{10}$
- $(\exists x \,| x = 4 : x \,\%3 = 1) = (4 \,\%3 = 1)$
- $(\forall x \,| x = 4 : x \,\%3 = 1) = (4 \,\%3 = 1)$

Regla de un punto

La regla

$\langle$Un punto$\rangle$: $(\bigodot x|x = E_1 : E_x) = E_x[x := E_1]||\ x$ no aparece en E_1

Ejemplos

- $(\sum\ x\ |x = 3 : x^{10}) = 3^{10}$
- $(\sum\ x\ |x \in \mathbb{N} \wedge 3 \leq x < 4 : x^{10}) = 3^{10}$
- $(\exists\ x\ |x = 4 : x\,\%3 = 1) = (4\,\%3 = 1)$
- $(\forall\ x\ |x = 4 : x\,\%3 = 1) = (4\,\%3 = 1)$

Regla de Distributividad

La regla

$\langle$Distributividad$\rangle$: $(\bigodot x | Q_x : E_{1_x}) \odot (\bigodot x | Q_x : E_{2_x}) = (\bigodot x | Q_x : E_{1_x} \odot E_{2_x})|$

Expresiones bien definidas

Ejemplos

- $(\sum x \,|x \in \mathbb{N} \wedge 1 \leq x \leq 3 : x^2) + (\sum x \,|x \in \mathbb{N} \wedge 1 \leq x \leq 3 : x^3)$
  $= (\sum x \,|x \in \mathbb{N} \wedge 1 \leq x \leq 3 : x^2 + x^3)$
- $(\exists x \,|R_x : E_{1_x}) \vee (\exists x \,|R_x : E_{2_x}) \equiv (\exists x \,|R_x : E_{1_x} \vee E_{2_x})$
- $(\forall x \,|R_x : E_{1_x}) \wedge (\forall x \,|R_x : E_{2_x}) \equiv (\forall x \,|R_x : E_{1_x} \wedge E_{2_x})$

Regla de Distributividad

La regla

$\langle$Distributividad$\rangle$: $(\bigodot x|Q_x : E_{1_x}) \odot (\bigodot x|Q_x : E_{2_x}) = (\bigodot x|Q_x : E_{1_x} \odot E_{2_x})|$

Expresiones bien definidas

Ejemplos

- $(\sum\ x\ |x \in \mathbb{N} \wedge 1 \leq x \leq 3 : x^2) + (\sum\ x\ |x \in \mathbb{N} \wedge 1 \leq x \leq 3 : x^3)$
  $= (\sum\ x\ |x \in \mathbb{N} \wedge 1 \leq x \leq 3 : x^2 + x^3)$
- $(\exists\ x\ |R_x : E_{1_x}) \vee (\exists\ x\ |R_x : E_{2_x}) \equiv (\exists\ x\ |R_x : E_{1_x} \vee E_{2_x})$
- $(\forall\ x\ |R_x : E_{1_x}) \wedge (\forall\ x\ |R_x : E_{2_x}) \equiv (\forall\ x\ |R_x : E_{1_x} \wedge E_{2_x})$

Regla de Distributividad

La regla

$\langle$Distributividad$\rangle$: $(\bigodot x|Q_x : E_{1_x}) \odot (\bigodot x|Q_x : E_{2_x}) = (\bigodot x|Q_x : E_{1_x} \odot E_{2_x})|$

Expresiones bien definidas

Ejemplos

- $(\sum \ x \ |x \in \mathbb{N} \wedge 1 \leq x \leq 3 : x^2) + (\sum \ x \ |x \in \mathbb{N} \wedge 1 \leq x \leq 3 : x^3)$
  $= (\sum \ x \ |x \in \mathbb{N} \wedge 1 \leq x \leq 3 : x^2 + x^3)$
- $(\exists \ x \ |R_x : E_{1_x}) \vee (\exists \ x \ |R_x : E_{2_x}) \equiv (\exists \ x \ |R_x : E_{1_x} \vee E_{2_x})$
- $(\forall \ x \ |R_x : E_{1_x}) \wedge (\forall \ x \ |R_x : E_{2_x}) \equiv (\forall \ x \ |R_x : E_{1_x} \wedge E_{2_x})$

Regla de Distributividad

La regla

$\langle$Distributividad$\rangle$: $(\bigodot x|Q_x : E_{1_x}) \odot (\bigodot x|Q_x : E_{2_x}) = (\bigodot x|Q_x : E_{1_x} \odot E_{2_x})|$

Expresiones bien definidas

Ejemplos

- $(\sum\ x\ |x \in \mathbb{N} \wedge 1 \leq x \leq 3 : x^2) + (\sum\ x\ |x \in \mathbb{N} \wedge 1 \leq x \leq 3 : x^3)$
  $= (\sum\ x\ |x \in \mathbb{N} \wedge 1 \leq x \leq 3 : x^2 + x^3)$
- $(\exists\ x\ |R_x : E_{1_x}) \vee (\exists\ x\ |R_x : E_{2_x}) \equiv (\exists\ x\ |R_x : E_{1_x} \vee E_{2_x})$
- $(\forall\ x\ |R_x : E_{1_x}) \wedge (\forall\ x\ |R_x : E_{2_x}) \equiv (\forall\ x\ |R_x : E_{1_x} \wedge E_{2_x})$

Regla de Partición de Rango

La regla

⟨Partir Rango⟩:

$$(\bigodot x|Q_x : E_x) \odot (\bigodot x|R_x : E_x) = (\bigodot x|Q_x \vee R_x : E_x) \odot (\bigodot x|Q_x \wedge R_x : E_x)|$$

Expresiones bien definidas

Ejemplo

	$(\Sigma\ x\ \lvert 1 \leq x \leq 4 : x^2) + (\Sigma\ x\ \lvert 3 \leq x \leq 6 : x^2)$	
$=$	$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + (\Sigma\ x\ \lvert 3 \leq x \leq 6 : x^2)$	sumas
$=$	$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2$	sumas
$=$	$(1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2) + (3^2 + 4^2)$	conmutatividad
$=$	$(\Sigma\ x\ \lvert (1 \leq x \leq 4) \vee (3 \leq x \leq 6) : x^2) + (3^2 + 4^2)$	ecuación 2
$=$	$(\Sigma\ x\ \lvert (1 \leq x \leq 4) \vee (3 \leq x \leq 6) : x^2) + (\Sigma\ x\ \lvert (1 \leq x \leq 4) \wedge (3 \leq x \leq 6) : x^2)$	ecuación 1

Regla de Partición de Rango

La regla

⟨Partir Rango⟩:

$(\bigodot x|Q_x : E_x) \odot (\bigodot x|R_x : E_x) = (\bigodot x|Q_x \vee R_x : E_x) \odot (\bigodot x|Q_x \wedge R_x : E_x)|$

Expresiones bien definidas

Ejemplo

$$
\begin{array}{cll}
 & (\Sigma\ x\ |1 \leq x \leq 4 : x^2) + (\Sigma\ x\ |3 \leq x \leq 6 : x^2) & \\
= & 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + (\Sigma\ x\ |3 \leq x \leq 6 : x^2) & \text{sumas} \\
= & 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 & \text{sumas} \\
= & (1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2) + (3^2 + 4^2) & \text{conmutatividad} \\
= & (\Sigma\ x\ |(1 \leq x \leq 4) \vee (3 \leq x \leq 6) : x^2) + (3^2 + 4^2) & \text{ecuación 2} \\
= & (\Sigma\ x\ |(1 \leq x \leq 4) \vee (3 \leq x \leq 6) : x^2) + & \\
 & (\Sigma\ x\ |(1 \leq x \leq 4) \wedge (3 \leq x \leq 6) : x^2) & \text{ecuación 1}
\end{array}
$$

Regla de Partición de Rango Disyunto

La regla

$\langle$Partir Rango Disyunto$\rangle$: $\dfrac{Q_x \wedge R_x \equiv false}{(\bigodot x | Q_x : E_x) \odot (\bigodot x | R_x : E_x) = (\bigodot x | Q_x \vee R_x : E_x)}$ | Expresiones bien definidas

Prueba

Teo: $\neg(Q_x \wedge R_x) \implies (\bigodot x | Q_x \vee R_x : E_x)$
$= (\bigodot x | Q_x : E_x) \odot (\bigodot x | R_x : E_x)$

