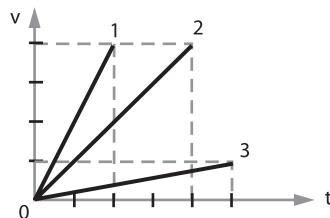


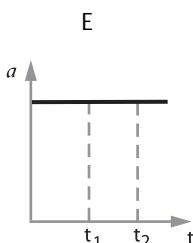
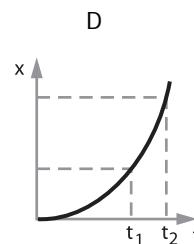
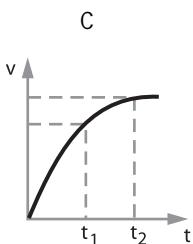
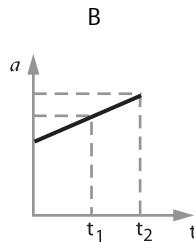
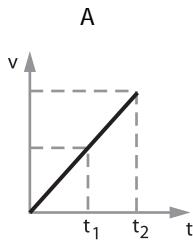
TEST

- 1.- Las velocidades "v" de tres partículas: 1, 2 y 3 en función del tiempo "t", son mostradas en la figura. La razón entre las aceleraciones mayor y menor es:

- a) 8
- b) $1/2$
- c) 10
- d) 1
- e) 3



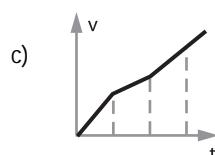
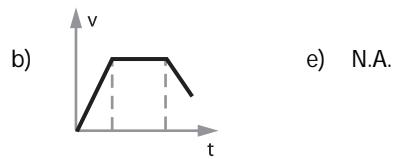
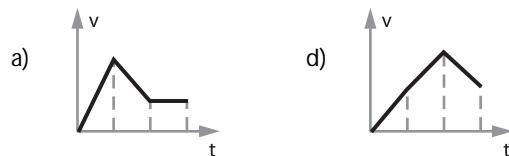
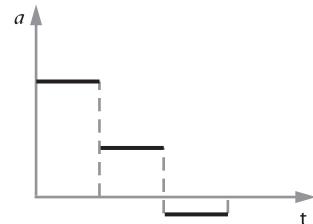
- 2.- De las gráficas:



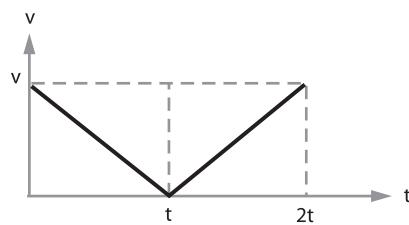
Las que corresponden al movimiento uniformemente variado son:

- a) A, B y C
- b) C, D y E
- c) A, C y D
- d) A, D y E
- e) Ninguna

- 3.- ¿Cuál de los siguientes diagramas $v - t$ corresponde con el diagrama $a - t$ mostrado, si el móvil parte del reposo?



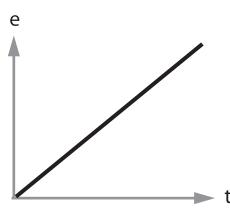
- 4.- El gráfico corresponde con uno de los siguientes movimientos.



- a) El de una piedra lanzada verticalmente hacia arriba.
- b) El de una pelota que se lanza verticalmente contra el piso.
- c) El de una pelota que se suelta desde cierta altura.
- d) El de un objeto que es lanzado desde cierta altura sobre el mar.
- e) El de una persona que baja y luego sube una escalera.

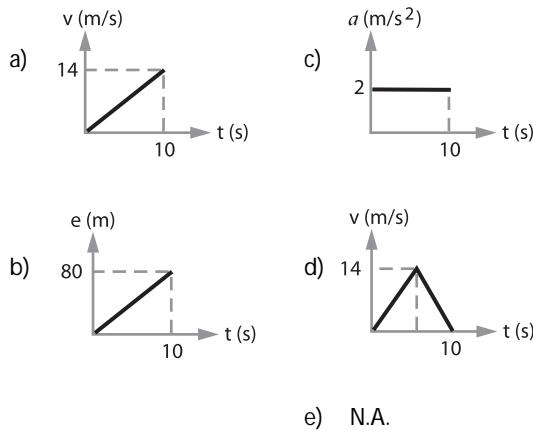
- 5.- Según el gráfico, cuál (es) de las siguientes afirmaciones es (son) necesariamente cierta (s).

