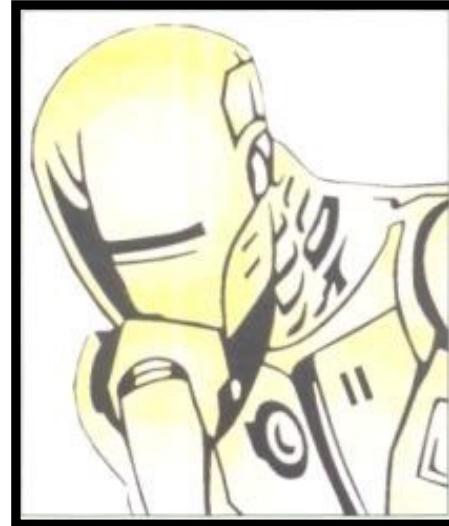


Inteligencia Artificial

Oscar Bedoya

oscar.bedoya@correounivalle.edu.co

- * Algoritmos de búsqueda informada
- * Heurísticas
- * Búsqueda Avara
- * Algoritmo A*

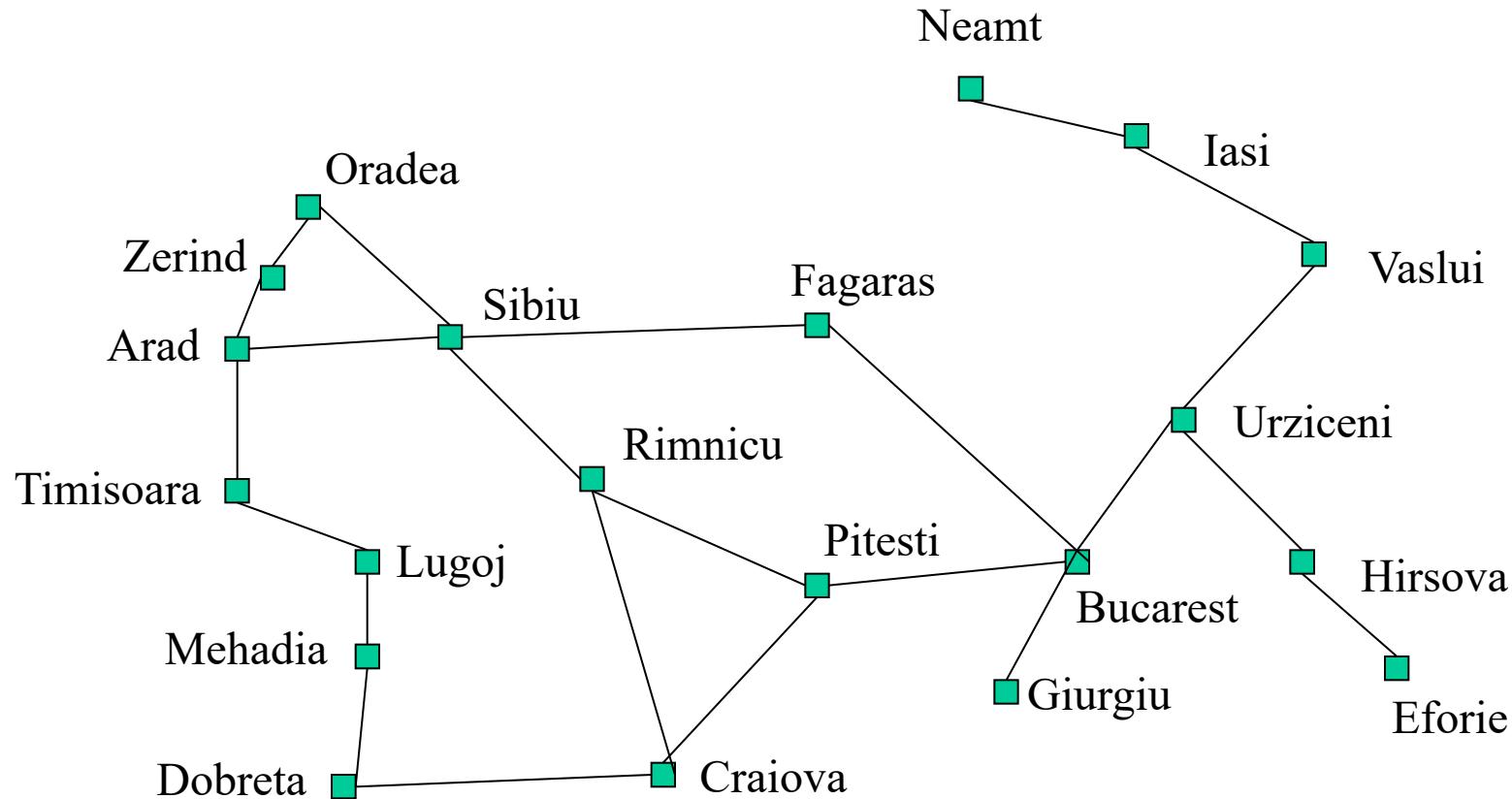


Un lamento de pájaro,
Esta vez, muy de mañana,
En el fondo del barranco.

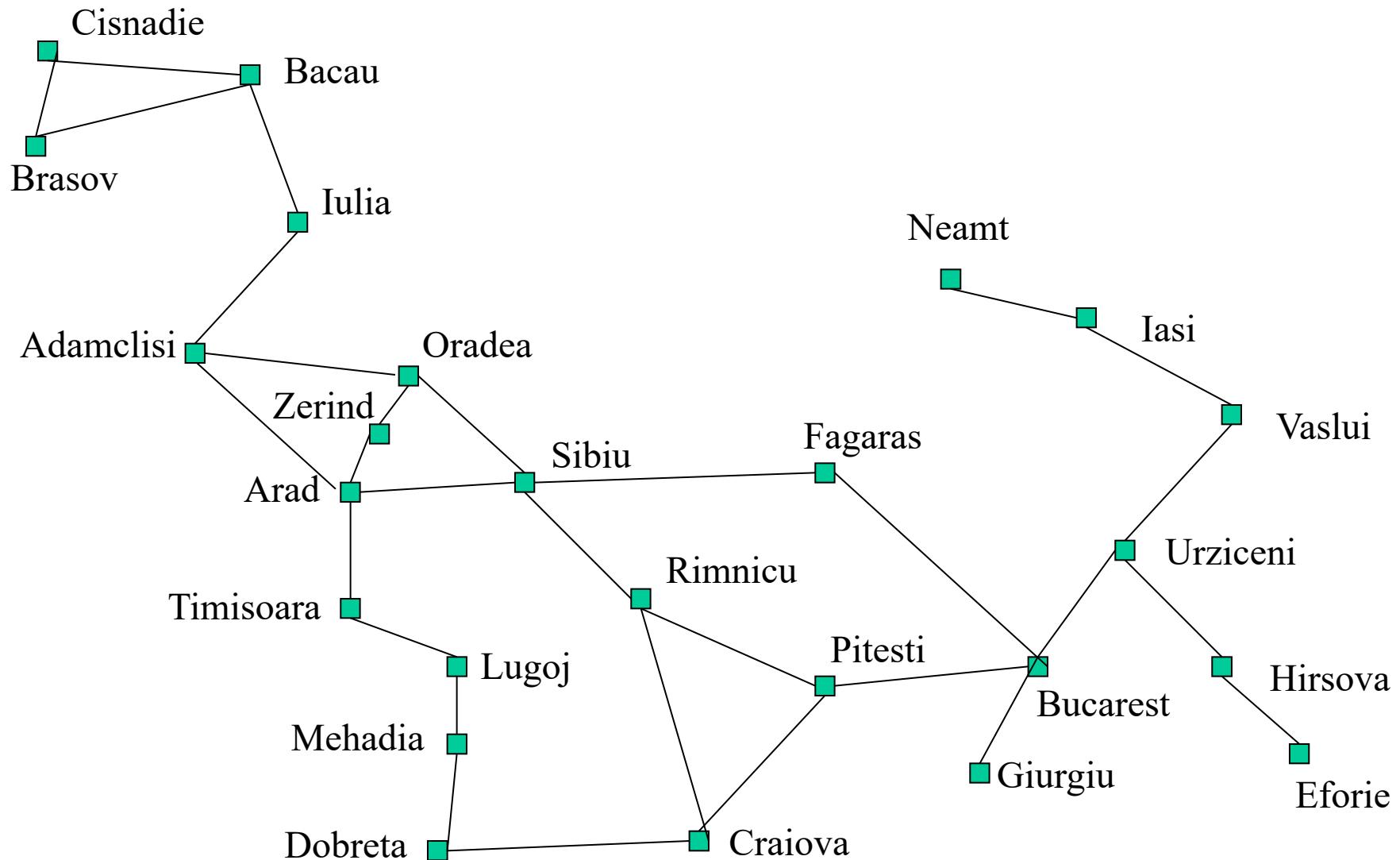
Búsqueda informada

- Búsqueda no informada:
 - Costo en tiempo
 - Costo en espacio

Búsqueda informada



Búsqueda informada



Búsqueda informada

- Búsqueda no informada:
 - Costo en tiempo
 - Costo en espacio
- ¿Cómo mejorar la búsqueda?
 - Seleccionar mejor entre los nodos de un árbol

Búsqueda informada

Función heurística

- Una heurística es una función que asigna a cada nodo un valor que corresponde al costo estimado de llegar a la meta estando en dicho nodo
- Se denota por $h(n)$

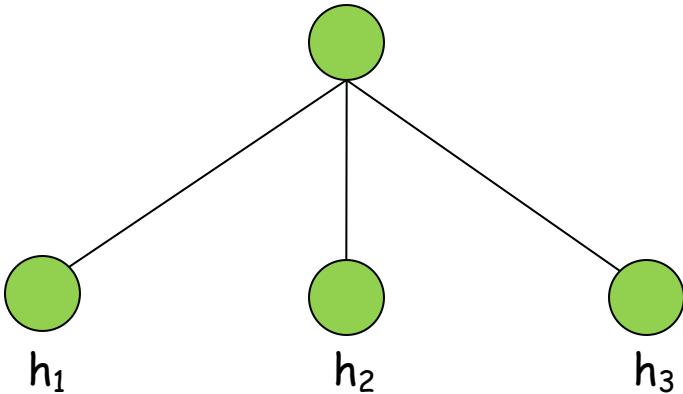
Búsqueda informada

Función heurística

- Una heurística es una función que asigna a cada nodo un valor que corresponde al costo estimado de llegar a la meta estando en dicho nodo
- Se denota por $h(n)$

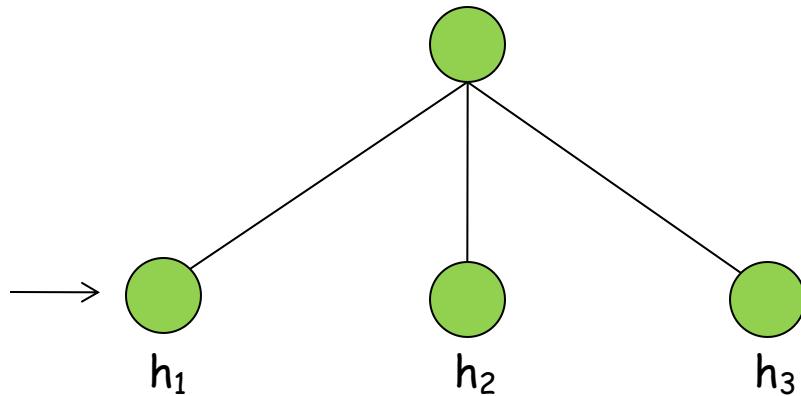
*La heurística estima el valor real,
no es 100% seguro*

Búsqueda informada

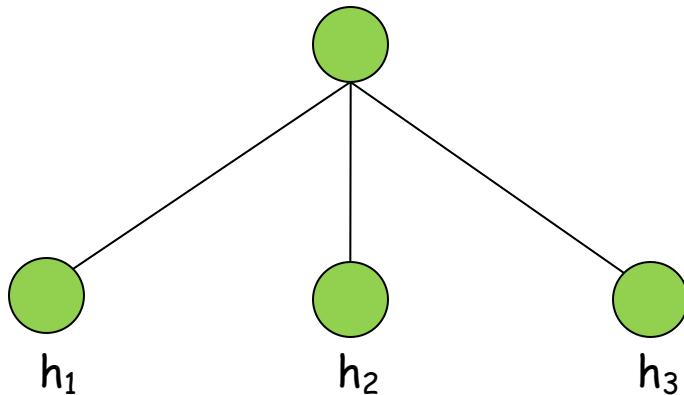


Búsqueda informada

h_1 : costo estimado
de llegar a la meta
desde este nodo

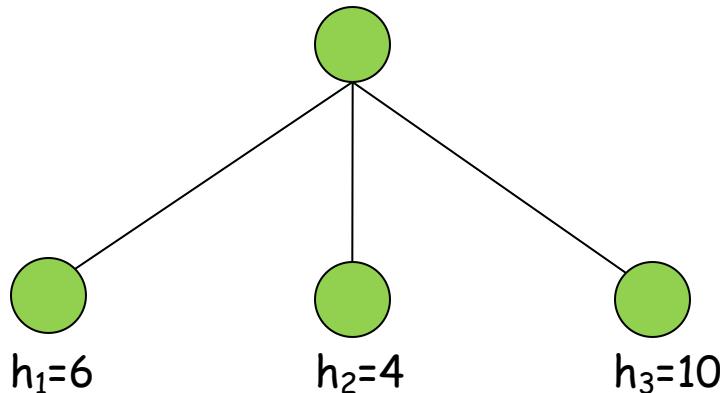


Búsqueda informada



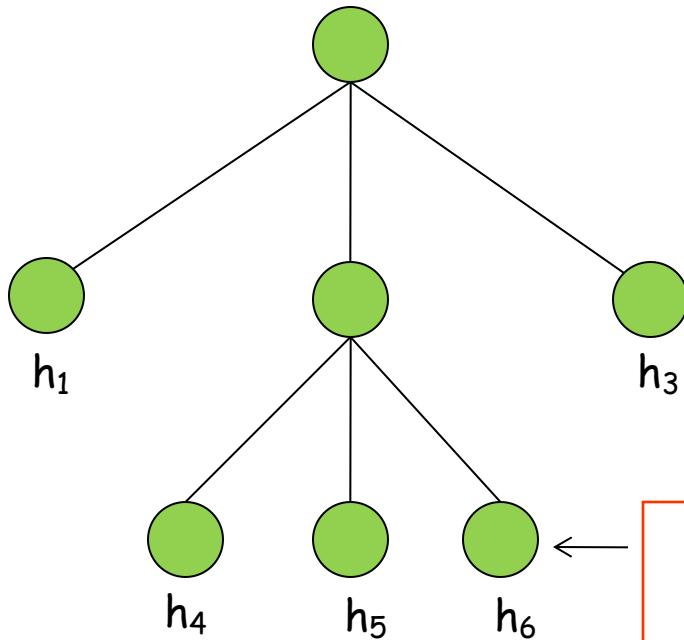
Si conociera los valores de
h, cuál de los tres nodos
escogería

Búsqueda informada



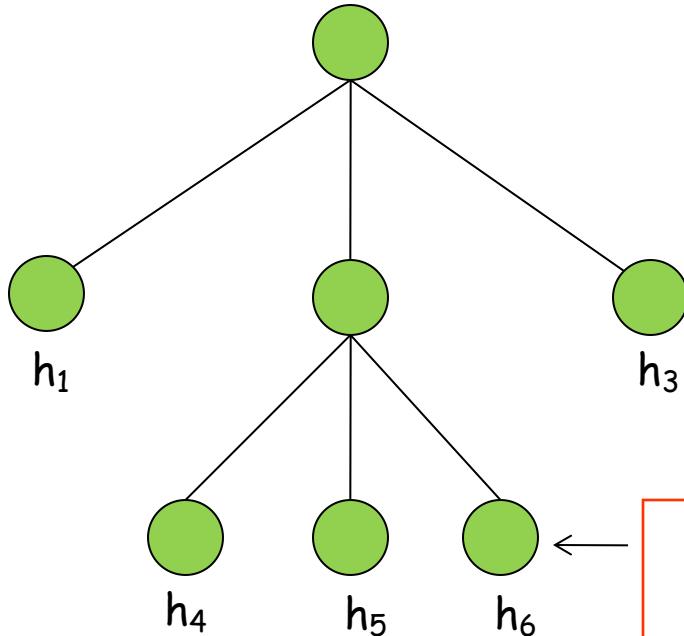
Si conociera los valores de
h, cuál de los tres nodos
escogería

Búsqueda informada



Suponga que se llega a un nodo meta, cuál debería ser el valor de la heurística en este nodo?

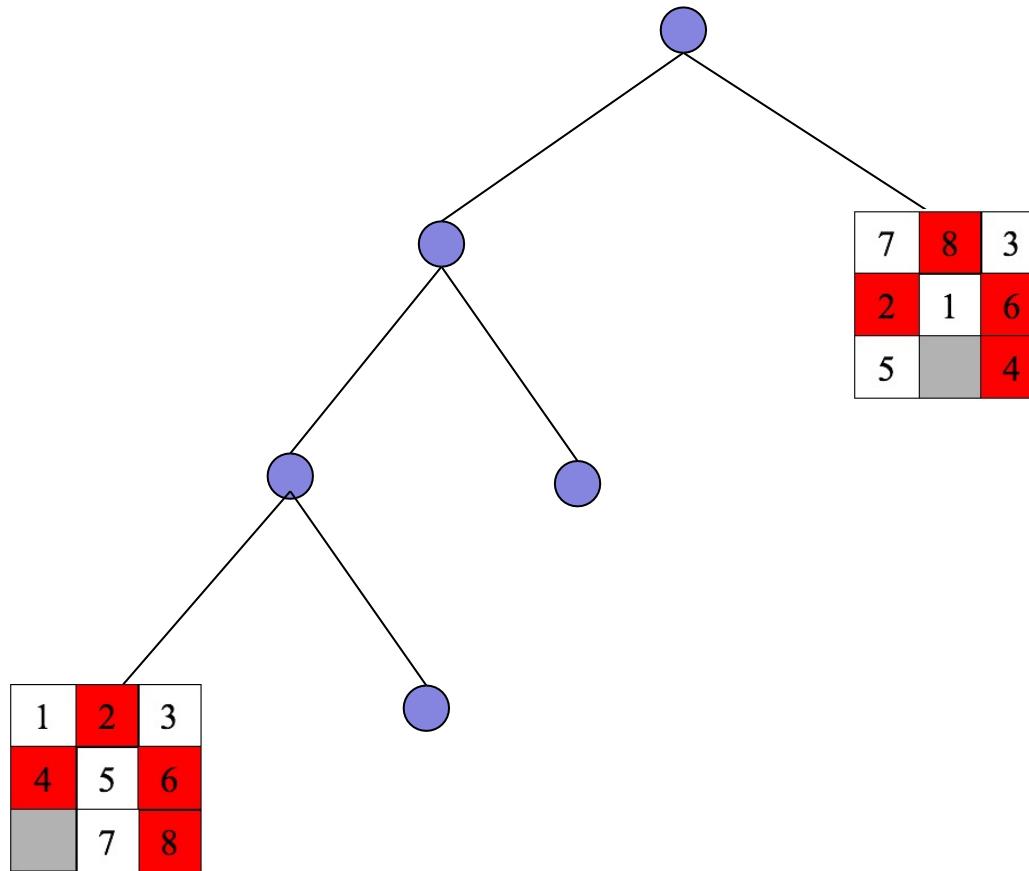
Búsqueda informada



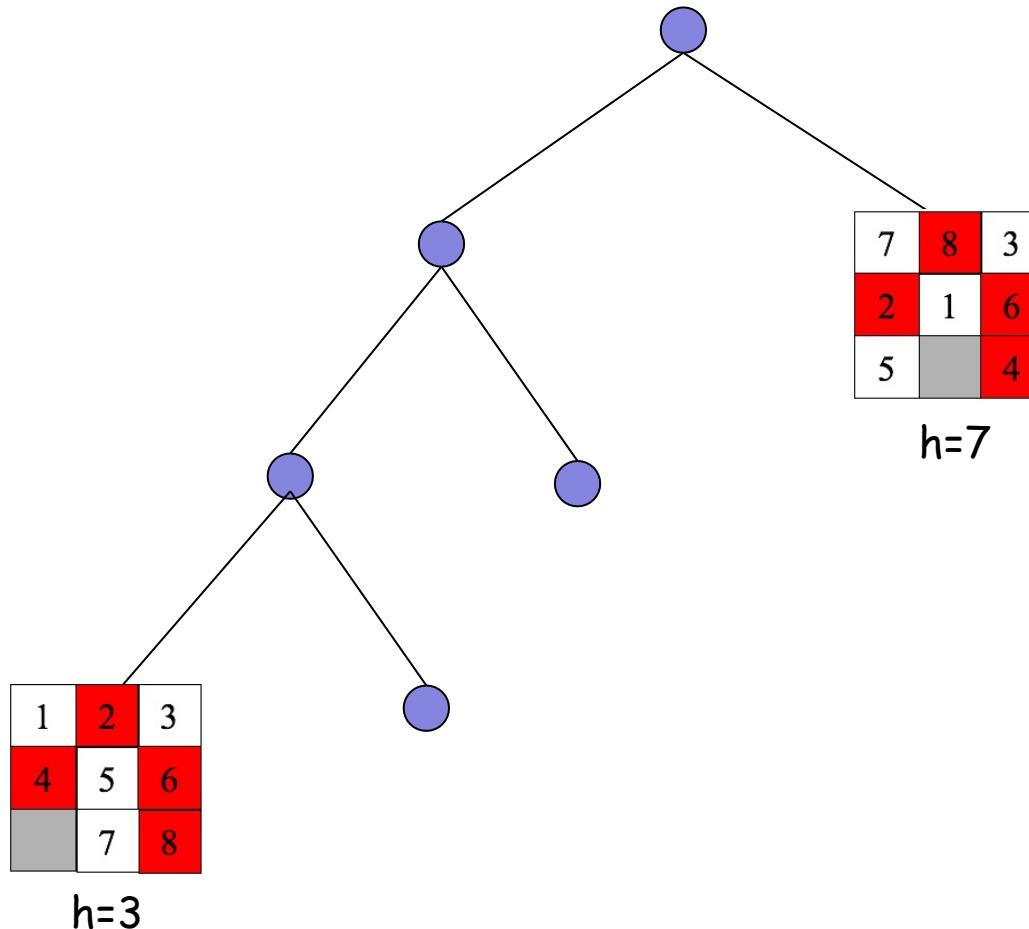
Suponga que se llega a un nodo meta, cuál debería ser el valor de la heurística en este nodo?

La heurística $h(n)$ debe ser 0 cuando n es un nodo meta

Búsqueda informada

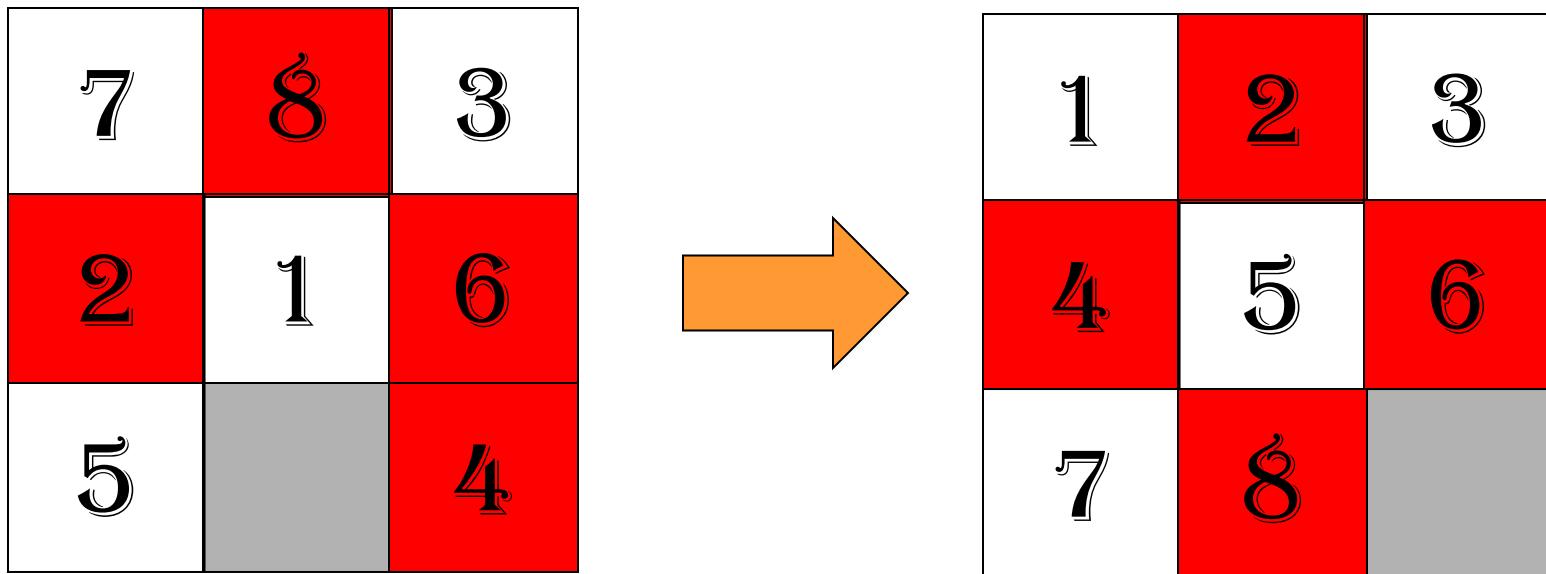


Búsqueda informada



Búsqueda informada

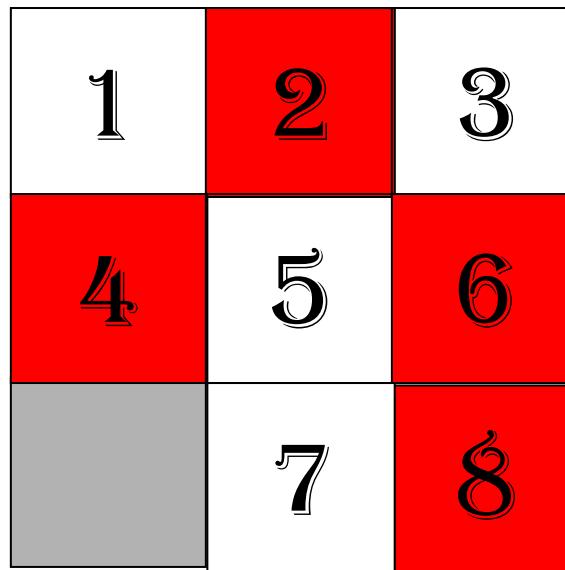
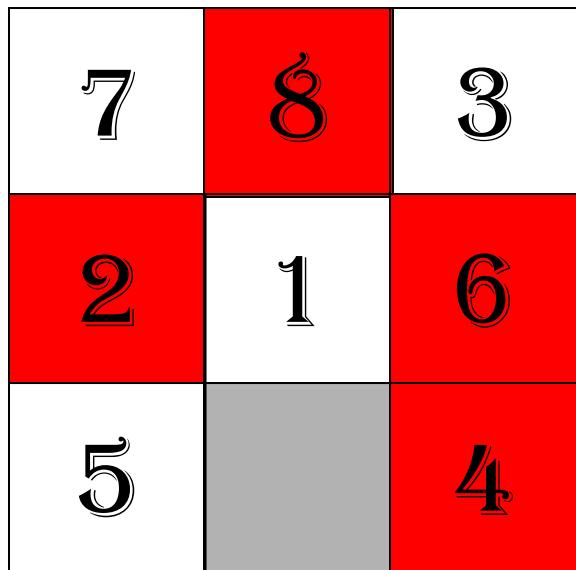
8-puzzle



¿Cuál podría ser una heurística?

Búsqueda informada

8-puzzle

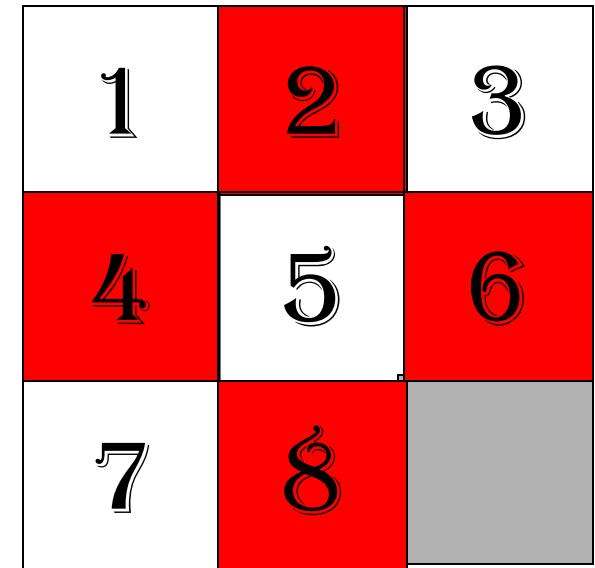
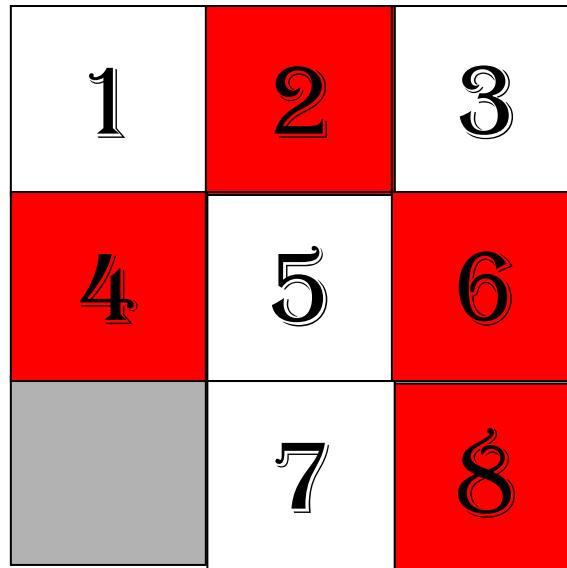
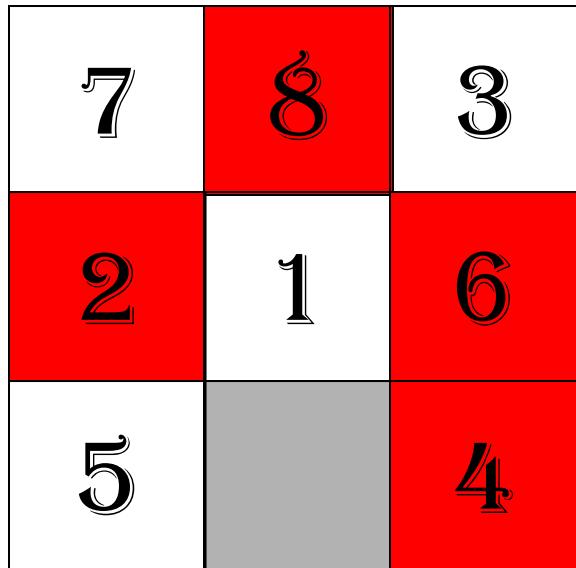


¿Cuál está más distante de la meta?

¿Cómo lo sabe?

Búsqueda informada

8-puzzle



¿Cuál está más distante de la meta? ¿Cómo lo sabe?

¿Cuál es el valor de la heurística en la meta?

Búsqueda informada

8-puzzle

7	8	3
2	1	6
5		4

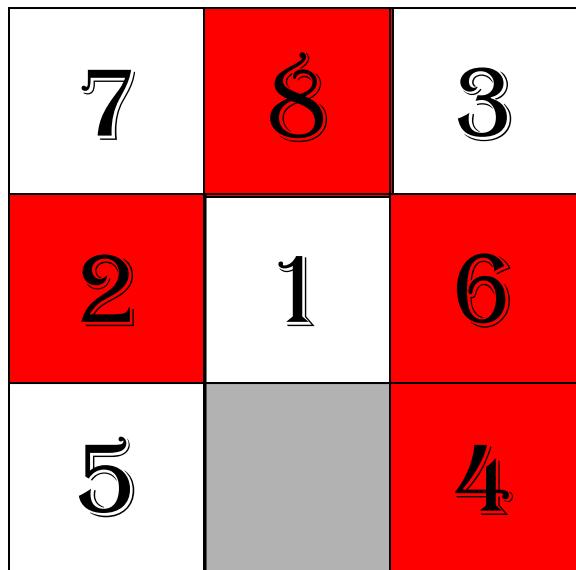
1	2	3
4	5	6
	7	8

1	2	3
4	5	6
7	8	

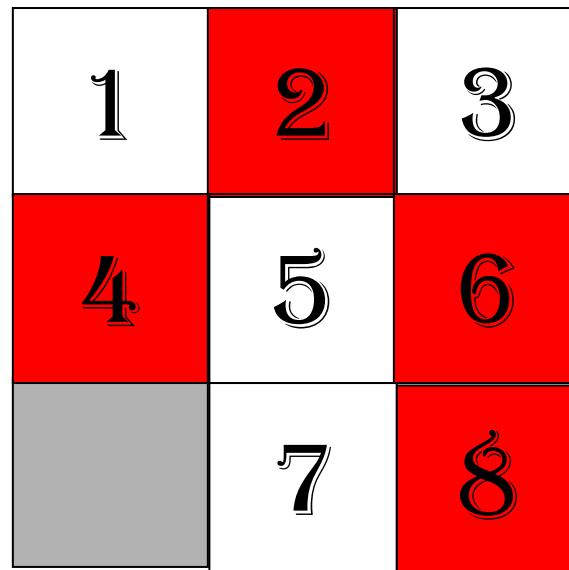
$h(n)$: cantidad de placas en la posición incorrecta

Búsqueda informada

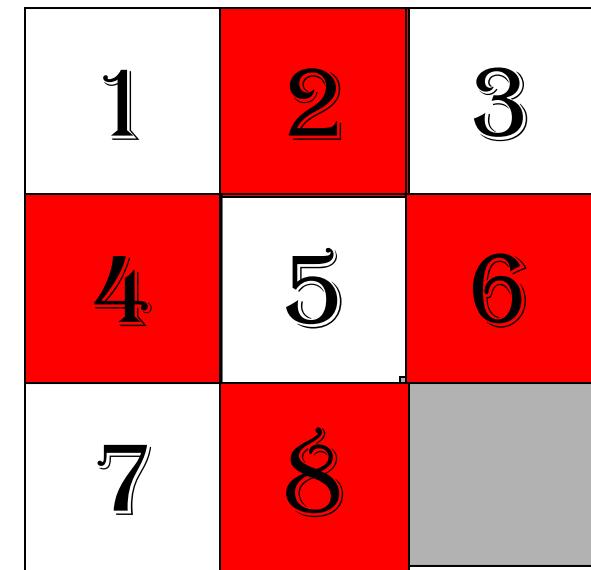
8-puzzle



$$h(n)=?$$



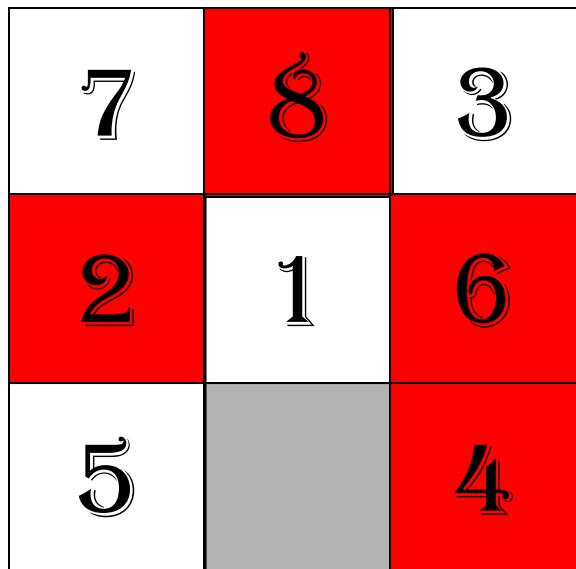
$$h(n)=?$$



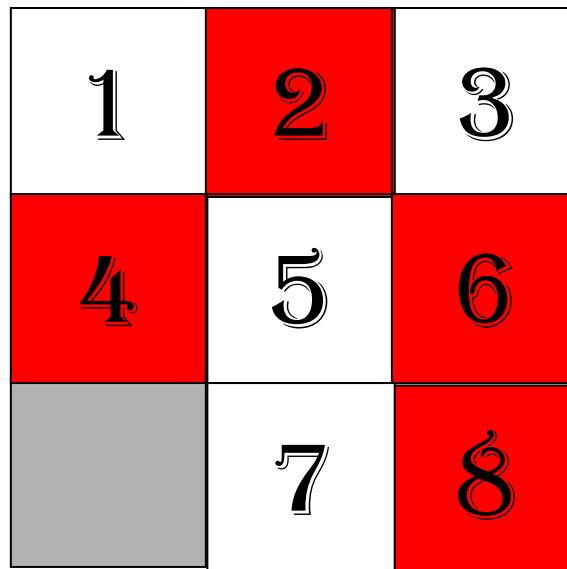
$$h(n)=?$$

Búsqueda informada

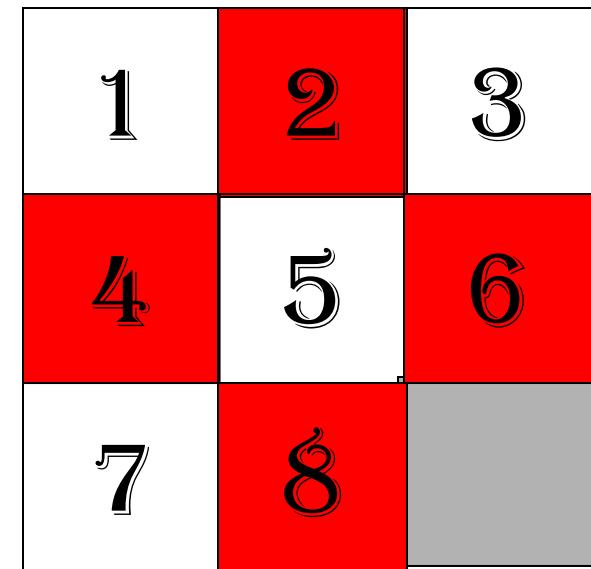
8-puzzle



$$h(n)=7$$



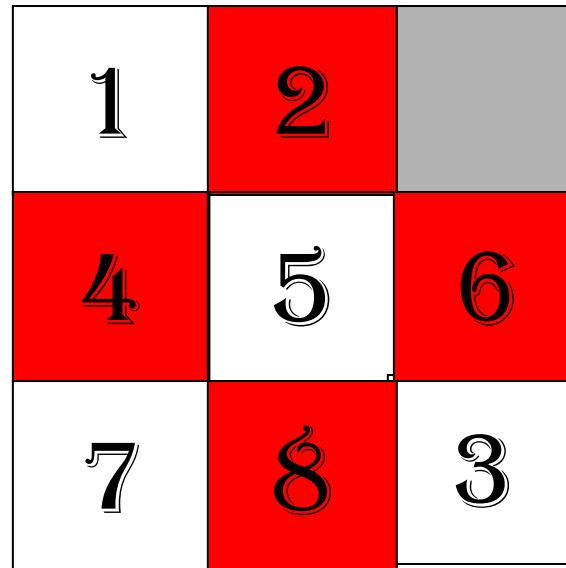
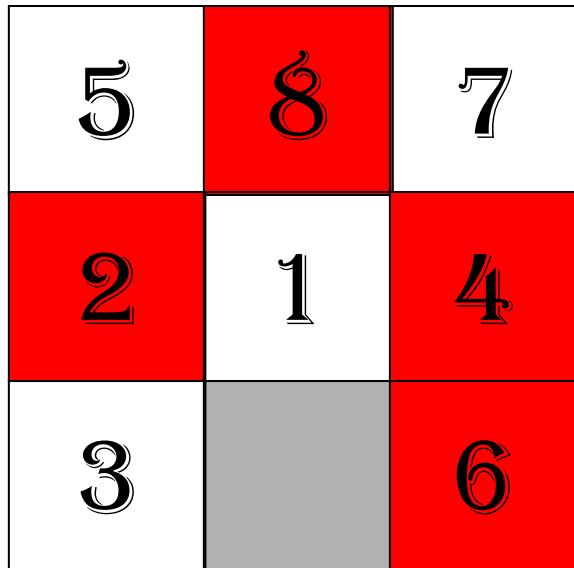
$$h(n)=3$$



$$h(n)=0$$

Búsqueda informada

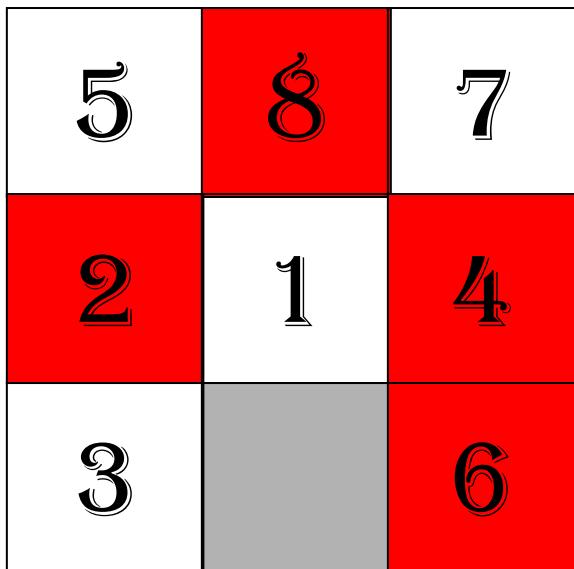
8-puzzle



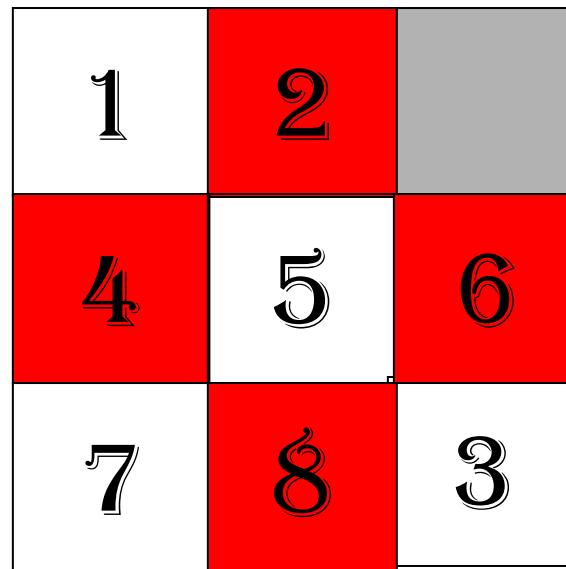
¿Cuál es de estos nodos escogería para expandir en un árbol de búsqueda?