Dem:

$(\bigodot x | Q_x : E_x) \odot (\bigodot x | R_x : E_x)$

$= \quad (\bigodot x | Q_x \vee R_x : E_x) \odot (\bigodot x | Q_x \wedge R_x : E_x)$ $\langle$Partir Rango$\rangle$

$= \quad (\bigodot x | Q_x \vee R_x : E_x) \odot (\bigodot x | false : E_x)$ Hipótesis $\neg(Q_x \wedge R_x)$

$= \quad (\bigodot x | Q_x \vee R_x : E_x) \odot u$ $\langle$Rango vacío$\rangle$

$= \quad (\bigodot x | Q_x \vee R_x : E_x)$ Identidad

$\diamond$

Regla de Partición de Rango Disyunto

La regla

$\langle$Partir Rango Disyunto$\rangle$: $\dfrac{Q_x \wedge R_x \equiv false}{(\bigodot x | Q_x : E_x) \odot (\bigodot x | R_x : E_x) = (\bigodot x | Q_x \vee R_x : E_x)}$ | Expresiones bien definidas

Prueba

Teo: $\neg(Q_x \wedge R_x) \implies (\bigodot x | Q_x \vee R_x : E_x)$
$= (\bigodot x | Q_x : E_x) \odot (\bigodot x | R_x : E_x)$

Dem:

	$(\bigodot x \mid Q_x : E_x) \odot (\bigodot x \mid R_x : E_x)$	
$=$	$(\bigodot x \mid Q_x \vee R_x : E_x) \odot (\bigodot x \mid Q_x \wedge R_x : E_x)$	$\langle$Partir Rango$\rangle$
$=$	$(\bigodot x \mid Q_x \vee R_x : E_x) \odot (\bigodot x \mid false : E_x)$	Hipótesis $\neg(Q_x \wedge R_x)$
$=$	$(\bigodot x \mid Q_x \vee R_x : E_x) \odot u$	$\langle$Rango vacío$\rangle$
$=$	$(\bigodot x \mid Q_x \vee R_x : E_x)$	Identidad
		$\diamond$

Regla de Idempotencia en Partición de Rango

La regla

$\langle$Idem. Partición Rango$\rangle$:

$(\bigodot x|Q_x : E_x) \odot (\bigodot x|R_x : E_x) = (\bigodot x|Q_x \vee R_x : E_x)|$ Expresiones bien definidas

Prueba

Teo: $(\bigodot x|Q_x : E_x) \odot (\bigodot x|R_x : E_x) = (\bigodot x|Q_x \vee R_x : E_x)$

Dem:

$$
\begin{array}{lll}
 & (\bigodot x|Q_x : E_x) \odot (\bigodot x|R_x : E_x) & \\
= & (\bigodot x| Q_x \vee R_x : E_x) \odot (\bigodot x|Q_x \wedge R_x : E_x) & \langle \text{Partir Rango} \rangle \\
= & (\bigodot x|(Q_x \wedge R_x) \vee (Q_x \not\equiv R_x) : E_x) & \\
 & \odot(\bigodot x|Q_x \wedge R_x : E_x) & p \vee q \equiv (p \wedge q) \vee (p \not\equiv q) \\
= & ((\bigodot x|(Q_x \wedge R_x) : E_x) \odot(\bigodot x|(Q_x \not\equiv R_x) : E_x)) & \\
 & \odot (\bigodot x|Q_x \wedge R_x : E_x) & \langle \text{Partir Rango Disyunto} \rangle \\
= & (\bigodot x|(Q_x \wedge R_x) : E_x) \odot (\bigodot x|(Q_x \not\equiv R_x) : E_x) & \langle \text{Idempotencia} \rangle \\
= & (\bigodot x| ((Q_x \wedge R_x) \vee (Q_x \not\equiv R_x)) : E_x) & \langle \text{Partir Rango Disyunto} \rangle \\
= & (\bigodot x|Q_x \vee R_x : E_x) & p \vee q \equiv (p \wedge q) \vee (p \not\equiv q)
\end{array}
$$

Regla de Idempotencia en Partición de Rango

La regla

⟨Idem. Partición Rango⟩:

$(\bigodot x|Q_x : E_x) \odot (\bigodot x|R_x : E_x) = (\bigodot x|Q_x \vee R_x : E_x)|$ Expresiones bien definidas

Prueba

Teo: $(\bigodot x|Q_x : E_x) \odot (\bigodot x|R_x : E_x) = (\bigodot x|Q_x \vee R_x : E_x)$

Dem:

$$
\begin{array}{lll}
 & (\bigodot x|Q_x : E_x) \odot (\bigodot x|R_x : E_x) & \\
= & (\bigodot x|\,Q_x \vee R_x : E_x) \odot (\bigodot x|Q_x \wedge R_x : E_x) & \langle \text{Partir Rango} \rangle \\
= & (\bigodot x|(Q_x \wedge R_x) \vee (Q_x \not\equiv R_x) : E_x) & \\
 & \odot(\bigodot x|Q_x \wedge R_x : E_x) & p \vee q \equiv (p \wedge q) \vee (p \not\equiv q) \\
= & (\,(\bigodot x|(Q_x \wedge R_x) : E_x)\,\odot(\bigodot x|(Q_x \not\equiv R_x) : E_x)) & \\
 & \odot\,(\bigodot x|Q_x \wedge R_x : E_x) & \langle \text{Partir Rango Disyunto} \rangle \\
= & (\bigodot x|(Q_x \wedge R_x) : E_x) \odot (\bigodot x|(Q_x \not\equiv R_x) : E_x) & \langle \text{Idempotencia} \rangle \\
= & (\bigodot x|\,((Q_x \wedge R_x) \vee (Q_x \not\equiv R_x))\,: E_x) & \langle \text{Partir Rango Disyunto} \rangle \\
= & (\bigodot x|Q_x \vee R_x : E_x) & p \vee q \equiv (p \wedge q) \vee (p \not\equiv q)
\end{array}
$$

Otras reglas de cuantificación

- $\langle$Intercambio de variables$\rangle$:

  $(\bigodot x|Q_x : (\bigodot y|Q_y : E_{x,y})) = (\bigodot y|Q_y : (\bigodot x|Q_x : E_{x,y}))\Big|$ Expresiones bien definidas, x no aparece en Q_y, y no aparece en Q_x

- $\langle$Anidamiento$\rangle$:

  $(\bigodot x, y|Q_x \wedge R : E_{x,y}) = (\bigodot x|Q_x : (\bigodot y|R : E_{x,y}))\Big|$ Expresiones bien definidas, y no aparece en Q_x

- $\langle$Renombramiento$\rangle$:

  $(\bigodot x|Q_x : E_x) = (\bigodot y|Q_x[x := y] : E_x[x := y])\Big|$ y no aparece ni en Q_x ni en E_x

- $\langle$Cambio de variable$\rangle$:

  $(\bigodot x|Q_x : E_x) = (\bigodot y|Q_x[x := f(y)] : E_x[x := f(y)])\Big|$ y no aparece ni en Q_x ni en E_x; f tiene inversa

Otras reglas de cuantificación

- $\langle$Intercambio de variables$\rangle$:

  $(\bigodot x|Q_x : (\bigodot y|Q_y : E_{x,y})) = (\bigodot y|Q_y : (\bigodot x|Q_x : E_{x,y}))|$ Expresiones bien definidas, x no aparece en Q_y, y no aparece en Q_x

- $\langle$Anidamiento$\rangle$:

  $(\bigodot x, y|Q_x \wedge R : E_{x,y})) = (\bigodot x|Q_x : (\bigodot y|R : E_{x,y}))|$ Expresiones bien definidas, y no aparece en Q_x

- $\langle$Renombramiento$\rangle$:

  $(\bigodot x|Q_x : E_x) = (\bigodot y|Q_x[x := y] : E_x[x := y])|$ y no aparece ni en Q_x ni en E_x

- $\langle$Cambio de variable$\rangle$:

  $(\bigodot x|Q_x : E_x) = (\bigodot y|Q_x[x := f(y)] : E_x[x := f(y)])|$ y no aparece ni en Q_x ni en E_x; f tiene inversa