- I.- Es un M.R.U.
II.- Es un M.R.U.V.
III.- El movimiento es ascendente

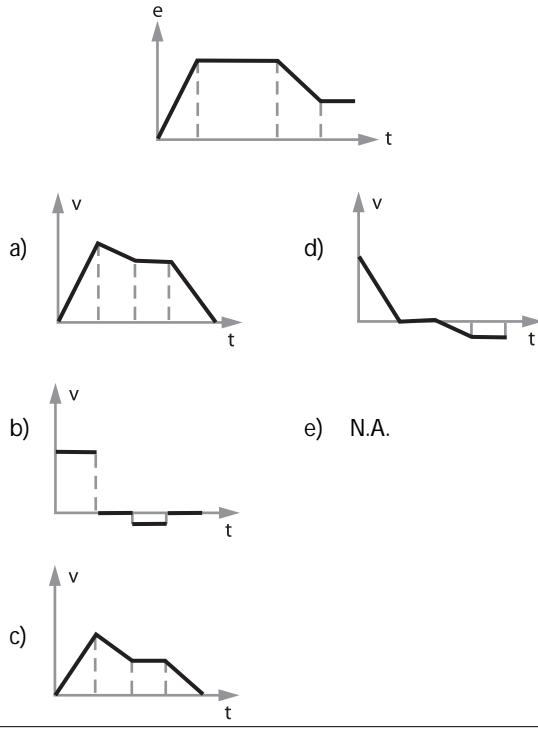


- a) II y III
b) Solo I
c) Solo II
d) Solo III
e) I y III

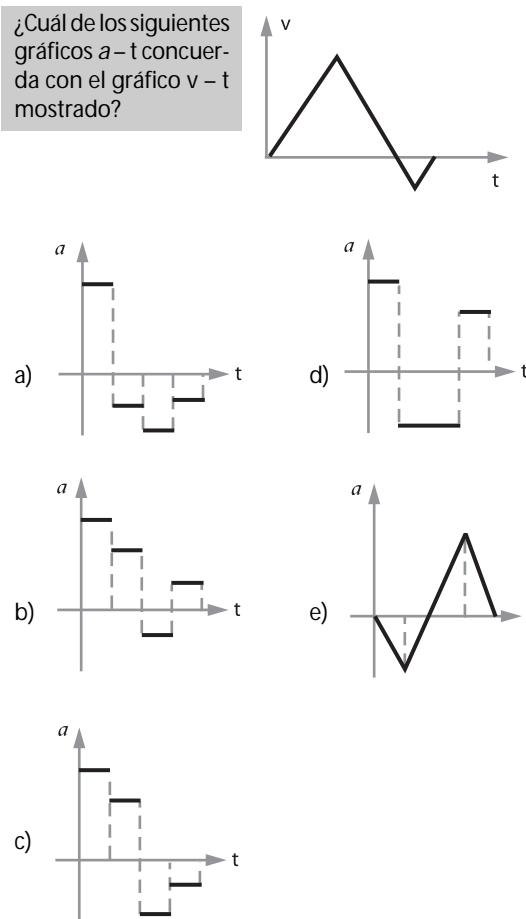
6.- ¿Cuál de los siguientes gráficos indica un mayor recorrido en los 10 primeros segundos, si siempre se parte del reposo?



7.- ¿Cuál de las siguientes gráficas v – t concuerda con la gráfica e – t mostrada?

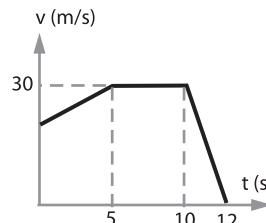


8.- ¿Cuál de los siguientes gráficos a – t concuerda con el gráfico v – t mostrado?



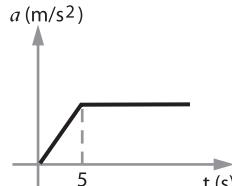
9.- Del gráfico se puede afirmar que:

- a) El móvil partió del reposo.
b) Tuvo aceleración constante durante los primeros 5 segundos.
c) Desaceleró finalmente a razón de 15 m/s^2 .
d) La mayor parte del tiempo se movió con M.R.U.
e) b y c son correctas.



10.- Basados en el gráfico podemos afirmar:

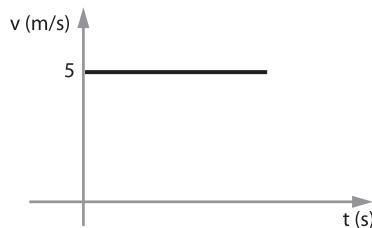
- a) Para $t = 0$, el móvil estaba en reposo.
b) Durante los primeros 5 segundos se movió en M.R.U.V.
c) Despues de los 5 primeros segundos se mueve con velocidad constante.
d) El M.R.U.V. empieza despues de $t = 5$ segundos.
e) Despues de $t = 5$ segundos el móvil se detiene.



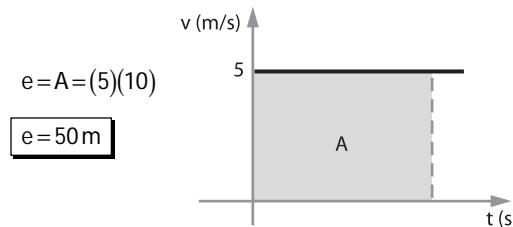
PROBLEMAS RESUELTOS

▲ PROBLEMAS DE APLICACIÓN

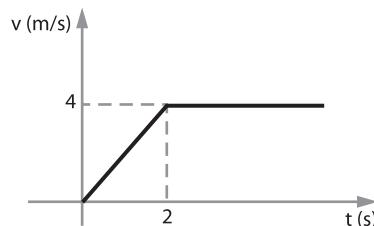
- 1.- Un móvil se desplaza con M.R.U. según el gráfico. Calcular el espacio recorrido al cabo de 10 segundos.