Búsqueda informada

8-puzzle



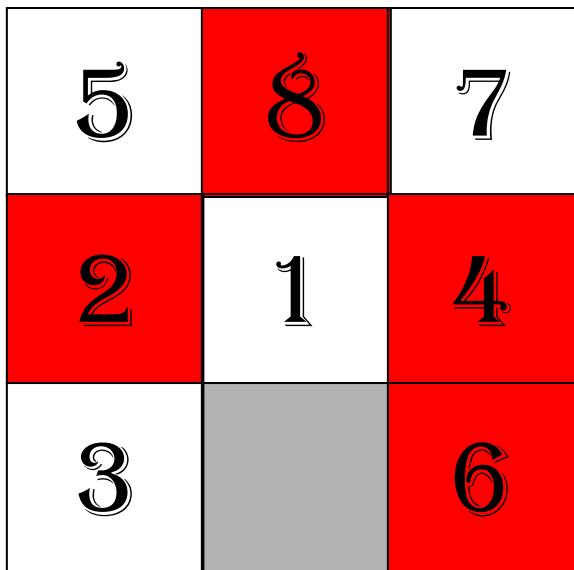
$$h(n)=?$$



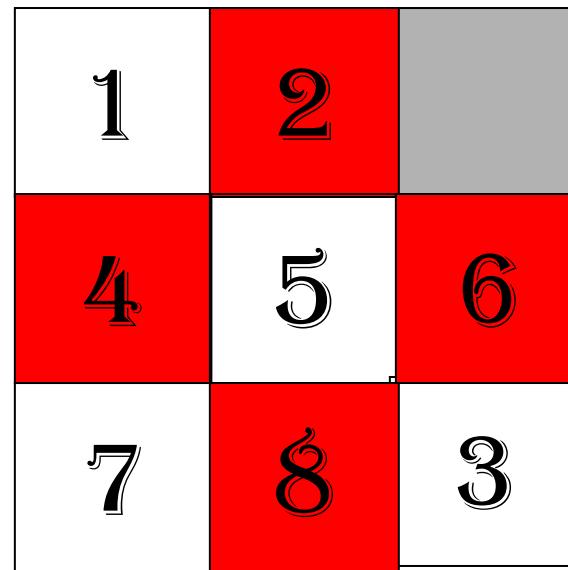
$$h(n)=?$$

Búsqueda informada

8-puzzle



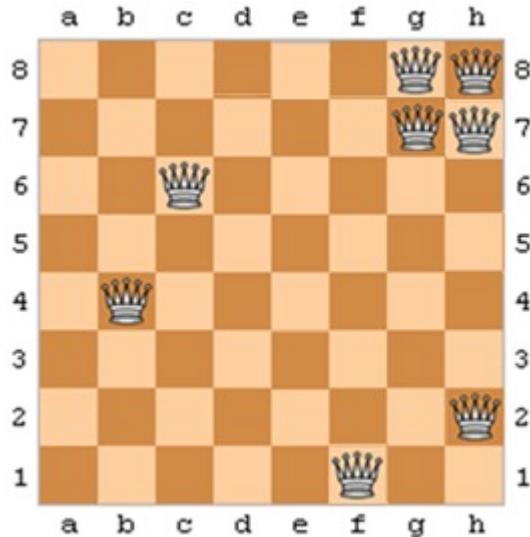
$$h(n)=9$$



$$h(n)=2$$

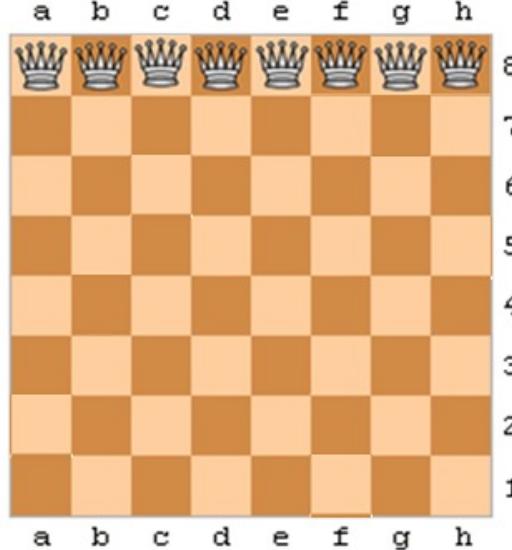
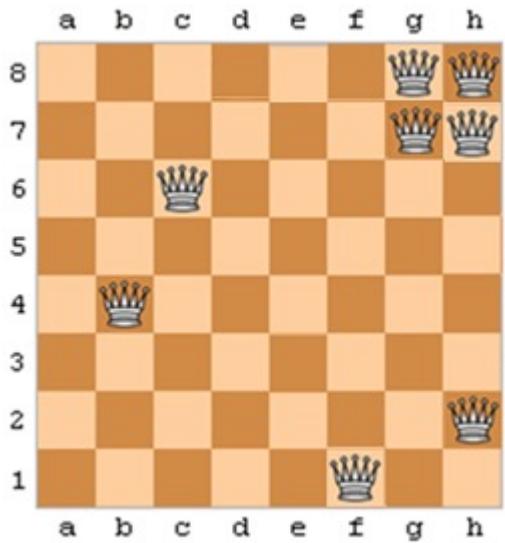
Búsqueda informada

- Defina una heurística



El problema de las n reinas

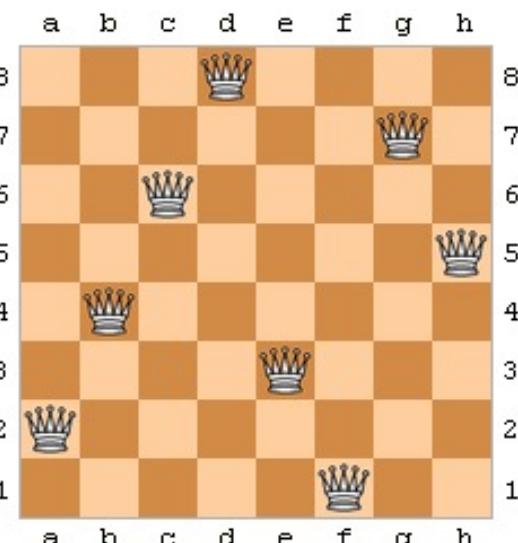
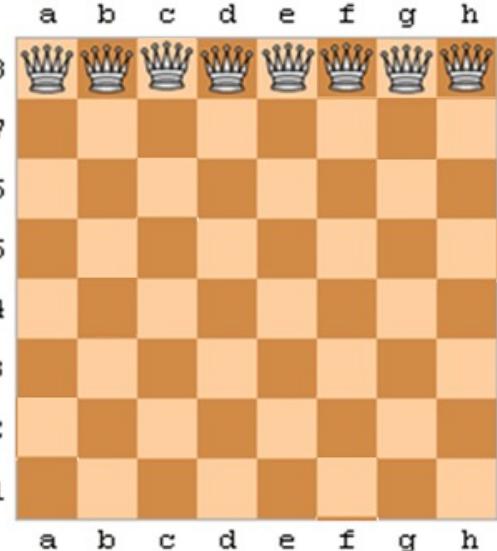
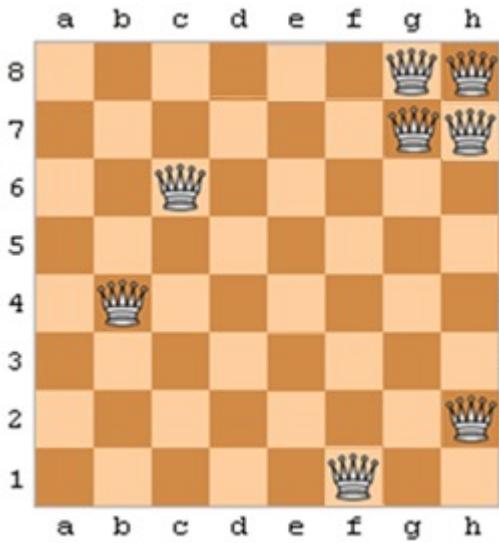
Búsqueda informada



¿Cuál está más distante de la meta?

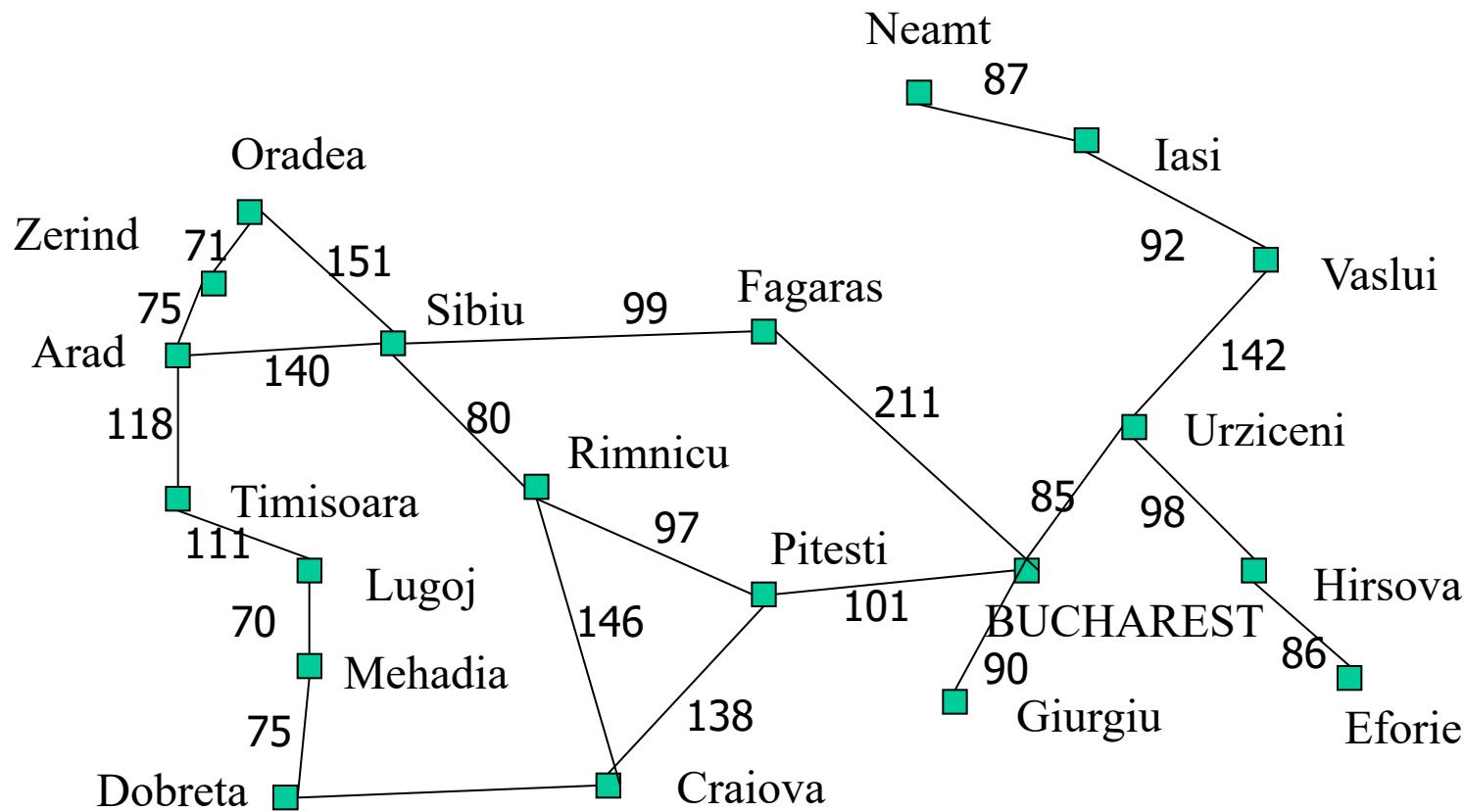
¿Cómo lo sabe?

Búsqueda informada



$h(n)$: cantidad de pares de reinas que se atacan

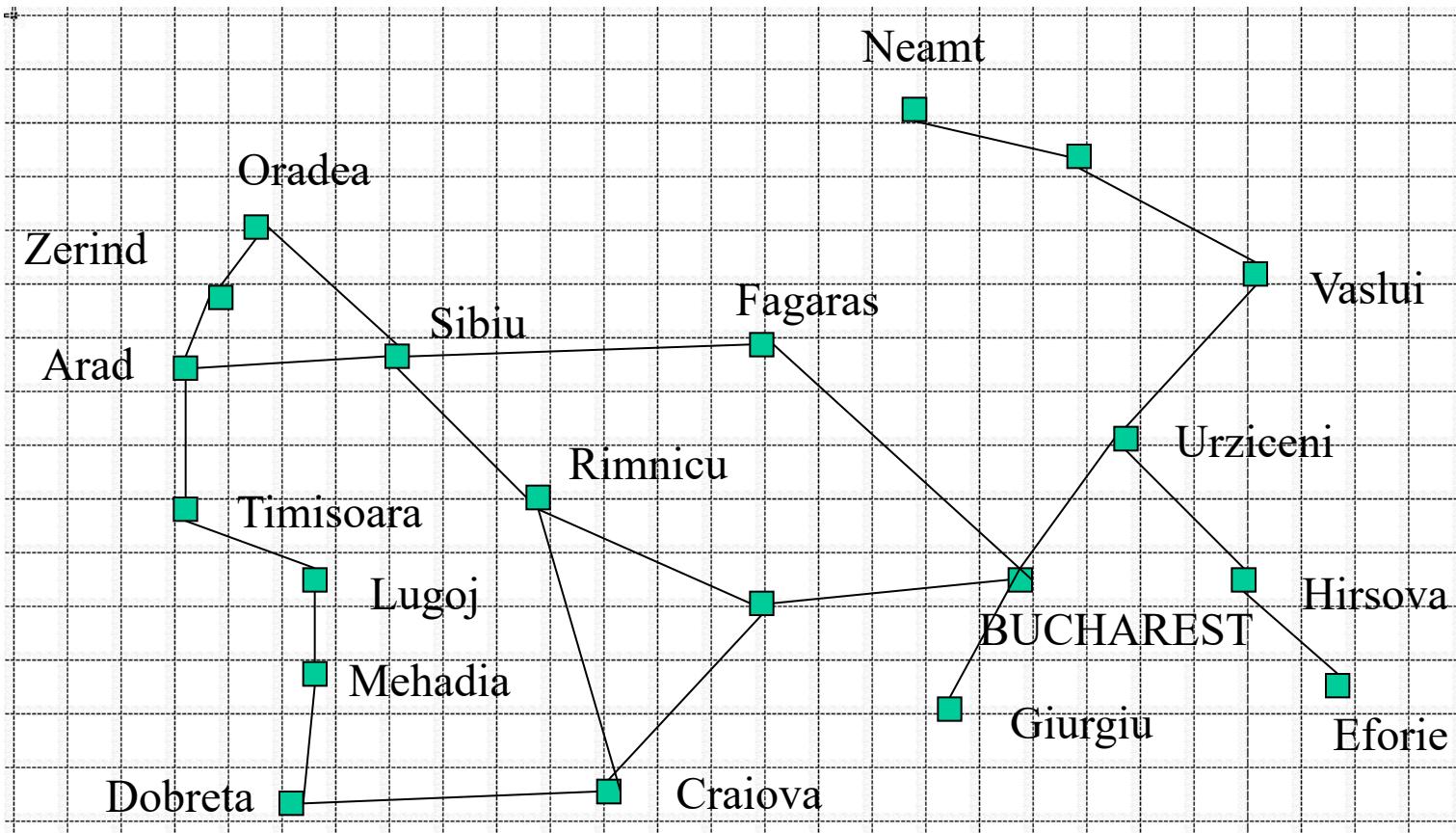
Búsqueda informada



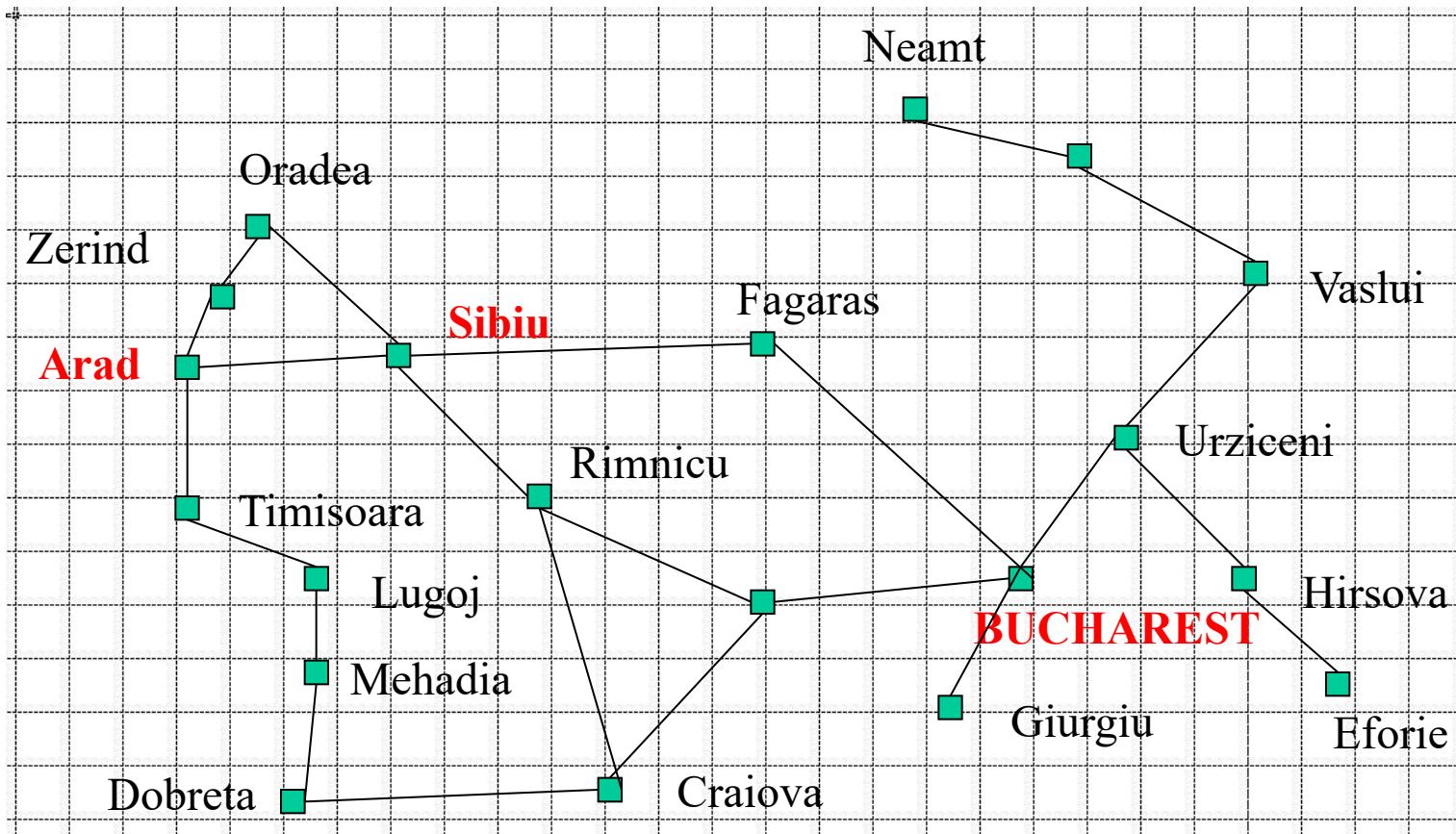
¿Cuál podría ser una heurística?

Se cuenta con las coordenadas de las ciudades

Búsqueda informada



Búsqueda informada



Ciudad	Coordenadas
Arad	(3,7)
Bucarest	(19,11)
Sibiu	(7,6)

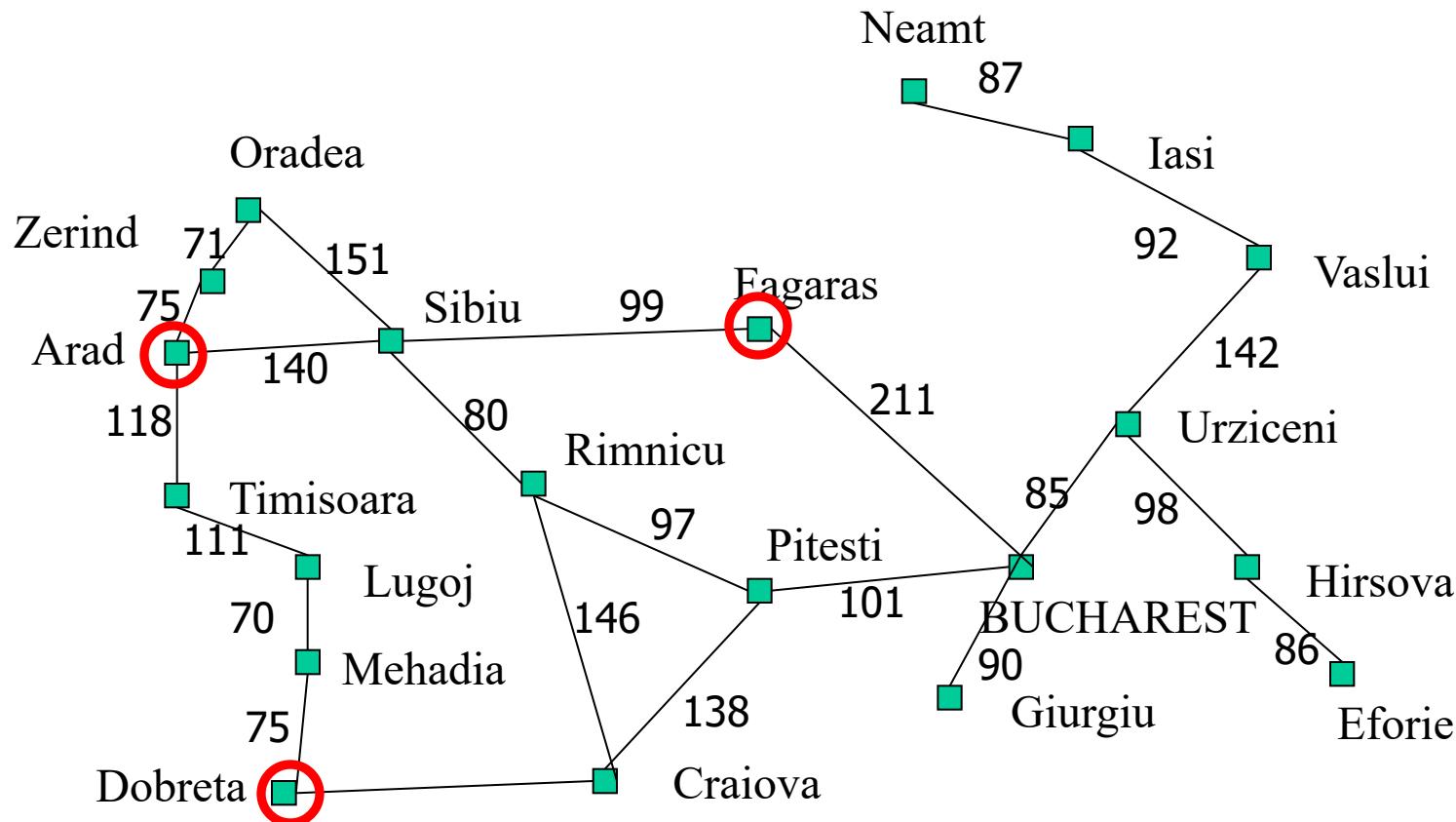
Para llegar a Bucarest, qué es mejor,
estar en Arad o en Sibiu?

Búsqueda informada

Ciudad	Coordenadas
Arad	(3,7)
Bucarest	(19,11)
Calih	(18,11)
Sibiu	(7,6)

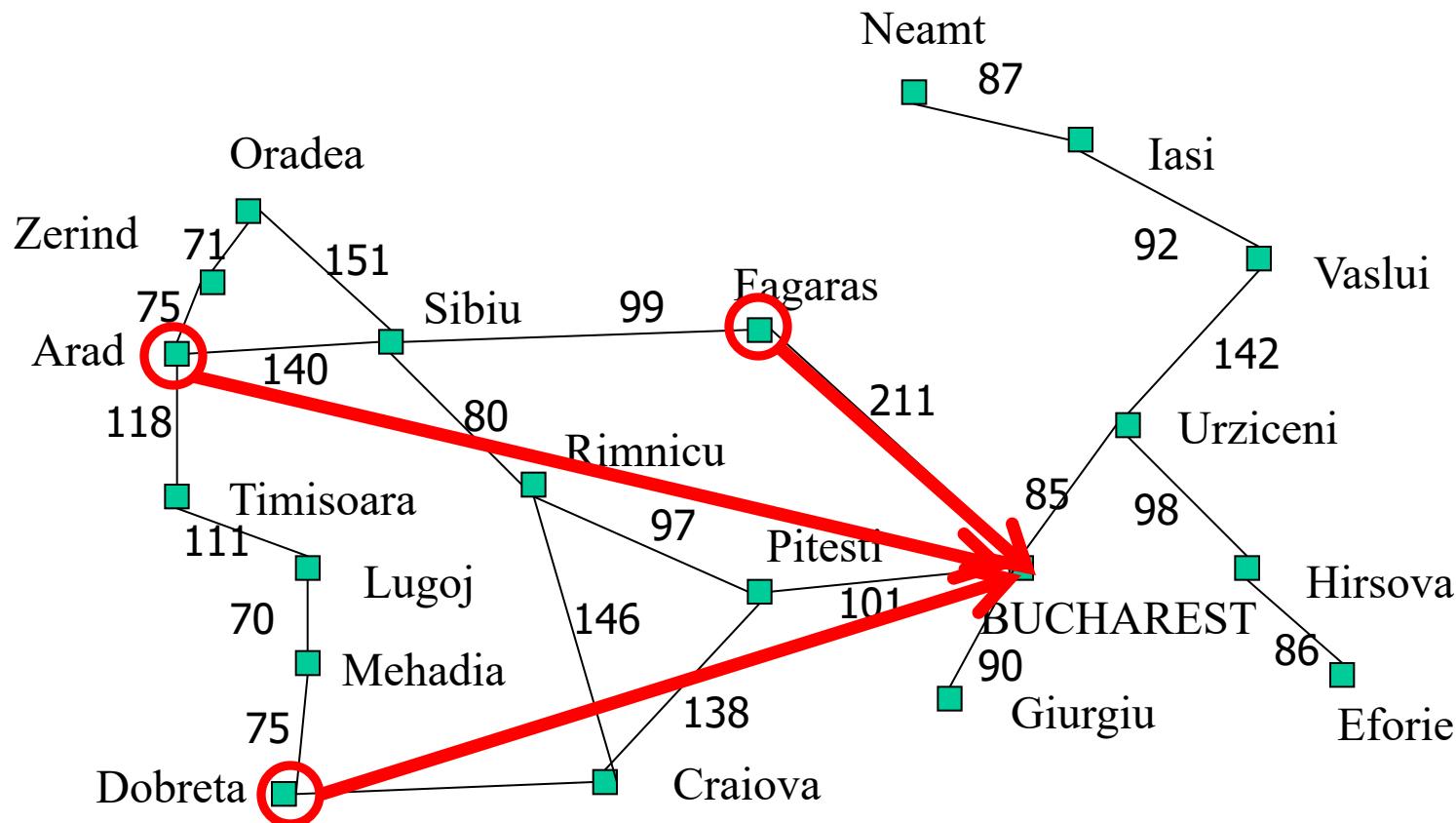
Para llegar a Bucarest, qué es mejor,
estar en Arad, Calih o Sibiu?

Búsqueda informada



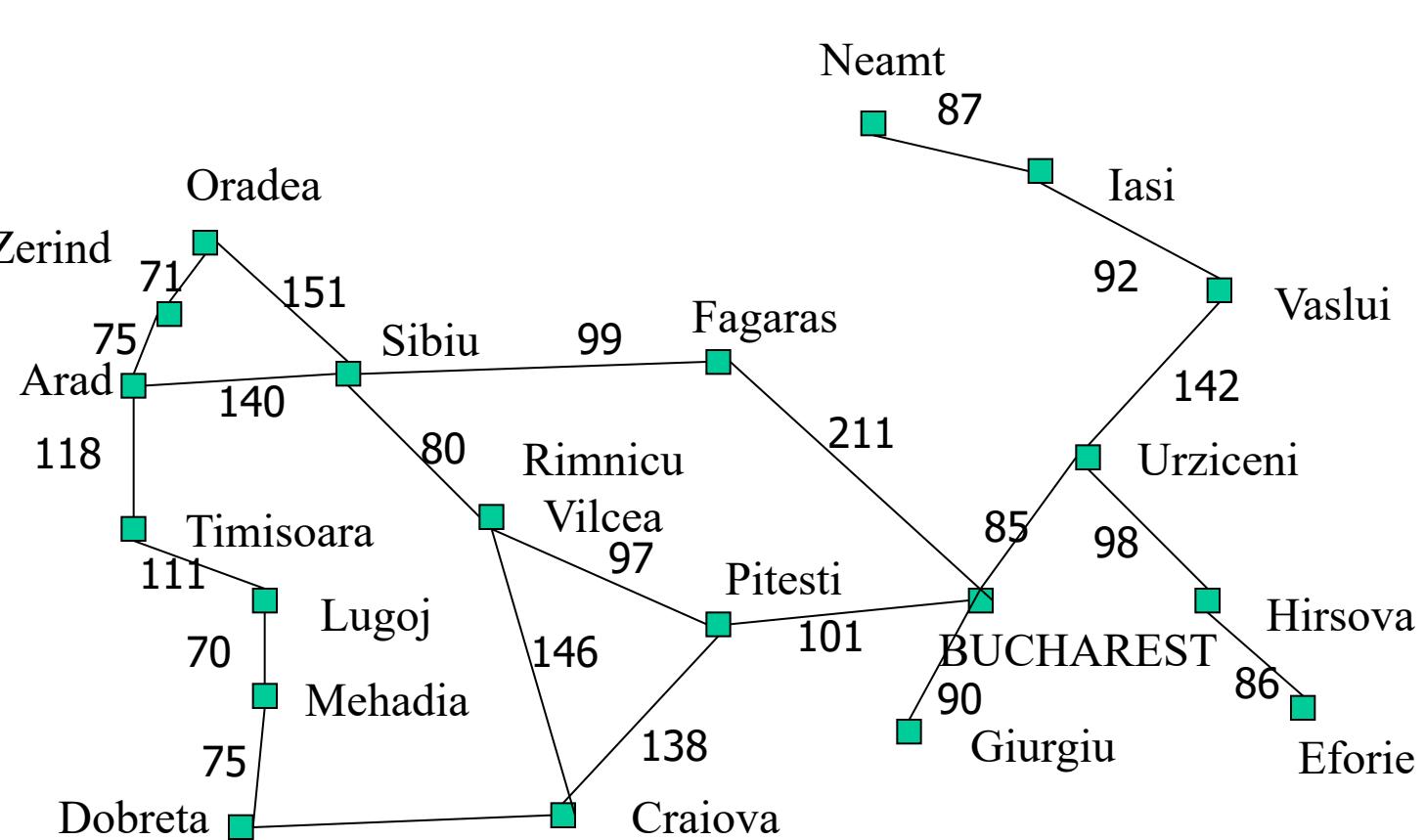
¿Cuál está más distante de la meta? ¿Cómo lo sabe?

Búsqueda informada



$h(n)$: distancia en línea recta entre n y la ubicación de la meta

Búsqueda informada



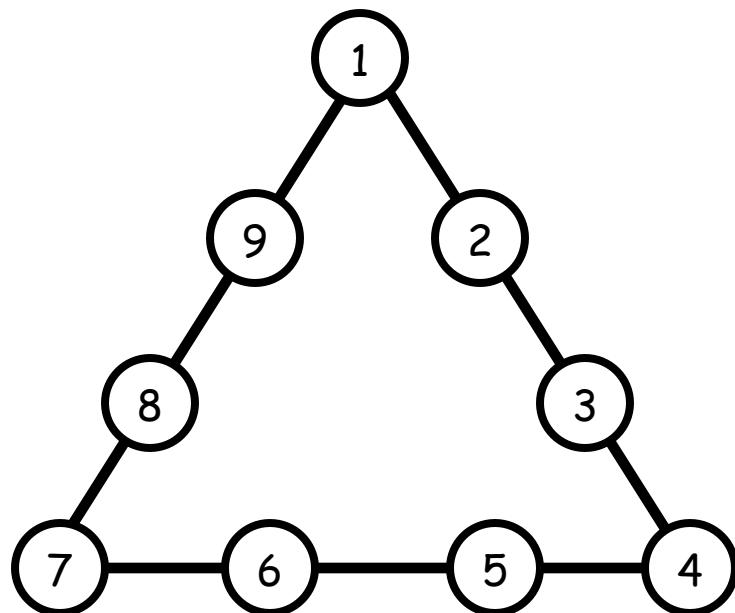
$h(n)$: distancia en línea recta entre n y la ubicación de la meta

Distancia en línea recta a Bucarest:	
Oradea	366
Bucarest	0
Traiova	160
Sobreta	242
Forie	161
Vagaras	178
Piurgiu	77
Mirsova	151
Asi	226
Iugoj	244
Mehadia	241
Neamt	234
Dradea	380
Citesti	98
Limnicu	193
Gibiu	253
Timisoara	329
Urziceni	80
Vaslui	199
Zerind	374

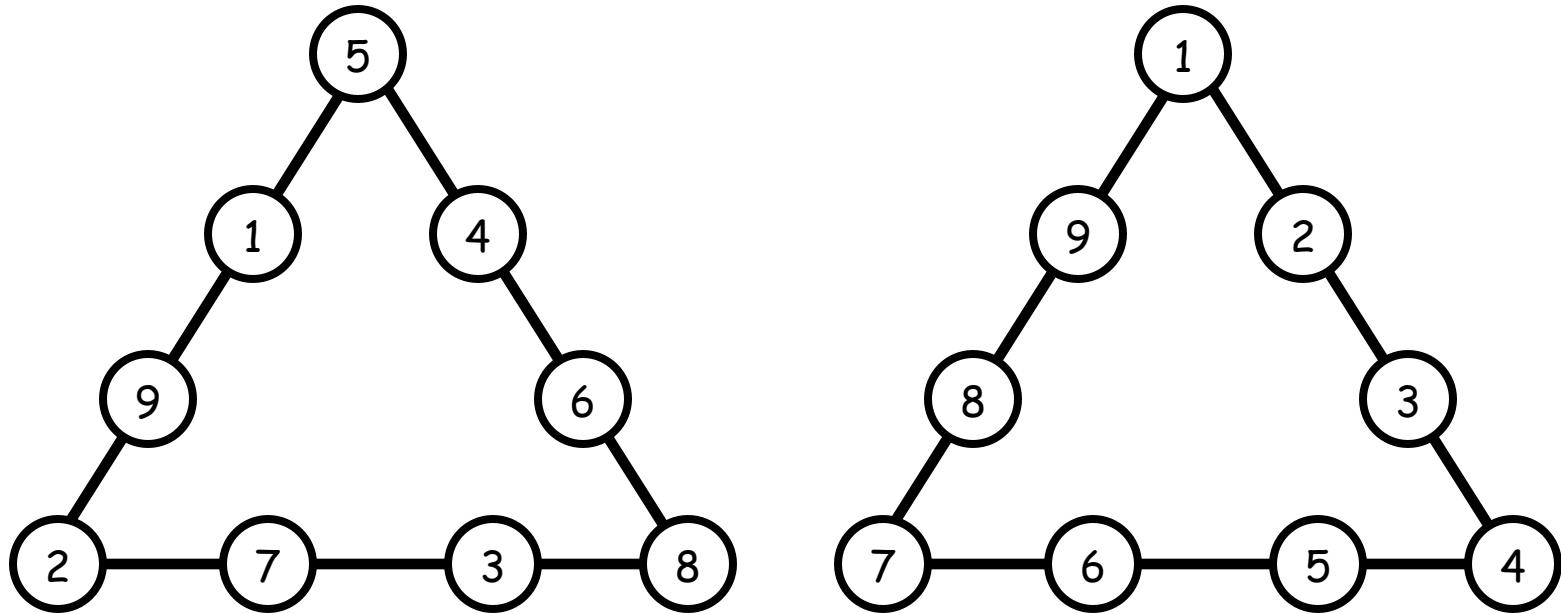
Búsqueda informada

- Defina una heurística

El triángulo mágico. Utilizando el operador *intercambio(a,b)* que cambia de posición los números a y b, colocarlos de tal forma que la suma sobre cada lado sea 20.



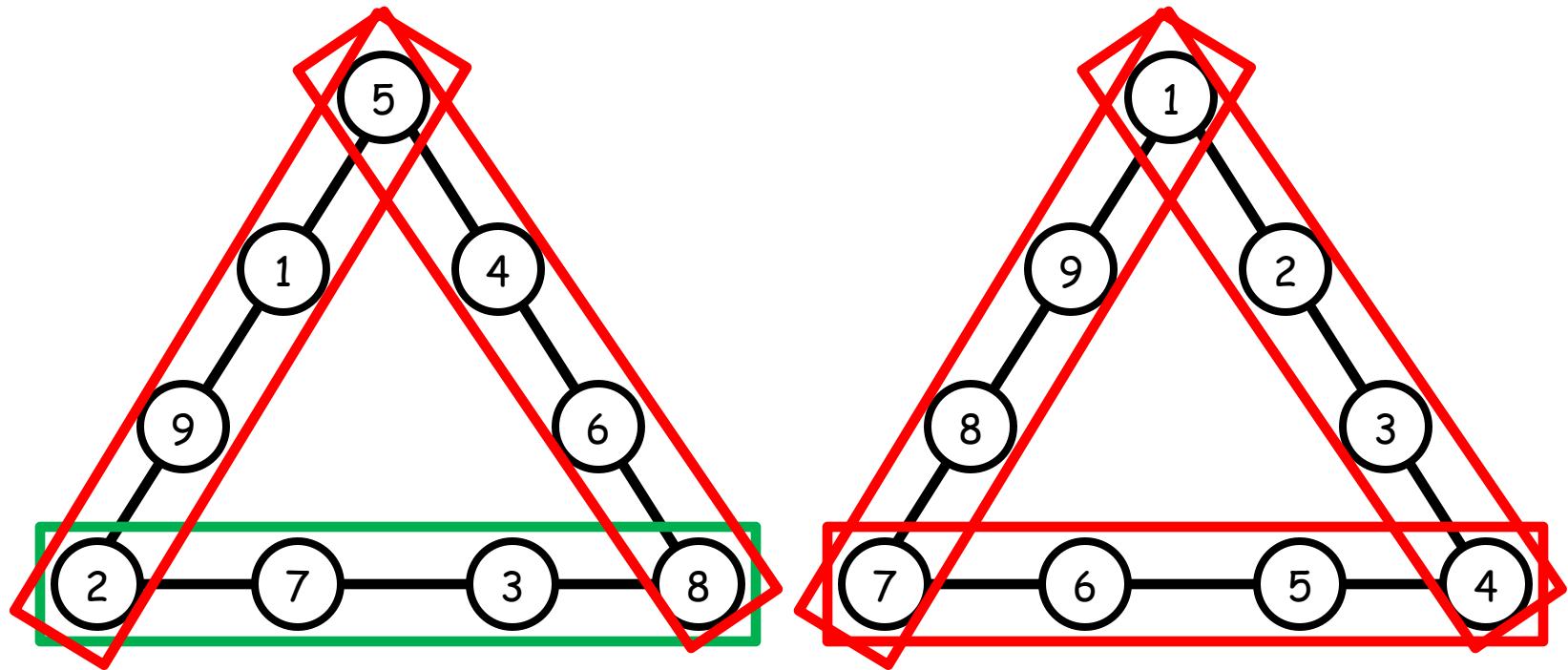
Búsqueda informada



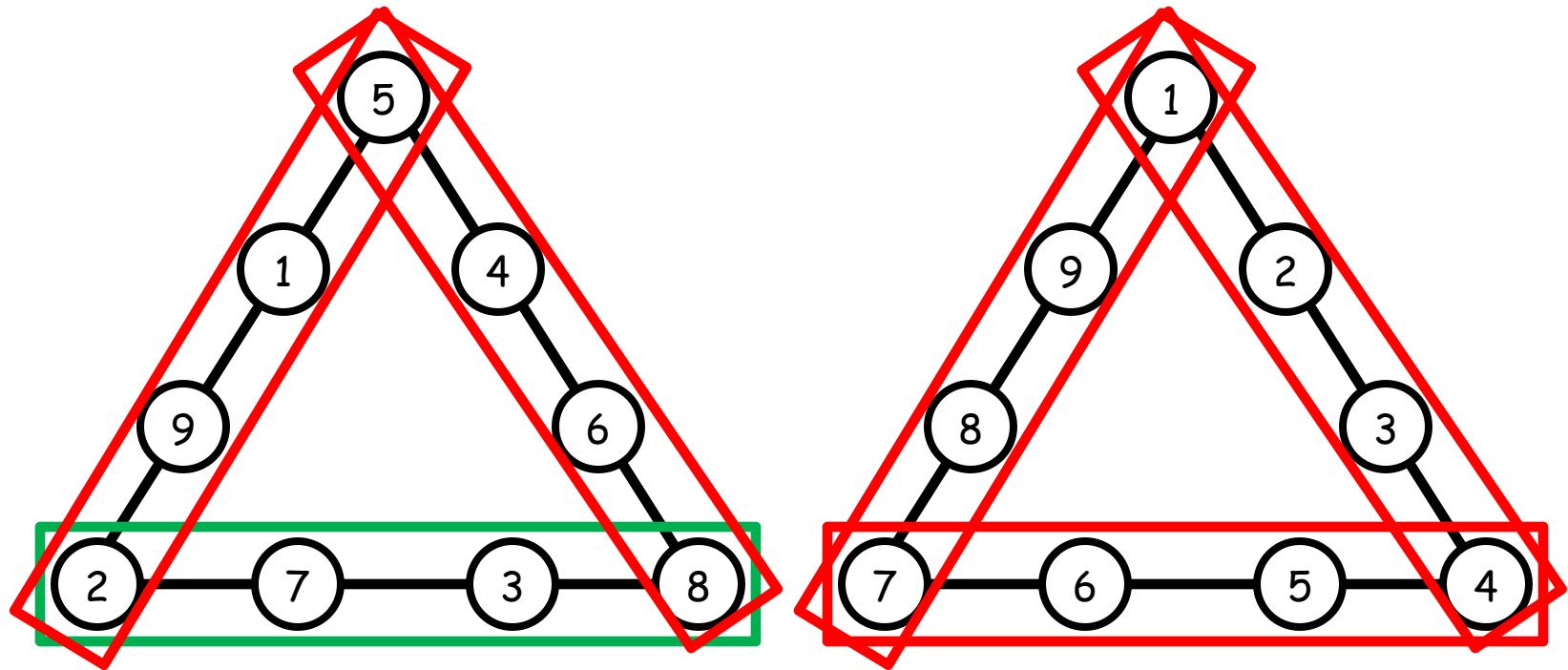
¿Cuál está más distante de la meta?

¿Cómo lo sabe?