Otras reglas de cuantificación

- ⟨Intercambio de variables⟩:

  $$(\bigodot x|Q_x : (\bigodot y|Q_y : E_{x,y})) = (\bigodot y|Q_y : (\bigodot x|Q_x : E_{x,y}))\Big|$$ Expresiones bien definidas, x no aparece en Q_y, y no aparece en Q_x

- ⟨Anidamiento⟩:

  $$(\bigodot x, y|Q_x \wedge R : E_{x,y}) = (\bigodot x|Q_x : (\bigodot y|R : E_{x,y}))\Big|$$ Expresiones bien definidas, y no aparece en Q_x

- ⟨Renombramiento⟩:

  $$(\bigodot x|Q_x : E_x) = (\bigodot y|Q_x[x := y] : E_x[x := y])\Big|$$ y no aparece ni en Q_x ni en E_x

- ⟨Cambio de variable⟩:

  $$(\bigodot x|Q_x : E_x) = (\bigodot y|Q_x[x := f(y)] : E_x[x := f(y)])\Big|$$ y no aparece ni en Q_x ni en E_x; f tiene inversa

Otras reglas de cuantificación

- ⟨Intercambio de variables⟩:

  $(\bigodot x|Q_x : (\bigodot y|Q_y : E_{x,y})) = (\bigodot y|Q_y : (\bigodot x|Q_x : E_{x,y}))|$ Expresiones bien definidas, x no aparece en Q_y, y no aparece en Q_x

- ⟨Anidamiento⟩:

  $(\bigodot x, y|Q_x \wedge R : E_{x,y})) = (\bigodot x|Q_x : (\bigodot y|R : E_{x,y}))|$ Expresiones bien definidas, y no aparece en Q_x

- ⟨Renombramiento⟩:

  $(\bigodot x|Q_x : E_x) = (\bigodot y|Q_x[x := y] : E_x[x := y])|$ y no aparece ni en Q_x ni en E_x

- ⟨Cambio de variable⟩:

  $(\bigodot x|Q_x : E_x) = (\bigodot y|Q_x[x := f(y)] : E_x[x := f(y)])|$ y no aparece ni en Q_x ni en E_x; f tiene inversa

¿Entendemos cuantificación generalizada?

[Socrative]Calcule y diga qué regla(s) usó para el cálculo:

- $(\sum x|1 \leq x \leq n : (2x+n)^2)[n := 3]$
- $(\wedge x|1 \leq x \leq n : Par((2x+n)^2))[n := 3]$
- $(\vee x|1 \leq x \leq n : Par((2x+n)^2))[n := 3]$
- $(\sum x|(1 \leq x < 5) \wedge (5 \leq x < 7) : (2x+3)^2)$
- $(\prod x|(1 \leq x < 5) \wedge (5 \leq x < 7) : (2x+3)^2)$
- $(\wedge x|(1 \leq x < 5) \wedge (5 \leq x < 7) : Par((2x+3)^2))$
- $(\vee x|(1 \leq x < 5) \wedge (5 \leq x < 7) : Par((2x+3)^2))$
- $(\wedge x|(1 \leq x \leq 5) \wedge (5 \leq x < 7) : Par((2x+3)^2))$
- $(\vee x|(1 \leq x \leq 5) \wedge (5 \leq x < 7) : Par((2x+3)^2))$
- $(\exists\ x\ |(1 \leq x \leq 5) : Primo(x) \vee Par(x))$
- $(\forall\ x\ |(2 \leq x \leq 2) : Primo(x) \wedge Par(x))$

¿Entendemos cuantificación generalizada?

[Socrative]Calcule y diga qué regla(s) usó para el cálculo:

- $(\sum x|1 \leq x \leq n : (2x+n)^2)[n := 3]$
- $(\wedge x|1 \leq x \leq n : Par((2x+n)^2))[n := 3]$
- $(\vee x|1 \leq x \leq n : Par((2x+n)^2))[n := 3]$
- $(\sum x|(1 \leq x < 5) \wedge (5 \leq x < 7) : (2x+3)^2)$
- $(\prod x|(1 \leq x < 5) \wedge (5 \leq x < 7) : (2x+3)^2)$
- $(\wedge x|(1 \leq x < 5) \wedge (5 \leq x < 7) : Par((2x+3)^2))$
- $(\vee x|(1 \leq x < 5) \wedge (5 \leq x < 7) : Par((2x+3)^2))$
- $(\wedge x|(1 \leq x \leq 5) \wedge (5 \leq x < 7) : Par((2x+3)^2))$
- $(\vee x|(1 \leq x \leq 5) \wedge (5 \leq x < 7) : Par((2x+3)^2))$
- $(\exists\ x\ |(1 \leq x \leq 5) : Primo(x) \vee Par(x))$
- $(\forall\ x\ |(2 \leq x \leq 2) : Primo(x) \wedge Par(x))$

¿Entendemos cuantificación generalizada?

[Socrative]Calcule y diga qué regla(s) usó para el cálculo:

- $(\sum x|1 \leq x \leq n : (2x+n)^2)[n := 3]$
- $(\wedge x|1 \leq x \leq n : Par((2x+n)^2))[n := 3]$
- $(\vee x|1 \leq x \leq n : Par((2x+n)^2))[n := 3]$
- $(\sum x|(1 \leq x < 5) \wedge (5 \leq x < 7) : (2x+3)^2)$
- $(\prod x|(1 \leq x < 5) \wedge (5 \leq x < 7) : (2x+3)^2)$
- $(\wedge x|(1 \leq x < 5) \wedge (5 \leq x < 7) : Par((2x+3)^2))$
- $(\vee x|(1 \leq x < 5) \wedge (5 \leq x < 7) : Par((2x+3)^2))$
- $(\wedge x|(1 \leq x \leq 5) \wedge (5 \leq x < 7) : Par((2x+3)^2))$
- $(\vee x|(1 \leq x \leq 5) \wedge (5 \leq x < 7) : Par((2x+3)^2))$
- $(\exists x \,|(1 \leq x \leq 5) : Primo(x) \vee Par(x))$
- $(\forall x \,|(2 \leq x \leq 2) : Primo(x) \wedge Par(x))$

¿Entendemos cuantificación generalizada?

[Socrative]Calcule y diga qué regla(s) usó para el cálculo:

- $(\sum x|1 \leq x \leq n : (2x+n)^2)[n := 3]$
- $(\wedge x|1 \leq x \leq n : Par((2x+n)^2))[n := 3]$
- $(\vee x|1 \leq x \leq n : Par((2x+n)^2))[n := 3]$
- $(\sum x|(1 \leq x < 5) \wedge (5 \leq x < 7) : (2x+3)^2)$
- $(\prod x|(1 \leq x < 5) \wedge (5 \leq x < 7) : (2x+3)^2)$
- $(\wedge x|(1 \leq x < 5) \wedge (5 \leq x < 7) : Par((2x+3)^2))$
- $(\vee x|(1 \leq x < 5) \wedge (5 \leq x < 7) : Par((2x+3)^2))$
- $(\wedge x|(1 \leq x \leq 5) \wedge (5 \leq x < 7) : Par((2x+3)^2))$
- $(\vee x|(1 \leq x \leq 5) \wedge (5 \leq x < 7) : Par((2x+3)^2))$
- $(\exists\ x\ |(1 \leq x \leq 5) : Primo(x) \vee Par(x))$
- $(\forall\ x\ |(2 \leq x \leq 2) : Primo(x) \wedge Par(x))$

¿Entendemos cuantificación generalizada?

[Socrative]Calcule y diga qué regla(s) usó para el cálculo:

- $(\sum x|1 \leq x \leq n : (2x+n)^2)[n := 3]$
- $(\wedge x|1 \leq x \leq n : Par((2x+n)^2))[n := 3]$
- $(\vee x|1 \leq x \leq n : Par((2x+n)^2))[n := 3]$
- $(\sum x|(1 \leq x < 5) \wedge (5 \leq x < 7) : (2x+3)^2)$
- $(\prod x|(1 \leq x < 5) \wedge (5 \leq x < 7) : (2x+3)^2)$
- $(\wedge x|(1 \leq x < 5) \wedge (5 \leq x < 7) : Par((2x+3)^2))$
- $(\vee x|(1 \leq x < 5) \wedge (5 \leq x < 7) : Par((2x+3)^2))$
- $(\wedge x|(1 \leq x \leq 5) \wedge (5 \leq x < 7) : Par((2x+3)^2))$
- $(\vee x|(1 \leq x \leq 5) \wedge (5 \leq x < 7) : Par((2x+3)^2))$
- $(\exists\ x\ |(1 \leq x \leq 5) : Primo(x) \vee Par(x))$
- $(\forall\ x\ |(2 \leq x \leq 2) : Primo(x) \wedge Par(x))$

¿Entendemos cuantificación generalizada?