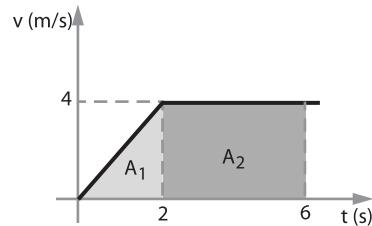
Solución:



- 2.- Una partícula parte del reposo con M.R.U.V. Cuando $t = 2 \text{ s}$, su velocidad es 4 m/s manteniéndola constante. Calcular el espacio recorrido por el móvil hasta los 6 segundos.



Solución:

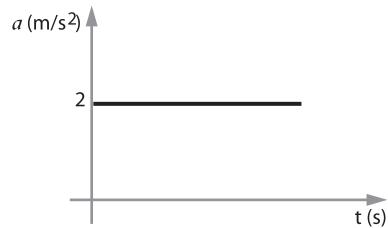


$$A = A_1 + A_2$$

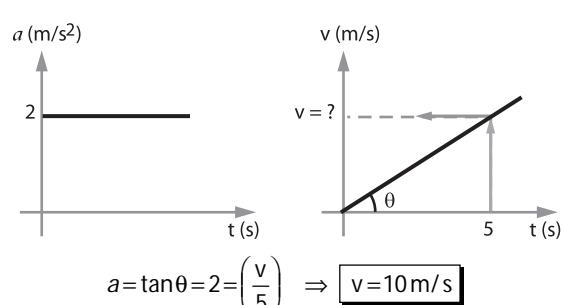
$$A = \frac{(2)(4)}{2} + (6-2)(4) = 20$$

Luego: $e = 20 \text{ m}$

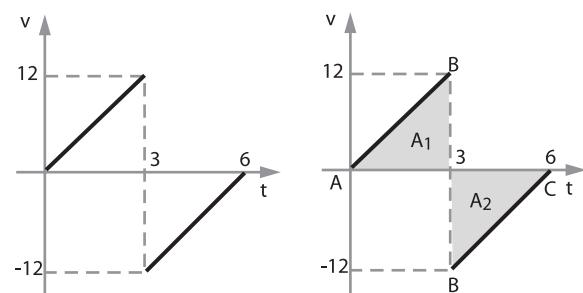
- 3.- Un auto parte del reposo y describe el gráfico adjunto. Determinar la velocidad al cabo de 5 segundos.



Solución:



- 4.- Una partícula posee el siguiente gráfico de su movimiento (v vs t). Representar el gráfico (e vs t).

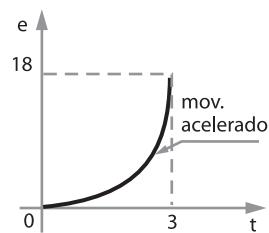


Solución:

□ Entre A y B (mov.acelerado)

$$t=0 \Rightarrow e=0$$

$$t=3 \Rightarrow e=A_1=18$$



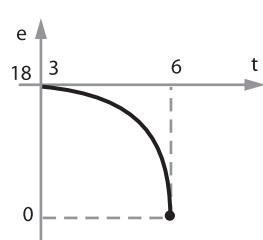
Entre B y C (mov.retardado)

$$t=3 \Rightarrow e=A_1=18$$

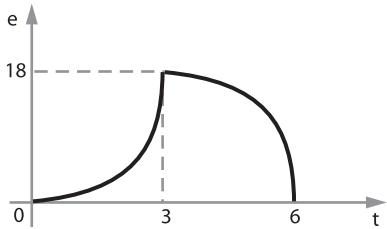
$$t=6 \Rightarrow e=A_1-A_2$$

$$e=18-18$$

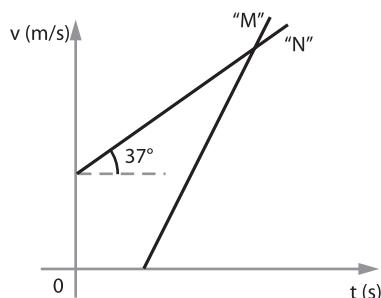
$e=0$
(Ya que el móvil cambia de sentido)



Finalmente:



- 5.- El gráfico $v = f(t)$ nos muestra el movimiento de dos móviles "M" y "N". Si "M" parte 3 s después que "N". ¿Al cabo de qué tiempo ambos móviles alcanzan igual velocidad, si "M" acelera a $2,3 \text{ m/s}^2$ y "N" inicia su movimiento a $8,6 \text{ m/s}$?



Solución:

Para N: $a=\tan 37^\circ$

$$a=\frac{3}{4} \text{ m/s}^2 ; v_F=v_0+at$$

$$v_0=8,6 \text{ m/s} ; v=8,6+\frac{3}{4}t \quad \dots\dots\dots (1)$$

Para M:

$$a=2,3 \text{ m/s}^2 ; v_F=v_0+at$$

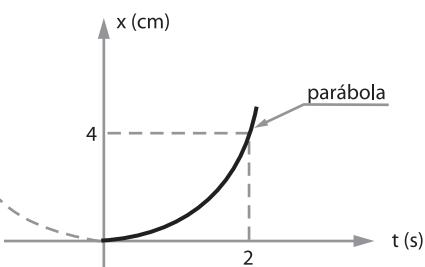
$$v_0=0 ; v=0+2,3(t-3) \quad \dots\dots\dots (2)$$

(1) = (2):

$$t=10 \text{ s}$$

B PROBLEMAS COMPLEMENTARIOS

- 1.- Una partícula se mueve a lo largo de la horizontal de acuerdo a la gráfica ($x - t$) mostrada. ¿Cuál es la velocidad de la partícula en $t = 1 \text{ s}$?