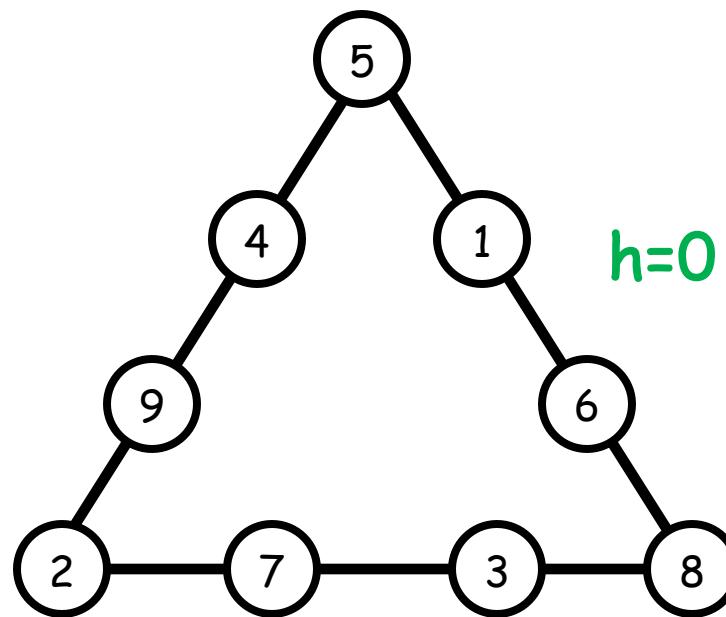
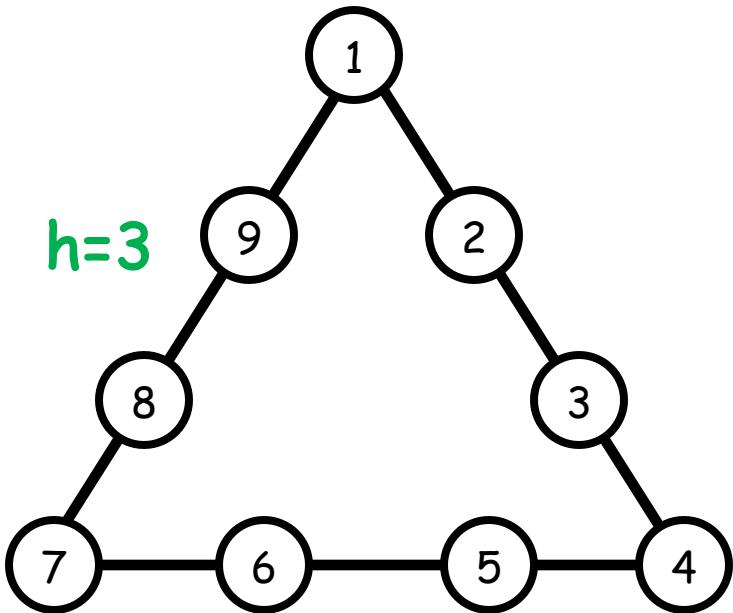
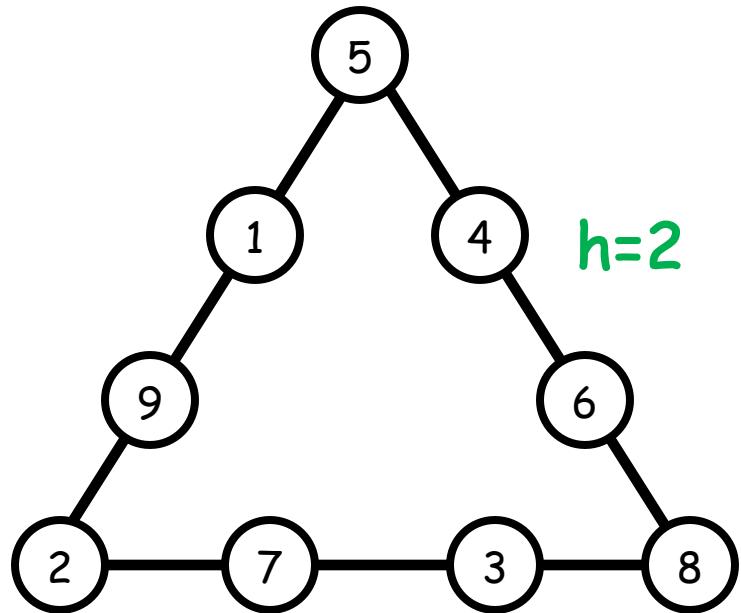
Búsqueda informada



Búsqueda informada



$h(n)$: cantidad de lados que no suman 20



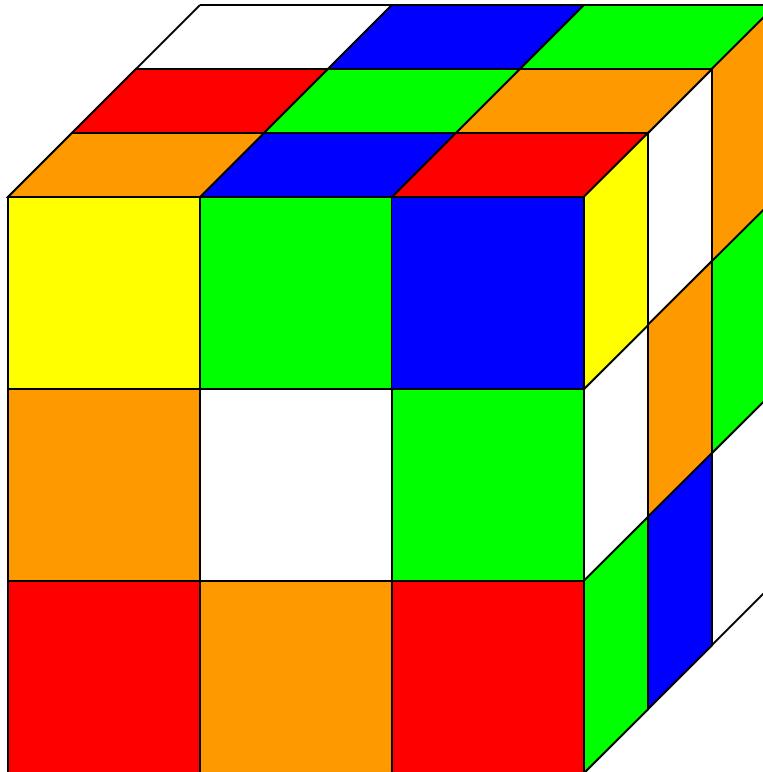
Búsqueda informada

Heurística

- La utilización de heurísticas en los métodos de búsqueda permiten reducir el espacio de estados a expandir en la construcción del árbol

Búsqueda informada

Cubo de Rubik

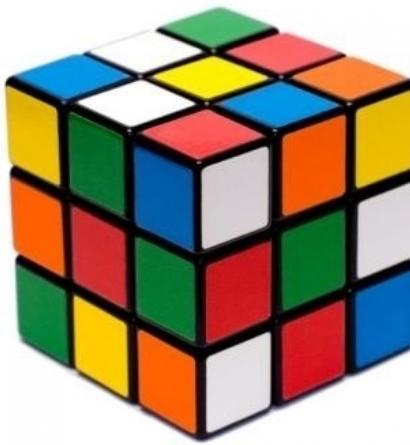
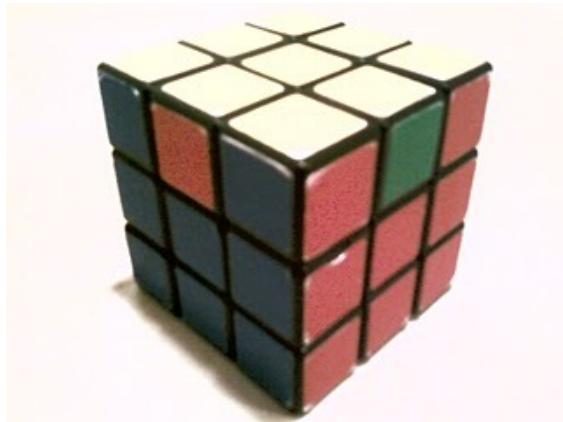


¿Cuál podría ser una heurística?

Entre diferentes estados del ambiente, ¿cómo saber cuál está más distante de la meta?

Búsqueda informada

Cubo de Rubik

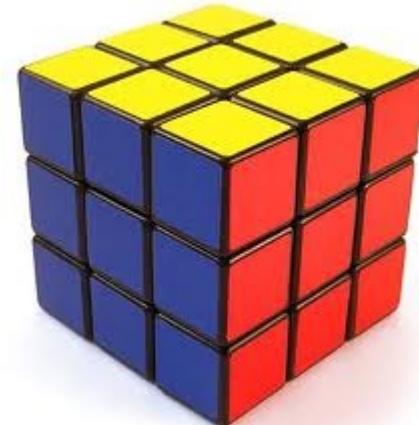
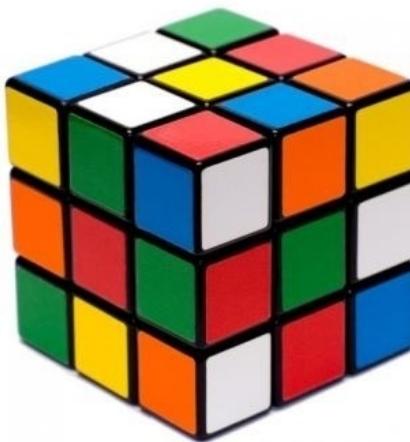
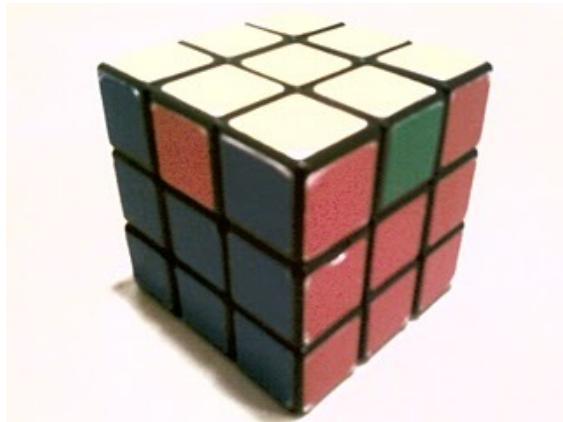


¿Cuál podría ser una heurística?

Entre diferentes estados del ambiente, ¿cómo saber cuál está más distante de la meta?

Búsqueda informada

Cubo de Rubik



¿Cuál podría ser una heurística?

Entre diferentes estados del ambiente, ¿cómo saber cuál está más distante de la meta?

Búsqueda informada

Estrategias de búsqueda informada

- Avara
- A^*

Búsqueda informada

Búsqueda Avara

- Expandir el nodo con menor $h(n)$, esto es, aquel que parece estar más cerca de la meta, sin importar a qué profundidad esté

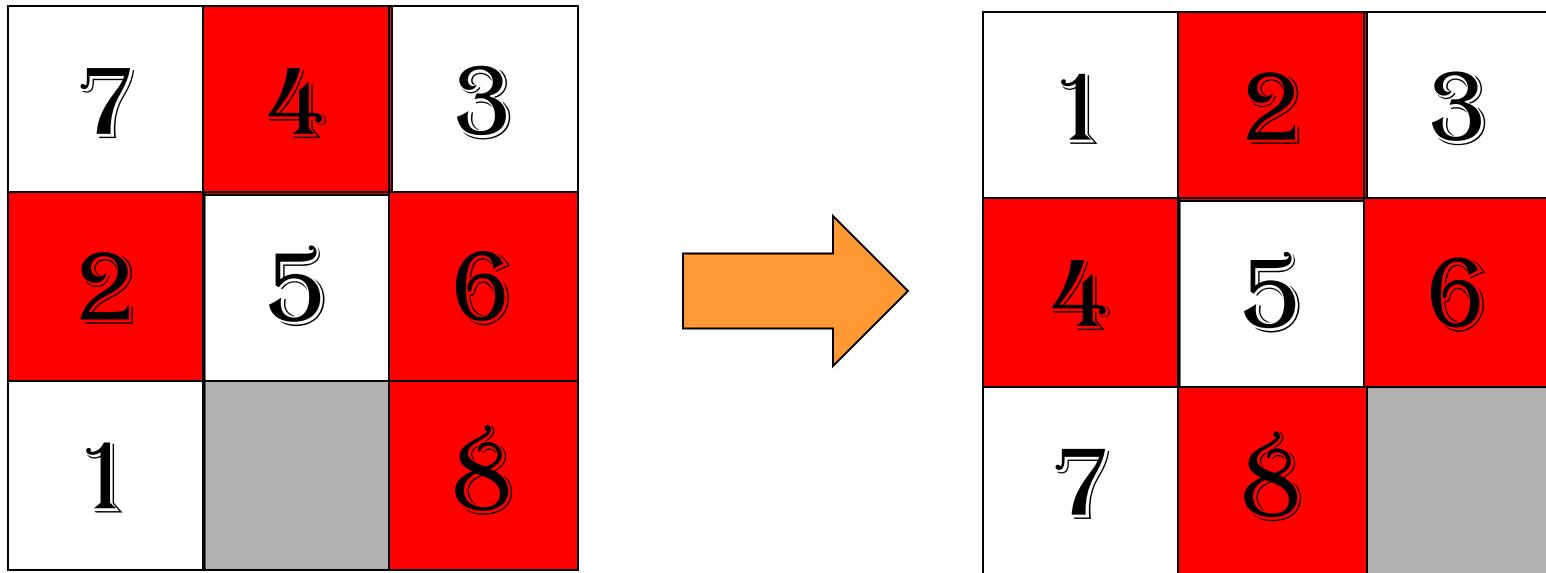
Búsqueda informada

Búsqueda Avara

- Expandir el nodo con menor $h(n)$, esto es, aquel que parece estar más cerca de la meta, sin importar a qué profundidad esté
- Intenta reducir al mínimo el costo estimado para lograr una meta

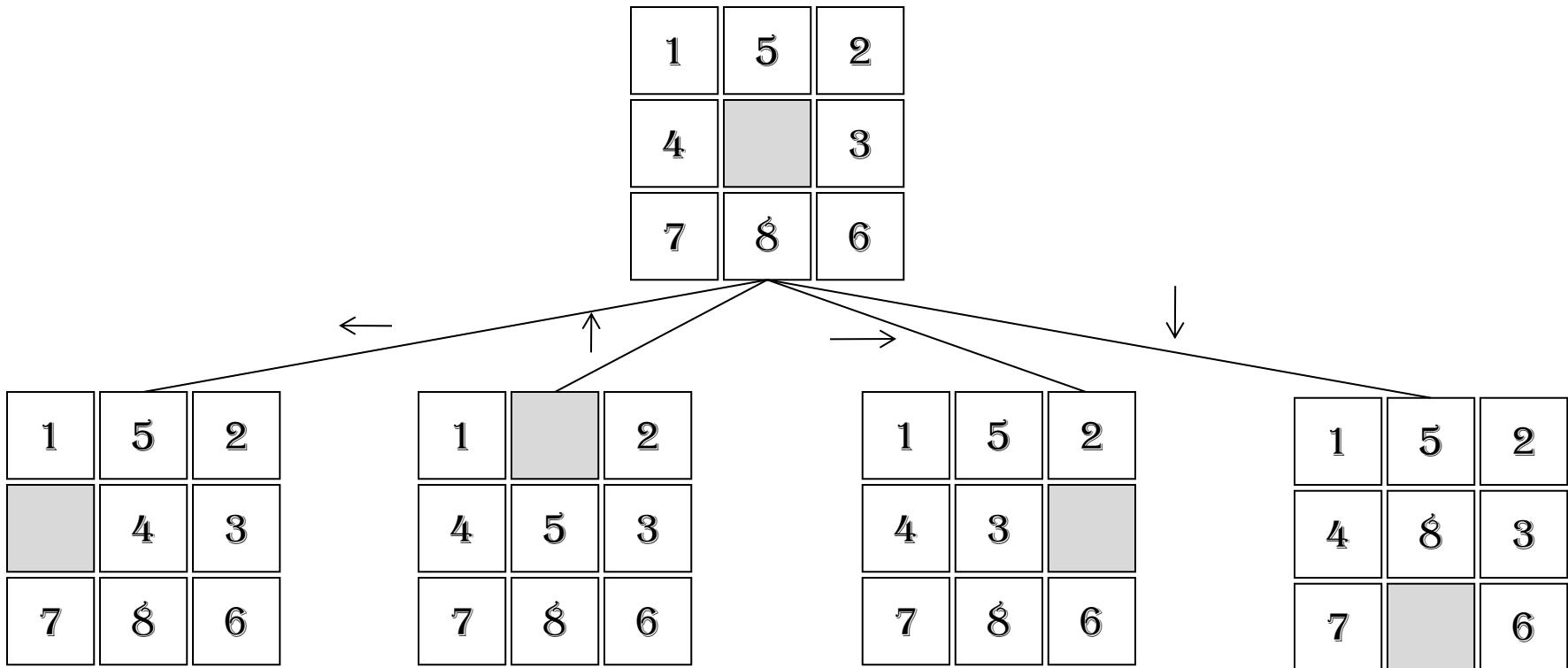
Búsqueda informada

8-puzzle

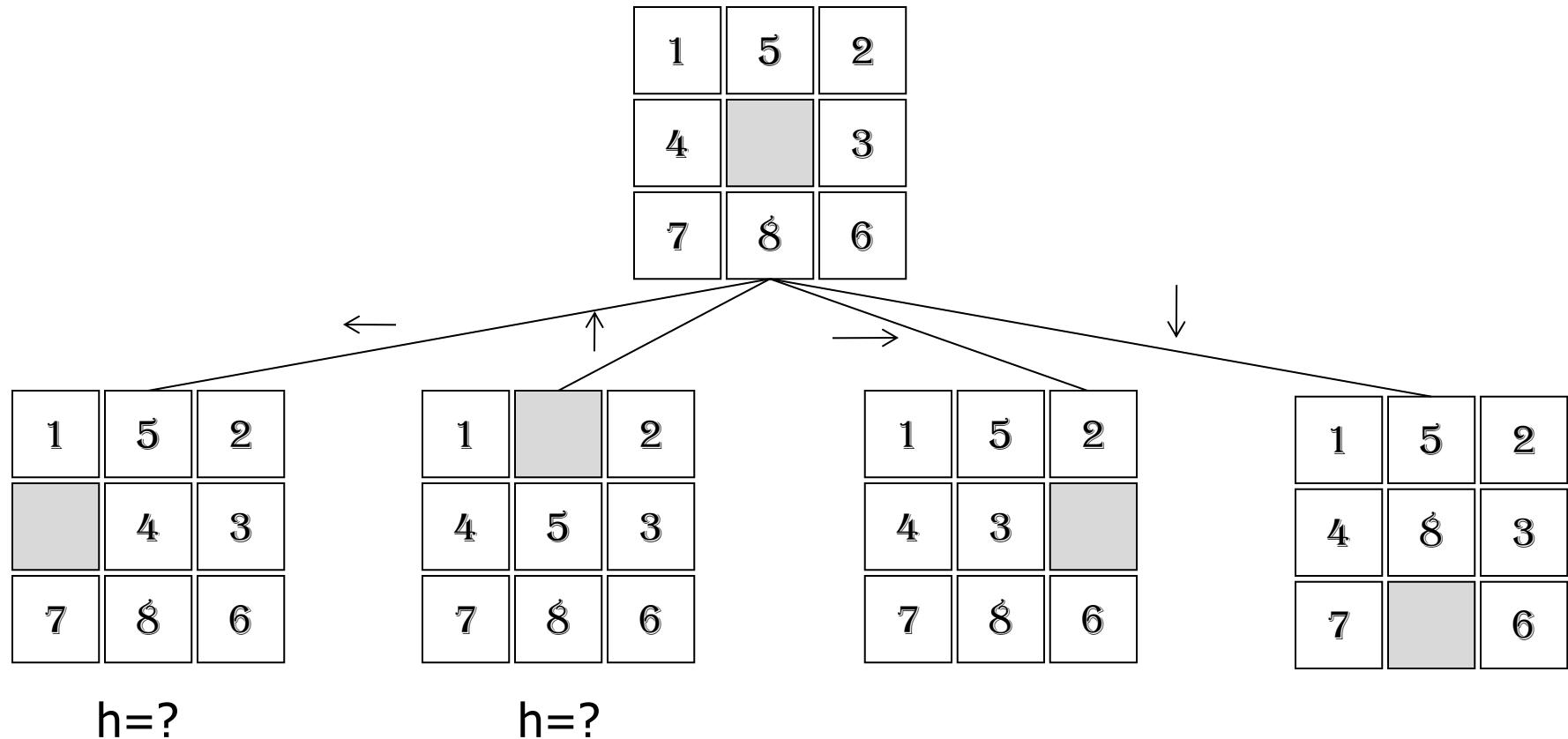


$h(n)$: cantidad de piezas ubicadas en el lugar incorrecto
(teniendo en cuenta la placa vacía)

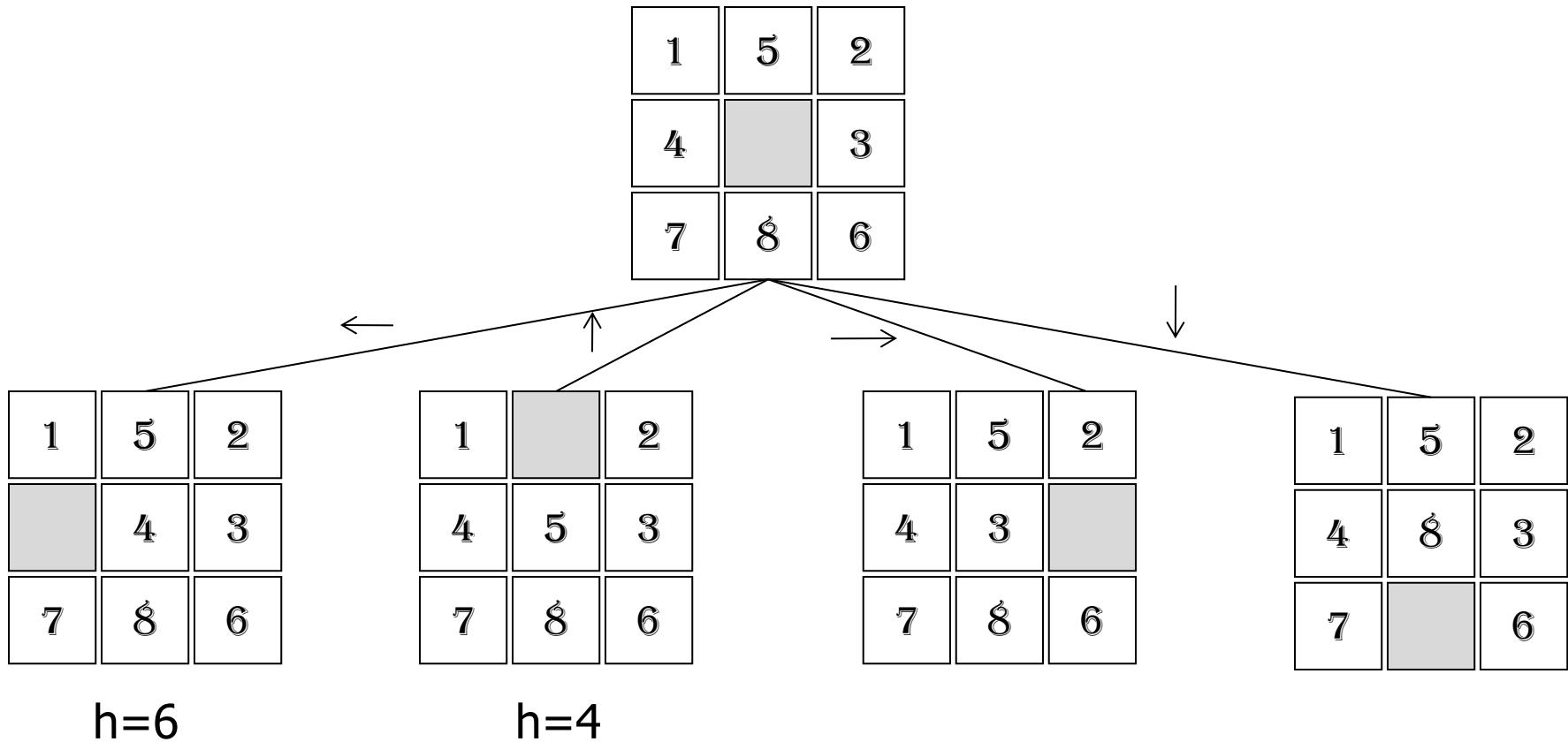
Búsqueda informada



Búsqueda informada



Búsqueda informada



Complete el árbol de búsqueda
No evite devolverse

1	5	2
4		3
7	8	6

1	5	2
4	3	
7	8	6

6

1		2
4	5	3
7	8	6

4

1	5	2
4	3	
7	8	6

1	5	2
4	8	3
7		6

Complete el árbol de búsqueda
No evite devolverse

1	5	2
4		3
7	8	6

1	5	2
4	3	
7	8	6

6

1		2
4	5	3
7	8	6

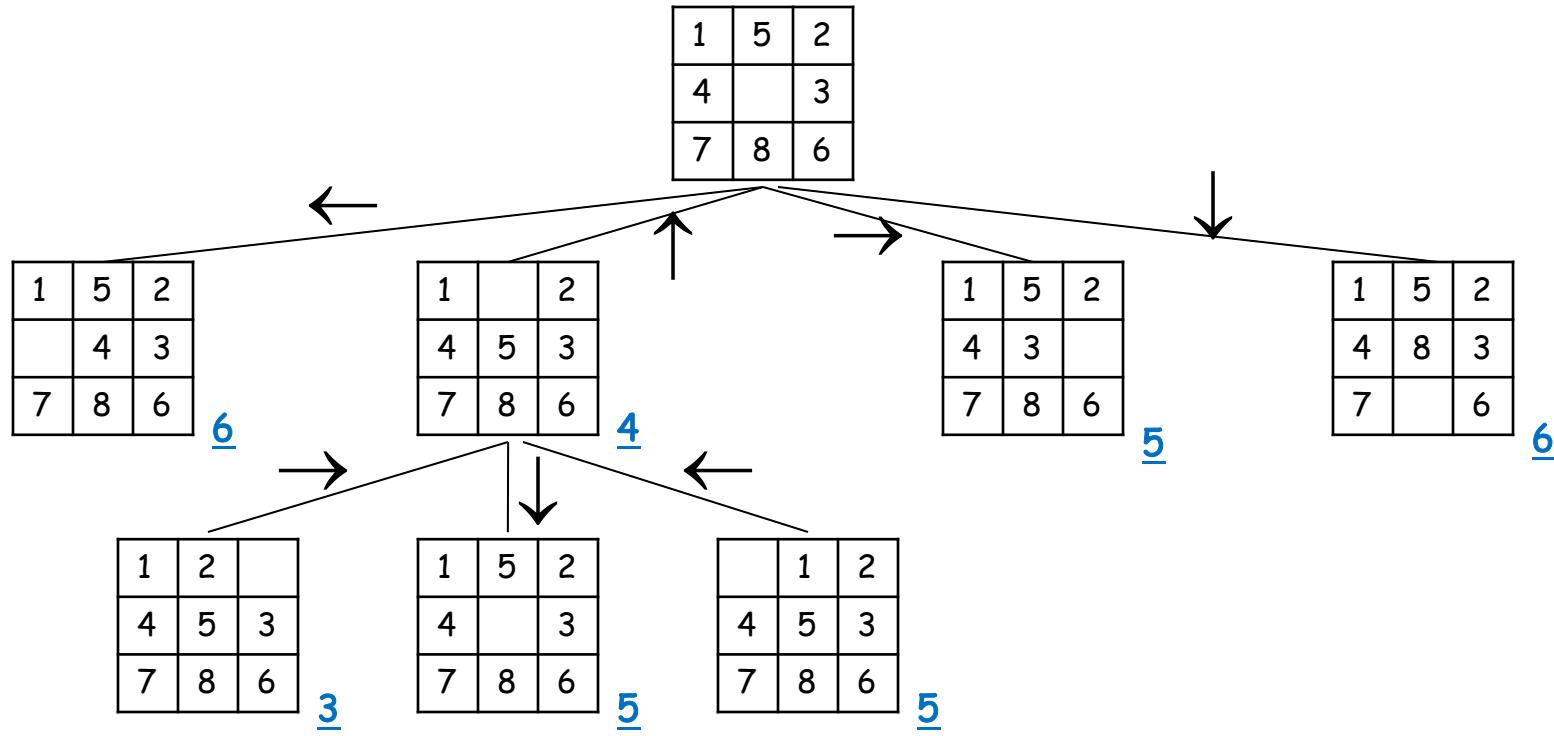
4

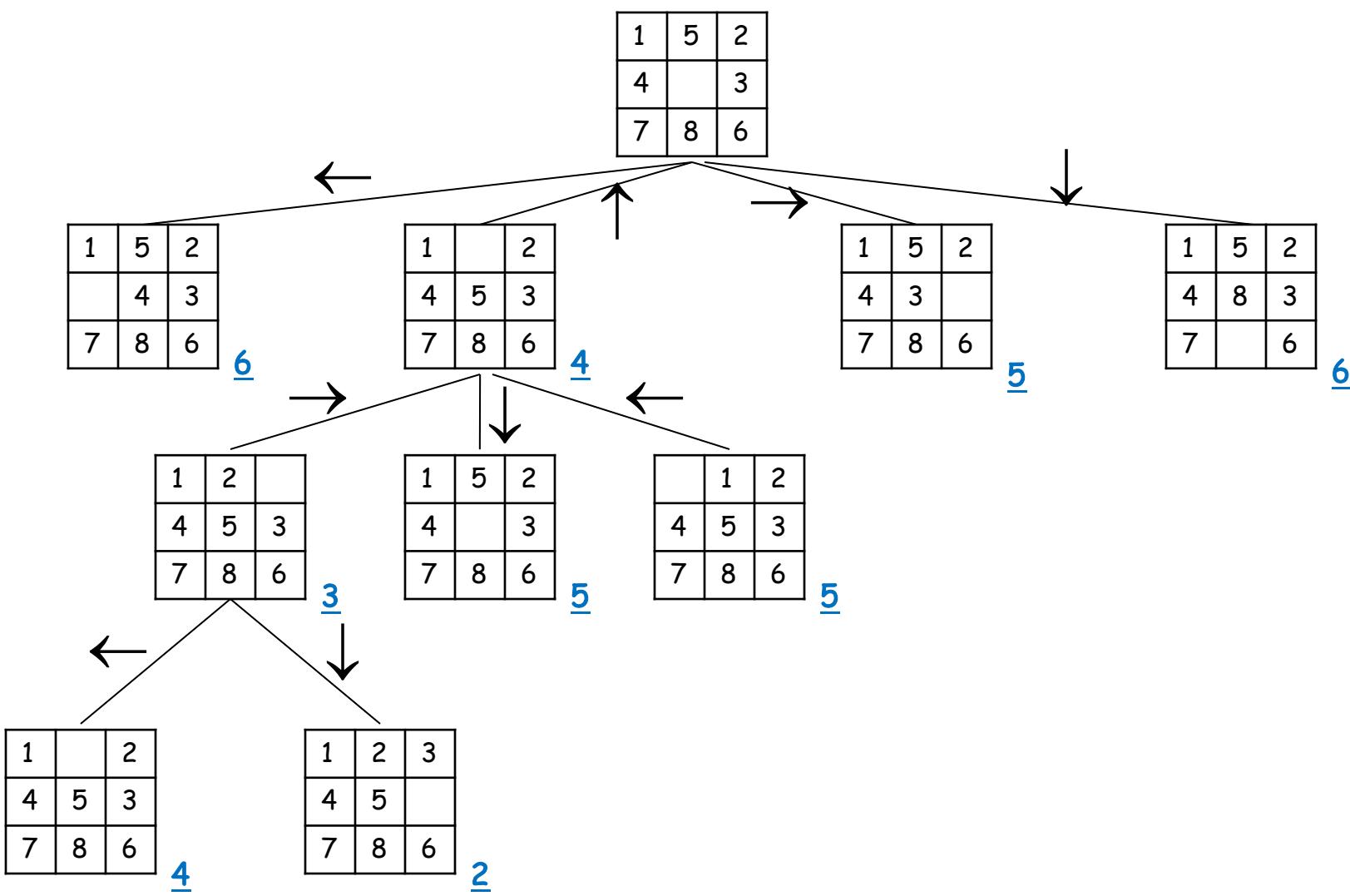
1	5	2
4	3	
7	8	6

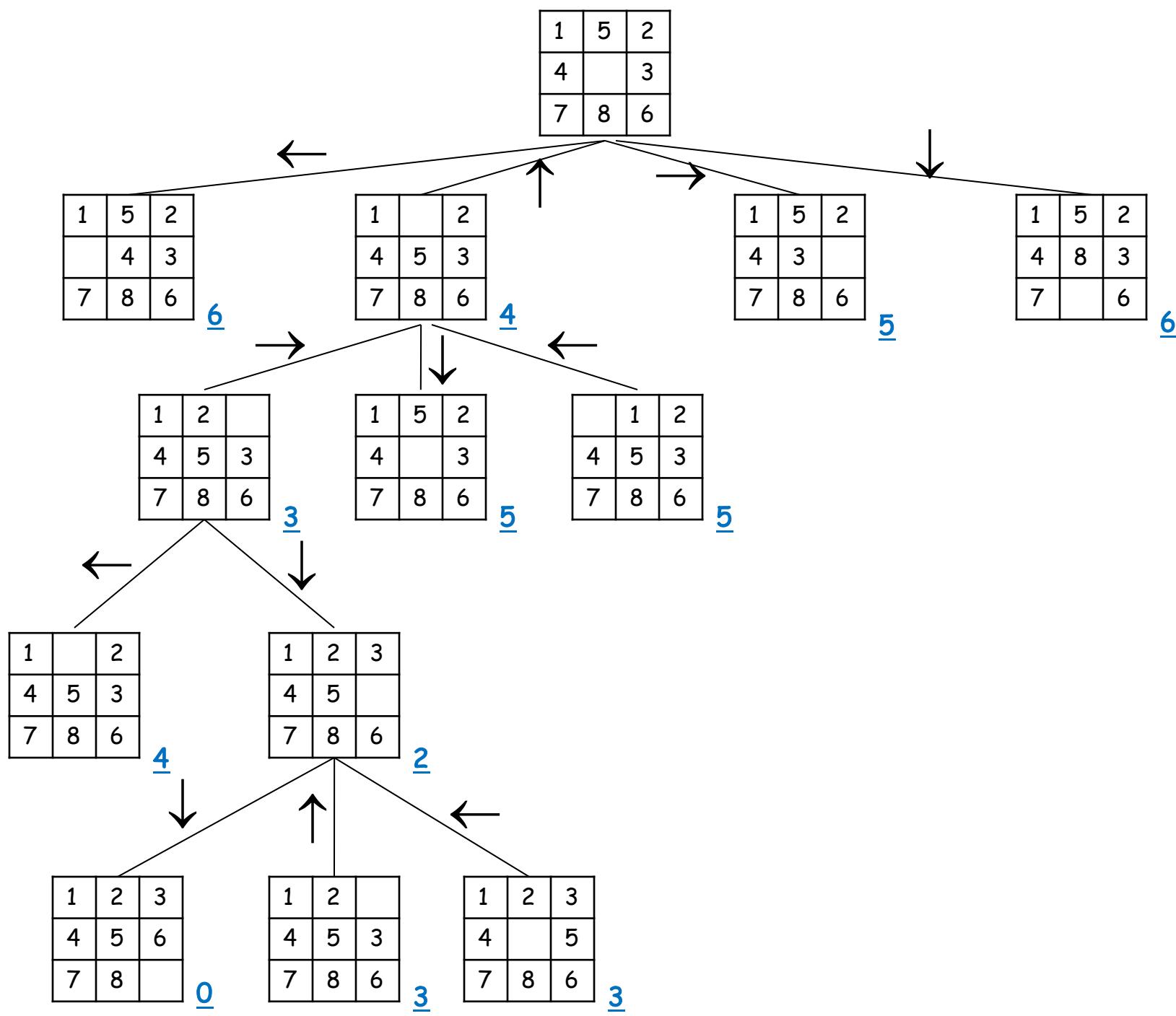
5

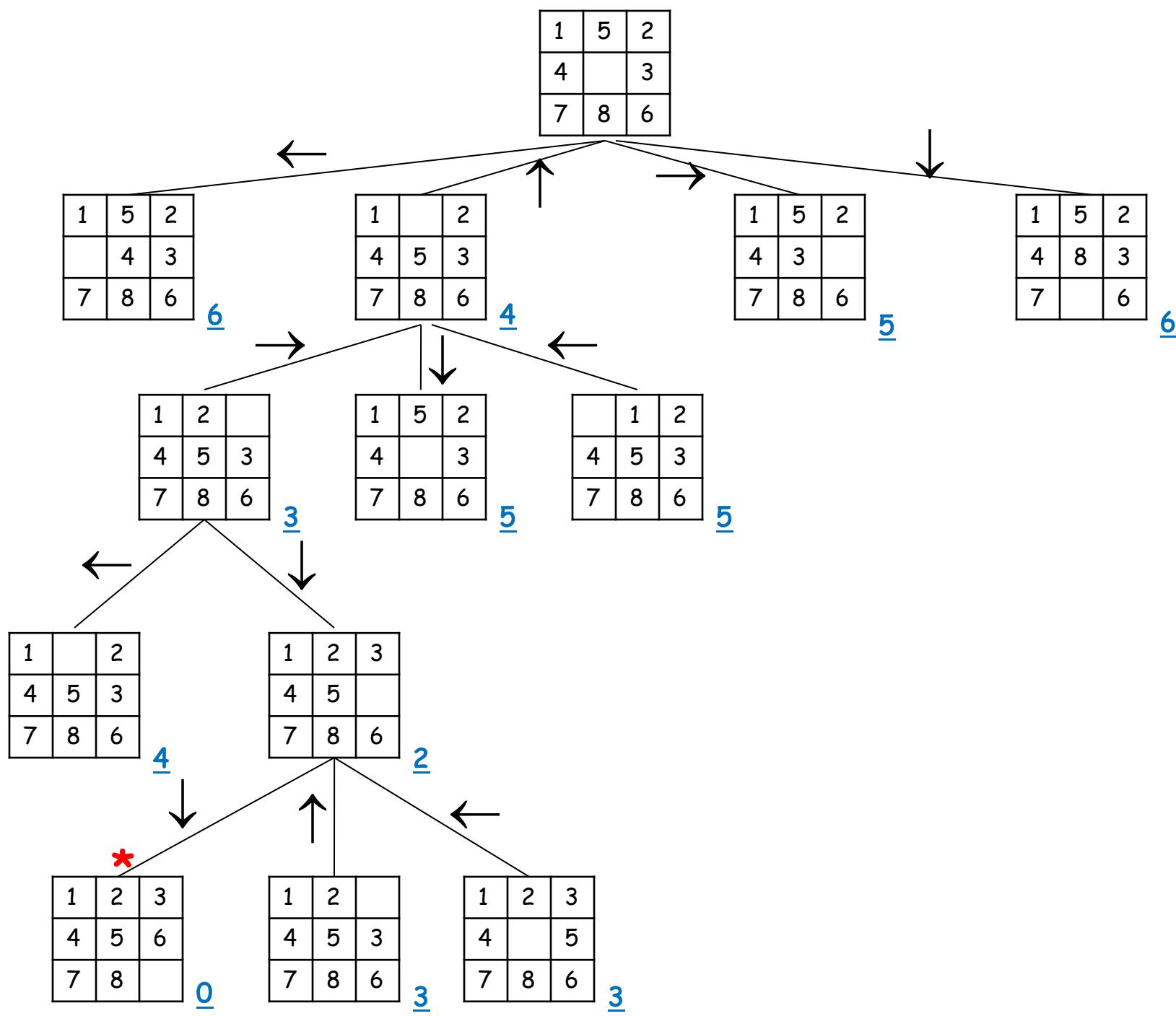
1	5	2
4	8	3
7		6

6

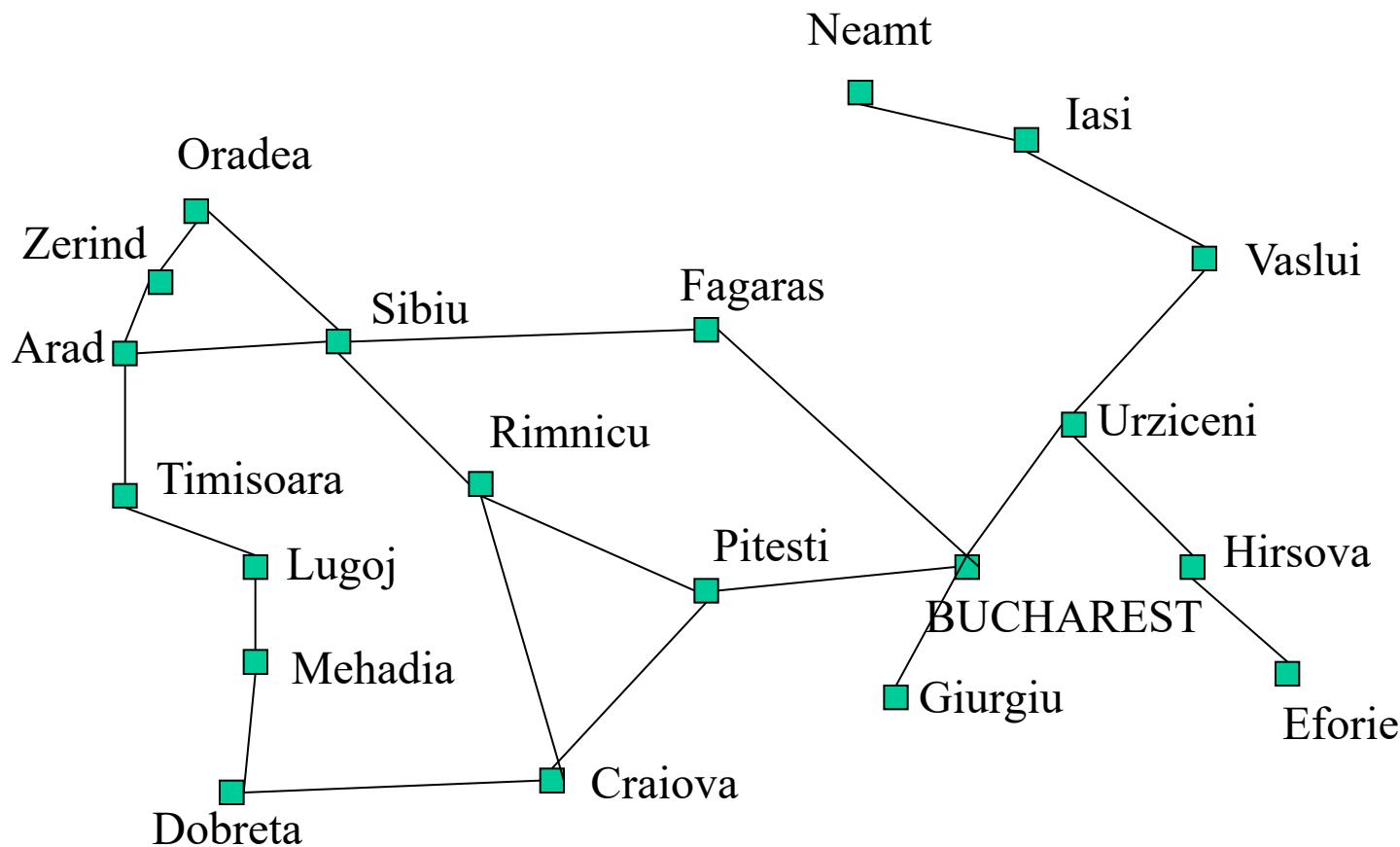








Búsqueda informada



Distancia en
línea recta a
Bucarest:

Arad	366
Bucarest	0
Craiova	160
Dobreta	242
Eforie	161
Fagaras	178
Giurgiu	77
Hirsova	151
Iasi	226
Lugoj	244
Mehadia	241
Neamt	234
Oradea	380
Pitesti	98
Rimnicu	193
Sibiu	253
Timisoara	329
Urziceni	80
Vaslui	199
Zerind	374