[Socrative]Calcule y diga qué regla(s) usó para el cálculo:

- $(\sum x|1 \leq x \leq n : (2x+n)^2)[n := 3]$
- $(\wedge x|1 \leq x \leq n : Par((2x+n)^2))[n := 3]$
- $(\vee x|1 \leq x \leq n : Par((2x+n)^2))[n := 3]$
- $(\sum x|(1 \leq x < 5) \wedge (5 \leq x < 7) : (2x+3)^2)$
- $(\prod x|(1 \leq x < 5) \wedge (5 \leq x < 7) : (2x+3)^2)$
- $(\wedge x|(1 \leq x < 5) \wedge (5 \leq x < 7) : Par((2x+3)^2))$
- $(\vee x|(1 \leq x < 5) \wedge (5 \leq x < 7) : Par((2x+3)^2))$
- $(\wedge x|(1 \leq x \leq 5) \wedge (5 \leq x < 7) : Par((2x+3)^2))$
- $(\vee x|(1 \leq x \leq 5) \wedge (5 \leq x < 7) : Par((2x+3)^2))$
- $(\exists\, x\, |(1 \leq x \leq 5) : Primo(x) \vee Par(x))$
- $(\forall\, x\, |(2 \leq x \leq 2) : Primo(x) \wedge Par(x))$

¿Entendemos cuantificación generalizada?

[Socrative]Calcule y diga qué regla(s) usó para el cálculo:

- $(\sum x|1 \leq x \leq n : (2x+n)^2)[n := 3]$
- $(\wedge x|1 \leq x \leq n : Par((2x+n)^2))[n := 3]$
- $(\vee x|1 \leq x \leq n : Par((2x+n)^2))[n := 3]$
- $(\sum x|(1 \leq x < 5) \wedge (5 \leq x < 7) : (2x+3)^2)$
- $(\prod x|(1 \leq x < 5) \wedge (5 \leq x < 7) : (2x+3)^2)$
- $(\wedge x|(1 \leq x < 5) \wedge (5 \leq x < 7) : Par((2x+3)^2))$
- $(\vee x|(1 \leq x < 5) \wedge (5 \leq x < 7) : Par((2x+3)^2))$
- $(\wedge x|(1 \leq x \leq 5) \wedge (5 \leq x < 7) : Par((2x+3)^2))$
- $(\vee x|(1 \leq x \leq 5) \wedge (5 \leq x < 7) : Par((2x+3)^2))$
- $(\exists\ x\ |(1 \leq x \leq 5) : Primo(x) \vee Par(x))$
- $(\forall\ x\ |(2 \leq x \leq 2) : Primo(x) \wedge Par(x))$

¿Entendemos cuantificación generalizada?

[Socrative]Calcule y diga qué regla(s) usó para el cálculo:

- $(\sum x|1 \leq x \leq n : (2x+n)^2)[n := 3]$
- $(\wedge x|1 \leq x \leq n : Par((2x+n)^2))[n := 3]$
- $(\vee x|1 \leq x \leq n : Par((2x+n)^2))[n := 3]$
- $(\sum x|(1 \leq x < 5) \wedge (5 \leq x < 7) : (2x+3)^2)$
- $(\prod x|(1 \leq x < 5) \wedge (5 \leq x < 7) : (2x+3)^2)$
- $(\wedge x|(1 \leq x < 5) \wedge (5 \leq x < 7) : Par((2x+3)^2))$
- $(\vee x|(1 \leq x < 5) \wedge (5 \leq x < 7) : Par((2x+3)^2))$
- $(\wedge x|(1 \leq x \leq 5) \wedge (5 \leq x < 7) : Par((2x+3)^2))$
- $(\vee x|(1 \leq x \leq 5) \wedge (5 \leq x < 7) : Par((2x+3)^2))$
- $(\exists\ x\ |(1 \leq x \leq 5) : Primo(x) \vee Par(x))$
- $(\forall\ x\ |(2 \leq x \leq 2) : Primo(x) \wedge Par(x))$

¿Entendemos cuantificación generalizada?

[Socrative]Calcule y diga qué regla(s) usó para el cálculo:

- $(\sum x|1 \leq x \leq n : (2x+n)^2)[n := 3]$
- $(\wedge x|1 \leq x \leq n : Par((2x+n)^2))[n := 3]$
- $(\vee x|1 \leq x \leq n : Par((2x+n)^2))[n := 3]$
- $(\sum x|(1 \leq x < 5) \wedge (5 \leq x < 7) : (2x+3)^2)$
- $(\prod x|(1 \leq x < 5) \wedge (5 \leq x < 7) : (2x+3)^2)$
- $(\wedge x|(1 \leq x < 5) \wedge (5 \leq x < 7) : Par((2x+3)^2))$
- $(\vee x|(1 \leq x < 5) \wedge (5 \leq x < 7) : Par((2x+3)^2))$
- $(\wedge x|(1 \leq x \leq 5) \wedge (5 \leq x < 7) : Par((2x+3)^2))$
- $(\vee x|(1 \leq x \leq 5) \wedge (5 \leq x < 7) : Par((2x+3)^2))$
- $(\exists\ x\ |(1 \leq x \leq 5) : Primo(x) \vee Par(x))$
- $(\forall\ x\ |(2 \leq x \leq 2) : Primo(x) \wedge Par(x))$

¿Entendemos cuantificación generalizada?

[Socrative]Calcule y diga qué regla(s) usó para el cálculo:

- $(\sum x|1 \leq x \leq n : (2x+n)^2)[n := 3]$
- $(\wedge x|1 \leq x \leq n : Par((2x+n)^2))[n := 3]$
- $(\vee x|1 \leq x \leq n : Par((2x+n)^2))[n := 3]$
- $(\sum x|(1 \leq x < 5) \wedge (5 \leq x < 7) : (2x+3)^2)$
- $(\prod x|(1 \leq x < 5) \wedge (5 \leq x < 7) : (2x+3)^2)$
- $(\wedge x|(1 \leq x < 5) \wedge (5 \leq x < 7) : Par((2x+3)^2))$
- $(\vee x|(1 \leq x < 5) \wedge (5 \leq x < 7) : Par((2x+3)^2))$
- $(\wedge x|(1 \leq x \leq 5) \wedge (5 \leq x < 7) : Par((2x+3)^2))$
- $(\vee x|(1 \leq x \leq 5) \wedge (5 \leq x < 7) : Par((2x+3)^2))$
- $(\exists\ x\ |(1 \leq x \leq 5) : Primo(x) \vee Par(x))$
- $(\forall\ x\ |(2 \leq x \leq 2) : Primo(x) \wedge Par(x))$

¿Entendemos cuantificación generalizada?