Solución:

$v_0=0$, ya que $\tan 0^\circ = 0$

$$x=v_0t+\frac{1}{2}at^2 \text{ (mov.retardado)}$$

Para $x = 4 \text{ cm}$

$$4=0(2)+\frac{1}{2}a(2)^2 \Rightarrow a=2 \text{ cm/s}^2$$

Para: $t=1 \text{ s}$

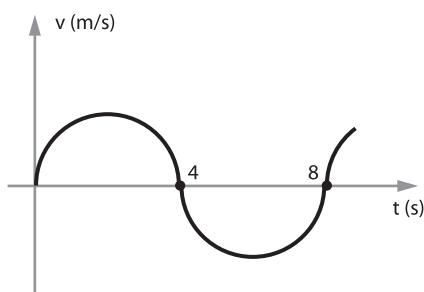
$$a=2 \text{ cm/s}^2 ; v_F=v_0+at$$

$$v_0=0 ; v_F=0+(2)(1)$$

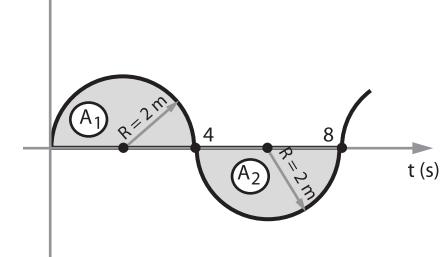
$v_F=?$

$$\boxed{v_F=2 \text{ cm/s}}$$

- 2.- El gráfico representa el movimiento de un móvil en línea recta. Hallar el desplazamiento y espacio recorrido por el móvil entre $t = 0 \text{ s}$ y $t = 8 \text{ s}$. (radio = 2 m).



Solución:



$|A_1|=|A_2|=\frac{\pi R^2}{2}=\frac{\pi(2)^2}{2}=2\pi$

- d = desplazamiento

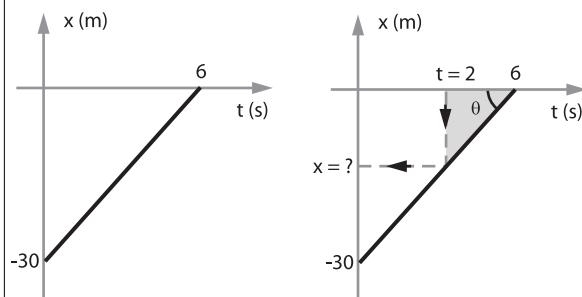
$$d = A_1 - A_2 = 0 \Rightarrow \boxed{d=0}$$

- Espacio recorrido:

$$e = |A_1| + |A_2|$$

$$e = 2\pi + 2\pi \Rightarrow \boxed{e = 4\pi \text{ m}}$$

- 3.- Dado el siguiente gráfico, determine la posición del móvil en el instante $t = 2 \text{ s}$.



Solución:

$$\tan \theta = \frac{30}{6} = 5$$

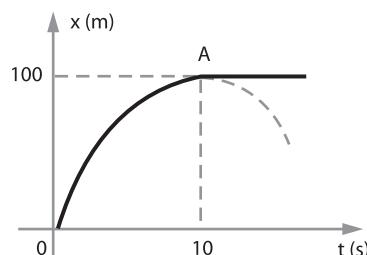
- En el triángulo sombreado:

$$\tan \theta = \frac{x}{6-2} \Rightarrow 5 = \frac{x}{4}$$

$$x = 20$$

- Analizando el problema: $\boxed{x = -20 \text{ m}}$

- 4.- Construir la gráfica ($v - t$) para un móvil cuya posición respecto al tiempo se indica en el gráfico.



Solución:

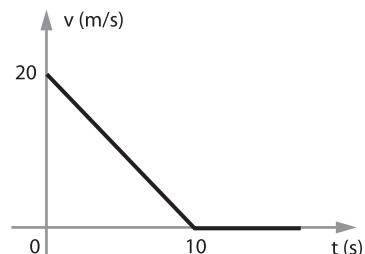
- Entre O y A:

Como la parábola es cóncava hacia abajo el movimiento es retardado (M.R.U.V.). Nótese que cuando el móvil llega al punto "A" ya no se mueve: $v_F = 0$

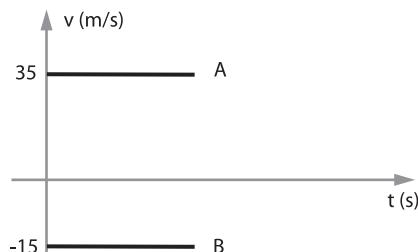
$$e = \left(\frac{v_0 + v_F}{2} \right) t$$

$$100 = \left(\frac{v_0 + 0}{2} \right) 10 \Rightarrow v_0 = 20 \text{ m/s}$$

- Finalmente:



- 5.- El diagrama corresponde al movimiento de dos partículas que inicialmente están separados por 200 m. ¿Qué tiempo tarda el móvil "A" para encontrar al móvil "B"?