$h(n)$: distancia en línea recta entre n y la ubicación de la meta

No evite devolverse

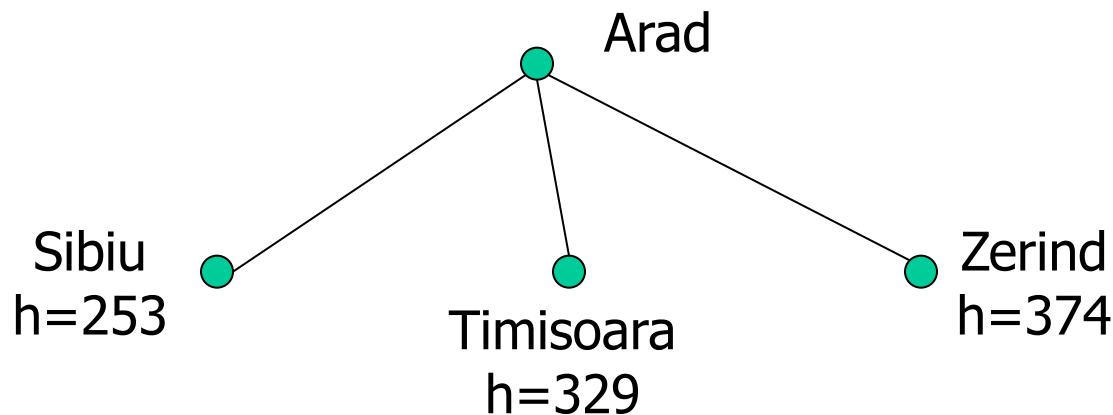
Búsqueda informada

No evite devolverse

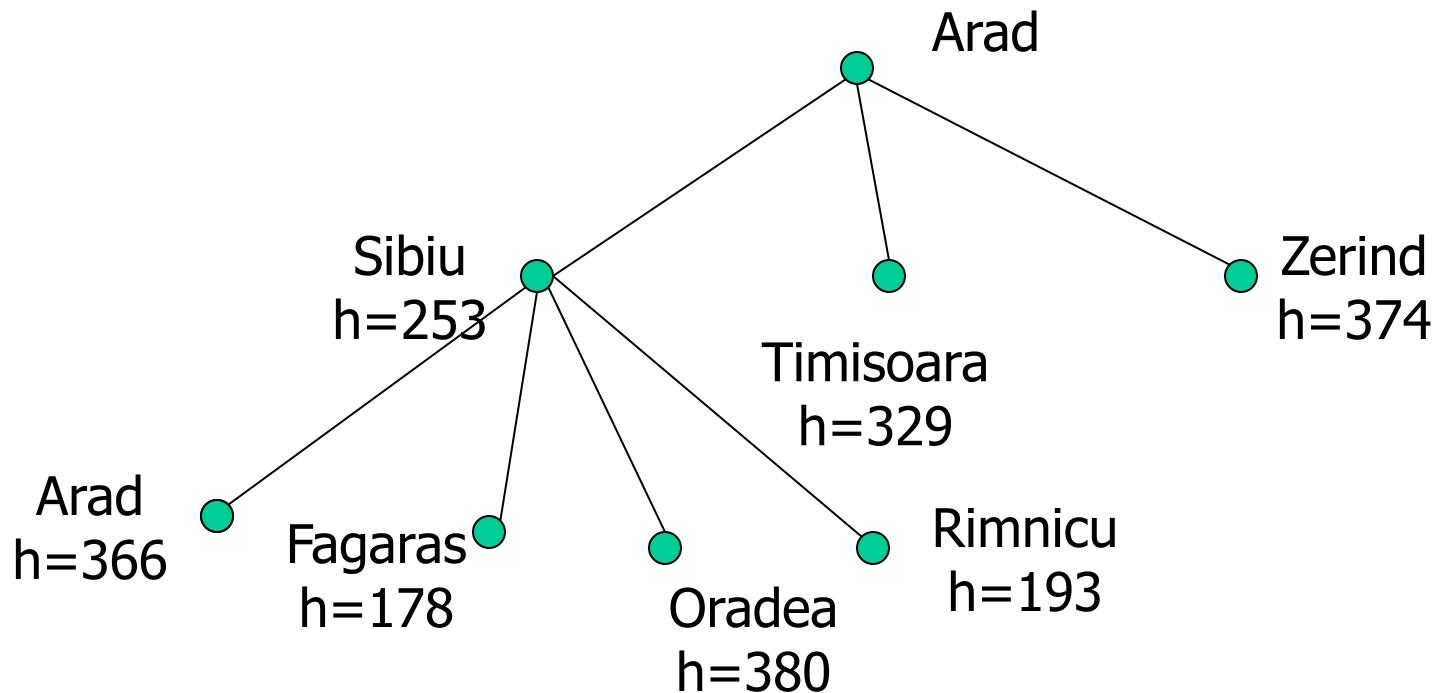


Arad

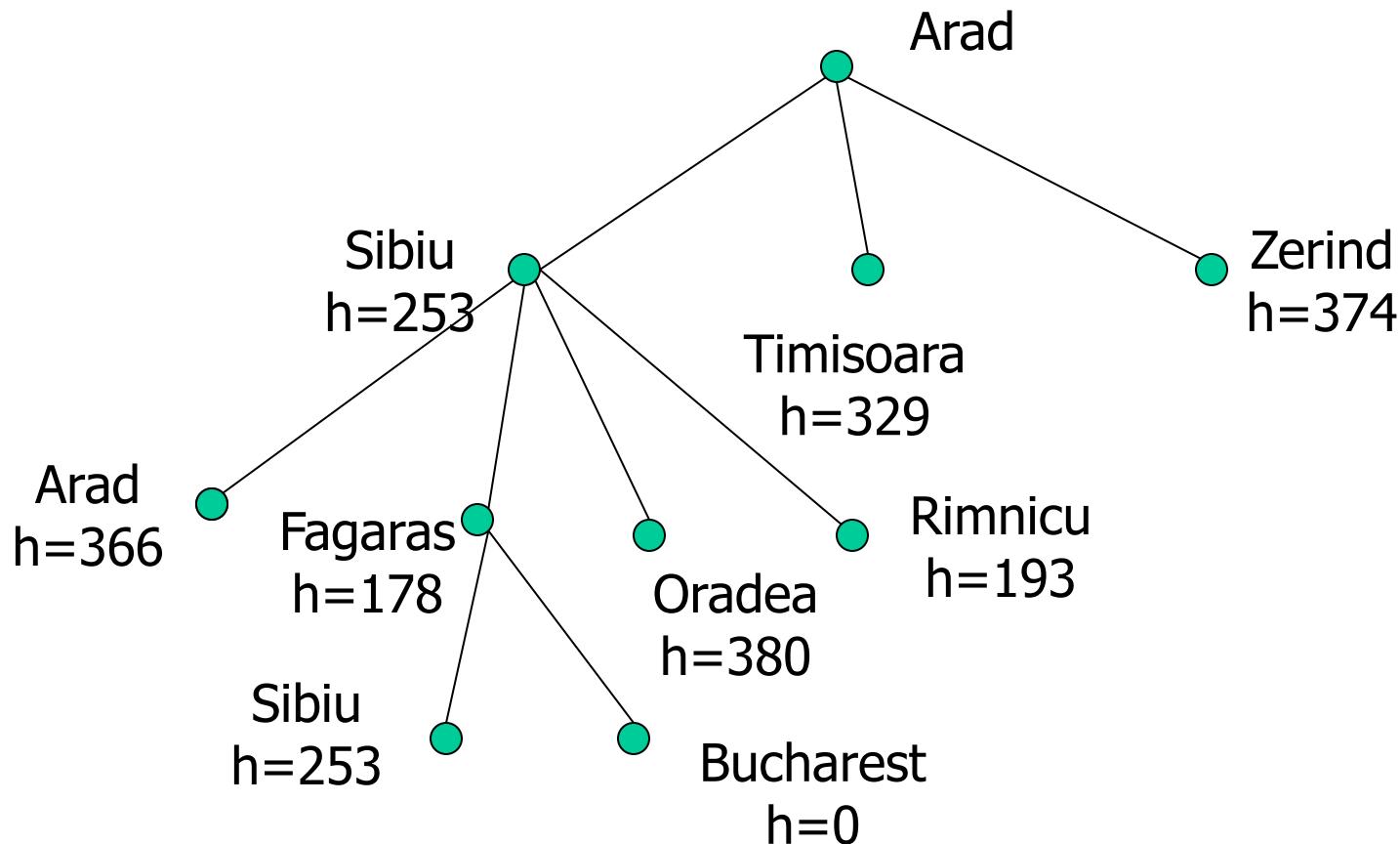
Búsqueda informada



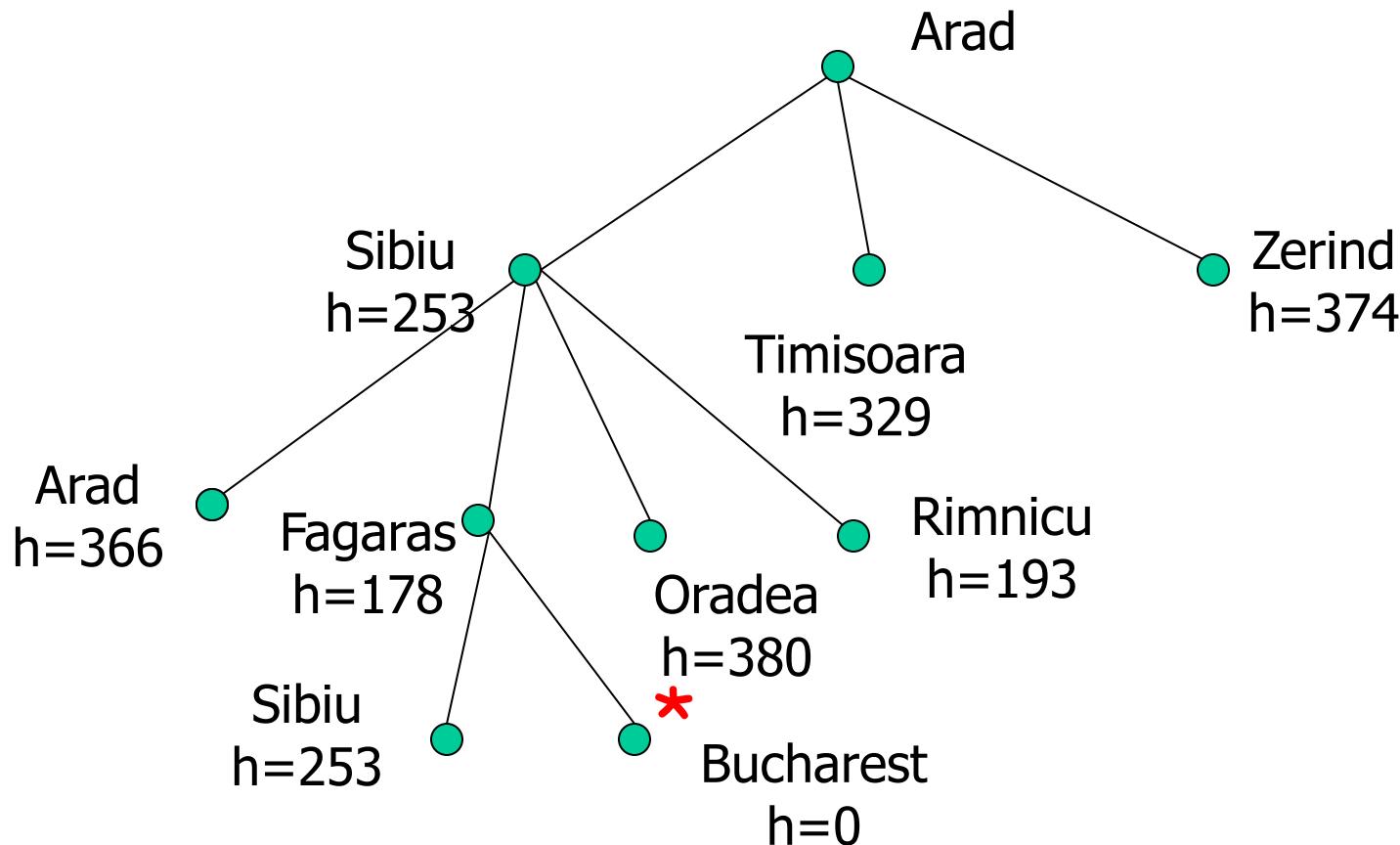
Búsqueda informada



Búsqueda informada

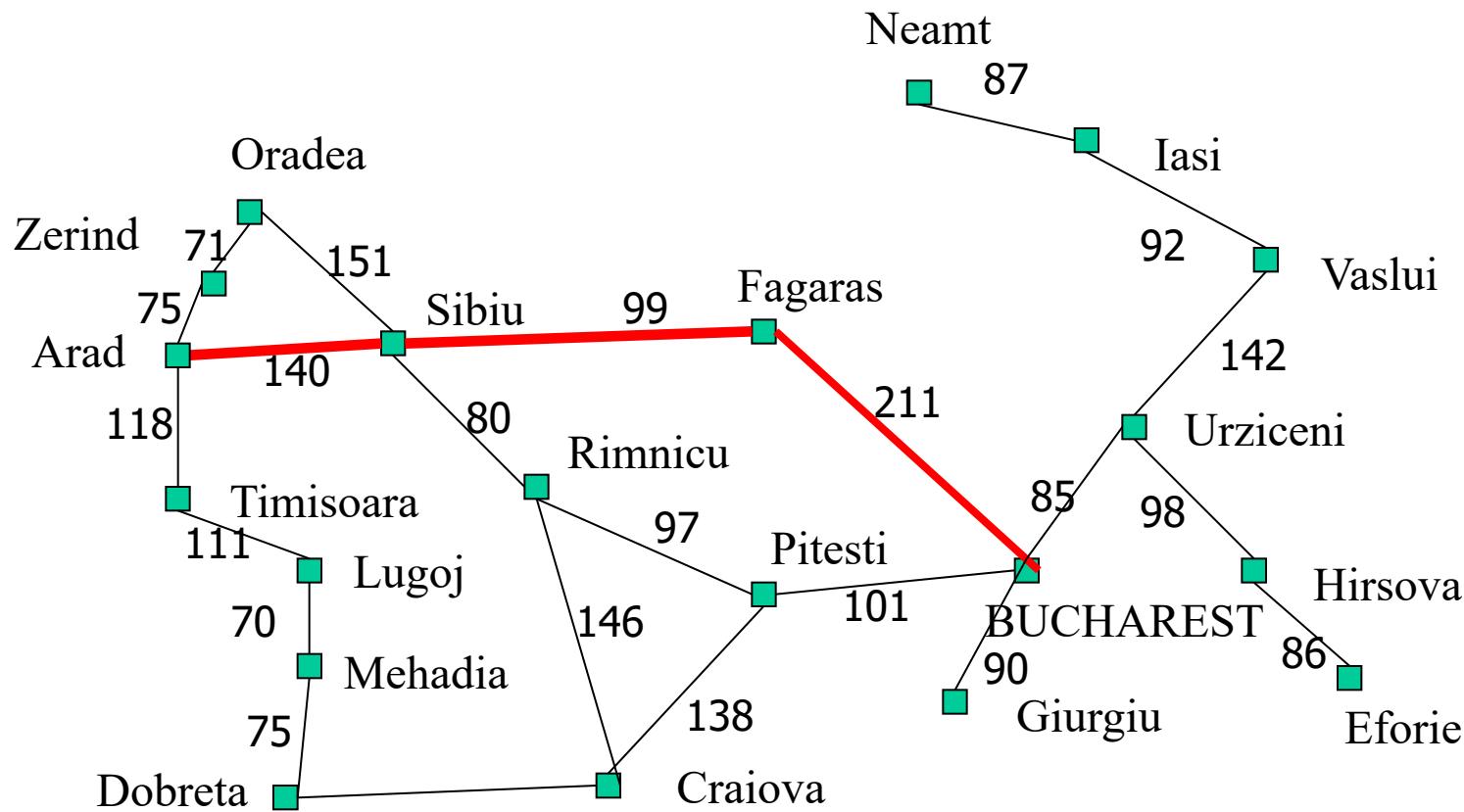


Búsqueda informada



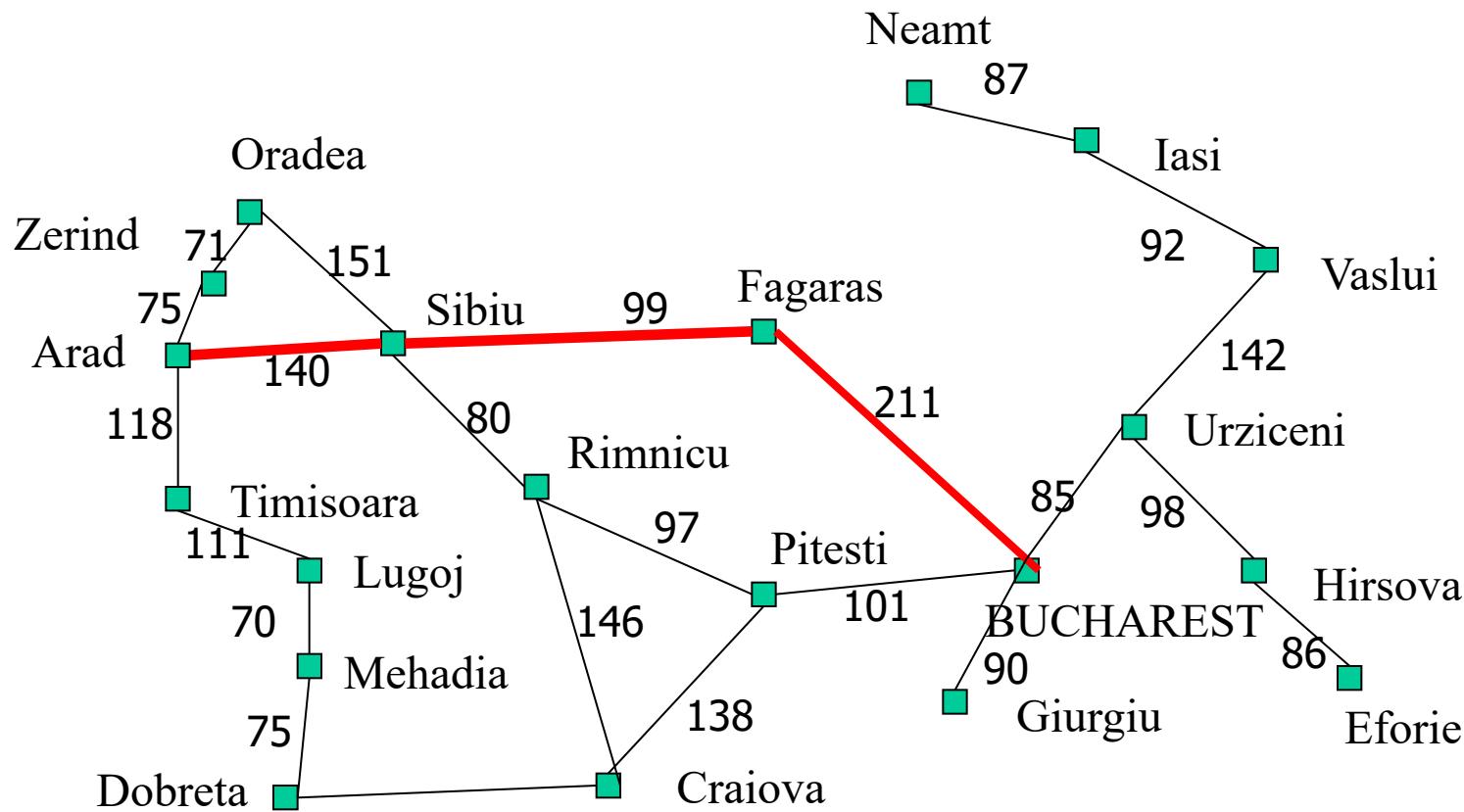
El camino obtenido es
Arad→Sibiu→Fagaras→Bucarest

Búsqueda informada



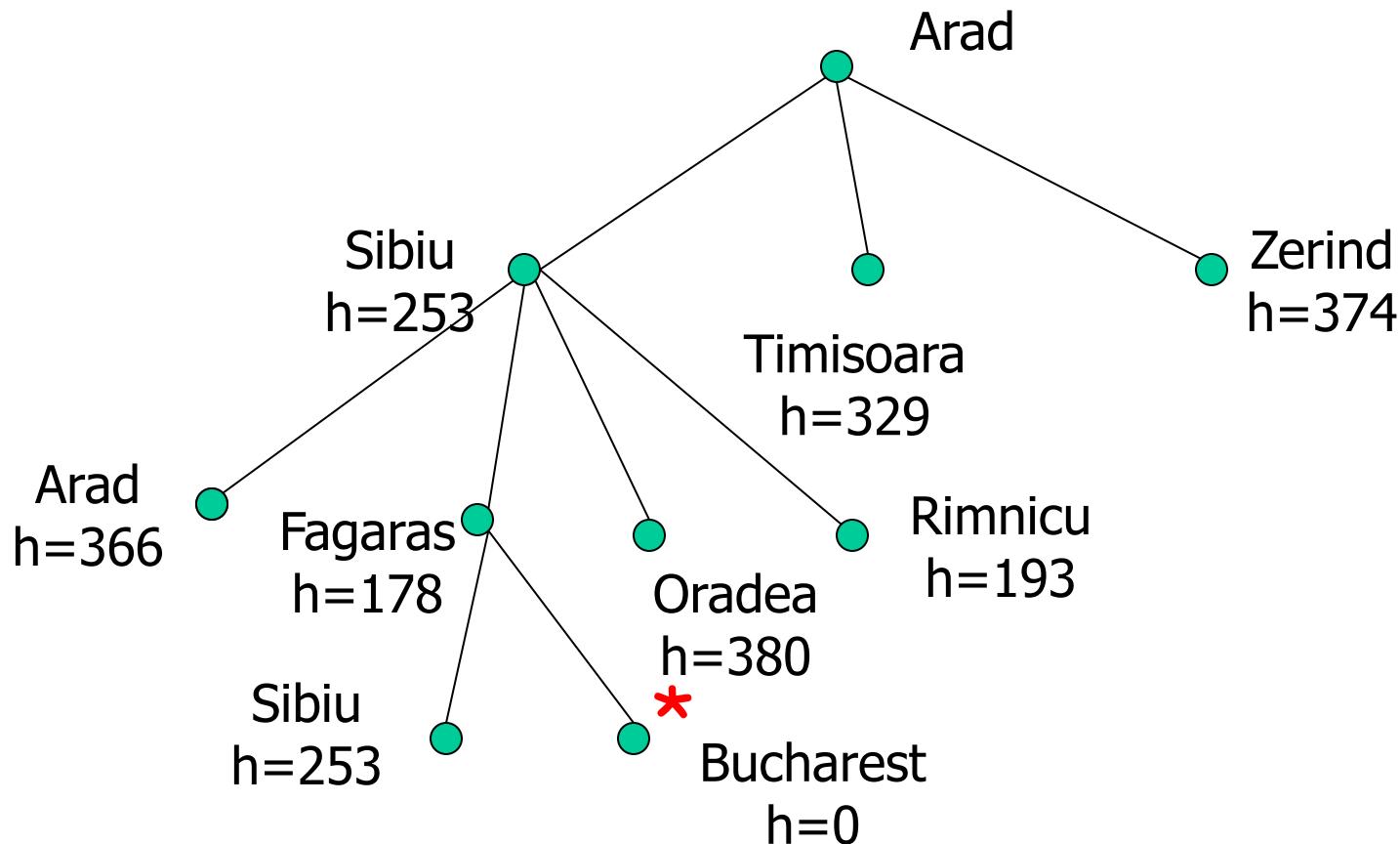
El camino obtenido es
Arad → Sibiu → Fagaras → Bucarest

Búsqueda informada



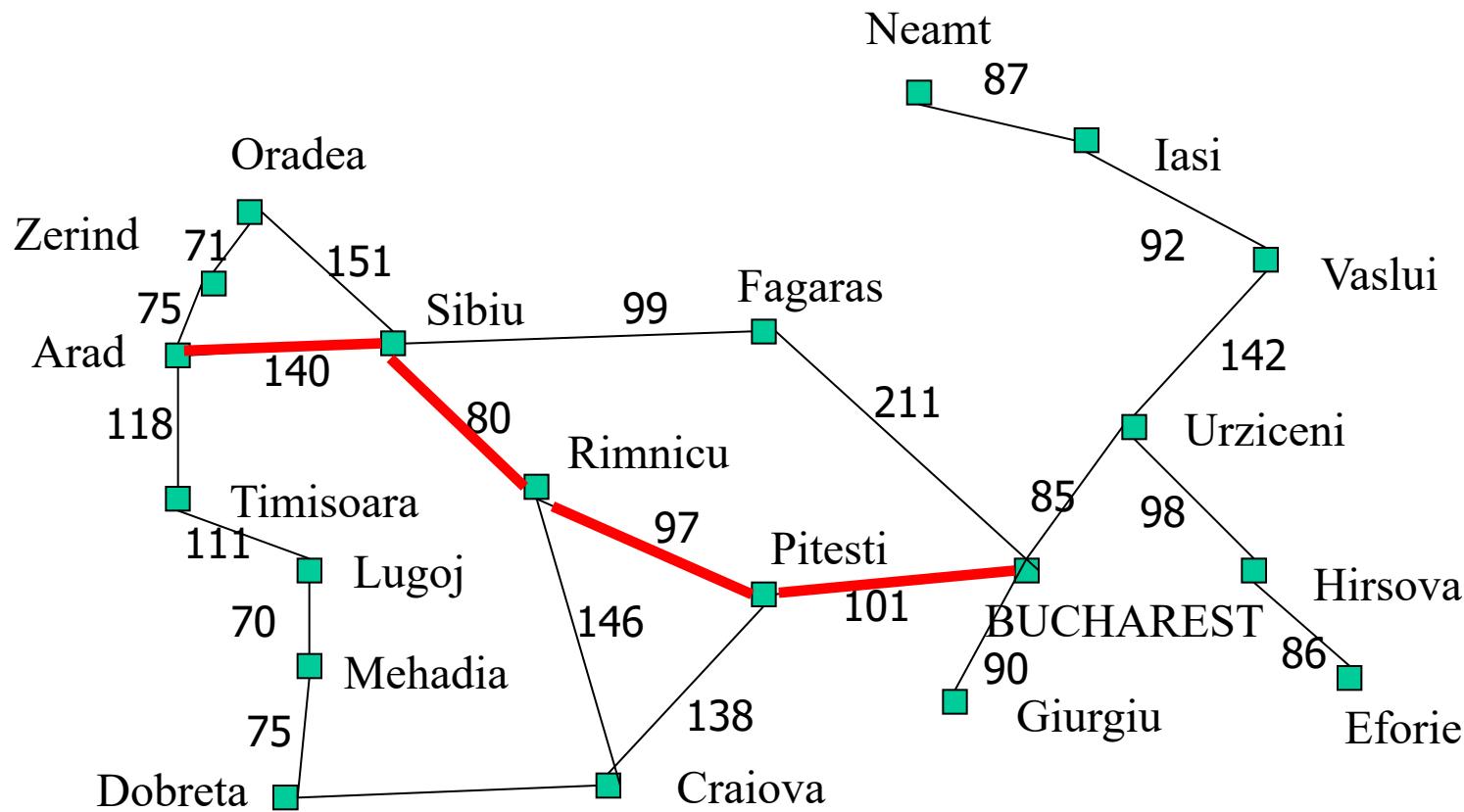
El costo real de la solución
Arad → Sibiu → Fagaras → Bucarest es 450

Búsqueda informada



¿Es ésta la solución óptima?

Búsqueda informada



El camino óptimo es
Arad → Sibiu → Rimnicu → Pitesti → Bucarest
porque tiene costo **418**

Búsqueda informada

- La búsqueda avara no es óptima

Búsqueda informada

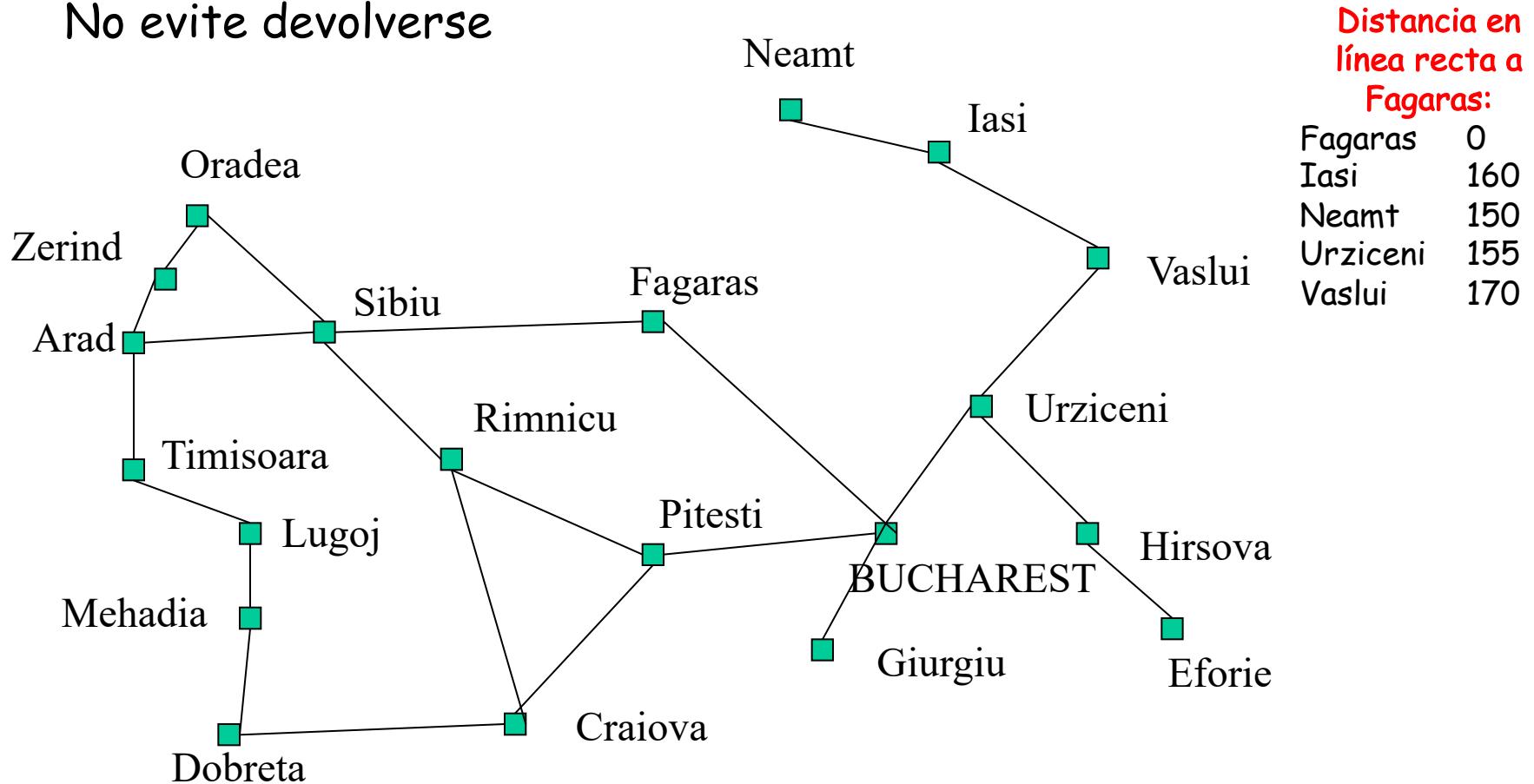
- Construya el árbol para ir de Iasi a Fagaras

No evite devolverse

Búsqueda informada

- Construya el árbol para ir de Iasi a Fagaras

No evite devolverse

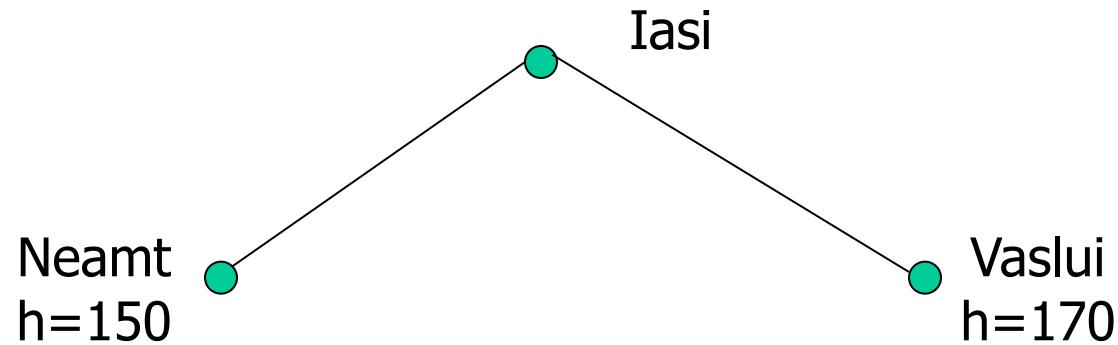


Búsqueda informada

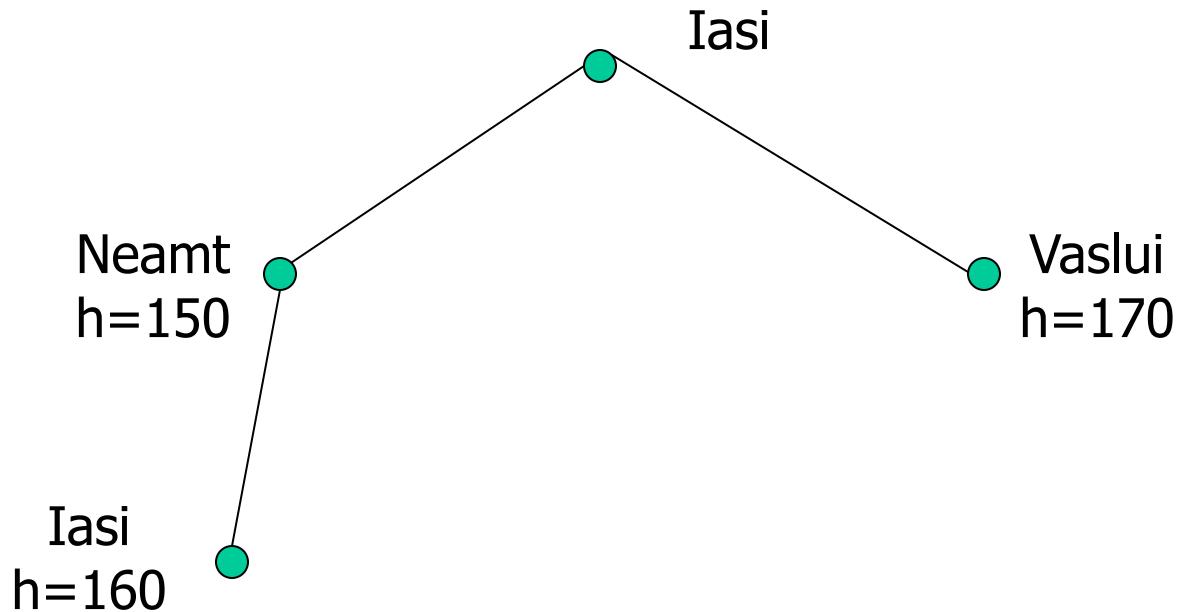


Iasi

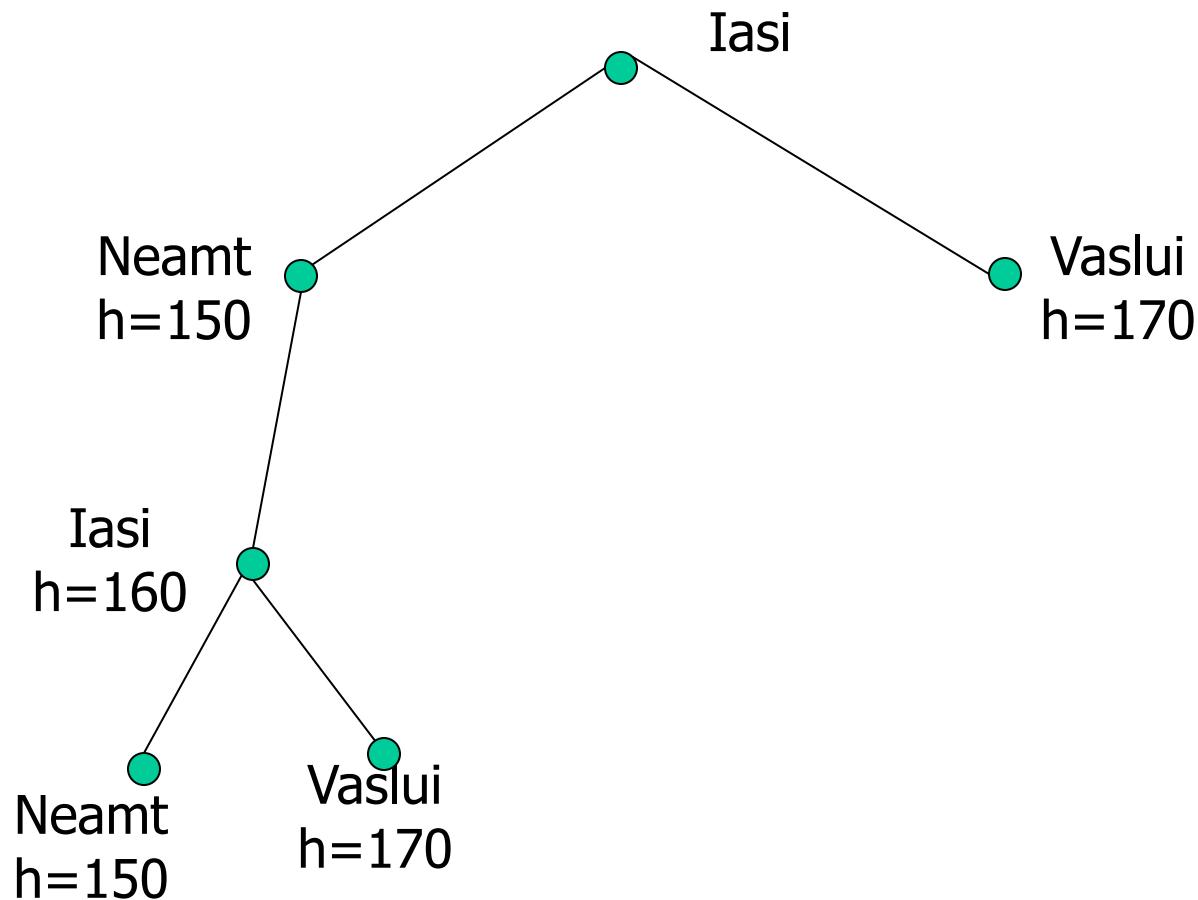
Búsqueda informada



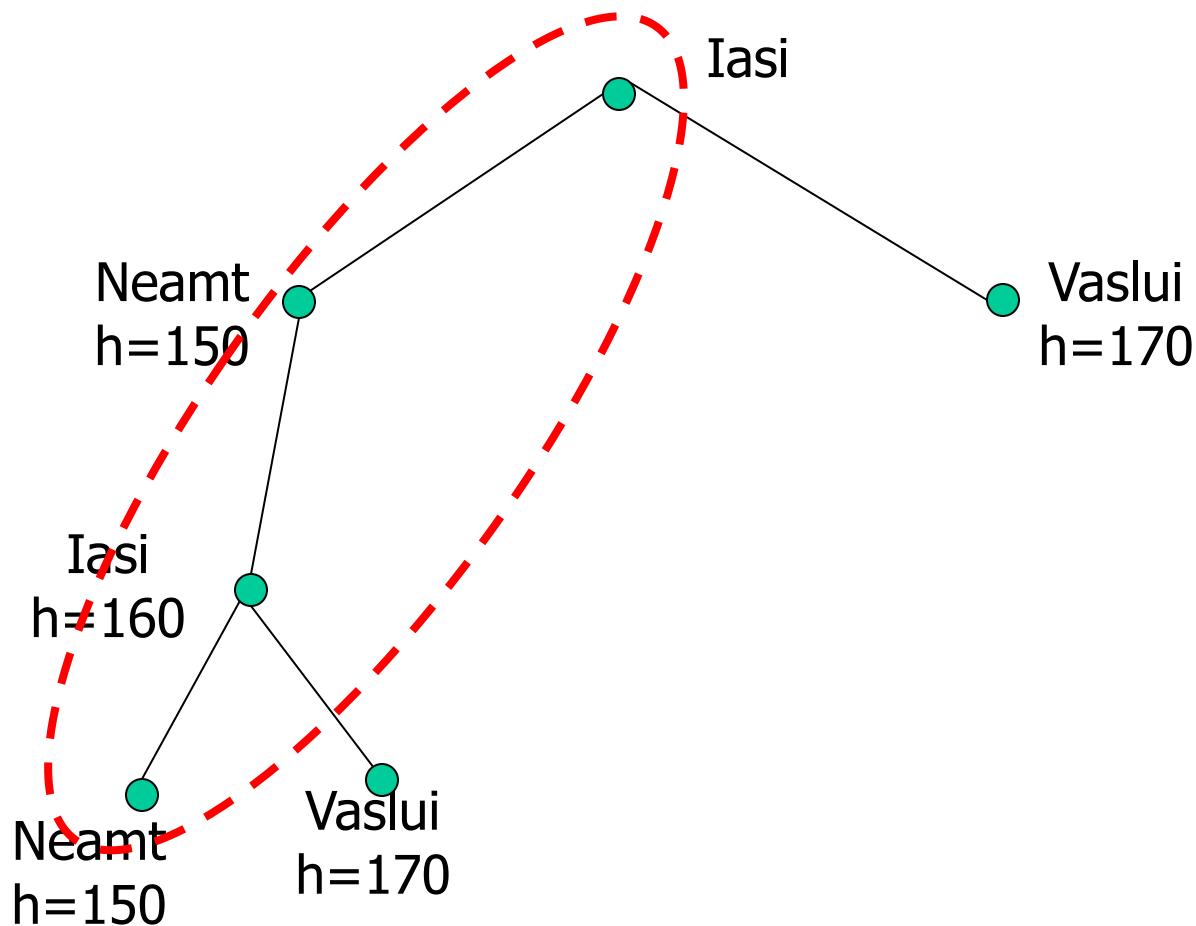
Búsqueda informada



Búsqueda informada



Búsqueda informada



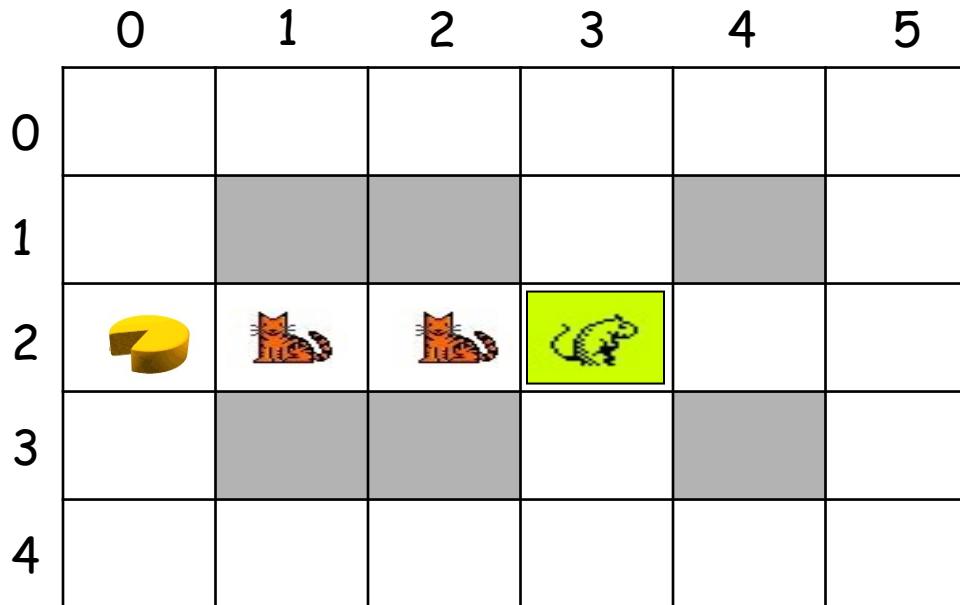
Se queda en un ciclo

Búsqueda informada

- La búsqueda avara no es completa

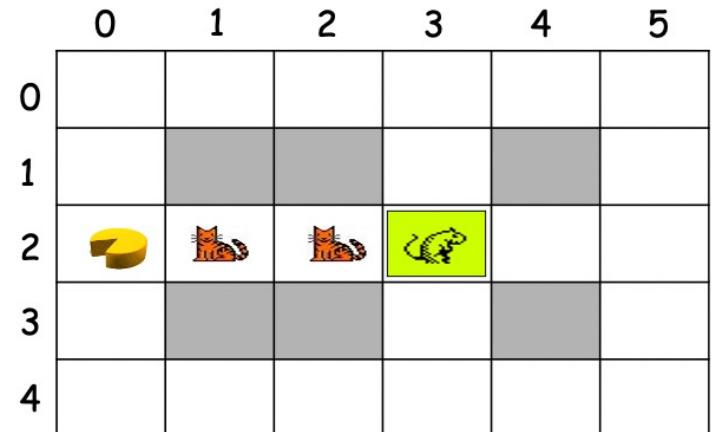
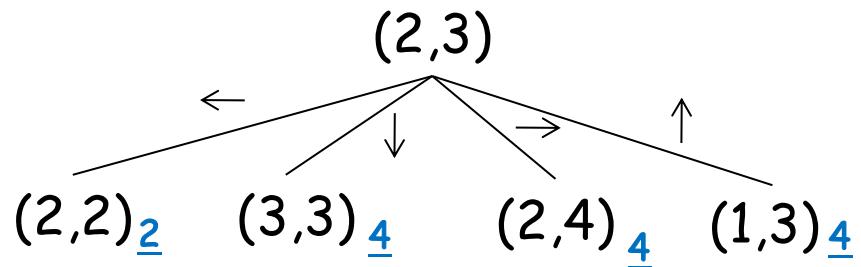
Búsqueda informada