[Socrative]Calcule y diga qué regla(s) usó para el cálculo:

- $(\sum x|1 \leq x \leq n : (2x+n)^2)[n := 3]$
- $(\wedge x|1 \leq x \leq n : Par((2x+n)^2))[n := 3]$
- $(\vee x|1 \leq x \leq n : Par((2x+n)^2))[n := 3]$
- $(\sum x|(1 \leq x < 5) \wedge (5 \leq x < 7) : (2x+3)^2)$
- $(\prod x|(1 \leq x < 5) \wedge (5 \leq x < 7) : (2x+3)^2)$
- $(\wedge x|(1 \leq x < 5) \wedge (5 \leq x < 7) : Par((2x+3)^2))$
- $(\vee x|(1 \leq x < 5) \wedge (5 \leq x < 7) : Par((2x+3)^2))$
- $(\wedge x|(1 \leq x \leq 5) \wedge (5 \leq x < 7) : Par((2x+3)^2))$
- $(\vee x|(1 \leq x \leq 5) \wedge (5 \leq x < 7) : Par((2x+3)^2))$
- $(\exists\ x\ |(1 \leq x \leq 5) : Primo(x) \vee Par(x))$
- $(\forall\ x\ |(2 \leq x \leq 2) : Primo(x) \wedge Par(x))$

Plan

Axiomas ecuacionales

Regla	Nombre
$(\forall x \vert R : Q \wedge P) \equiv ((\forall x \vert R : Q) \wedge (\forall x \vert R : P))$	Distributividad $\forall$
$(\exists x \vert R : Q \vee P) \equiv ((\exists x \vert R : Q) \vee (\exists x \vert R : P))$	Distributividad $\exists$
Si P no depende de x: $(\forall x \vert R : Q \vee P) \equiv (\forall x \vert R : Q) \vee P$	Distributividad $\vee/\forall$
$(\forall x \vert R : P) \equiv (\forall x \vert : R \Rightarrow P)$	Trueque-$\forall$
$(\exists x \vert R : P) \equiv \neg(\forall x \vert R : \neg P)$	de Morgan generalizada

Axiomas ecuacionales

Regla	Nombre
$(\forall x \mid R : Q \wedge P) \equiv ((\forall x \mid R : Q) \wedge (\forall x \mid R : P))$	Distributividad $\forall$
$(\exists x \mid R : Q \vee P) \equiv ((\exists x \mid R : Q) \vee (\exists x \mid R : P))$	Distributividad $\exists$
Si P no depende de x: $(\forall x \mid R : Q \vee P) \equiv (\forall x \mid R : Q) \vee P$	Distributividad $\vee/\forall$
$(\forall x \mid R : P) \equiv (\forall x \mid \, : R \Rightarrow P)$	Trueque-$\forall$
$(\exists x \mid R : P) \equiv \neg(\forall x \mid R : \neg P)$	de Morgan generalizada

Axiomas ecuacionales

Regla	Nombre
$(\forall x\|R : Q \wedge P) \equiv ((\forall x\|R : Q) \wedge (\forall x\|R : P))$	Distributividad $\forall$
$(\exists x\|R : Q \vee P) \equiv ((\exists x\|R : Q) \vee (\exists x\|R : P))$	Distributividad $\exists$
Si P no depende de x: $(\forall x\|R : Q \vee P) \equiv (\forall x\|R : Q) \vee P$	Distributividad $\vee/\forall$
$(\forall x\|R : P) \equiv (\forall x\| : R \Rightarrow P)$	Trueque-$\forall$
$(\exists x\|R : P) \equiv \neg(\forall x\|R : \neg P)$	de Morgan generalizada

Axiomas ecuacionales

Regla	Nombre
$(\forall x \mid R : Q \wedge P) \equiv ((\forall x \mid R : Q) \wedge (\forall x \mid R : P))$	Distributividad $\forall$
$(\exists x \mid R : Q \vee P) \equiv ((\exists x \mid R : Q) \vee (\exists x \mid R : P))$	Distributividad $\exists$
Si P no depende de x: $(\forall x \mid R : Q \vee P) \equiv (\forall x \mid R : Q) \vee P$	Distributividad $\vee/\forall$
$(\forall x \mid R : P) \equiv (\forall x \mid : R \Rightarrow P)$	Trueque-$\forall$
$(\exists x \mid R : P) \equiv \neg(\forall x \mid R : \neg P)$	de Morgan generalizada

Axiomas ecuacionales

Regla	Nombre
$(\forall x \mid R : Q \land P) \equiv ((\forall x \mid R : Q) \land (\forall x \mid R : P))$	Distributividad $\forall$
$(\exists x \mid R : Q \lor P) \equiv ((\exists x \mid R : Q) \lor (\exists x \mid R : P))$	Distributividad $\exists$
Si P no depende de x: $(\forall x \mid R : Q \lor P) \equiv (\forall x \mid R : Q) \lor P$	Distributividad $\lor/\forall$
$(\forall x \mid R : P) \equiv (\forall x \mid : R \Rightarrow P)$	Trueque-$\forall$
$(\exists x \mid R : P) \equiv \neg(\forall x \mid R : \neg P)$	de Morgan generalizada

Axiomas ecuacionales

Regla	Nombre
$(\forall x \mid R : Q \wedge P) \equiv ((\forall x \mid R : Q) \wedge (\forall x \mid R : P))$	Distributividad $\forall$
$(\exists x \mid R : Q \vee P) \equiv ((\exists x \mid R : Q) \vee (\exists x \mid R : P))$	Distributividad $\exists$
Si P no depende de x: $(\forall x \mid R : Q \vee P) \equiv (\forall x \mid R : Q) \vee P$	Distributividad $\vee/\forall$
$(\forall x \mid R : P) \equiv (\forall x \mid \; : R \Rightarrow P)$	Trueque-$\forall$
$(\exists x \mid R : P) \equiv \neg(\forall x \mid R : \neg P)$	de Morgan generalizada

Plan

Teoremas ecuacionales

Regla	Nombre
$(\forall x \| R : P) \equiv \neg(\exists x \| R : \neg P)$	de Morgan generalizada$_2$
$\neg(\forall x \| R : P) \equiv (\exists x \| R : \neg P)$	de Morgan generalizada$_3$
$\neg(\exists x \| R : P) \equiv (\forall x \| R : \neg P)$	de Morgan generalizada $_4$
$(\exists x \| R : P) \equiv (\exists x \| : R \wedge P)$	Trueque-$\exists$
$(\forall x \| R : P) \equiv (\forall x \| \neg P : \neg R)$	Doble Trueque-$\forall$
Si P no depende de x: $(\exists x \| R : Q \wedge P) \equiv (\exists x \| R : Q) \wedge P$	Distributividad $\wedge/\exists$

Demostraciones (1)

de Morgan generalizada$_2$

Teo: $(\forall x|R : P) \equiv \neg(\exists x|R : \neg P)$

Dem:

	$\neg\ (\exists x\|R : \neg P)$	
$\equiv$	$\neg\neg\ \forall x\|R : \neg\neg\ P$	$\langle$de Morgan generalizada$\rangle$
$\equiv$	$(\forall x\|R : P)$	$\langle$Doble negación$\rangle$
		$\diamond$

de Morgan generalizada$_3$

Teo: $\neg(\forall x|R : P) \equiv (\exists x|R : \neg P)$

Dem:

	$\neg(\forall x\|R : P) \equiv (\exists x\|R : \neg P)$	
$\equiv$	$(\forall x\|R : P) \equiv \neg(\exists x\|R : \neg P)$	$(\neg p \equiv q) \equiv (p \equiv \neg q)$
$\equiv$	*true*	$\langle$de Morgan generalizada$_2\rangle$
		$\diamond$

Demostraciones (1)

de Morgan generalizada$_2$

Teo: $(\forall x|R : P) \equiv \neg(\exists x|R : \neg P)$

Dem:

$\neg\ (\exists x|R : \neg P)$

$\equiv \quad \neg\neg\ \forall x|R :\ \neg\neg\ P \qquad \langle$de Morgan generalizada$\rangle$

$\equiv \quad (\forall x|R : P) \qquad \langle$Doble negación$\rangle$

$\diamond$

de Morgan generalizada$_3$

Teo: $\neg(\forall x|R : P) \equiv (\exists x|R : \neg P)$

Dem:

$\neg(\forall x|R : P) \equiv (\exists x|R : \neg P)$

$\equiv \quad (\forall x|R : P) \equiv \neg(\exists x|R : \neg P) \qquad (\neg p \equiv q) \equiv (p \equiv \neg q)$

$\equiv \quad \mathit{true} \qquad \langle$de Morgan generalizada$_2\rangle$

$\diamond$

Demostraciones (2)

Trueque-∃

Teo: $(\exists x|R:P) \equiv (\exists x|:R \wedge P)$
Dem:

	$(\exists x|R:P)$	
$\equiv$	$\neg(\forall x|R:\neg P)$	$\langle$de Morgan generalizada$\rangle$
$\equiv$	$\neg(\forall x|:R \implies \neg P)$	$\langle$Trueque-$\forall\rangle$
$\equiv$	$\neg(\forall x|:\neg R \vee \neg P)$	$\langle$Definición-$\implies\rangle$
$\equiv$	$\neg(\forall x|:\neg(R \wedge P))$	$\langle$de Morgan$\rangle$
$\equiv$	$(\exists x|:R \wedge P)$	$\langle$de Morgan generalizada$\rangle$
		$\diamond$