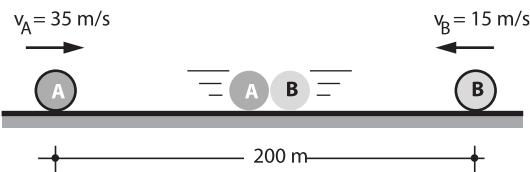


Solución:

- Con el móvil "A" (M.R.U.): $v = 35 \text{ m/s}$

- Con el móvil "B" (M.R.U.): $v = 15 \text{ m/s}$

- Interpretando el problema:

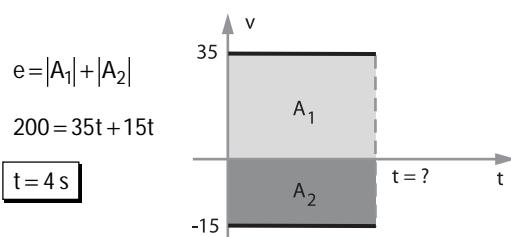


Nos piden el tiempo de encuentro: $t = \left(\frac{e}{v_A + v_B} \right)$

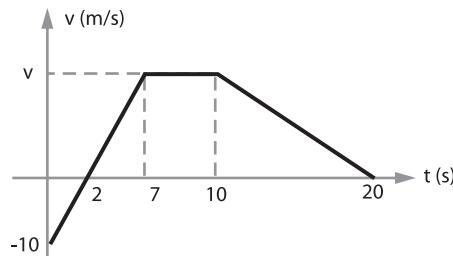
$$t = \left(\frac{200}{35+15} \right) \Rightarrow \boxed{t = 4 \text{ s}}$$

NOTA

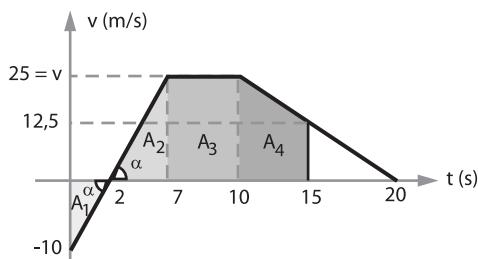
A continuación se explicará otro método para la resolución del presente problema.



- 6.- Un móvil en $t = 0$ está en $x_0 = -50$ m. Hallar la posición en $t = 15$ s. Si la siguiente gráfica ($v - t$) le corresponde.



Solución:



- En el triángulo sombreado (inferior):

$$\tan \alpha = \frac{10}{2} = 5$$

- En el triángulo sombreado (superior):

$$\tan \alpha = 5 = \frac{v}{7-2} \Rightarrow v = 25 \text{ m/s}$$

$$A_1 = \frac{1}{2}(2)(10) = 10$$

$$A_2 = \frac{1}{2}(7-2)(25) = 62,5$$

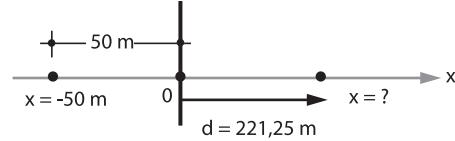
$$A_3 = (10-7)(25) = 75$$

$$A_4 = \left(\frac{12,5+25}{2} \right) (15-10) = 93,75$$

- $d = -A_1 + A_2 + A_3 + A_4$

$$d = -10 + 62,5 + 75 + 93,75 \Rightarrow d = 221,25$$

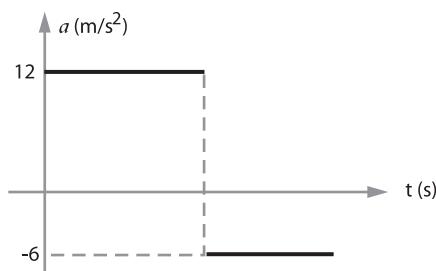
- Interpretando el problema:



$$x = d - 50$$

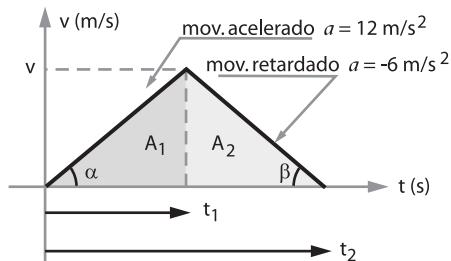
$$x = 221,25 - 50 \Rightarrow x = 171,25 \text{ m}$$

- 7.- El gráfico corresponde a un móvil que parte del reposo y luego de recorrer 1 800 m se detiene. ¿Qué tiempo tarda en recorrer dicha distancia?



Solución:

- Transformando el grafico ($a - t$) a ($v - t$)



$$\tan \alpha = \frac{v}{t_1} = 12 \quad \dots \quad (1)$$

$$\tan \beta = \frac{v}{(t_2 - t_1)} = 6 \quad \dots \quad (2)$$

$$\text{De (1) y (2): } t_2 = 3t_1$$

$$e = 1800 = |A_1| + |A_2|$$

$$1800 = \frac{vt_1}{2} + \frac{v(t_2 - t_1)}{2}$$

$$\text{Nótese: } v = 12t_1$$

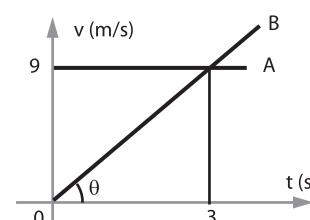
$$1800 = (12t_1) \frac{t_1}{2} + \frac{(12t_1)(3t_1 - t_1)}{2}$$

$$1800 = 6t_1^2 + 12t_1^2 \Rightarrow t_1 = 10 \text{ s}$$

$$\text{Finalmente: } t_2 = 3(10) \Rightarrow \boxed{t_2 = 30 \text{ s}}$$

8.-

En el diagrama, ¿qué tiempo tarda el móvil "B" para alcanzar al móvil "A"?