El ratón inteligente

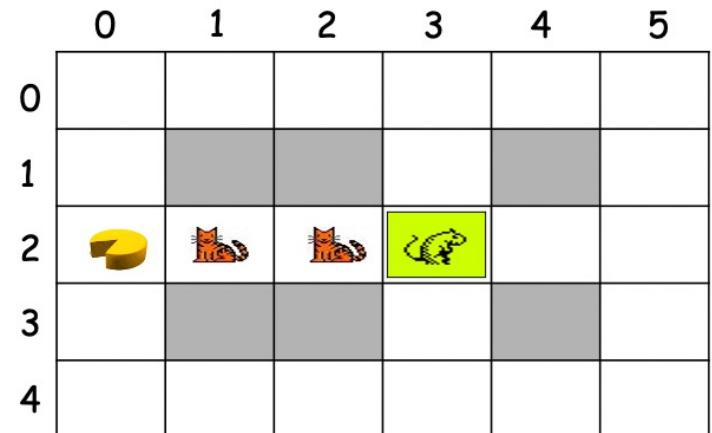
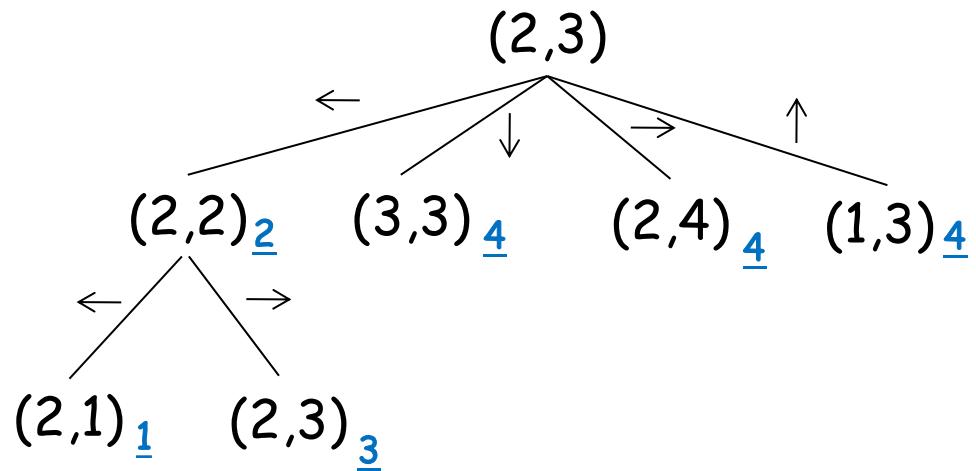


$h(n)$: suma de las distancias horizontales y verticales para alcanzar el queso. Distancia de Manhattan
No evite devolverse

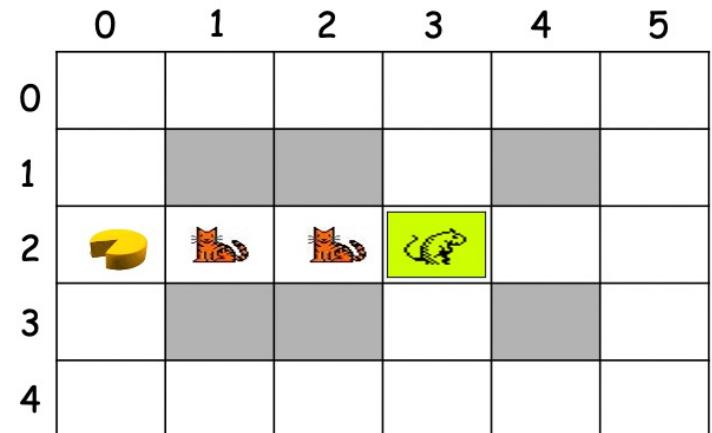
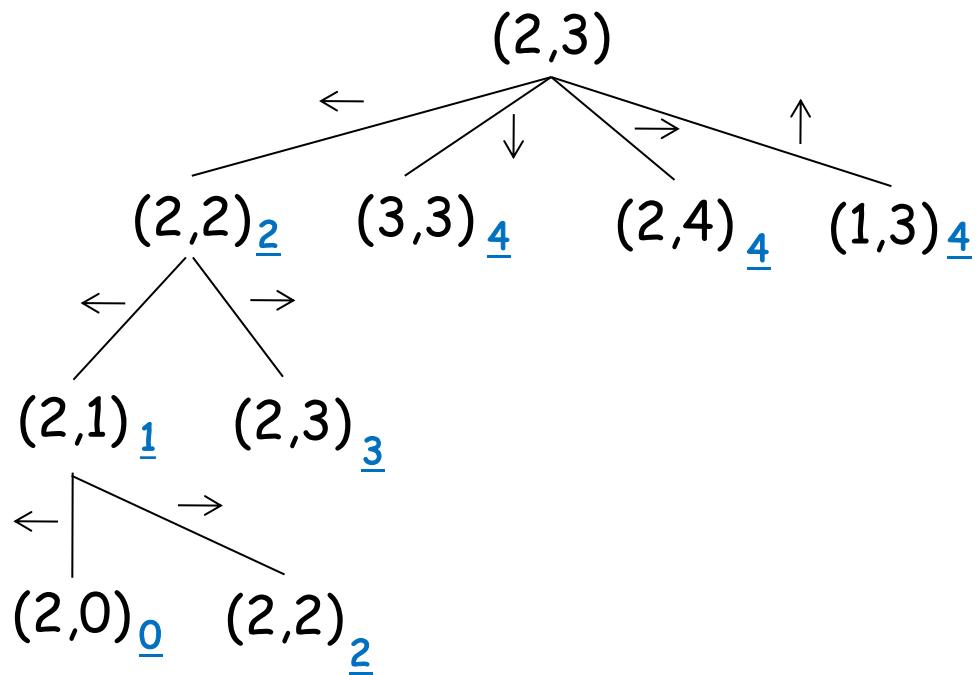
Búsqueda informada



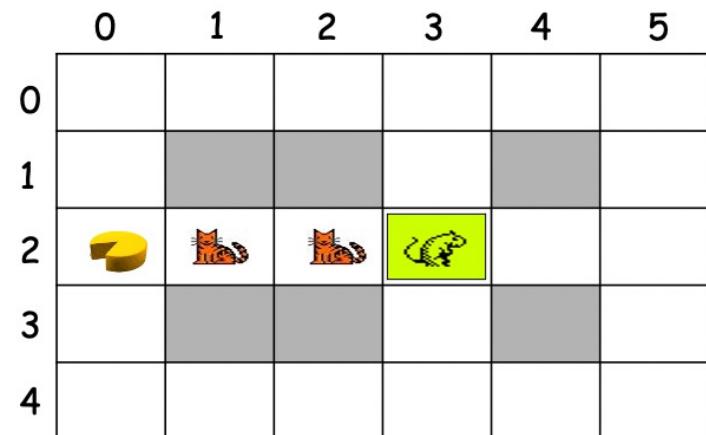
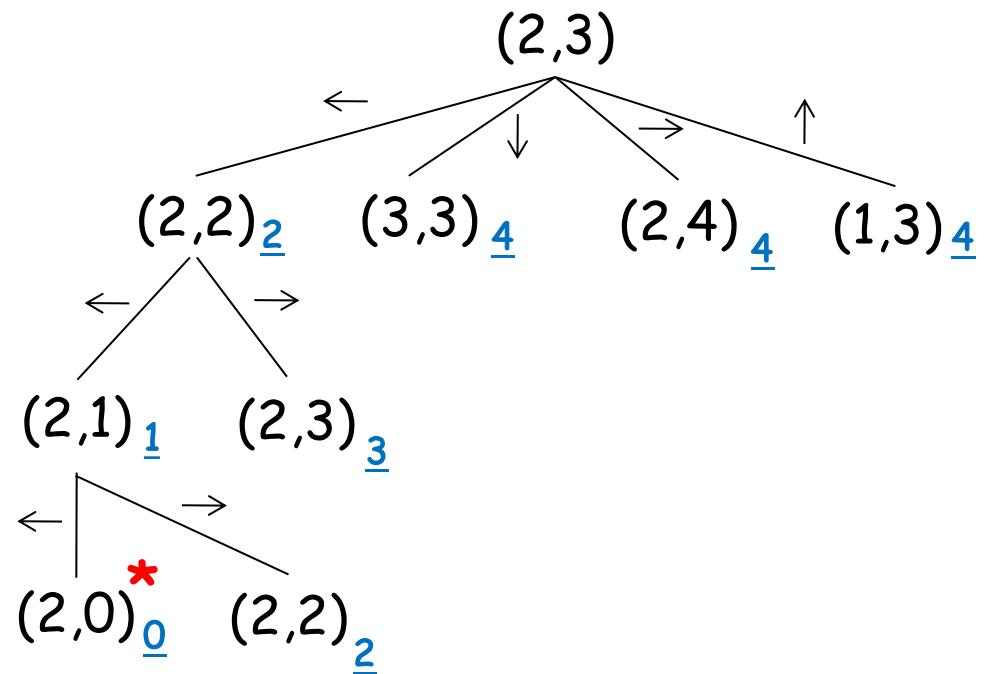
Búsqueda informada



Búsqueda informada

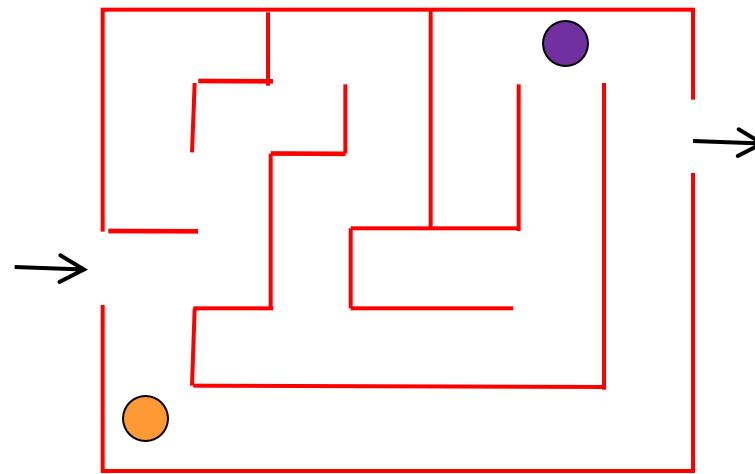


Búsqueda informada



Búsqueda informada

- Definir una heurística
- Aplicar búsqueda avara

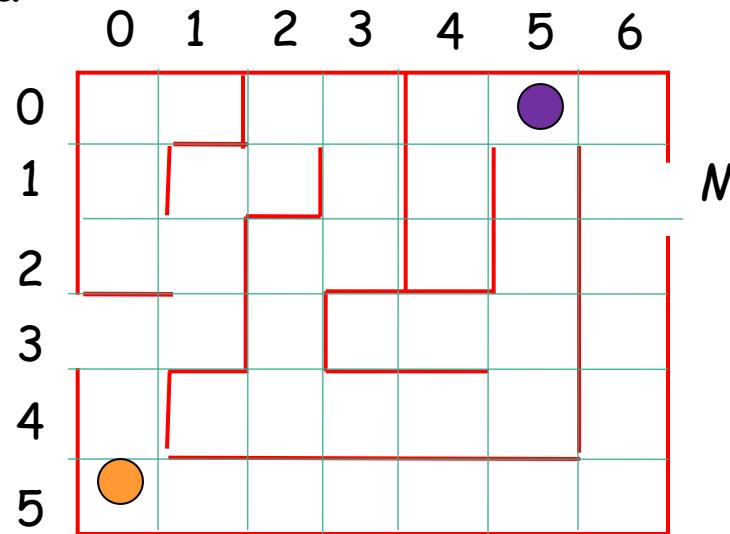


¿Cuál está más distante de la meta?

¿Cómo lo sabe?

Búsqueda informada

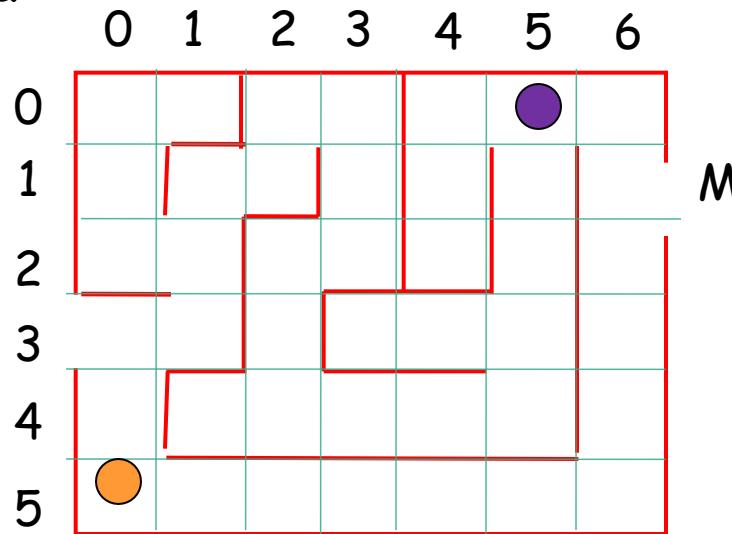
- Definir una heurística
- Aplicar búsqueda avara



¿Cuál está más distante de la meta?
¿Cómo lo sabe?

Búsqueda informada

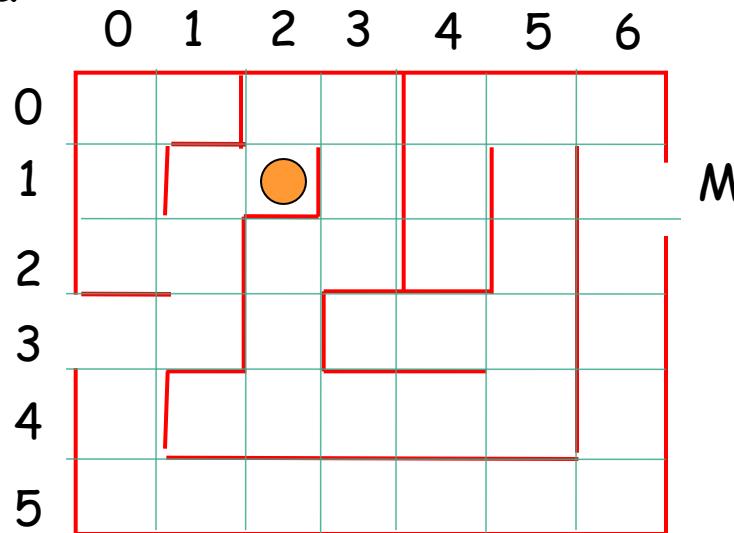
- Definir una heurística
- Aplicar búsqueda avara



$h(n)$: suma de las distancias horizontales y verticales para alcanzar la salida. Distancia de Manhattan

Búsqueda informada

- Definir una heurística
- Aplicar búsqueda avara



Búsqueda informada

Aplicar búsqueda Avara

Agente Minero. Indique el camino que sigue el agente.

No evite devolverse

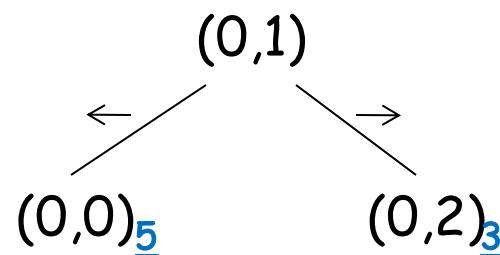
	0	1	2	3
0				
1				
2				



Punto de inicio

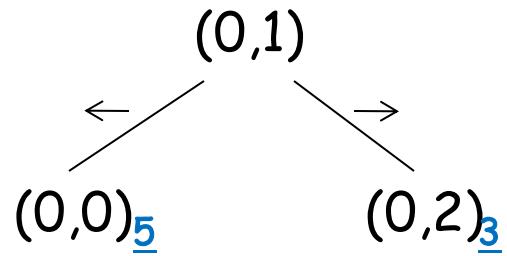


Lingote



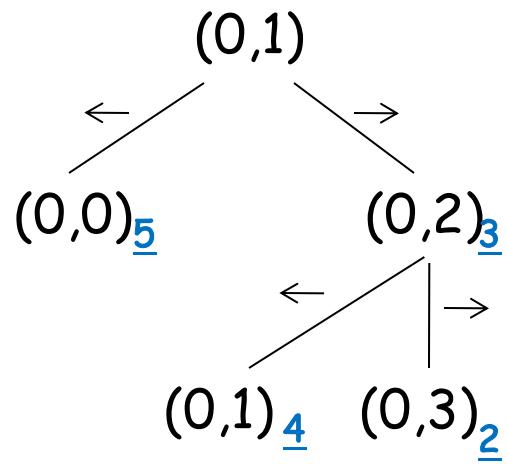
- Utilice Manhattan

Búsqueda informada



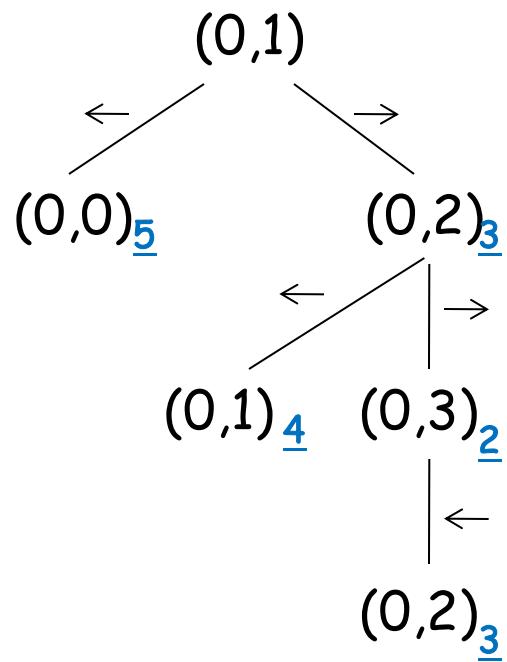
	0	1	2	3
0				
1				
2				

Búsqueda informada



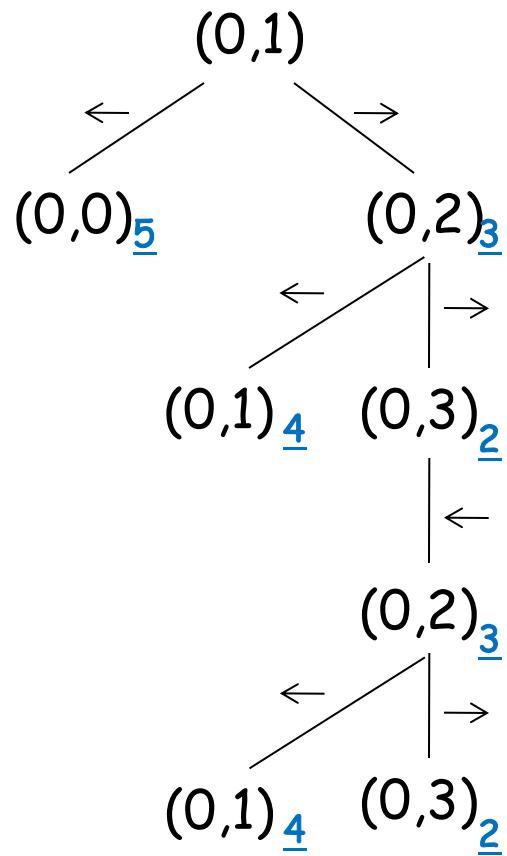
	0	1	2	3
0				
1				
2				

Búsqueda informada



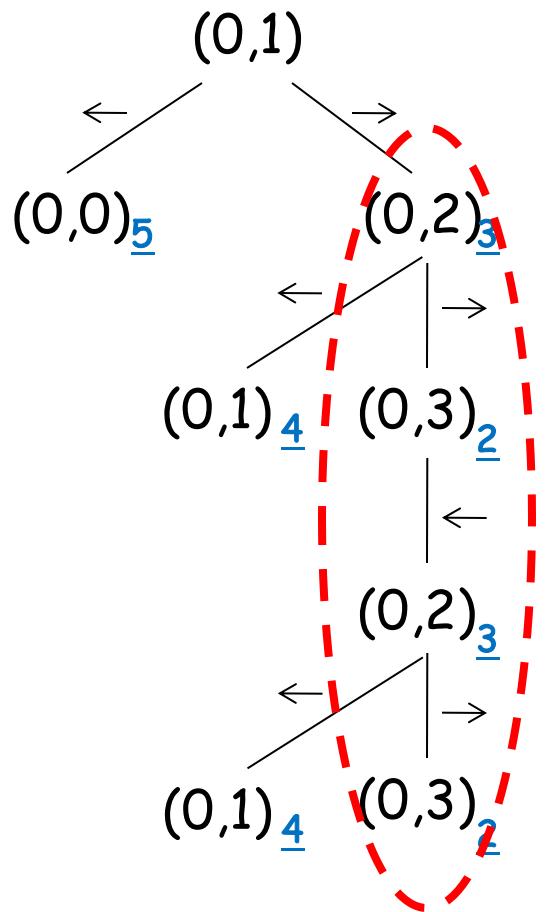
	0	1	2	3
0				
1				
2				

Búsqueda informada



	0	1	2	3
0				
1				
2				

Búsqueda informada



0	1	2	3
0			
1			
2			

Búsqueda avara se queda en un ciclo

Búsqueda informada

Aplicar búsqueda Avara

El ratón inteligente.

- Llegar a una casilla libre cuesta 1
- Llegar a una casilla donde hay gato cuesta 5
- Llegar a una casilla donde hay ratonera cuesta 3