Doble Trueque-∀

Teo: $(\forall x|R:P) \equiv (\forall x|\neg P:\neg R)$
Dem:

	$(\forall x|R:P)$	
$\equiv$	$(\forall x|:R \implies P)$	$\langle$Trueque $\forall\rangle$
$\equiv$	$(\forall x|:\neg P \implies \neg R)$	$\langle$Contrarecíproca$\rangle$
$\equiv$	$(\forall x|\neg P:\neg R)$	$\langle$Trueque $\forall\rangle$
		$\diamond$

Demostraciones (2)

Trueque-∃

Teo: $(\exists x | R : P) \equiv (\exists x | : R \wedge P)$

Dem:

	$(\exists x \vert R : P)$	
$\equiv$	$\neg(\forall x \vert R : \neg P)$	$\langle$de Morgan generalizada$\rangle$
$\equiv$	$\neg(\forall x \vert : R \implies \neg P)$	$\langle$Trueque-$\forall\rangle$
$\equiv$	$\neg(\forall x \vert : \neg R \vee \neg P)$	$\langle$Definición-$\implies\rangle$
$\equiv$	$\neg(\forall x \vert : \neg(R \wedge P))$	$\langle$de Morgan$\rangle$
$\equiv$	$(\exists x \vert : R \wedge P)$	$\langle$de Morgan generalizada$\rangle$
		$\diamond$

Doble Trueque-∀

Teo: $(\forall x | R : P) \equiv (\forall x | \neg P : \neg R)$

Dem:

	$(\forall x \vert R : P)$	
$\equiv$	$(\forall x \vert : R \implies P)$	$\langle$Trueque $\forall\rangle$
$\equiv$	$(\forall x \vert : \neg P \implies \neg R)$	$\langle$Contrarecíproca$\rangle$
$\equiv$	$(\forall x \vert \neg P : \neg R)$	$\langle$Trueque $\forall\rangle$
		$\diamond$

Plan

Reglas de inferencia (1)

Nombre	Regla	Condición
Instanciación Universal	$\dfrac{(\forall x \mid : P)}{P[x := c]}$	Cualquier c del dominio
Generalización Universal	$\dfrac{P[x := c]}{(\forall x \mid : P)}$	c es un elemento ARBITRARIO del dominio
Instanciación Existencial	$\dfrac{(\exists x \mid : P)}{P[x := \hat{c}]}$	$\hat{c}$ es un elemento particular que hace que P sea cierto
Generalización Existencial	$\dfrac{P[x := c]}{(\exists x \mid : P)}$	c cualquier elemento del dominio

Reglas de inferencia (1)

Nombre	Regla	Condición
Instanciación Universal	$\dfrac{(\forall x \mid \, : P)}{P[x := c]}$	Cualquier c del dominio
Generalización Universal	$\dfrac{P[x := c]}{(\forall x \mid \, : P)}$	c es un elemento ARBITRARIO del dominio
Instanciación Existencial	$\dfrac{(\exists x \mid \, : P)}{P[x := \hat{c}]}$	$\hat{c}$ es un elemento particular que hace que P sea cierto
Generalización Existencial	$\dfrac{P[x := c]}{(\exists x \mid \, : P)}$	c cualquier elemento del dominio

Reglas de inferencia (1)

Nombre	Regla	Condición
Instanciación Universal	$\dfrac{(\forall x \mid : P)}{P[x := c]}$	Cualquier c del dominio
Generalización Universal	$\dfrac{P[x := c]}{(\forall x \mid : P)}$	c es un elemento ARBITRARIO del dominio
Instanciación Existencial	$\dfrac{(\exists x \mid : P)}{P[x := \hat{c}]}$	$\hat{c}$ es un elemento particular que hace que P sea cierto
Generalización Existencial	$\dfrac{P[x := c]}{(\exists x \mid : P)}$	c cualquier elemento del dominio

Reglas de inferencia (1)

Nombre	Regla	Condición
Instanciación Universal	$\dfrac{(\forall x \mid \, : P)}{P[x := c]}$	Cualquier c del dominio
Generalización Universal	$\dfrac{P[x := c]}{(\forall x \mid \, : P)}$	c es un elemento ARBITRARIO del dominio
Instanciación Existencial	$\dfrac{(\exists x \mid \, : P)}{P[x := \hat{c}]}$	$\hat{c}$ es un elemento particular que hace que P sea cierto
Generalización Existencial	$\dfrac{P[x := c]}{(\exists x \mid \, : P)}$	c cualquier elemento del dominio

Reglas de inferencia (1)

Nombre	Regla	Condición
Instanciación Universal	$\dfrac{(\forall x \mid : P)}{P[x := c]}$	Cualquier c del dominio
Generalización Universal	$\dfrac{P[x := c]}{(\forall x \mid : P)}$	c es un elemento ARBITRARIO del dominio
Instanciación Existencial	$\dfrac{(\exists x \mid : P)}{P[x := \hat{c}]}$	$\hat{c}$ es un elemento particular que hace que P sea cierto
Generalización Existencial	$\dfrac{P[x := c]}{(\exists x \mid : P)}$	c cualquier elemento del dominio

Reglas de inferencia (2)

Hay dos reglas que podemos deducir de las anteriores:

Nombre	Regla	Condición
Universal Modus Ponens	$\dfrac{\begin{array}{c}(\forall x \mid P : Q)\\ P[x := c]\end{array}}{Q[x := c]}$	Cualquier c del dominio
Universal Modus Tollens	$\dfrac{\begin{array}{c}(\forall x \mid P : Q)\\ \neg Q[x := c]\end{array}}{\neg P[x := c]}$	Cualquier c del dominio

Reglas de inferencia (2)

Hay dos reglas que podemos deducir de las anteriores:

Nombre	Regla	Condición
Universal Modus Ponens	$\dfrac{\begin{array}{c}(\forall x \mid P : Q) \\ P[x := c]\end{array}}{Q[x := c]}$	Cualquier c del dominio
Universal Modus Tollens	$\dfrac{\begin{array}{c}(\forall x \mid P : Q) \\ \neg Q[x := c]\end{array}}{\neg P[x := c]}$	Cualquier c del dominio

Reglas de inferencia (2)

Hay dos reglas que podemos deducir de las anteriores:

Nombre	Regla	Condición
Universal Modus Ponens	$\dfrac{\begin{array}{c}(\forall x \mid P : Q)\\ P[x := c]\end{array}}{Q[x := c]}$	Cualquier c del dominio
Universal Modus Tollens	$\dfrac{\begin{array}{c}(\forall x \mid P : Q)\\ \neg Q[x := c]\end{array}}{\neg P[x := c]}$	Cualquier c del dominio

Demostraciones

Modus Ponens Universal

Teo: $(\forall x|P : Q) \wedge P[x := c] \implies Q[x := c]$

Dem:

	Hip. $(\forall x\|P : Q)$, $P[x := c]$	Hipótesis
	$(\forall x\|P : Q)$	
$\equiv$	$(\forall x\| : P \implies Q)$	Trueque-$\forall$
$\implies$	$(P \implies Q)[x := c]$	Instanciación universal y c es del dominio
$\equiv$	$(P[x := c] \implies Q[x := c])$	Sustitución
$\equiv$	$P[x := c]$	Hipótesis
$\equiv$	$Q[x := c]$	Modus Ponens proposicional
		$\diamond$

Modus Tolens Universal

Teo: $(\forall x|P : Q) \wedge \neg Q[x := c] \implies \neg P[x := c]$

Dem:

	Hip. $(\forall x\|P : Q)$, $\neg Q[x := c]$	Hipótesis
	$(\forall x\|P : Q)$	
$\equiv$	$(\forall x\| : P \implies Q)$	Trueque-$\forall$
$\equiv$	$(\forall x\| : \neg Q \implies \neg P)$	Contrarecíproca
$\equiv$	$(\forall x\|\neg Q : \neg P)$	Trueque-$\forall$
$\equiv$	$(\forall x\|\neg Q : \neg P) \wedge \neg Q[x := c]$	Hipótesis, $p \wedge true \equiv p$
$\implies$	$\neg P[x := c]$	Modus ponens universal
		$\diamond$