Solución:

- El punto de intersección que muestra el gráfico, es cuando el móvil "B" alcanza la velocidad al de "A". Hasta ese momento sólo han pasado 3 segundos. Esto significa que el móvil "B" alcanzará al móvil "A" después de superar la velocidad de 9 m/s (como es lógico).

- El problema nos dice que "B" alcanza a "A" ya que ambas parten al mismo tiempo.

$$A_A = A_B$$

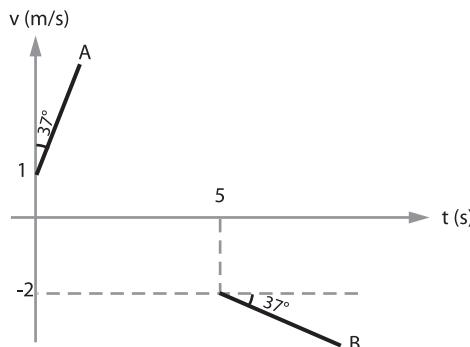
$$9t = \frac{1}{2}t(v_f) \dots (1)$$

$$\tan \theta = \frac{9}{3} = 3 = \frac{v_f}{t}$$

$$v_f = 3t \dots (2)$$

$$\square (2) \text{ en (1): } 9t = \frac{1}{2}t(3t) \Rightarrow t = 6 \text{ s}$$

- 9.- Dos automóviles presentan movimientos donde sus velocidades varían con el tiempo tal como indica la figura. Si inicialmente se encontraban juntos, ¿qué separación existe entre ellos en $t = 9 \text{ s}$?



Solución:

- Las velocidades tienen signos diferentes, esto nos indica que los automóviles se van alejando: nos piden la separación para $t = 9 \text{ s}$. Tenemos que calcular la suma de espacios hasta $t = 9 \text{ s}$.

- Con el móvil "A":

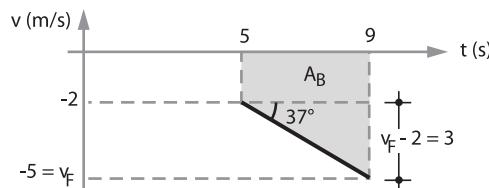
$$\tan 53^\circ = \frac{v_f - 1}{9}$$

$$\frac{4}{3} = \frac{v_f - 1}{9}$$

$$v_f = 13$$

$$A_A = (1)(9) + \frac{1}{2}(9)(12) \Rightarrow A_A = 63$$

- Con el móvil "B":



$$\tan 37^\circ = \frac{v_f - 2}{9 - 5}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{v_f - 2}{4} \Rightarrow v_f = 5 \text{ m/s}$$

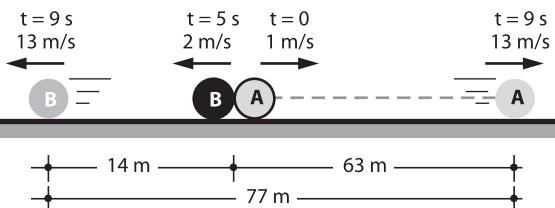
Trabajaremos sólo con valor absoluto, ya que el signo negativo tan sólo nos indica el sentido del movimiento.

$$A_B = (9 - 5)(2) + \frac{1}{2}(9 - 5)(3) \Rightarrow A_B = 14$$

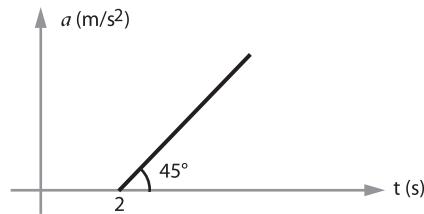
$$\square \text{ Finalmente: } e = A_A + A_B$$

$$e = 63 + 14 \Rightarrow e = 77 \text{ m}$$

□ Interpretando el problema:



- 10.- En el movimiento lineal del gráfico: $v_0 = -12,5 \text{ m/s}$. ¿En qué instante "t" la velocidad es cero?