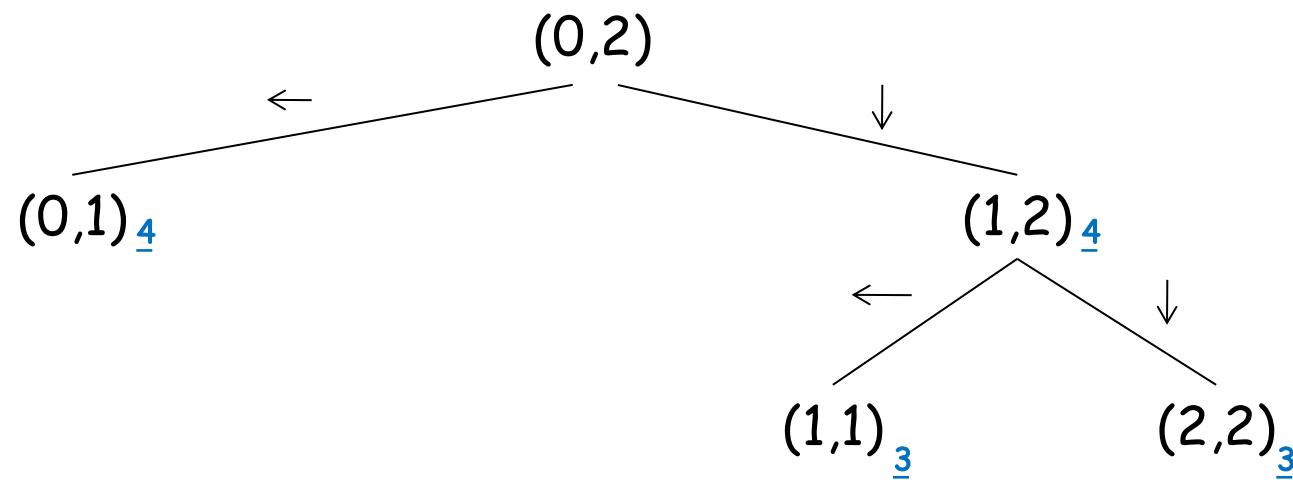
	0	1	2
0			
1			
2			
3			
4			

Evite devolverse

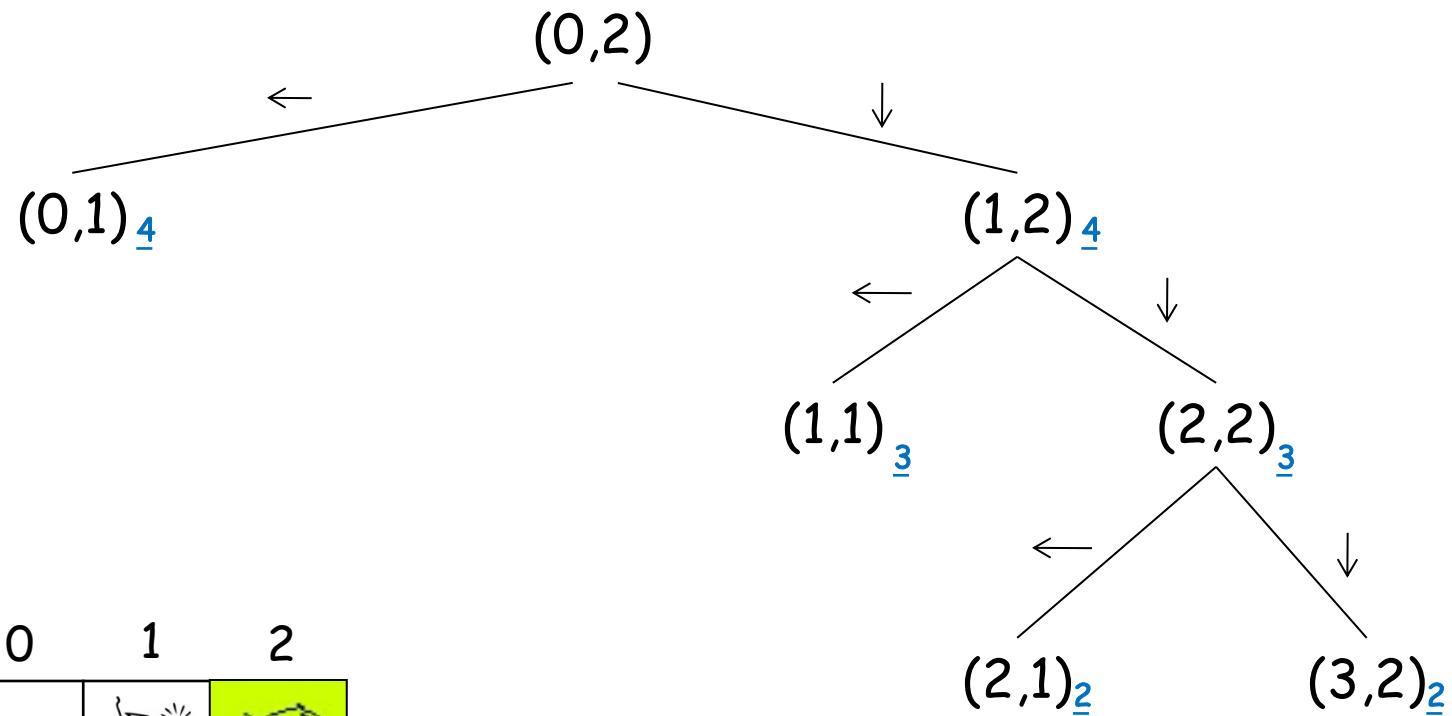
- Utilice Manhattan

$(0,2)$  $(0,1) \underline{4}$  $(1,2) \underline{4}$

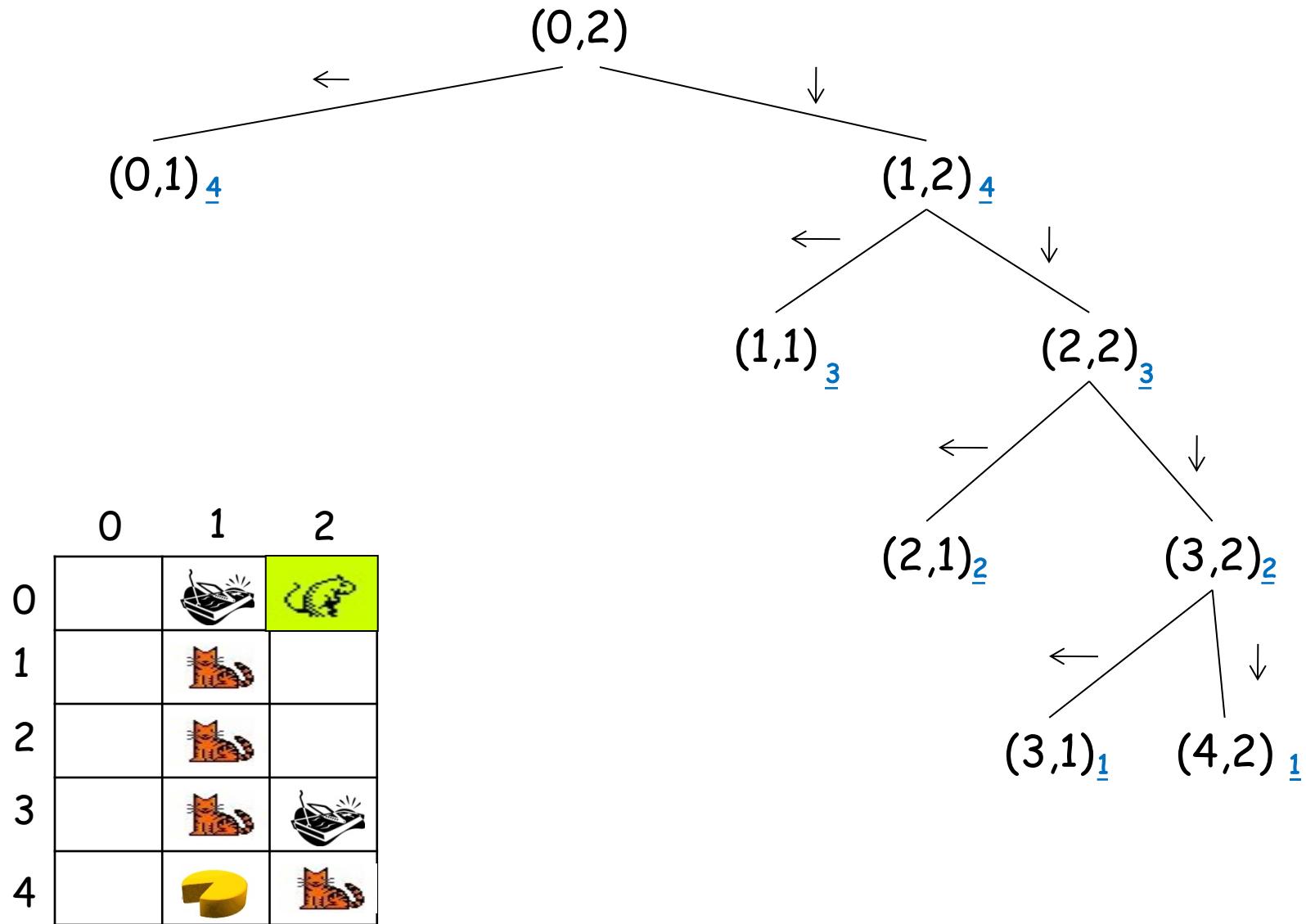
	0	1	2
0			
1			
2			
3			
4			

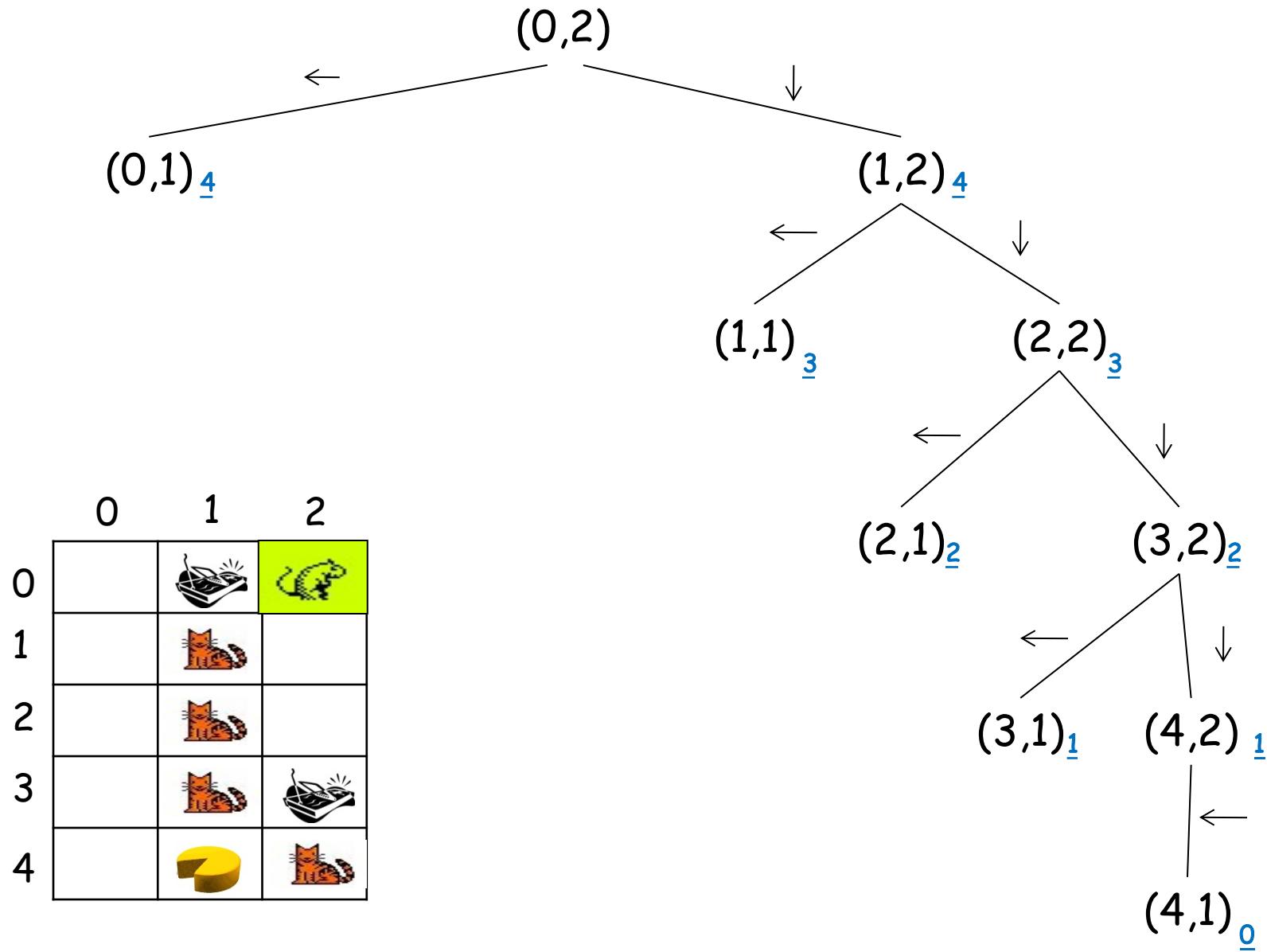


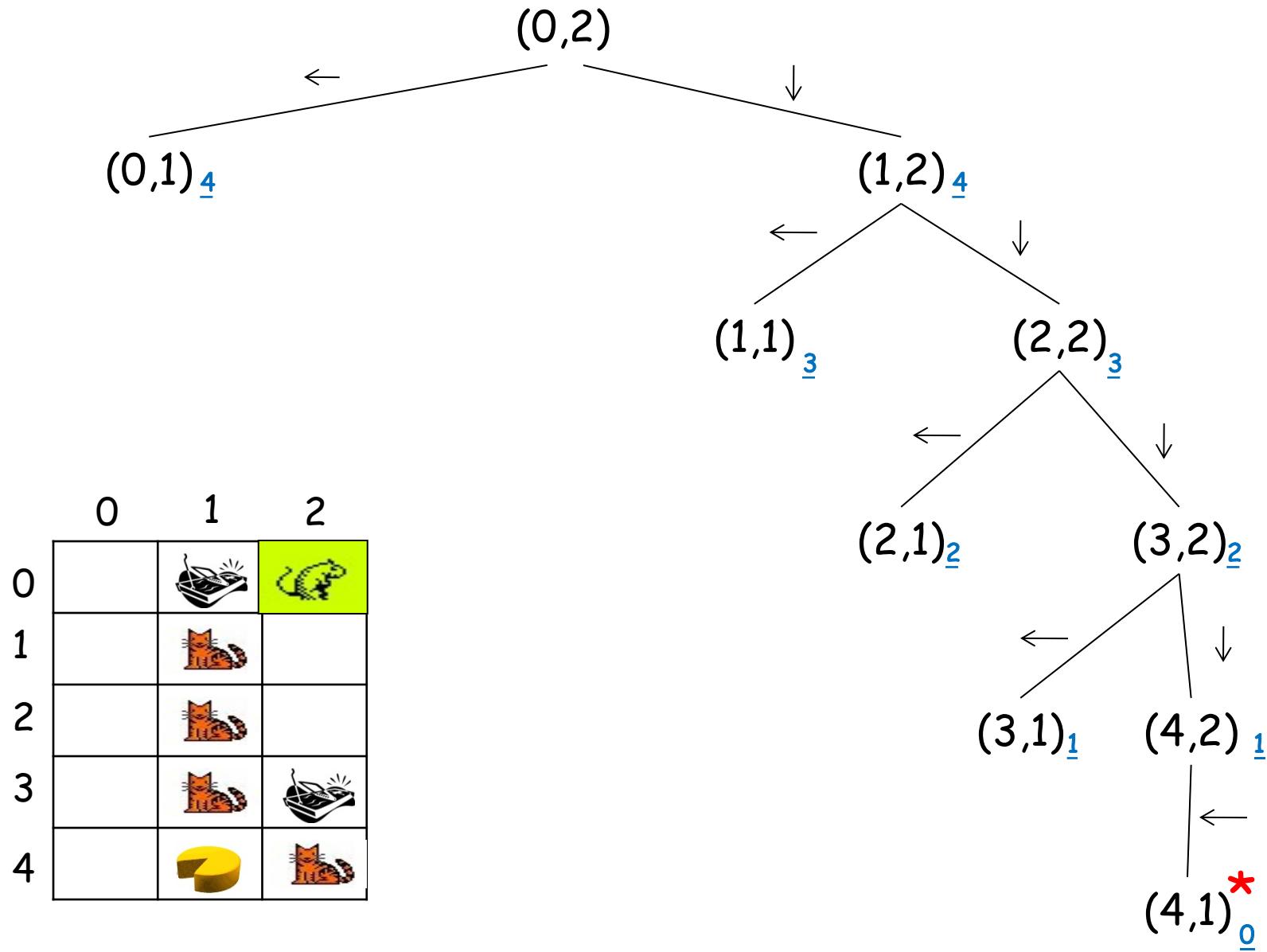
	0	1	2
0			
1			
2			
3			
4			

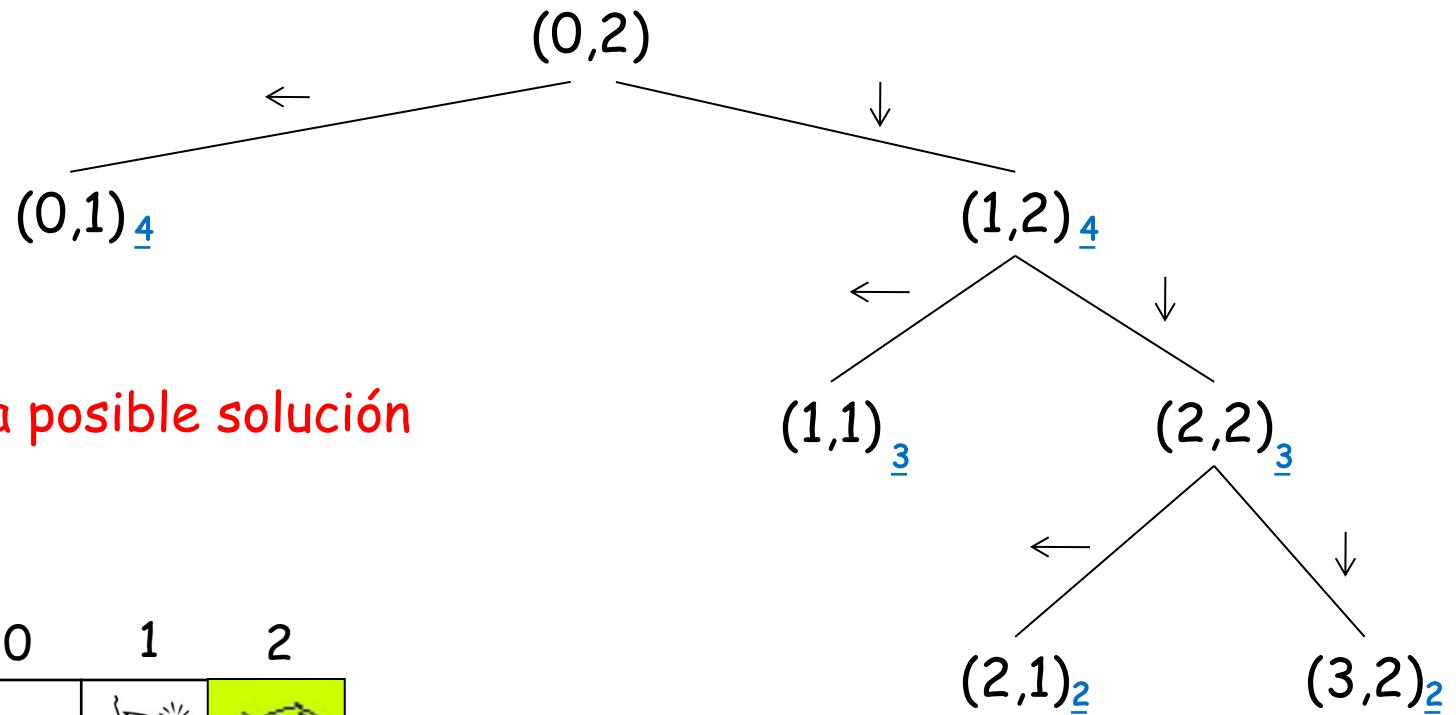


	0	1	2
0			
1			
2			
3			
4			







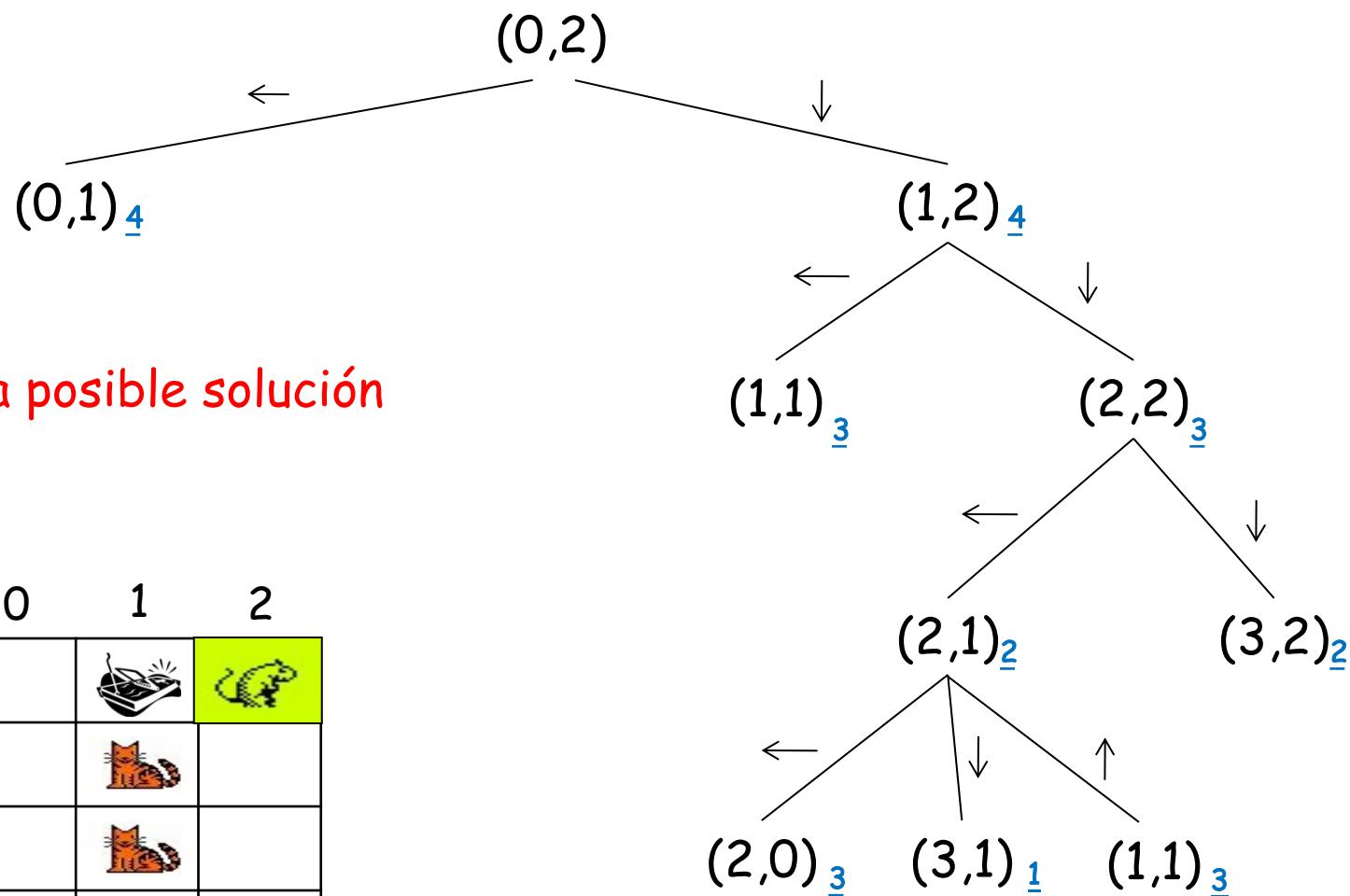


Otra posible solución

	0	1	2
0			
1			
2			
3			
4			

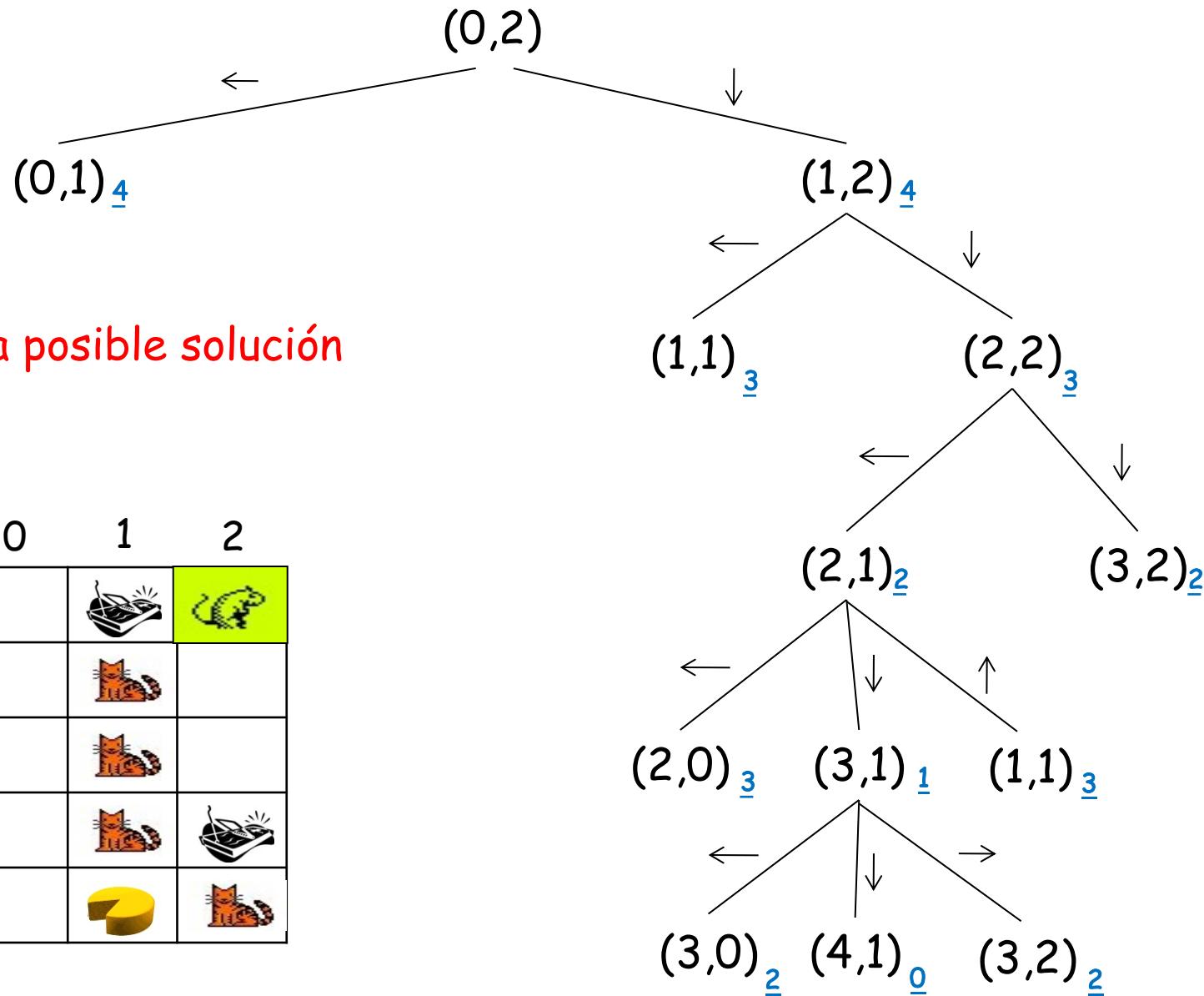
Otra posible solución

	0	1	2
0			
1			
2			
3			
4			



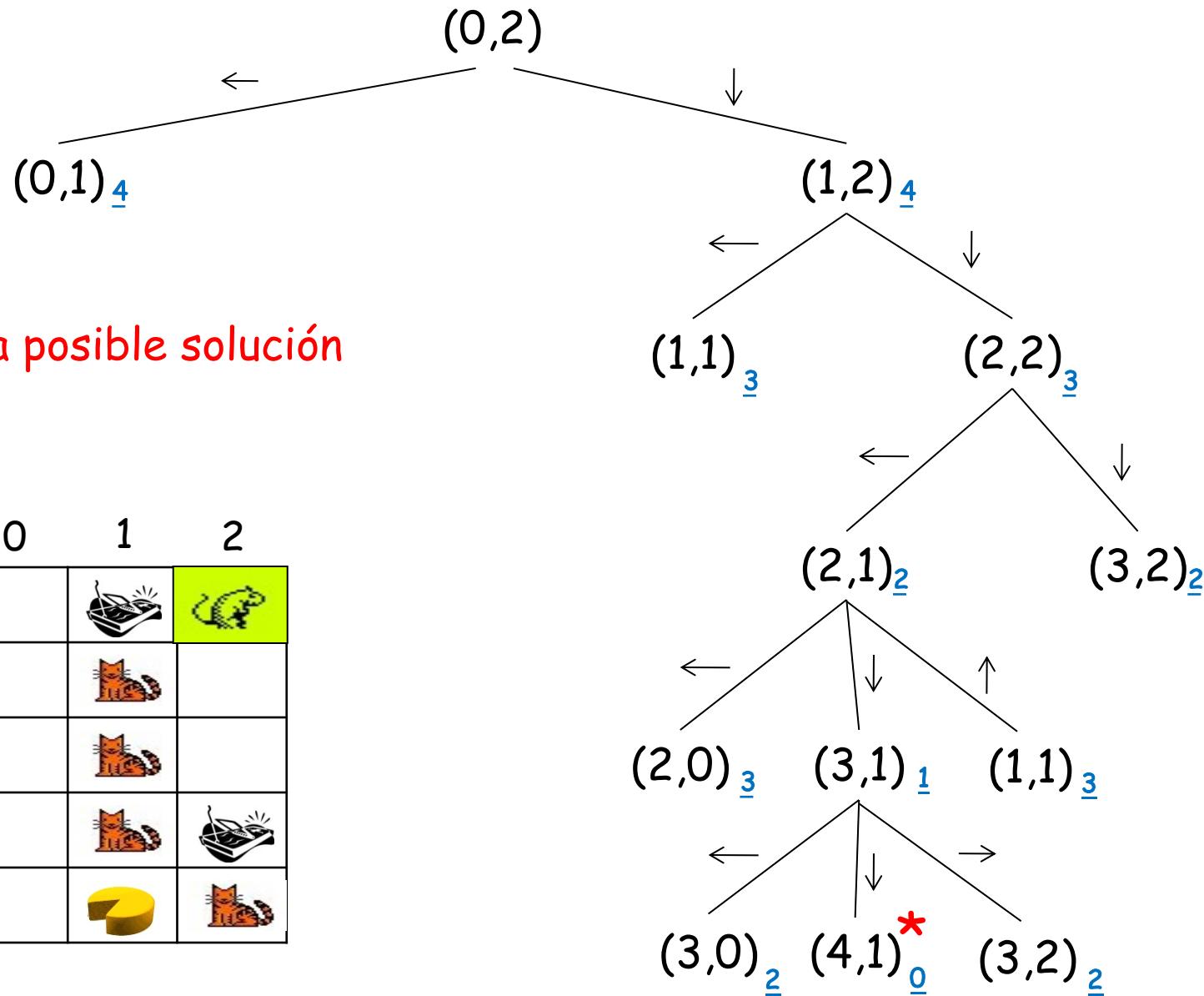
Otra posible solución

0	1	2
		
1		
2		
3		
4		



Otra posible solución

0	1	2
1		
2		
3		
4		



Búsqueda informada

Implementación

- Se puede implementar considerando la lista de nodos a expandir como una cola de prioridad, donde la prioridad es el valor de la heurística

Búsqueda informada

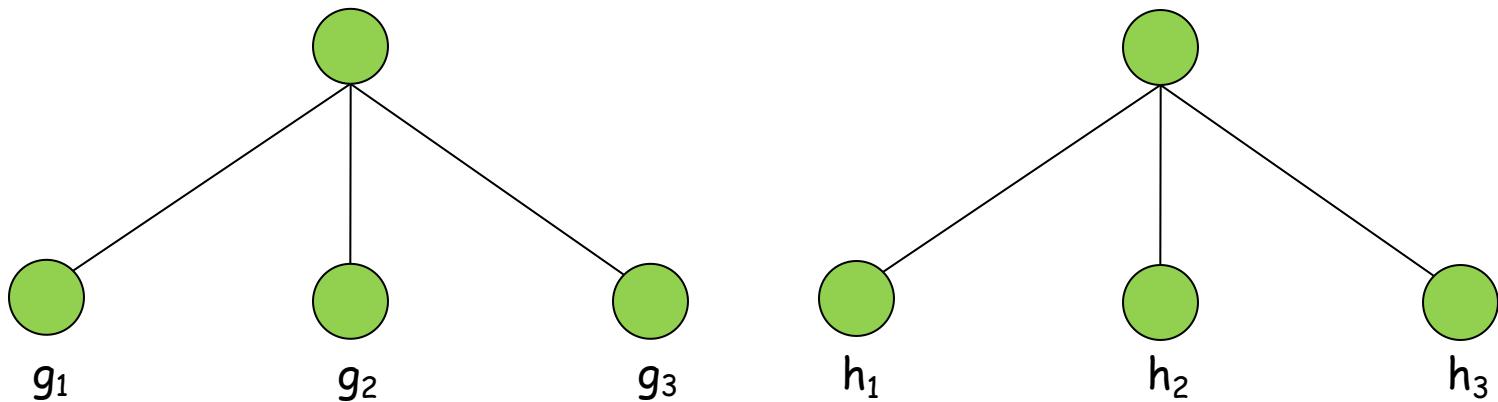
- **Completitud:** no, puede caer en ciclos
- **Complejidad temporal:** $O(b^d)$, exponencial
- **Complejidad espacial:** $O(b^d)$, exponencial
- **Solución óptima:** no, la función heurística no garantiza la solución óptima

Búsqueda informada

- ¿Cuál es la diferencia entre costo uniforme y avara?

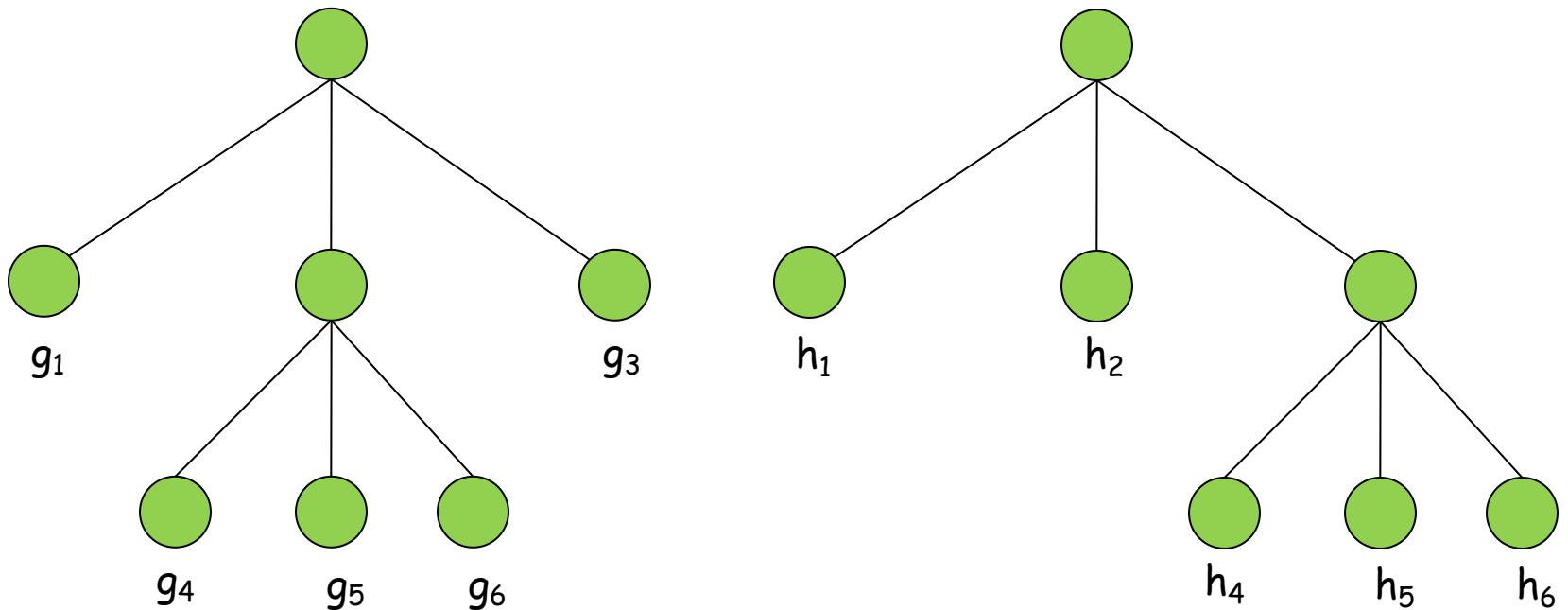
Búsqueda informada

- ¿Cuál es la diferencia entre costo uniforme y avara?

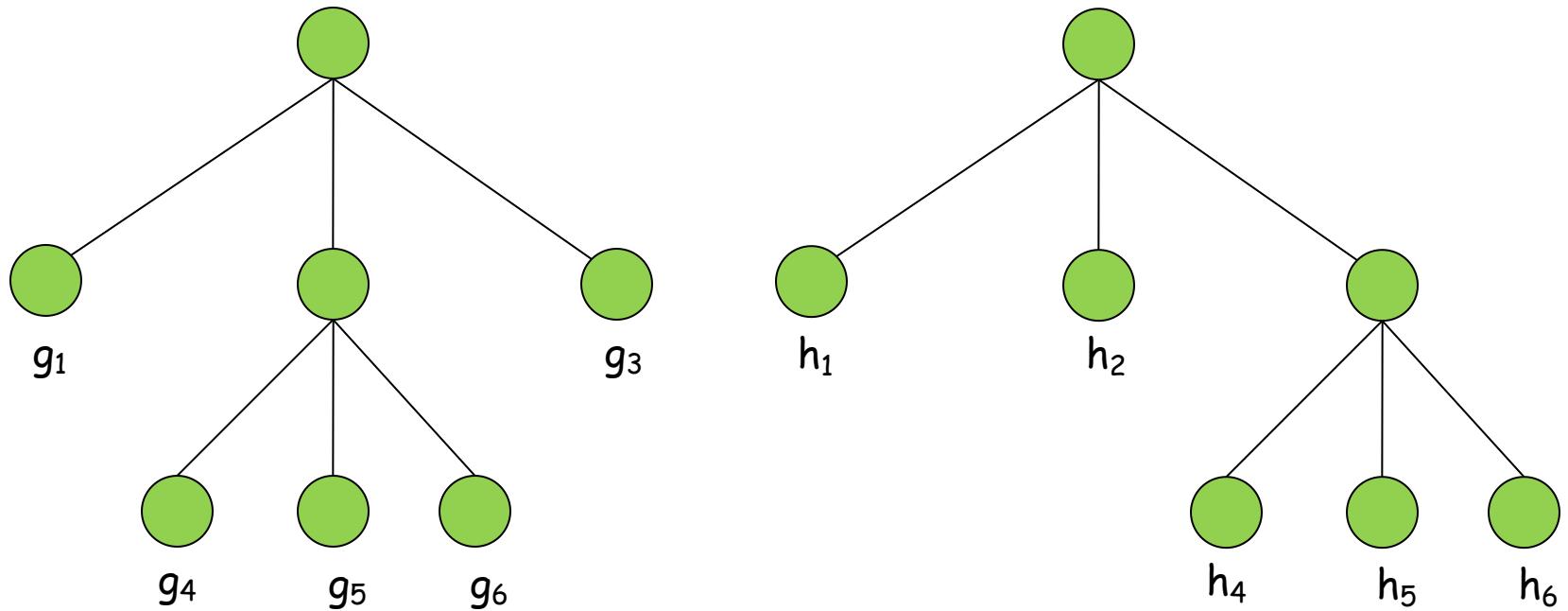


Búsqueda informada

- ¿Cuál es la diferencia entre costo uniforme y avara?