Demostraciones

Modus Ponens Universal

Teo: $(\forall x|P : Q) \wedge P[x := c] \implies Q[x := c]$

Dem:

	Hip. $(\forall x|P : Q)$, $P[x := c]$	Hipótesis
	$(\forall x|P : Q)$	
$\equiv$	$(\forall x| : P \implies Q)$	Trueque-$\forall$
$\implies$	$(P \implies Q)[x := c]$	Instanciación universal y c es del dominio
$\equiv$	$(P[x := c] \implies Q[x := c])$	Sustitución
$\equiv$	$P[x := c]$	Hipótesis
$\equiv$	$Q[x := c]$	Modus Ponens proposicional
		$\diamond$

Modus Tolens Universal

Teo: $(\forall x|P : Q) \wedge \neg Q[x := c] \implies \neg P[x := c]$

Dem:

	Hip. $(\forall x|P : Q)$, $\neg Q[x := c]$	Hipótesis
	$(\forall x|P : Q)$	
$\equiv$	$(\forall x| : P \implies Q)$	Trueque-$\forall$
$\equiv$	$(\forall x| : \neg Q \implies \neg P)$	Contrarecíproca
$\equiv$	$(\forall x|\neg Q : \neg P)$	Trueque-$\forall$
$\equiv$	$(\forall x|\neg Q : \neg P) \wedge \neg Q[x := c]$	Hipótesis, $p \wedge true \equiv p$
$\implies$	$\neg P[x := c]$	Modus ponens universal
		$\diamond$

También podemos demostrar la distributividad del $\forall$

$$(\forall x : Q \land P) \equiv ((\forall x : Q) \land (\forall x : P))$$

$((\forall x : Q) \land (\forall x : P)) \implies (\forall x : Q \land P)$

Teo: $((\forall x : Q) \land (\forall x : P)) \implies (\forall x : Q \land P)$

Dem:

1	$(\forall x : Q) \land (\forall x : P))$	
2 $\implies$	$(\forall x : Q)$	Simplificación (1)
3 $\implies$	$(\forall x : P)$	Simplificación (1)
4 $\implies$	$Q[x := c]$	Instanciación universal (2) y c es del dominio
5 $\implies$	$P[x := c]$	Instanciación universal (3) y c es del dominio
6 $\implies$	$Q[x := c] \land P[x := c]$	Conjunción (4) y (5)
7 $\equiv$	$(Q \land P)[x := c]$	Sustitución (6)
8 $\implies$	$(\forall x : Q \land P)$	Generalización-$\forall$ y c es del dominio
		$\diamond$

También podemos demostrar la distributividad del $\forall$

$$(\forall x : Q \wedge P) \equiv ((\forall x : Q) \wedge (\forall x : P))$$

$(\forall x : Q \wedge P) \implies ((\forall x : Q) \wedge (\forall x : P))$

Teo: $(\forall x : Q \wedge P) \implies ((\forall x : Q) \wedge (\forall x : P))$

Dem:

1		$(\forall x : Q \wedge P)$	
2	$\implies$	$(Q \wedge P)[x := c]$	Instanciación universal y c es del dominio
3	$\equiv$	$Q[x := c] \wedge P[x := c]$	Sustitución (2)
4	$\implies$	$Q[x := c]$	Simplificación (3)
5	$\implies$	$(\forall x : Q)$	Generalización-$\forall$ (4) y c es del dominio
6	$\implies$	$P[x := c]$	Simplificación (3)
7	$\implies$	$(\forall x : P)$	Generalización-$\forall$ (6) y c es del dominio
6	$\implies$	$((\forall x : Q) \wedge (\forall x : P))$	Conjunción de (5) y (7)
			$\diamond$

Reglas de inferencia (3)

Nombre	Regla	Condición
Instanciación Universal$_2$	$\dfrac{(\forall x \mid R : P)}{R[x := c] \implies P[x := c]}$	Cualquier c del dominio
Generalización Universal	$\dfrac{R[x := c] \implies P[x := c]}{(\forall x \mid R : P)}$	c es un elemento ARBITRARIO del dominio
Instanciación Existencial	$\dfrac{(\exists x \mid R : P)}{R[x := \hat{c}] \wedge P[x := \hat{c}]}$	$\hat{c}$ es un elemento particular que hace que P sea cierto
Generalización Existencial	$\dfrac{R[x := c] \wedge P[x := c]}{(\exists x \mid R : P)}$	c cualquier elemento del dominio

Reglas de inferencia (3)

Nombre	Regla	Condición
Instanciación Universal$_2$	$\dfrac{(\forall x \mid R : P)}{R[x := c] \implies P[x := c]}$	Cualquier c del dominio
Generalización Universal	$\dfrac{R[x := c] \implies P[x := c]}{(\forall x \mid R : P)}$	c es un elemento ARBITRARIO del dominio
Instanciación Existencial	$\dfrac{(\exists x \mid R : P)}{R[x := \hat{c}] \land P[x := \hat{c}]}$	$\hat{c}$ es un elemento particular que hace que P sea cierto
Generalización Existencial	$\dfrac{R[x := c] \land P[x := c]}{(\exists x \mid R : P)}$	c cualquier elemento del dominio

Reglas de inferencia (3)

Nombre	Regla	Condición
Instanciación Universal$_2$	$\dfrac{(\forall x \mid R : P)}{R[x := c] \implies P[x := c]}$	Cualquier c del dominio
Generalización Universal	$\dfrac{R[x := c] \implies P[x := c]}{(\forall x \mid R : P)}$	c es un elemento ARBITRARIO del dominio
Instanciación Existencial	$\dfrac{(\exists x \mid R : P)}{R[x := \hat{c}] \land P[x := \hat{c}]}$	$\hat{c}$ es un elemento particular que hace que P sea cierto
Generalización Existencial	$\dfrac{R[x := c] \land P[x := c]}{(\exists x \mid R : P)}$	c cualquier elemento del dominio

Reglas de inferencia (3)

Nombre	Regla	Condición
Instanciación Universal$_2$	$\dfrac{(\forall x \mid R : P)}{R[x := c] \implies P[x := c]}$	Cualquier c del dominio
Generalización Universal	$\dfrac{R[x := c] \implies P[x := c]}{(\forall x \mid R : P)}$	c es un elemento ARBITRARIO del dominio
Instanciación Existencial	$\dfrac{(\exists x \mid R : P)}{R[x := \hat{c}] \wedge P[x := \hat{c}]}$	$\hat{c}$ es un elemento particular que hace que P sea cierto
Generalización Existencial	$\dfrac{R[x := c] \wedge P[x := c]}{(\exists x \mid R : P)}$	c cualquier elemento del dominio

Reglas de inferencia (3)

Nombre	Regla	Condición
Instanciación Universal$_2$	$\dfrac{(\forall x \mid R : P)}{R[x := c] \implies P[x := c]}$	Cualquier c del dominio
Generalización Universal	$\dfrac{R[x := c] \implies P[x := c]}{(\forall x \mid R : P)}$	c es un elemento ARBITRARIO del dominio
Instanciación Existencial	$\dfrac{(\exists x \mid R : P)}{R[x := \hat{c}] \wedge P[x := \hat{c}]}$	$\hat{c}$ es un elemento particular que hace que P sea cierto
Generalización Existencial	$\dfrac{R[x := c] \wedge P[x := c]}{(\exists x \mid R : P)}$	c cualquier elemento del dominio

Plan

Argumentación en LN: las brujas con alas no tienen escoba

Video 1.8

Considere el siguiente razonamiento en LN:

> *Las brujas pueden ser buenas o malvadas pero no las dos cosas a la vez. Las brujas con alas son buenas; en cambio, las brujas que tienen escoba son malvadas. Por lo tanto, podemos concluir que no hay brujas con alas que tengan escoba.*

¿Es correcta la conclusión?

Usemos la lógica de predicados para resolver esta pregunta.

Argumentación en LN: las brujas con alas no tienen escoba

Video 1.8

Considere el siguiente razonamiento en LN:

> *Las brujas pueden ser buenas o malvadas pero no las dos cosas a la vez. Las brujas con alas son buenas; en cambio, las brujas que tienen escoba son malvadas. Por lo tanto, podemos concluir que no hay brujas con alas que tengan escoba.*

¿Es correcta la conclusión?