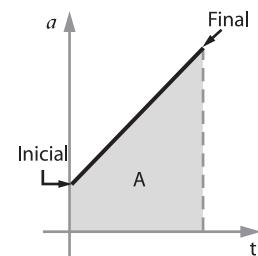


Solución:

NOTA

En un movimiento donde la aceleración varía uniformemente respecto al tiempo, el área bajo la recta del gráfico ($a - t$) representa el cambio de velocidad entre dos puntos.

$$A = v_f - v_0$$



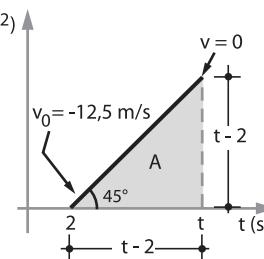
- En nuestro caso:

$$A = \frac{1}{2}(t-2)^2$$

$$\frac{1}{2}(t-2)^2 = v_f - v_0$$

$$\frac{1}{2}(t-2)^2 = 0 - (-12,5)$$

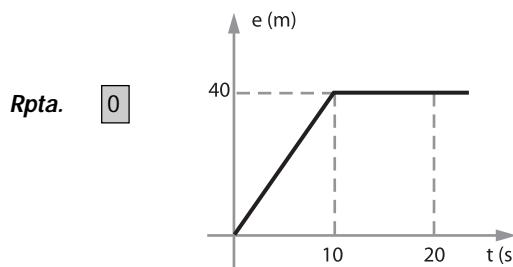
$$t = 7 \text{ s}$$



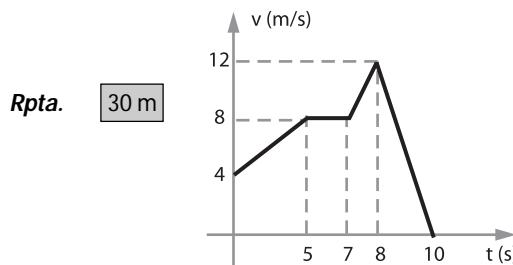
PROBLEMAS PROPUESTOS

A PROBLEMAS DE APLICACIÓN

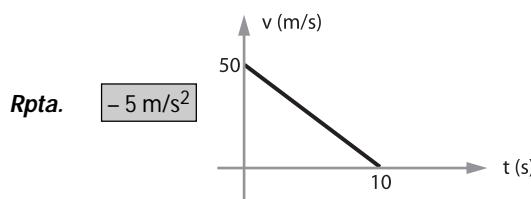
- 1.- ¿Cuál es la velocidad que lleva el móvil entre los 10 y los 20 segundos?



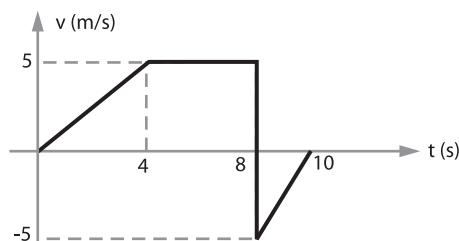
- 2.- Según el gráfico, determinar el espacio recorrido, hasta el quinto segundo a partir de $t = 0$



- 3.- ¿Cuál es la aceleración del móvil según el gráfico?

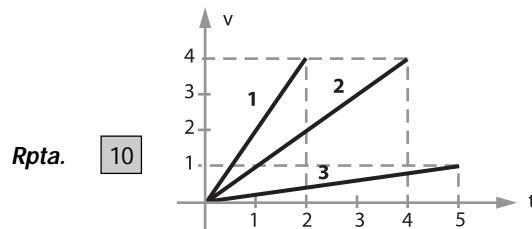


- 4.- El gráfico representa el movimiento de un móvil en una línea recta. Hallar el desplazamiento, y el espacio recorrido por el móvil entre $t = 0$ s y $t = 10$ s

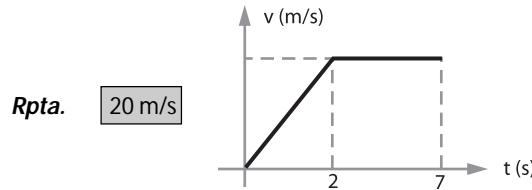


Rpta. Desplazamiento = 25 m
Espacio = 35 m

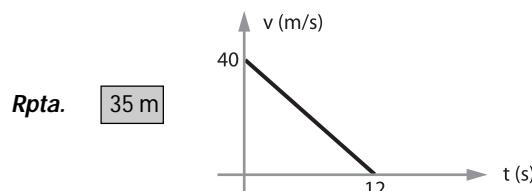
- 5.- La velocidad de tres partículas 1, 2 y 3 en función del tiempo son mostrados en la figura. Calcular la razón entre las aceleraciones mayor y menor.



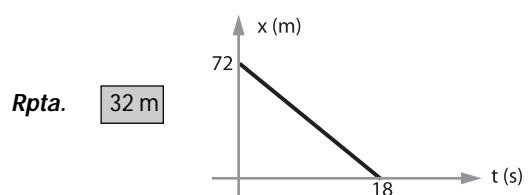
- 6.- El gráfico pertenece a un móvil que se mueve a lo largo del eje x. Si recorre 120 m en los primeros siete segundos, determinar el valor de su velocidad en el quinto segundo.



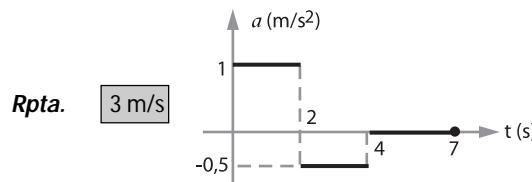
- 7.- Un auto viaja a 40 m/s y frena, desacelerando uniformemente de acuerdo al gráfico de su movimiento. Hallar el espacio recorrido entre $t = 7$ s y $t = 10$ s.