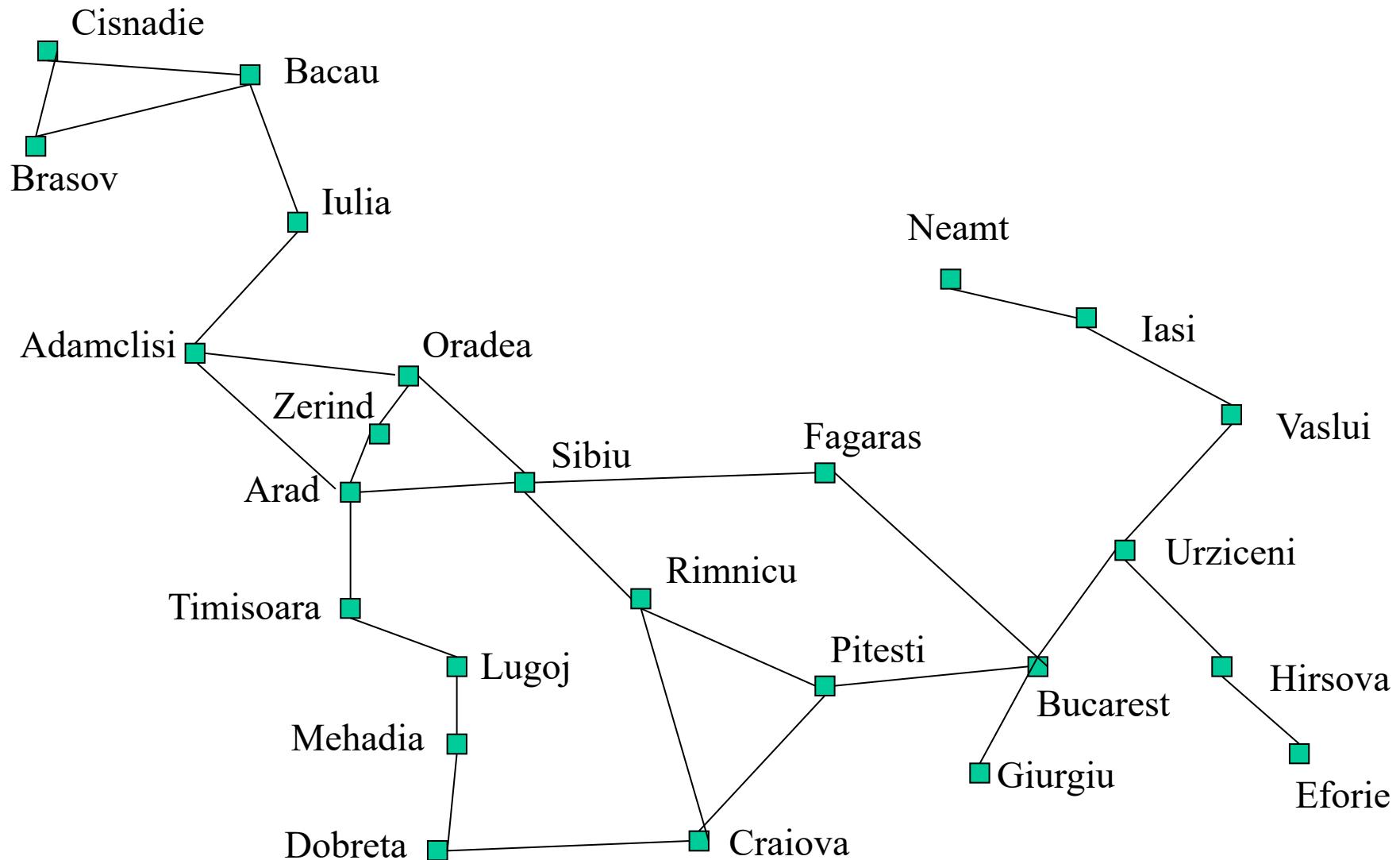


Búsqueda informada

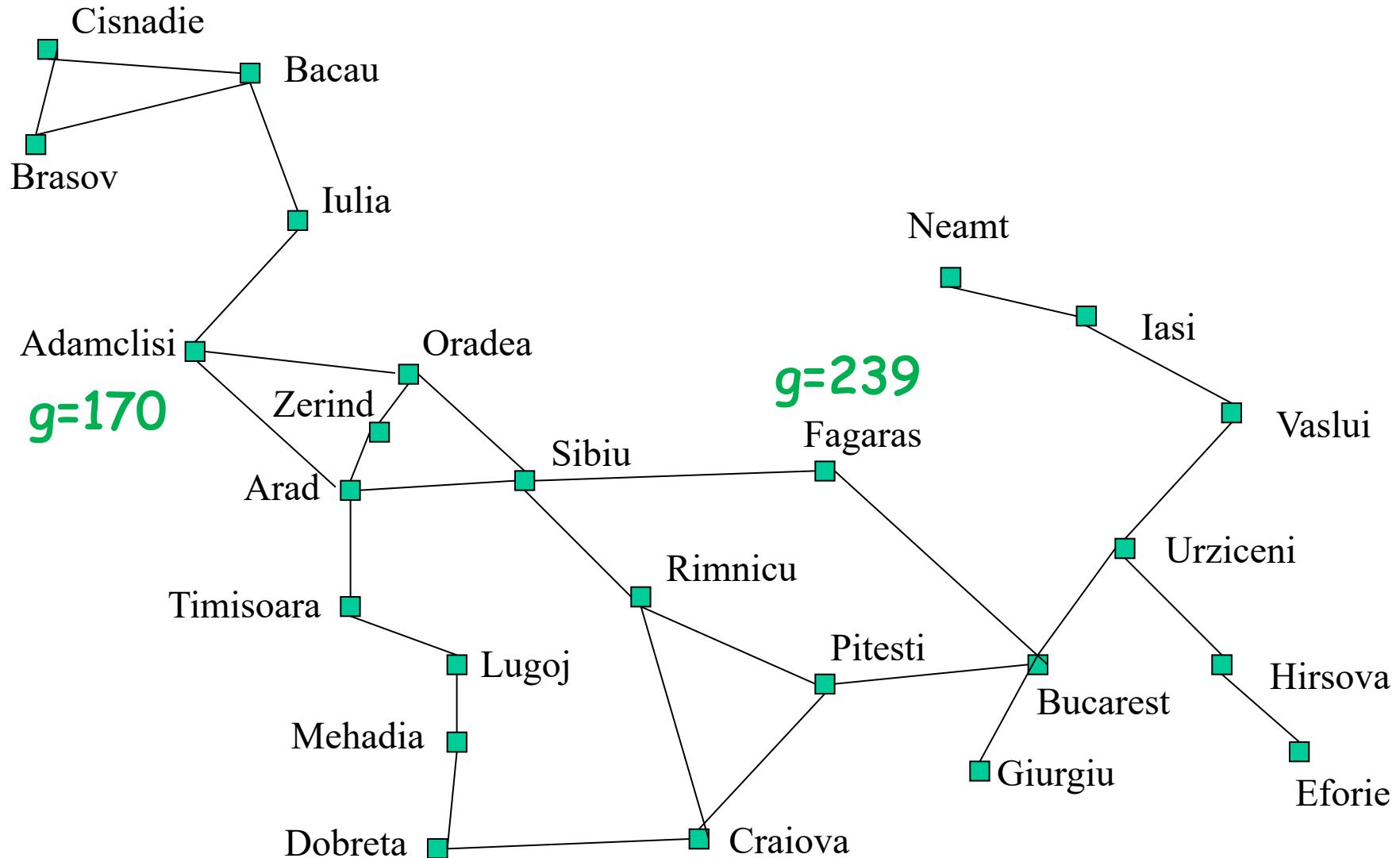


	0	1	2	3
0				
1				
2				
3				
4				

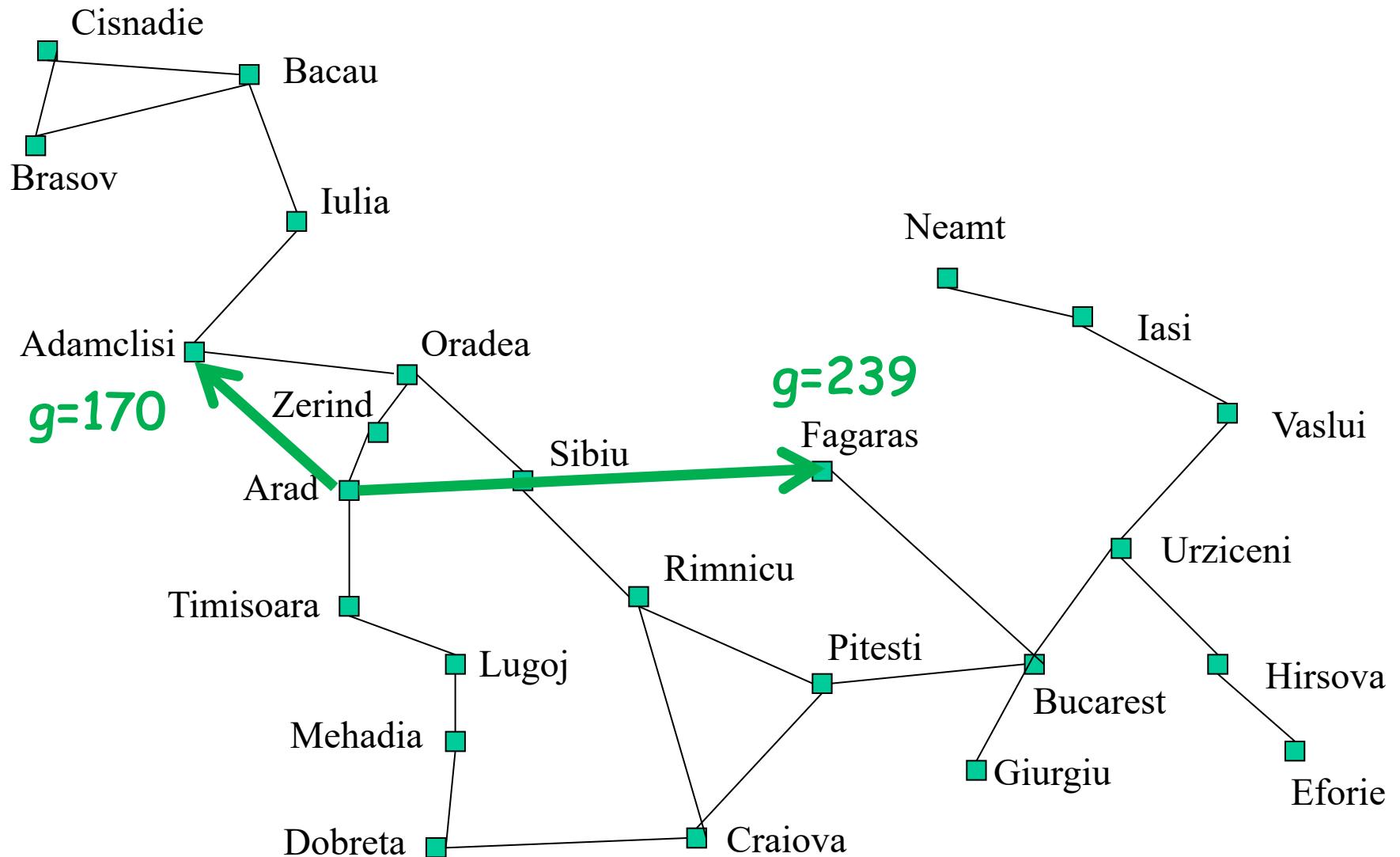
Búsqueda informada



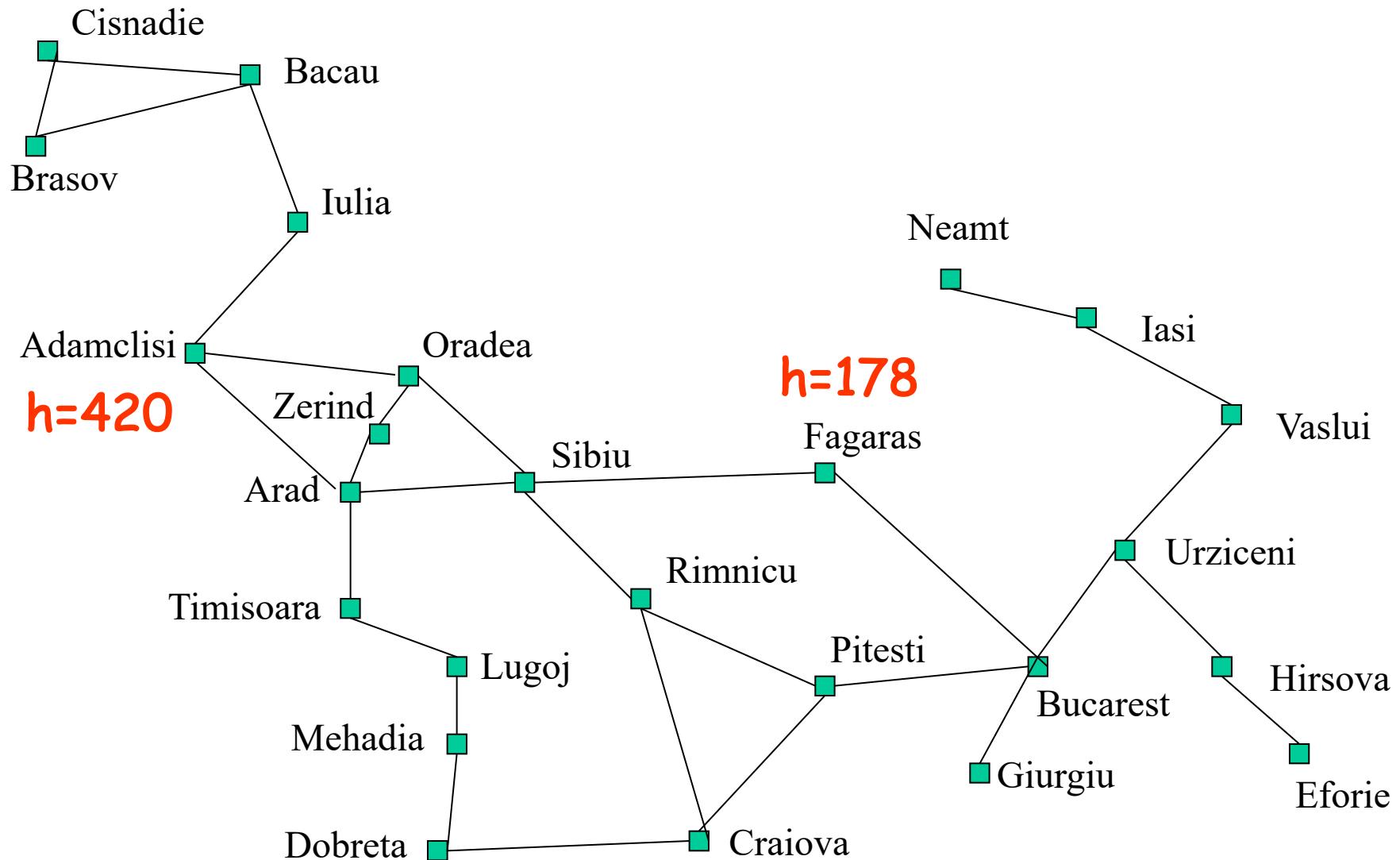
Búsqueda informada



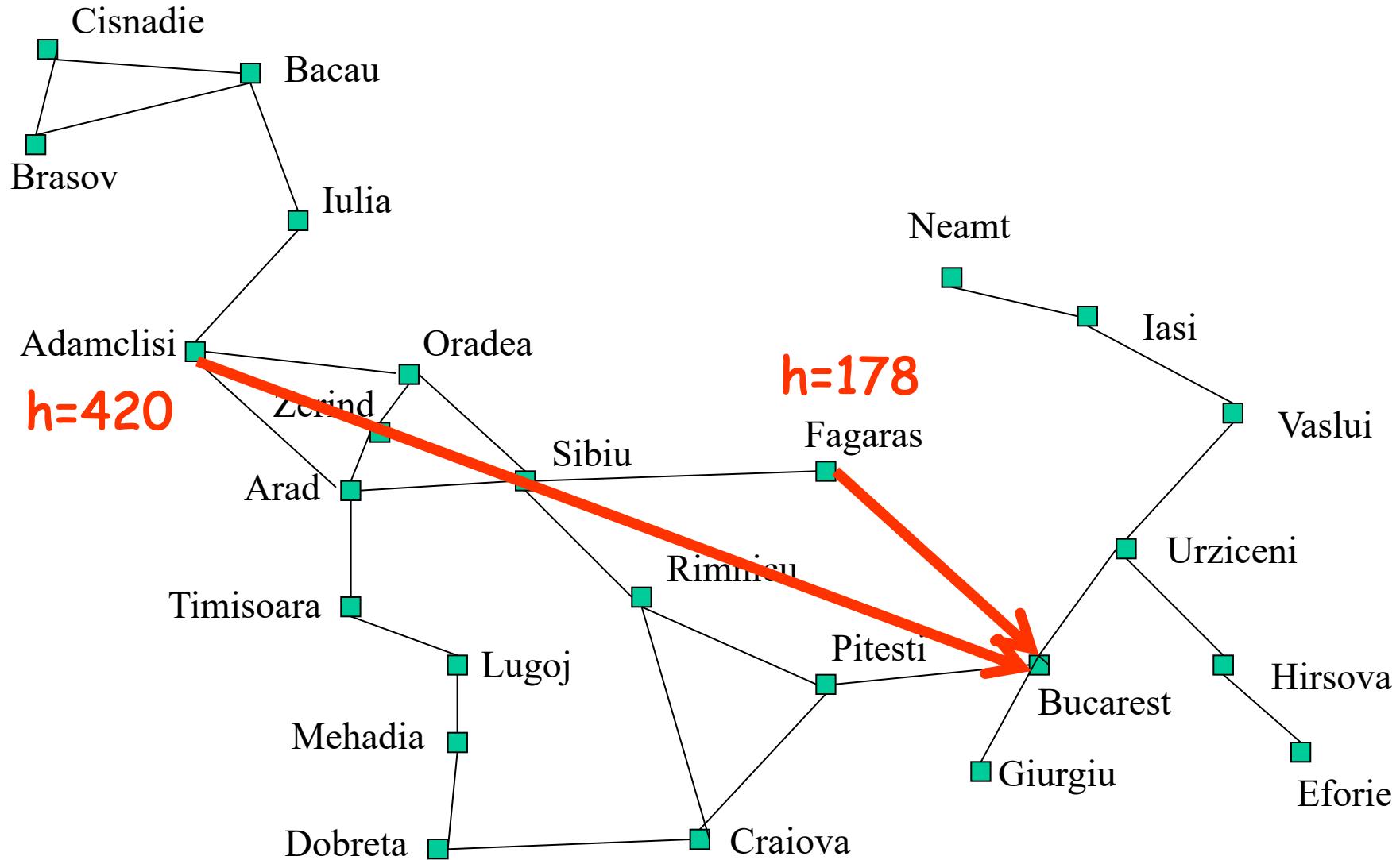
Búsqueda informada



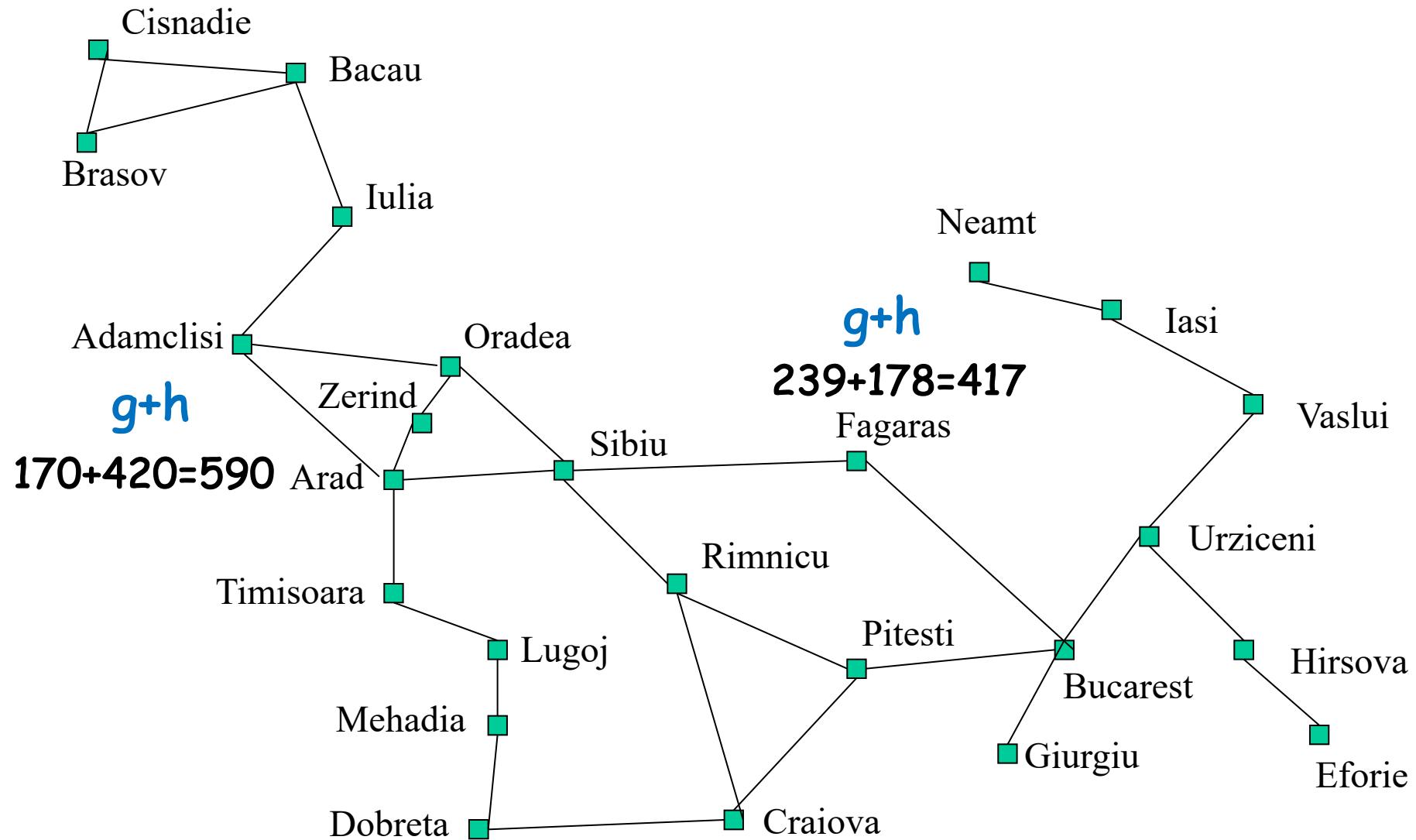
Búsqueda informada



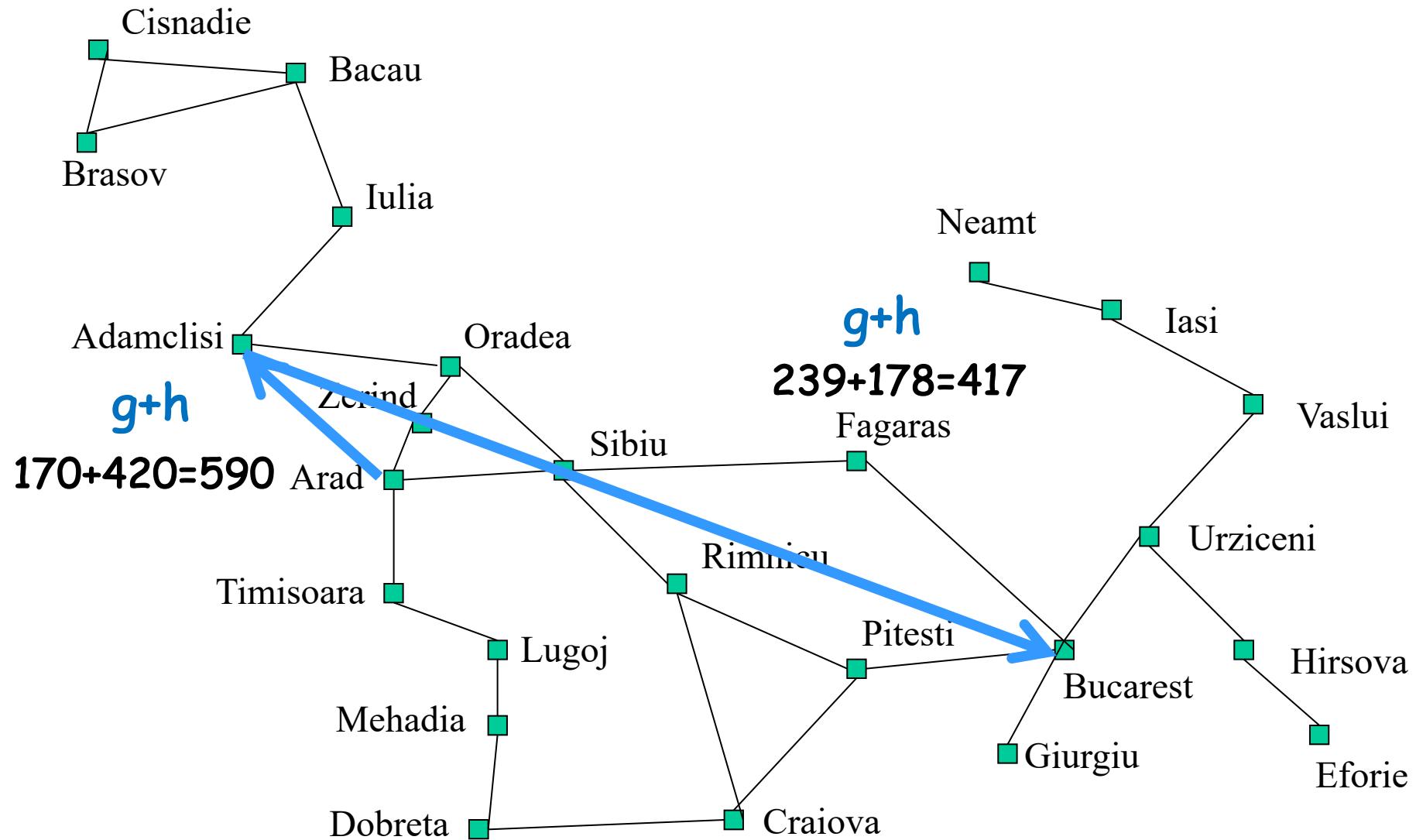
Búsqueda informada



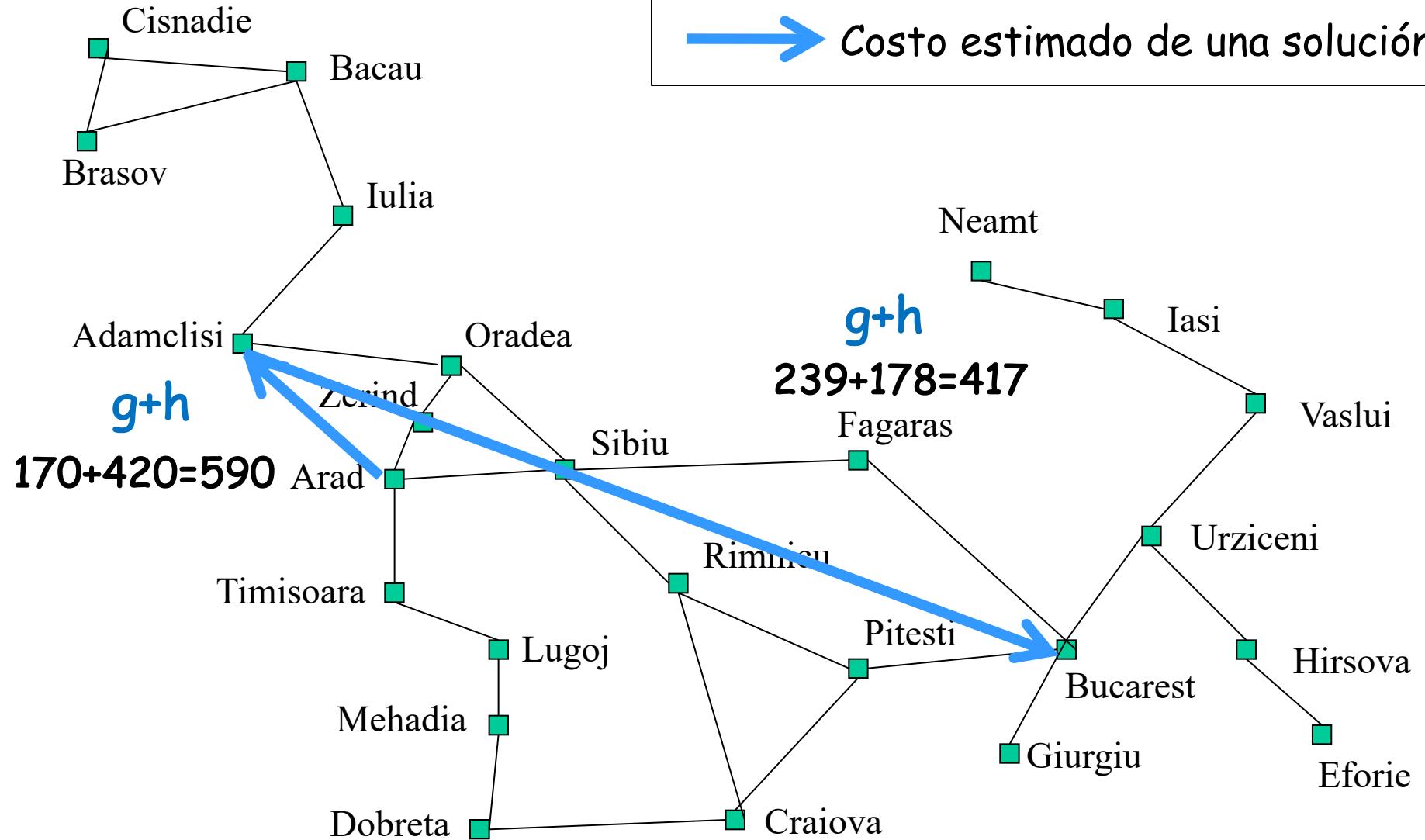
Búsqueda informada



Búsqueda informada



Búsqueda informada



Búsqueda informada

$g = 50.000, h = 100.000$



$g = 40.000, h = 120.000$



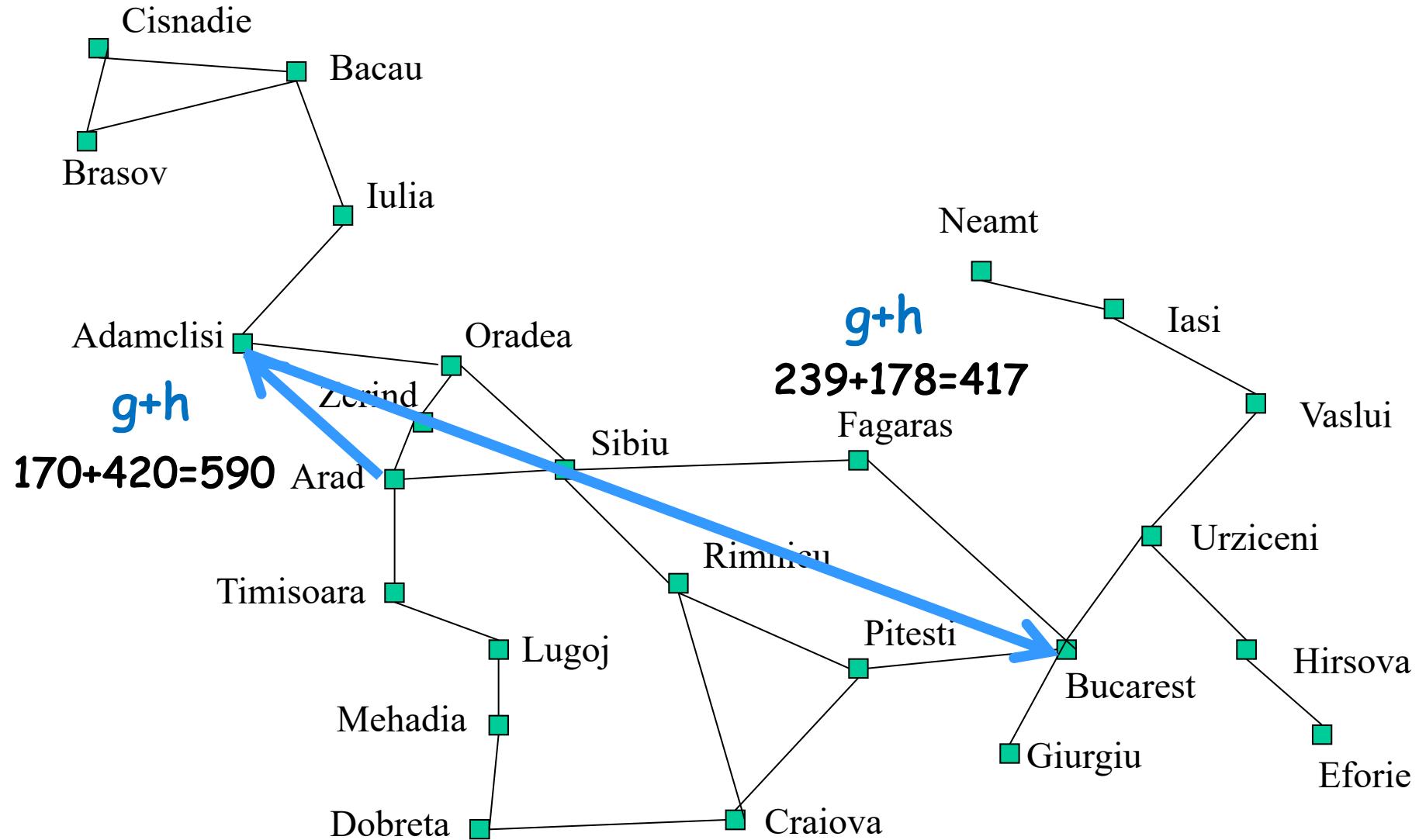
$g = 80.000, h = 100.000$



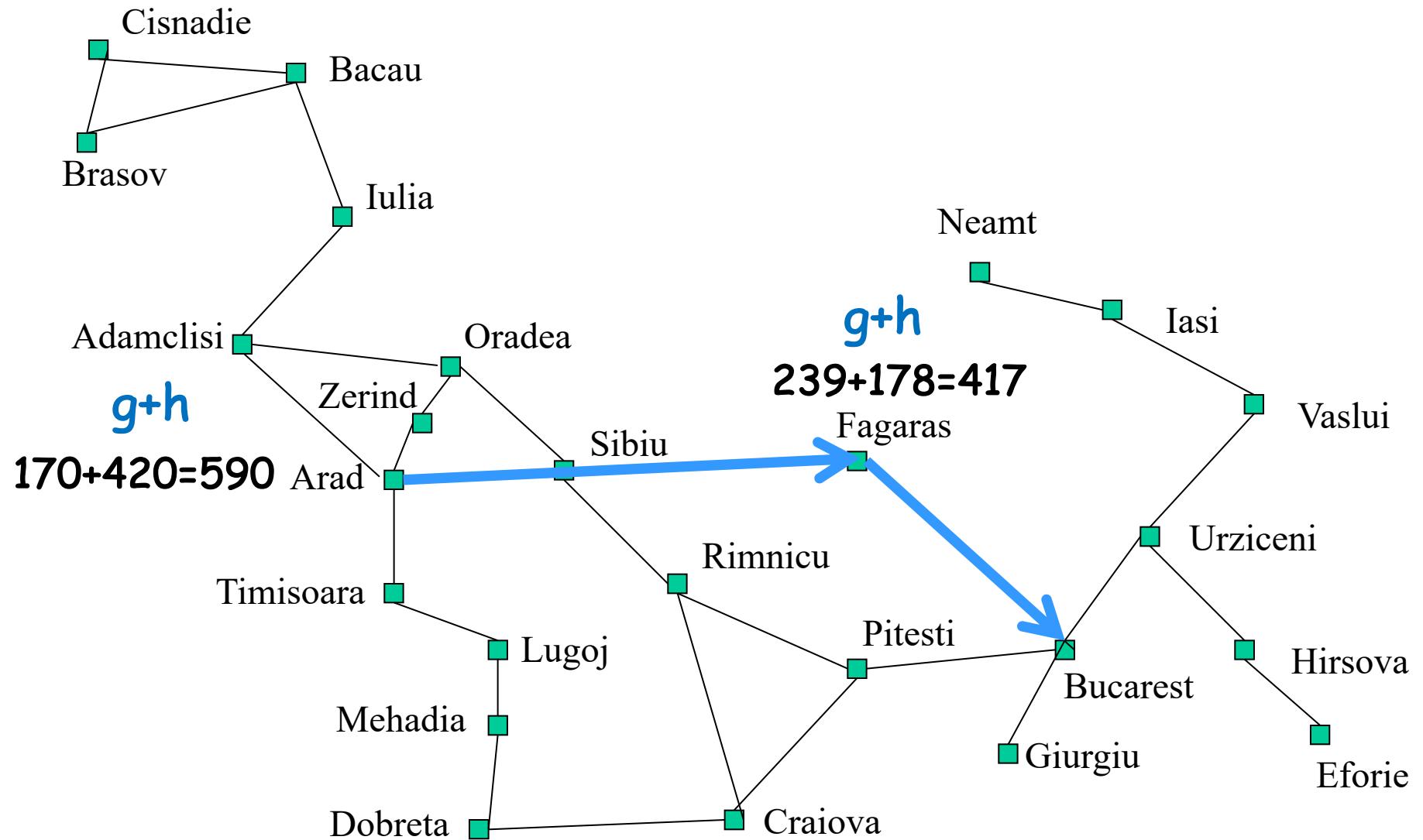
$g = 480.000, h = 20.000$



Búsqueda informada



Búsqueda informada



Búsqueda informada

Algoritmo A*

- Expandir el nodo con menor $f(n)$, esto es, aquel con el menor costo estimado para la solución

$$f(n) = g(n) + h(n)$$

Búsqueda informada

Aplicar A*

Agente Minero. Indique el camino que sigue el agente.

No evite devolverse

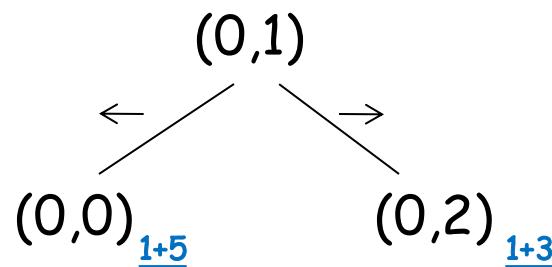


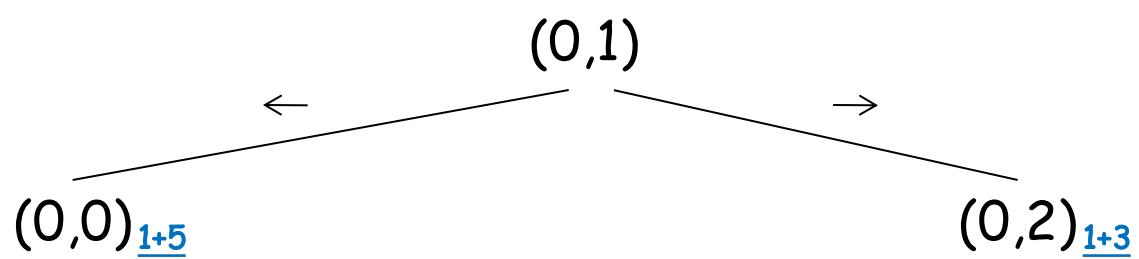
Punto de inicio



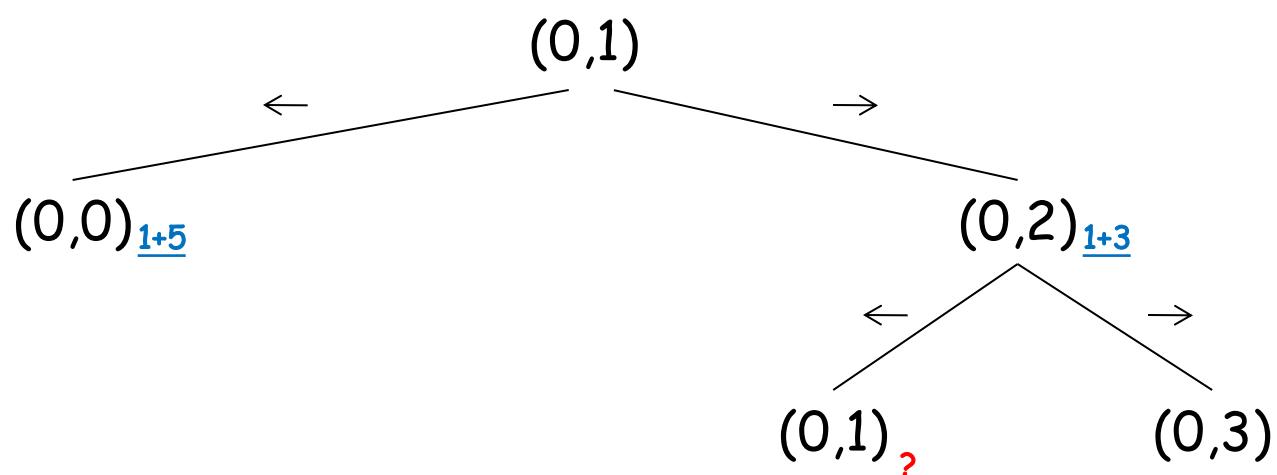
Lingote

	0	1	2	3
0				
1				
2				

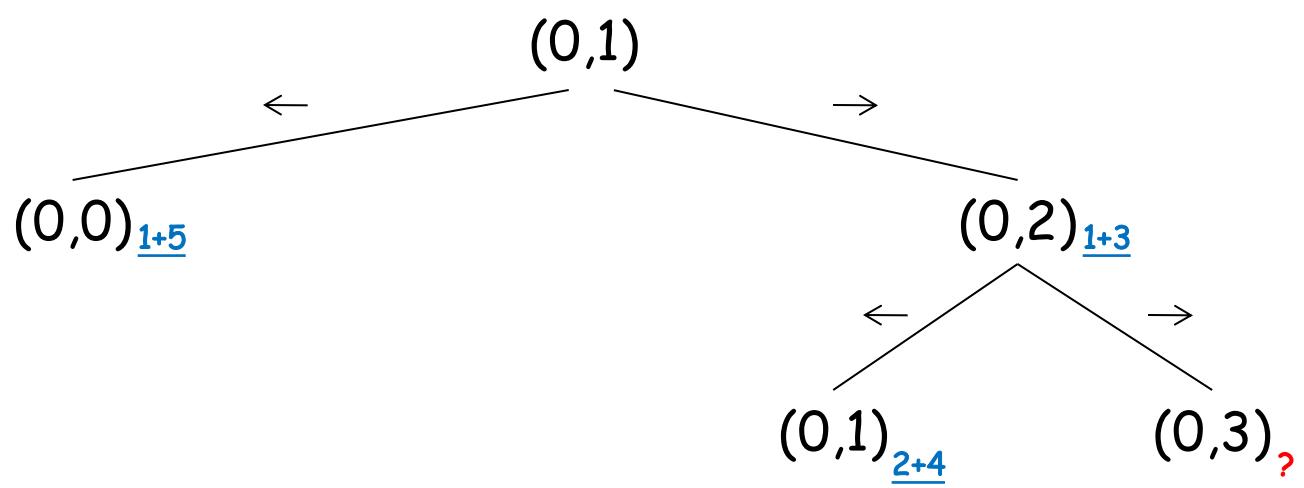




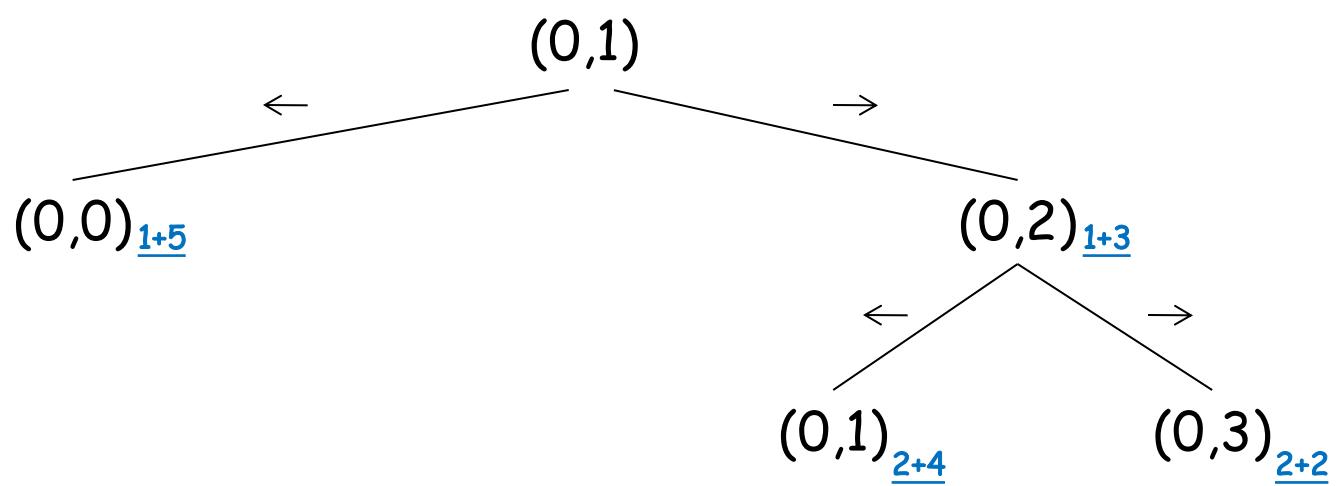
	0	1	2	3
0		█		
1		█	█	█
2				█



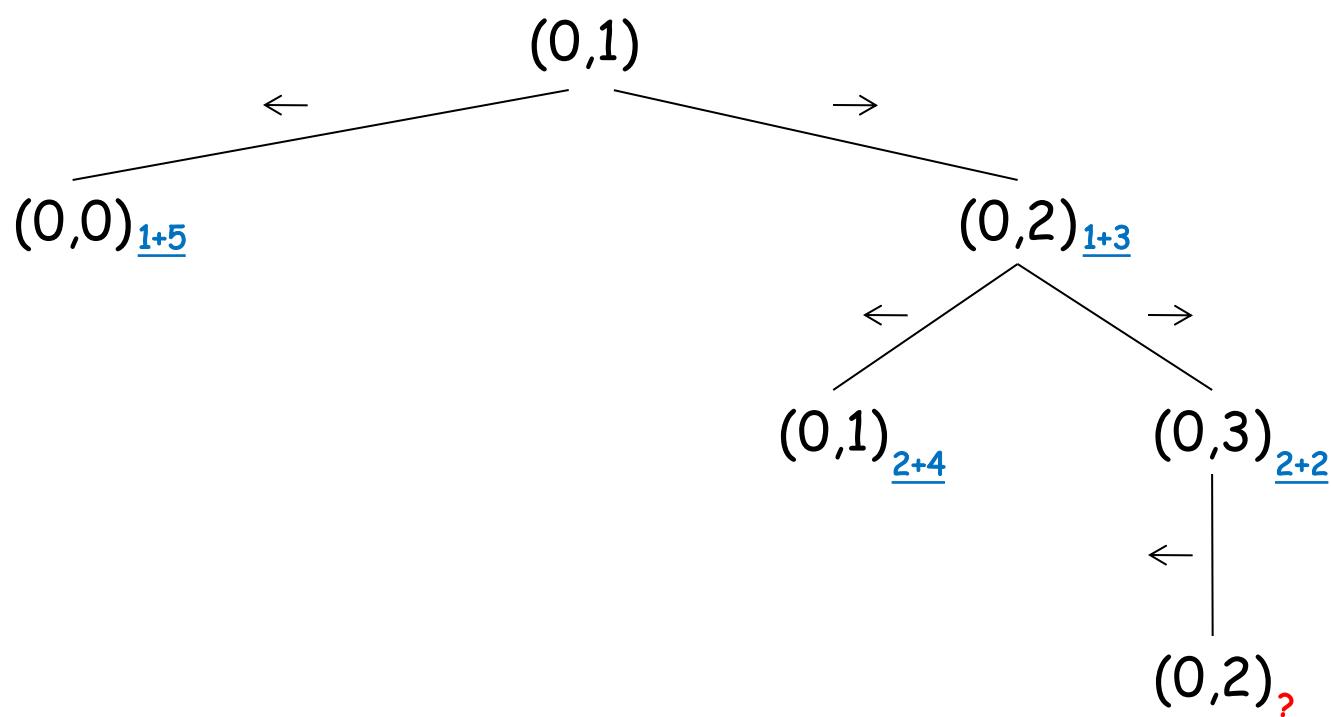
	0	1	2	3
0		■		
1		■	■	■
2				■



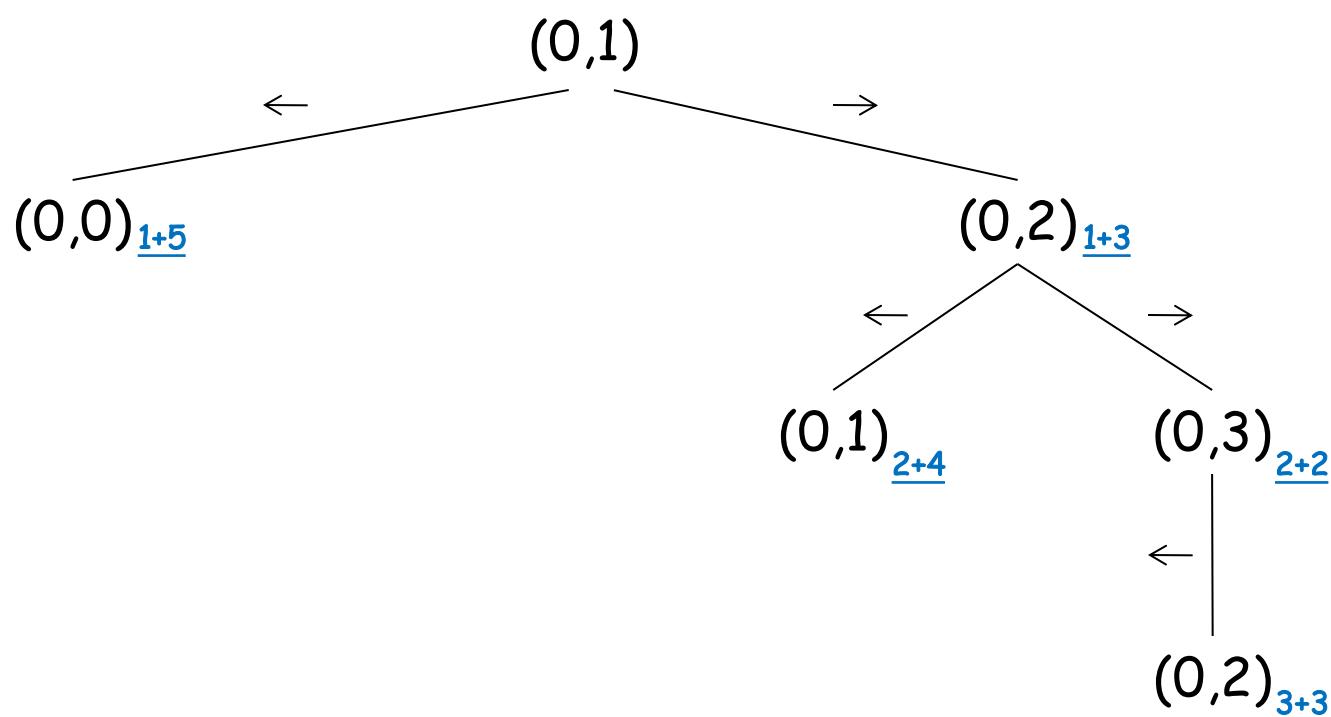
	0	1	2	3
0		■		
1		■	■	■
2				■



	0	1	2	3
0				
1				
2				



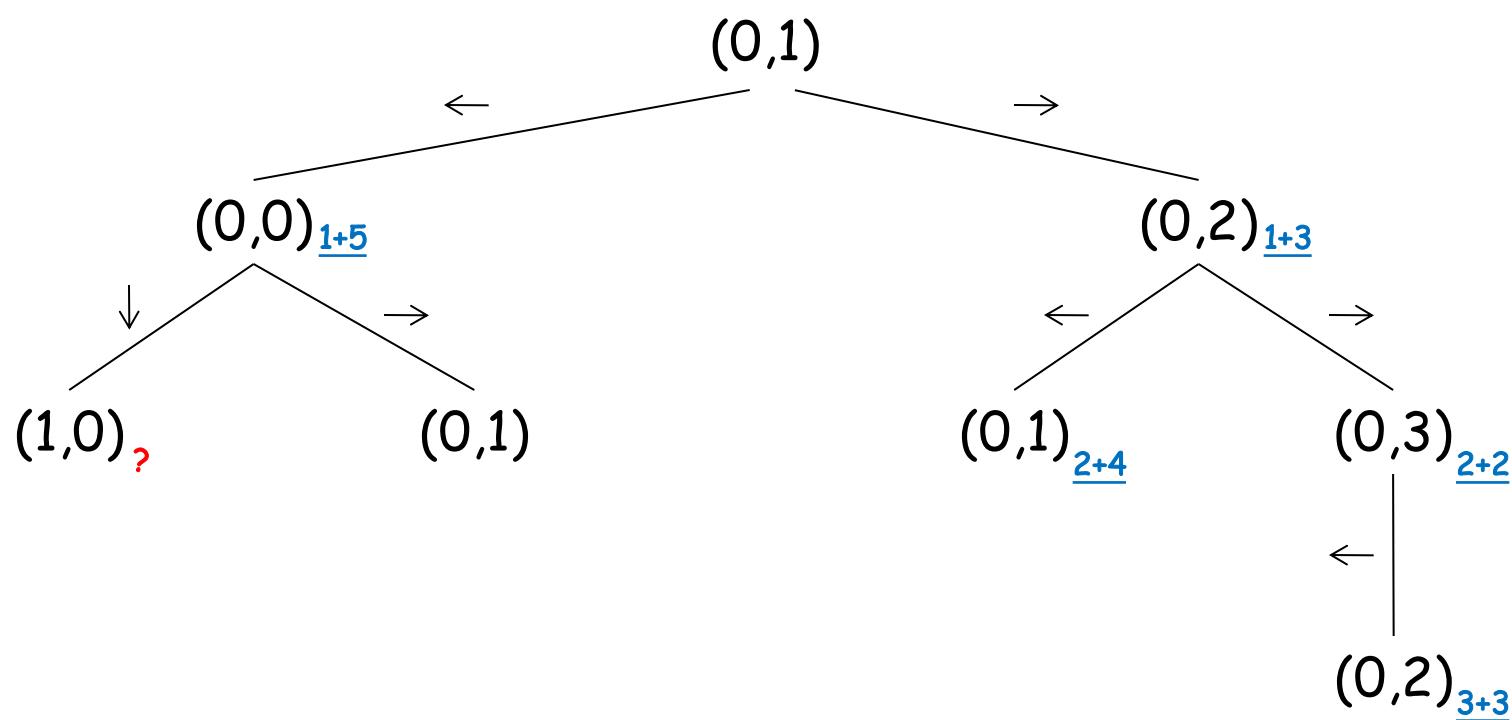
	0	1	2	3
0				
1				
2				



	0	1	2	3
0				
1				
2				

The table shows the following color mapping for the grid cells:

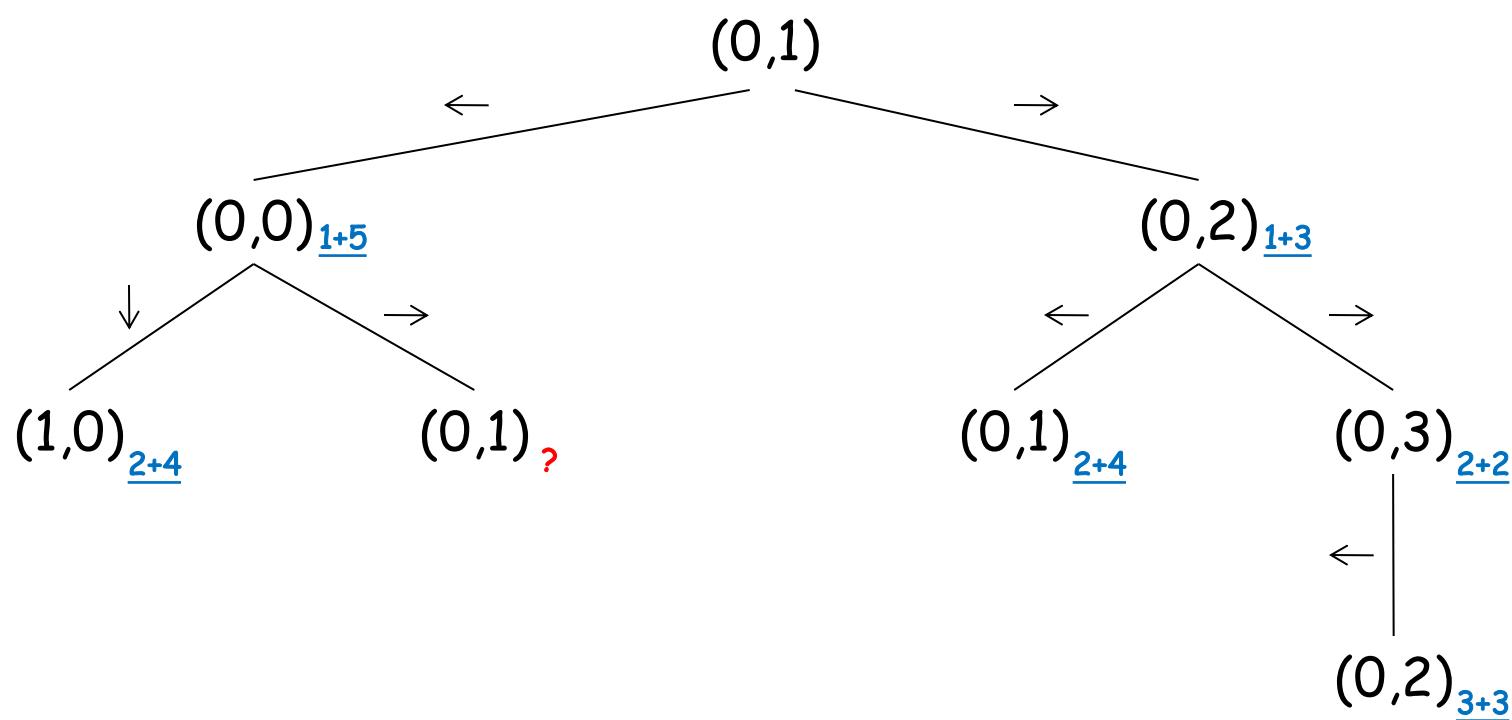
- Cell (0,0) is white.
- Cell (0,1) is red.
- Cells (0,2) and (0,3) are gray.
- Cell (1,0) is white.
- Cells (1,1), (1,2), and (1,3) are gray.
- Cell (2,0) is white.
- Cell (2,1) is white.
- Cell (2,2) is white.
- Cell (2,3) is yellow.



	0	1	2	3
0				
1				
2				

The table highlights specific cells in red, grey, and yellow:

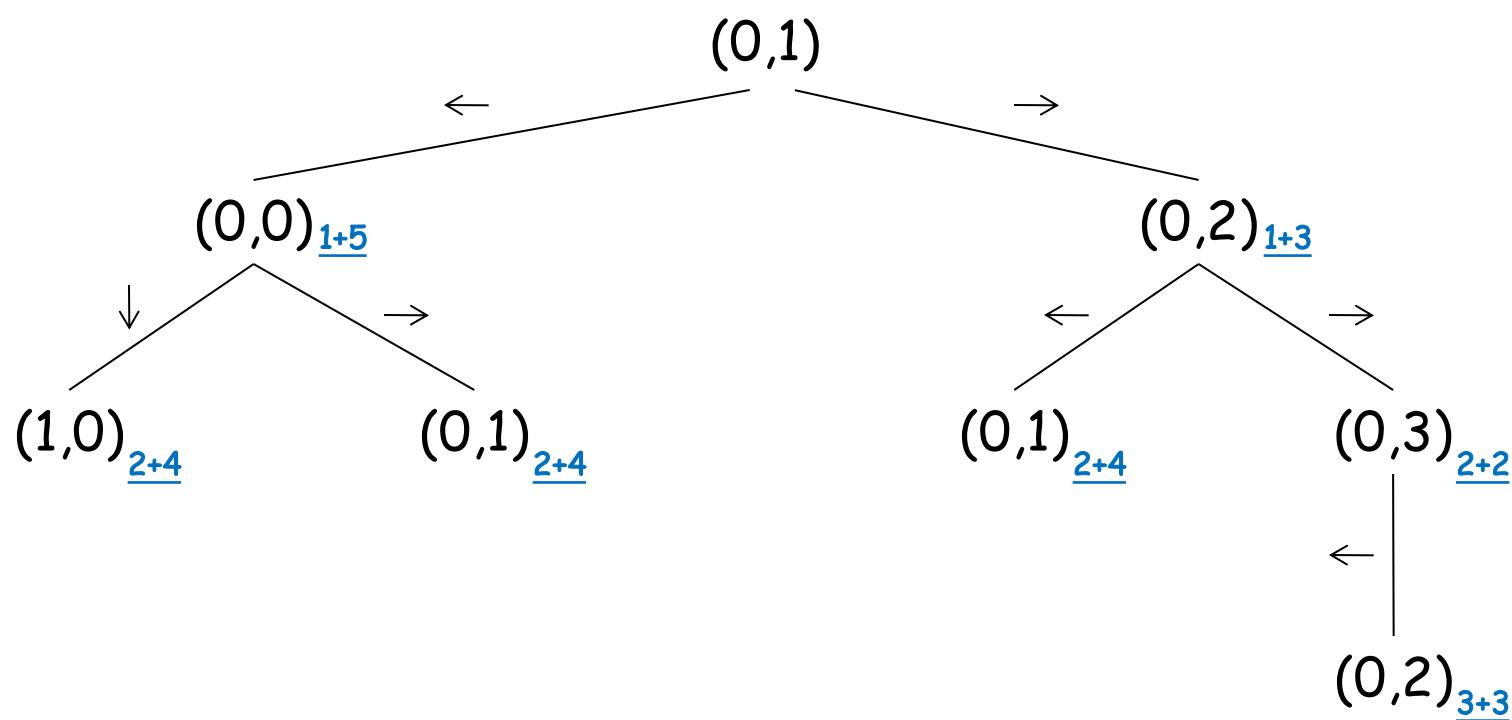
- Cell $(1,1)$ is red.
- Cells $(1,2), (1,3)$ and $(2,3)$ are grey.
- Cell $(2,4)$ is yellow.



	0	1	2	3
0				
1				
2				

The table highlights specific cells in red, grey, and yellow:

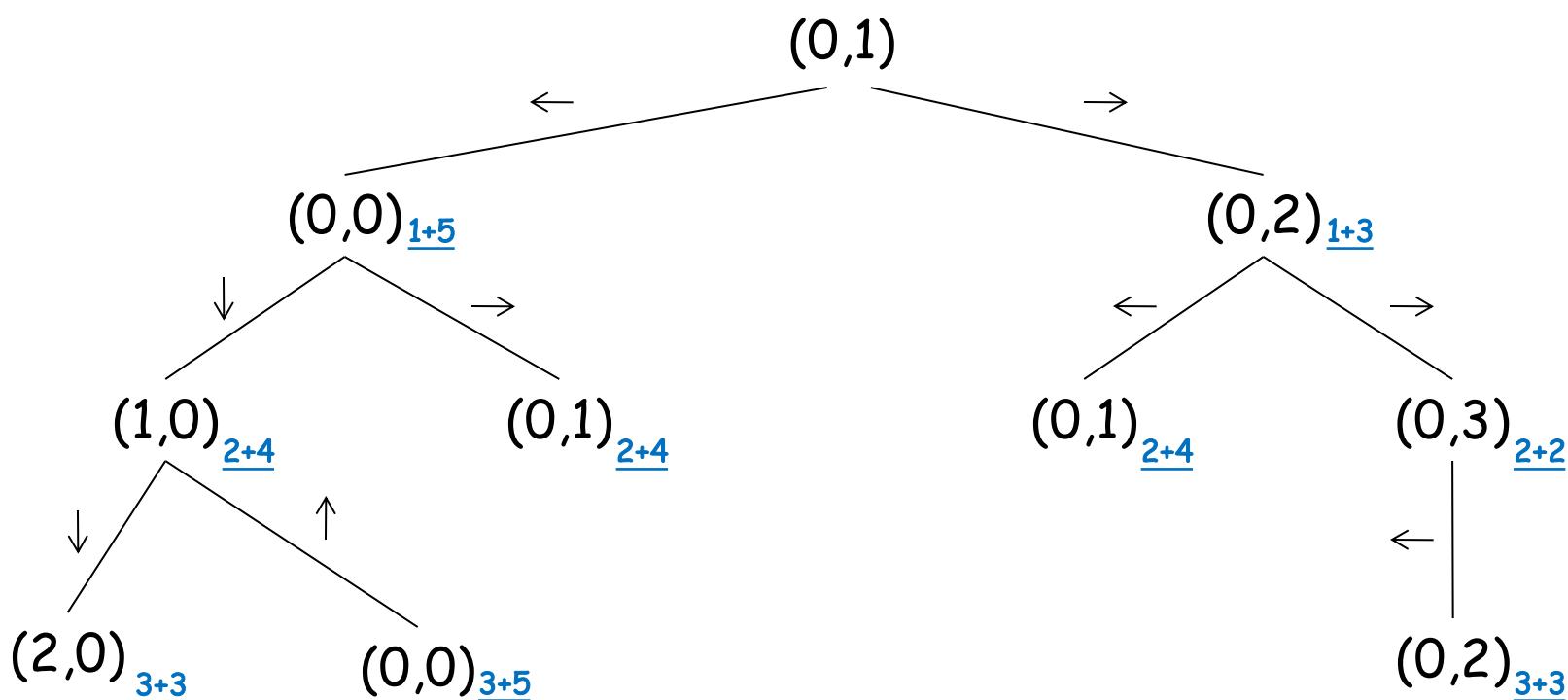
- Cell (1, 1) is red.
- Cells (1, 2), (1, 3), and (2, 3) are grey.
- Cell (2, 4) is yellow.