Usemos la lógica de predicados para resolver esta pregunta.

Argumentación en LN: las brujas con alas no tienen escoba

Video 1.8

Considere el siguiente razonamiento en LN:

> *Las brujas pueden ser buenas o malvadas pero no las dos cosas a la vez. Las brujas con alas son buenas; en cambio, las brujas que tienen escoba son malvadas. Por lo tanto, podemos concluir que no hay brujas con alas que tengan escoba.*

¿Es correcta la conclusión?

Usemos la lógica de predicados para resolver esta pregunta.

Argumentación en LN: las brujas con alas no tienen escoba

Video 1.8

Considere el siguiente razonamiento en LN:

> *Las brujas pueden ser buenas o malvadas pero no las dos cosas a la vez. Las brujas con alas son buenas; en cambio, las brujas que tienen escoba son malvadas. Por lo tanto, podemos concluir que no hay brujas con alas que tengan escoba.*

¿Es correcta la conclusión?

Usemos la lógica de predicados para resolver esta pregunta.

Argumentación en LN: las brujas con alas no tienen escoba

Video 1.8

Considere el siguiente razonamiento en LN:

> *Las brujas pueden ser buenas o malvadas pero no las dos cosas a la vez. Las brujas con alas son buenas; en cambio, las brujas que tienen escoba son malvadas. Por lo tanto, podemos concluir que no hay brujas con alas que tengan escoba.*

¿Es correcta la conclusión?

Usemos la lógica de predicados para resolver esta pregunta.

Las brujas con alas no tienen escoba: traducción

[Video 1.8] En el universo sólo hay brujas. Ellas pueden ser Buenas o Malvadas, y pueden tener Alas y Escobas.

- Las brujas pueden ser buenas o malvadas pero no las dos cosas a la vez.:

$$H_1 : \forall b(Buena(b) \not\equiv Malvada(b))$$

- Las brujas con alas son buenas; en cambio, las brujas que tienen escoba son malvadas.:

$$H_2 : (\forall b | Alas(b) : Buena(b)) \wedge (\forall b | Escoba(b) : Malvada(b))$$

- No hay brujas con alas que tengan escoba.:

$$C : \neg(\exists b | Alas(b) : Escoba(b))$$

- ¿$\vdash (H_1 \wedge H_2) \Longrightarrow C$?

Las brujas con alas no tienen escoba: traducción

[Video 1.8] En el universo sólo hay brujas. Ellas pueden ser Buenas o Malvadas, y pueden tener Alas y Escobas.

- Las brujas pueden ser buenas o malvadas pero no las dos cosas a la vez.:

$$H_1 : \forall b(Buena(b) \not\equiv Malvada(b))$$

- Las brujas con alas son buenas; en cambio, las brujas que tienen escoba son malvadas.:

$$H_2 : (\forall b | Alas(b) : Buena(b)) \wedge (\forall b | Escoba(b) : Malvada(b))$$

- No hay brujas con alas que tengan escoba.:

$$C : \neg(\exists b | Alas(b) : Escoba(b))$$

- ¿$\vdash (H_1 \wedge H_2) \implies C$?

Las brujas con alas no tienen escoba: traducción

[Video 1.8] En el universo sólo hay brujas. Ellas pueden ser Buenas o Malvadas, y pueden tener Alas y Escobas.

- Las brujas pueden ser buenas o malvadas pero no las dos cosas a la vez.:

$$H_1 : \forall b(Buena(b) \not\equiv Malvada(b))$$

- Las brujas con alas son buenas; en cambio, las brujas que tienen escoba son malvadas.:

$$H_2 : (\forall b|Alas(b) : Buena(b)) \land (\forall b|Escoba(b) : Malvada(b))$$

- No hay brujas con alas que tengan escoba.:

$$C : \neg(\exists b|Alas(b) : Escoba(b))$$

- ¿$\vdash (H_1 \land H_2) \implies C$?

Las brujas con alas no tienen escoba: traducción

[Video 1.8] En el universo sólo hay brujas. Ellas pueden ser Buenas o Malvadas, y pueden tener Alas y Escobas.

- Las brujas pueden ser buenas o malvadas pero no las dos cosas a la vez.:

$$H_1 : \forall b(Buena(b) \not\equiv Malvada(b))$$

- Las brujas con alas son buenas; en cambio, las brujas que tienen escoba son malvadas.:

$$H_2 : (\forall b | Alas(b) : Buena(b)) \wedge (\forall b | Escoba(b) : Malvada(b))$$

- No hay brujas con alas que tengan escoba.:

$$C : \neg(\exists b | Alas(b) : Escoba(b))$$

- ¿$\vdash (H_1 \wedge H_2) \implies C$?

Las brujas con alas no tienen escoba: traducción

[Video 1.8] En el universo sólo hay brujas. Ellas pueden ser Buenas o Malvadas, y pueden tener Alas y Escobas.

- Las brujas pueden ser buenas o malvadas pero no las dos cosas a la vez.:

$$H_1 : \forall b(Buena(b) \not\equiv Malvada(b))$$

- Las brujas con alas son buenas; en cambio, las brujas que tienen escoba son malvadas.:

$$H_2 : (\forall b|Alas(b) : Buena(b)) \wedge (\forall b|Escoba(b) : Malvada(b))$$

- No hay brujas con alas que tengan escoba.:

$$C : \neg(\exists b|Alas(b) : Escoba(b))$$

- ¿$\vdash (H_1 \wedge H_2) \implies C$?

Las brujas con alas no tienen escoba: demostración

[Video 1.8] $H_1 : \forall b(Buena(b) \not\equiv Malvada(b))$

$H_2 : H_{2a} : (\forall b|Alas(b) : Buena(b)) \wedge H_{2b} : (\forall b|Escoba(b) : Malvada(b))$

$C : \neg(\exists b|Alas(b) : Escoba(b))$

Por contradicción: $\vdash (H_1 \wedge H_2) \implies C$ ssi $H_1, H_2 \vdash C$ ssi $H_1, H_2, \neg C \vdash false$

Teo: $\vdash (H_1 \wedge H_2) \implies C$
Hip.: $H_1, H_2, \neg C$
Dem:

1		$\exists b\|Alas(b) : Escoba(b)$	
2	$\implies$	$Alas(\hat{b}) \wedge Escoba(\hat{b})$	Instanciación existencial (1)
3	$\implies$	$Alas(\hat{b})$	$p \wedge q \implies p$ sobre (2)
4	$\implies$	$Escoba(\hat{b})$	$p \wedge q \implies q$ sobre (2)
5	$\implies$	$Buena(\hat{b})$	Modus ponens universal H_{2a}, (3)
6	$\implies$	$Malvada(\hat{b})$	Modus ponens universal H_{2b}, (4)
7	$\implies$	$Buena(\hat{b}) \equiv Malvada(\hat{b})$	$(p \wedge q) \implies (p \equiv q)$ sobre (5) y (6)
8	$\implies$	$Buena(\hat{b}) \not\equiv Malvada(\hat{b})$	Instanciación Universal H_1
9	$\implies$	$false$	$p \wedge \neg p \implies false$ sobre (7) y (8)

$\diamond$

¿El gavilán es un malhincha?

Para controlar la violencia en los estadios, la policía ha decidido identificar los malos hinchas dentro de las barras bravas con las siguientes reglas:

1. Todo miembro de una barra brava que realice un acto prohibido dentro del estadio, se considera un mal hincha.
2. Tanto lanzar cosas desde la tribuna, como meterse en el campo de juego son considerados actos prohibidos.

Además, en las cámaras de seguridad la policía ha visto que el gavilán es un miembro de barra brava que cuando va al estadio lanza cosas desde la tribuna y se mete al campo de juego.
La policía concluye entonces que el gavilán es un malhincha.
¿Es correcta la conclusión?

- Modele las reglas R_1, R_2, el hecho que la policía ha constatado sobre el gavilán, H, y la conclusión de la policía, C, en términos de esos símbolos de predicado y de constante:
- Use el aparato deductivo de la lógica de predicados para demostrar que la conclusión de la policía es correcta.

[Socrative]