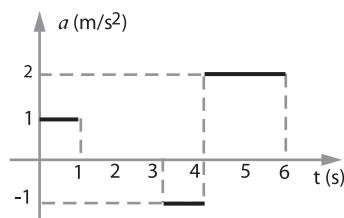
- 8.- En el gráfico adjunto. ¿Cuál es la posición del móvil cuando $t = 10$ s?



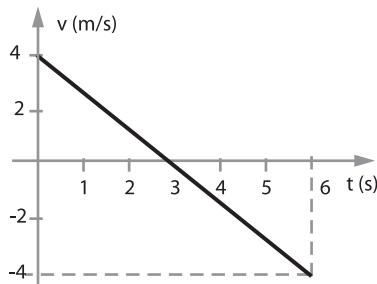
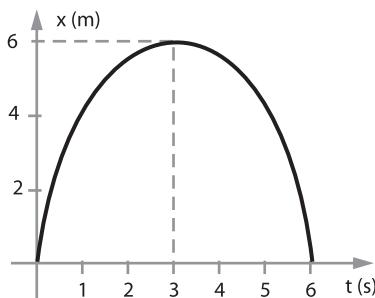
- 9.- Si el móvil parte con $v_0 = 2$ m/s ¿Cuál es su velocidad al cabo de 6 s?



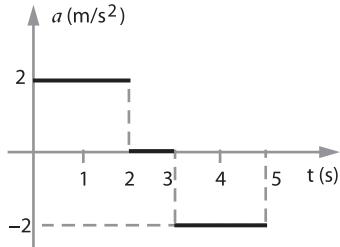
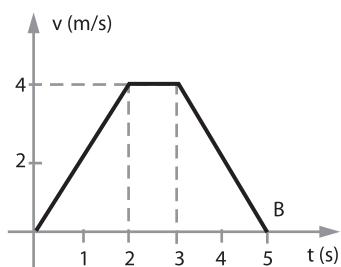
- 10.- En la gráfica $a - t$, determinar la velocidad en el 5^{to} s de movimiento si el móvil parte del reposo.

Rpta.**[2 m/s]****B PROBLEMAS COMPLEMENTARIOS**

- 1.- Del diagrama $v - t$ de la figura. Deducir el diagrama $x - t$, si la posición inicial $x_0 = 0$

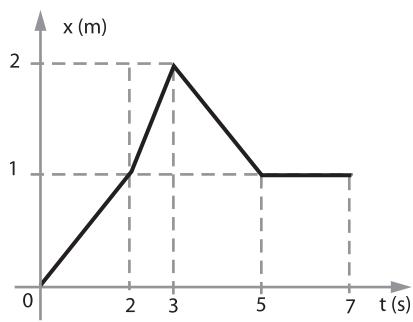
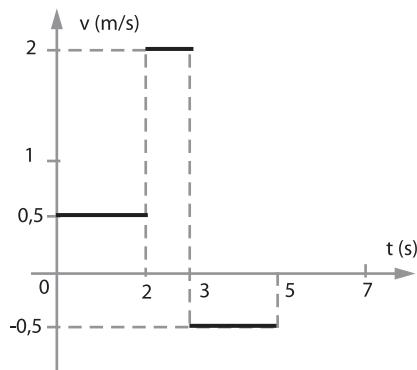
**Rpta.**

- 2.- Del diagrama $a - t$ de la figura deducir el diagrama $v - t$ si se sabe que la posición y la velocidad inicial es 0.

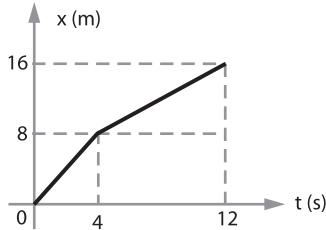
**Rpta.**

- 3.- Un cohete parte, con velocidad inicial de 8 m/s y su aceleración viene dada por la gráfica mostrada en la figura. ¿Cuál es su velocidad en $t = 8$ s?

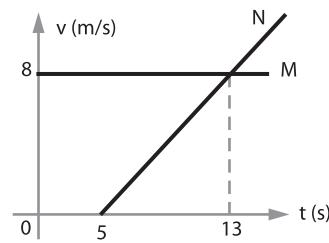
sugerencia: $a = v_f - v_o$

**Rpta.**

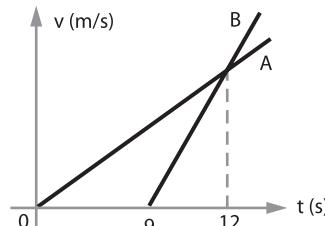
- 7.- Hallar la velocidad instantánea en $t = 10\text{ s}$; $x = \text{posición}$, $t = \text{tiempo}$

Rpta.**1 m/s**

- 8.- El gráfico representa la velocidad en función del tiempo de dos móviles M y N que parten de un mismo punto sobre la misma recta. Si N parte 5 s después de M, calcular en qué instante N alcanza a M.

Rpta.**25 s**

- 9.- La figura nos indica diagramas velocidad tiempo de dos móviles A y B que se mueven sobre la misma recta, y que parten de una misma posición inicial. Al cabo de qué tiempo, en segundos, se encontrarán los móviles.

Rpta.**18 s**

- 10.- El gráfico describe el movimiento de un auto y un camión que pasan por un mismo punto en $t = 0$. Calcular el instante en el cual volverán a estar juntos.

Rpta.**18 s**