	0	1	2	3
0				
1				
2				

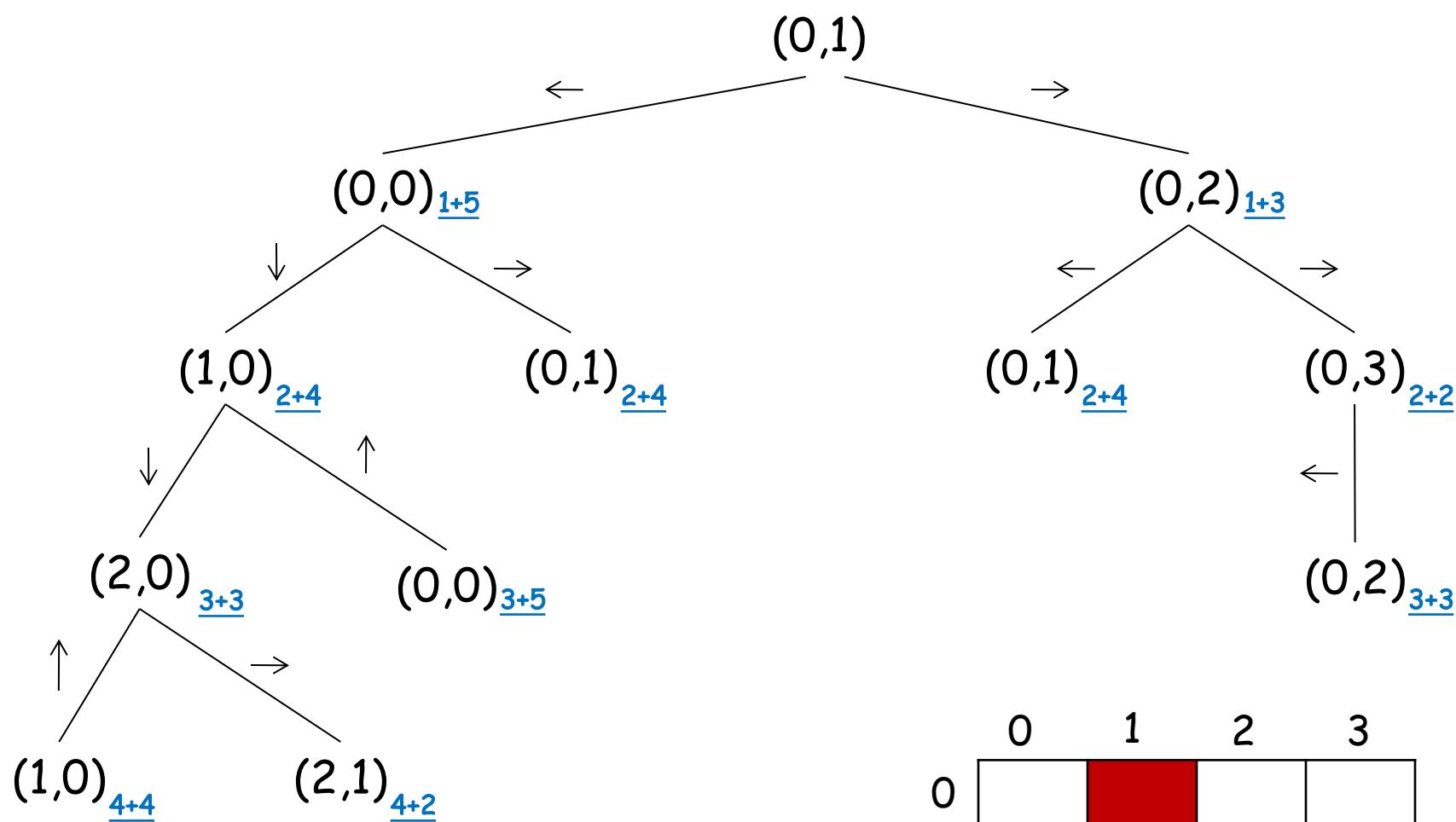
The table cells are colored as follows:

- Cell $(0,1)$ is red.
- Cells $(1,0), (1,1), (1,2), (1,3)$ are gray.
- Cell $(2,3)$ is yellow.

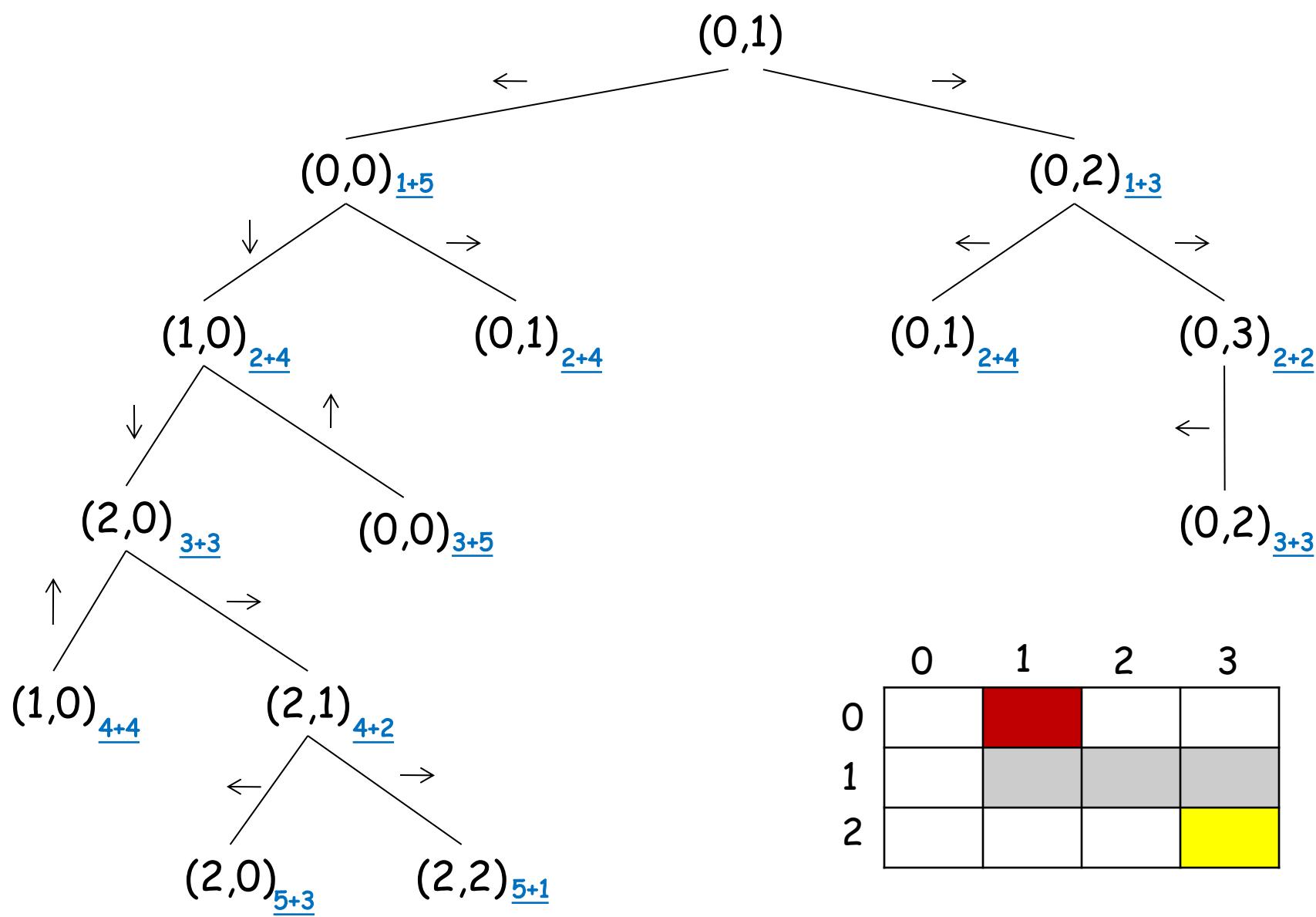


	0	1	2	3
0				
1				
2				

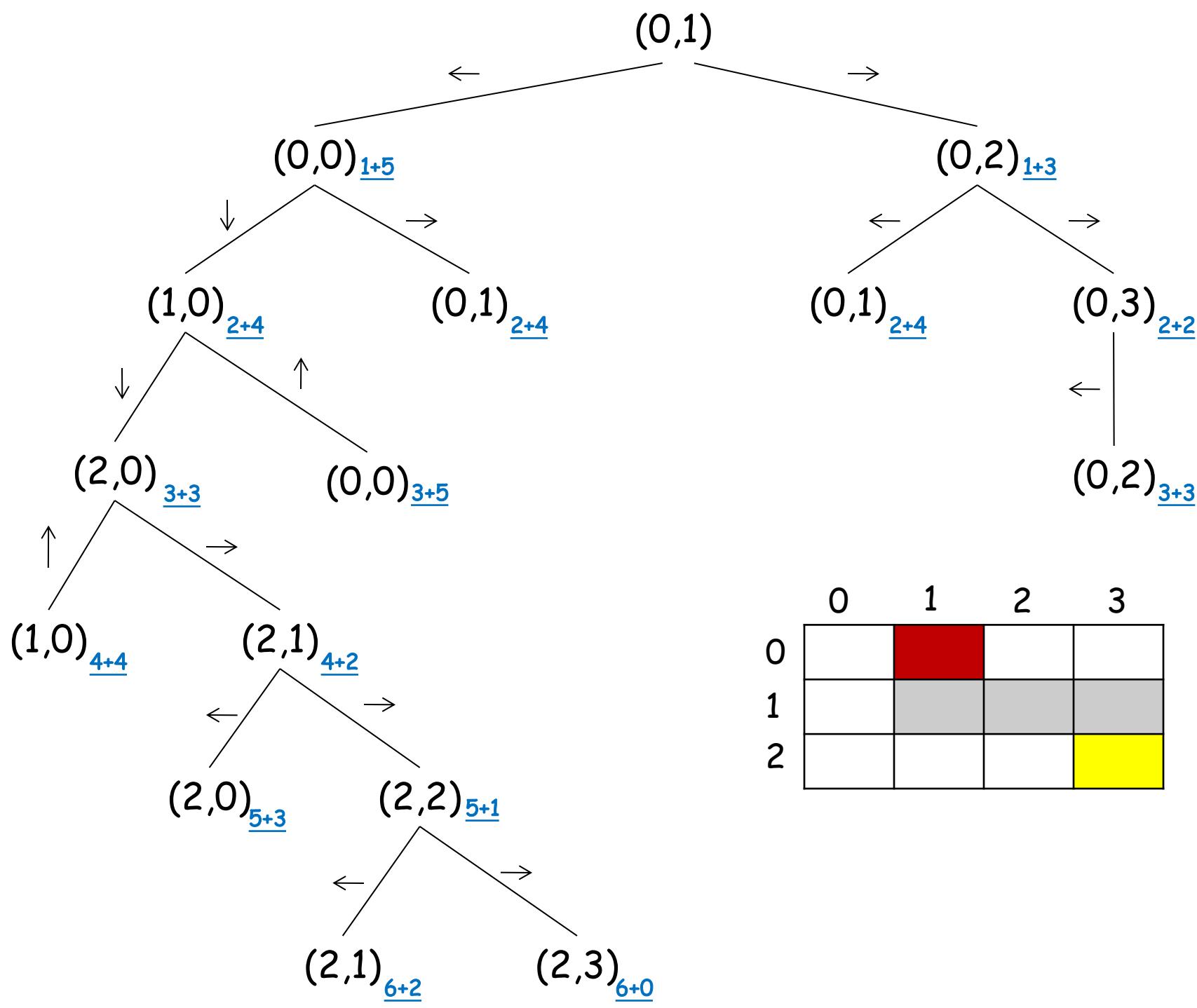
The table highlights specific cells in red, gray, and yellow, corresponding to the nodes in the game tree.

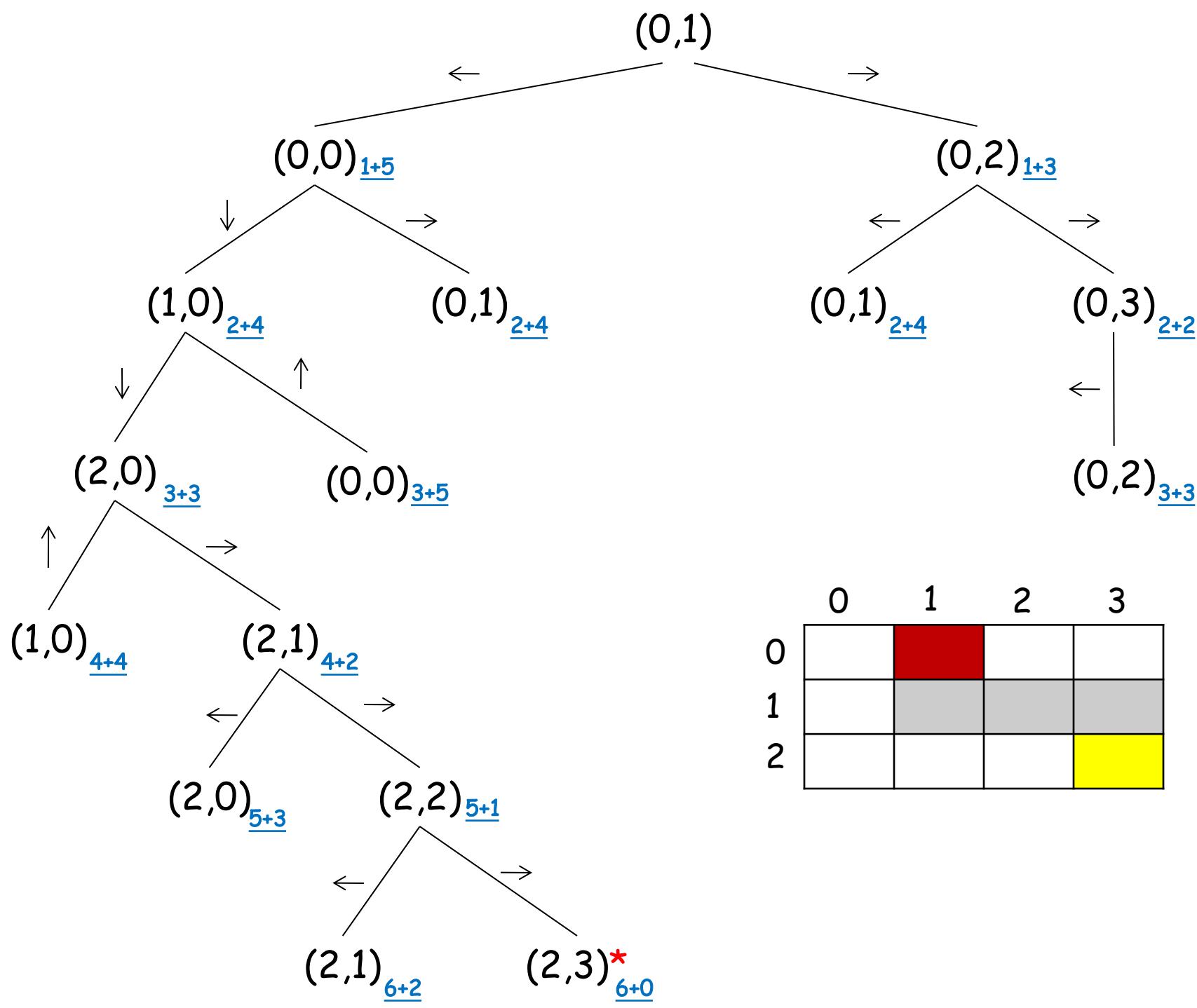


	0	1	2	3
0				
1				
2				

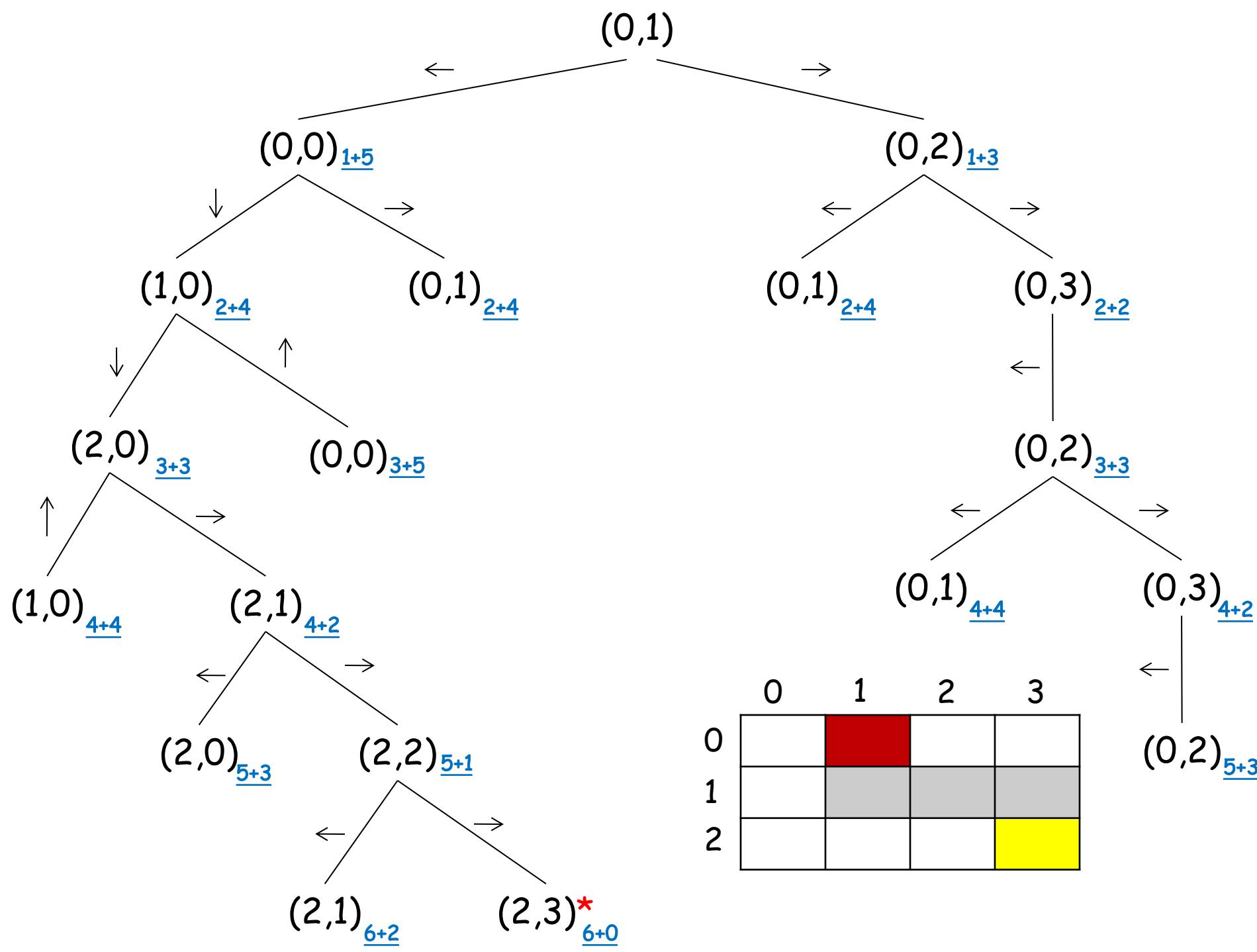


	0	1	2	3
0				
1				
2				

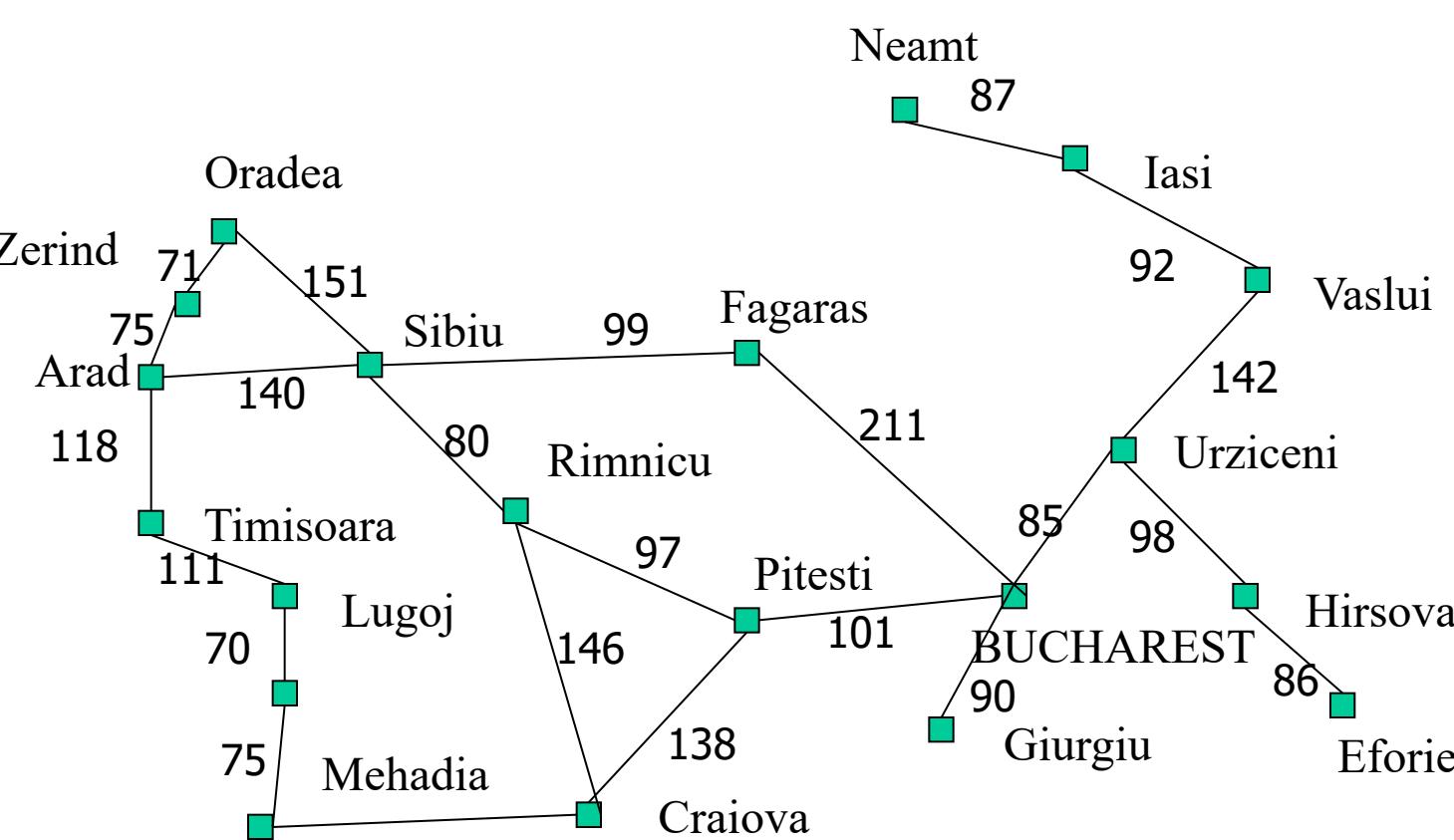




	0	1	2	3
0				
1				
2				



Búsqueda informada



Problema: ir de Sibiu a Bucarest

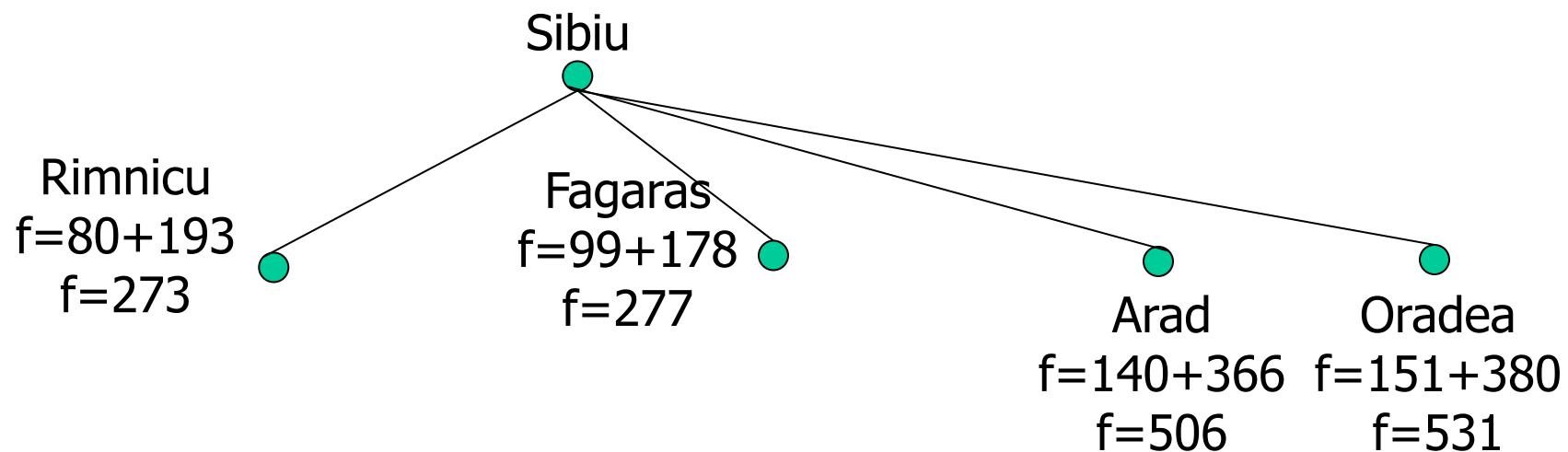
Evite devolverse

Aplique A*

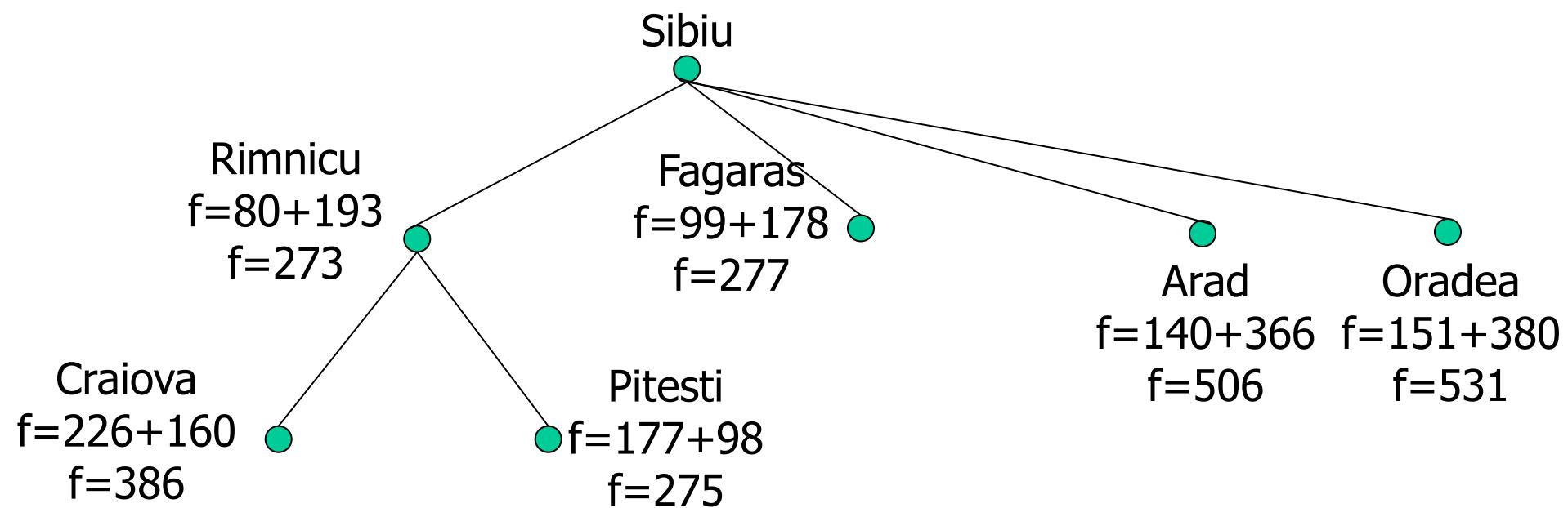
Distancia en
línea recta a
Bucarest:

Arad	366
Bucarest	0
Craiova	160
Dobreta	242
Eforie	161
Fagaras	178
Giurgiu	77
Hirsova	151
Iasi	226
Lugoj	244
Mehadia	241
Neamt	234
Oradea	380
Pitesti	98
Rimnicu	193
Sibiu	253
Timisoara	329
Urziceni	80
Vaslui	199
Zerind	374

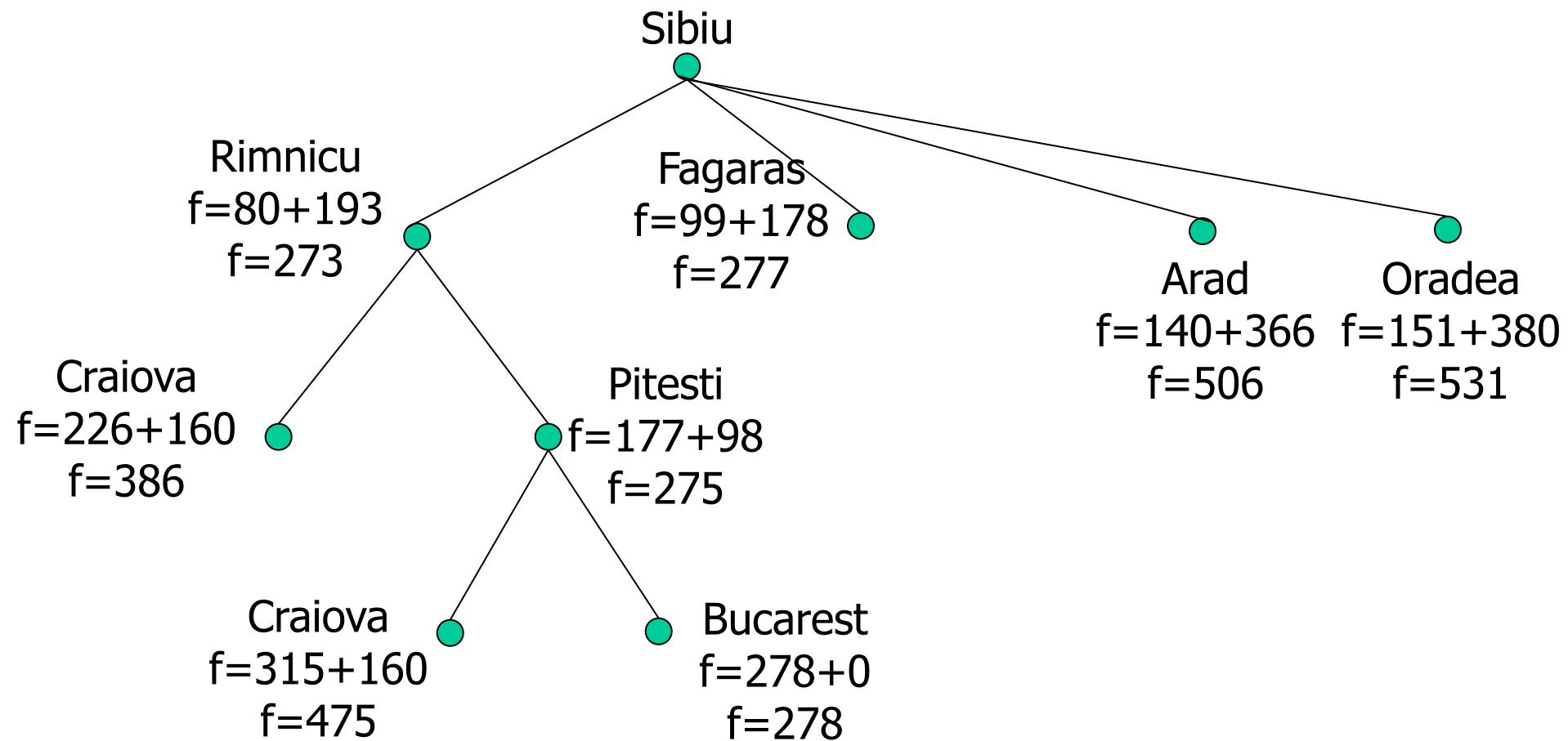
Búsqueda informada



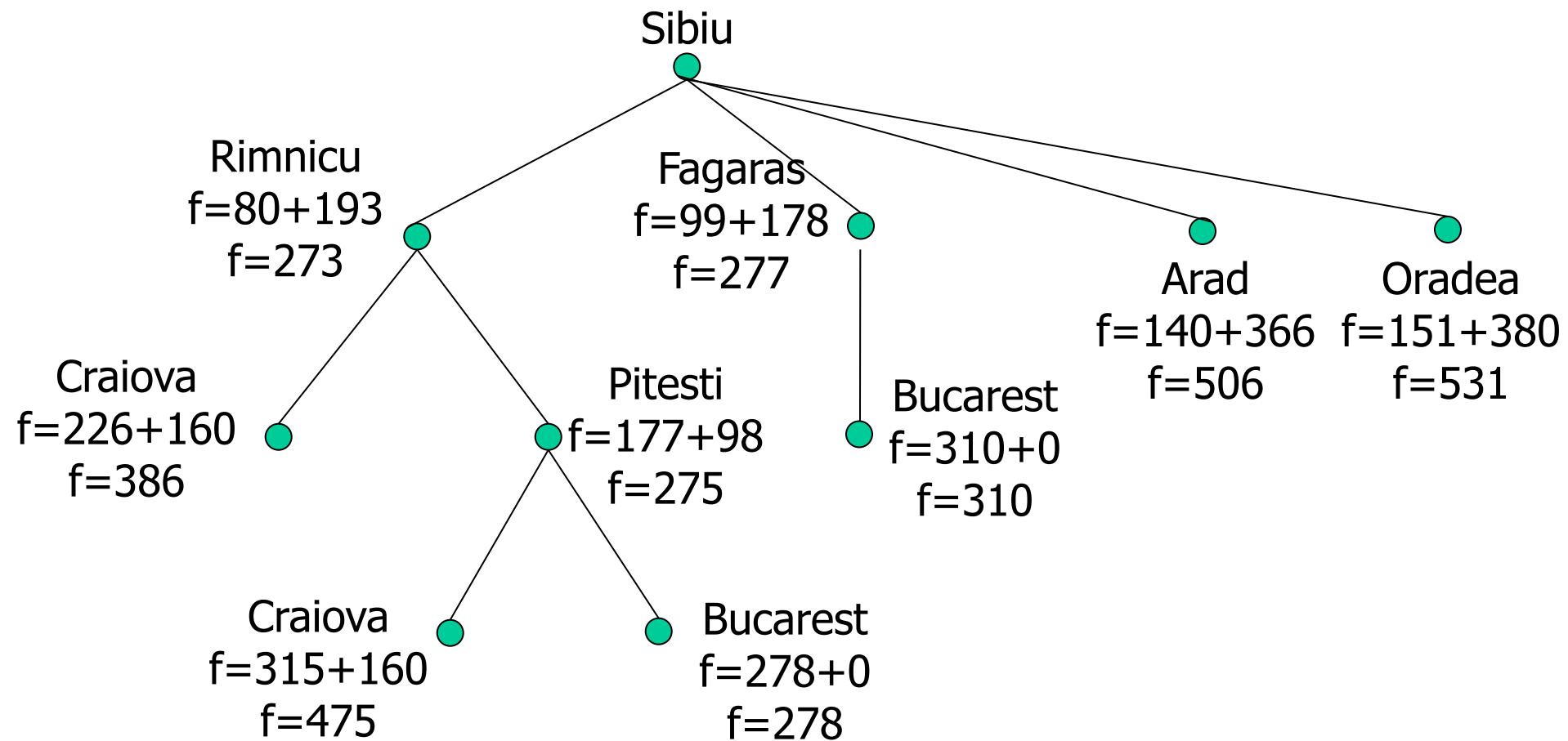
Búsqueda informada



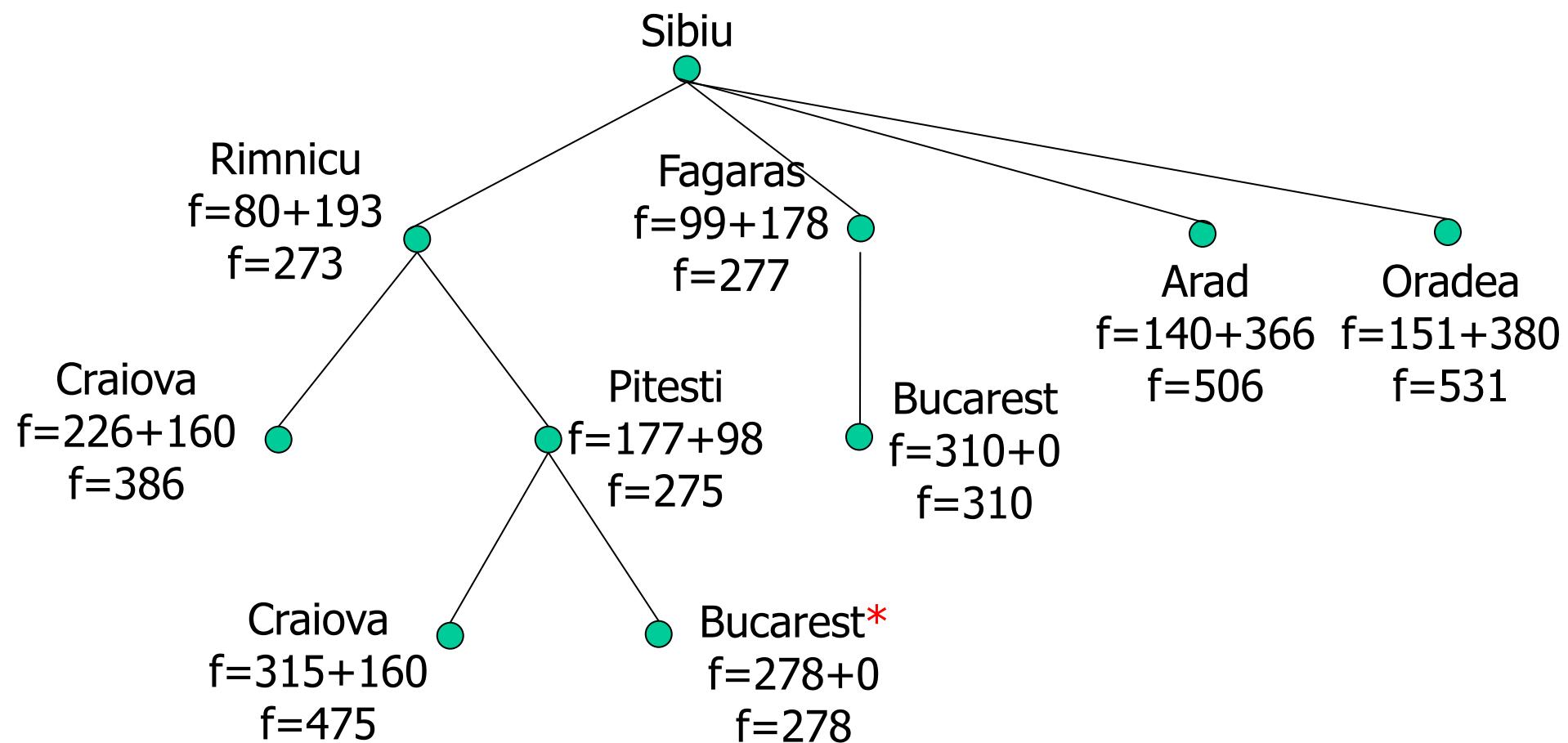
Búsqueda informada



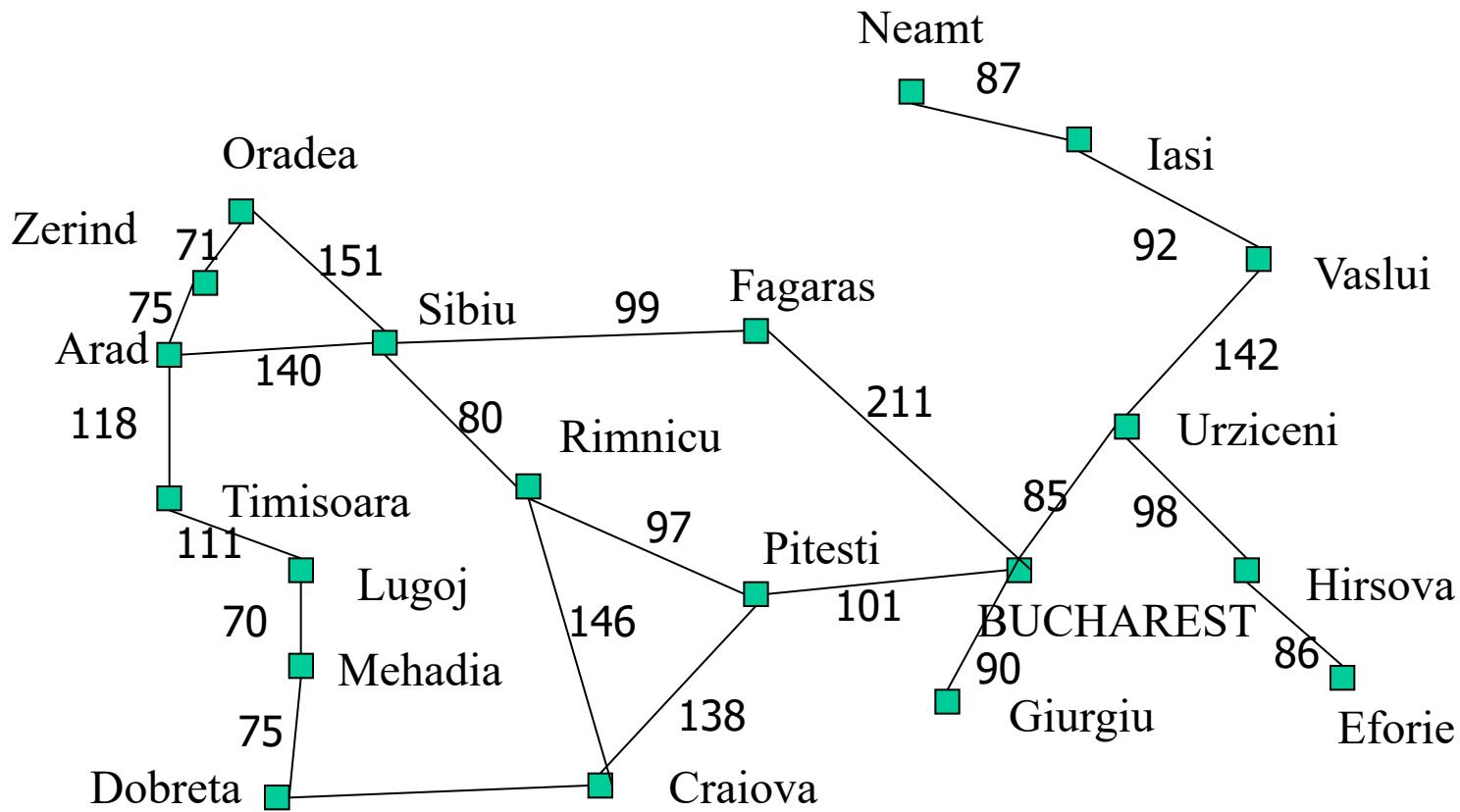
Búsqueda informada



Búsqueda informada



Búsqueda informada



La solución obtenida es
 $Sibiu \rightarrow Rimnicu \rightarrow Pitesti \rightarrow Bucarest$ que tiene
costo **278** y es la óptima

Búsqueda informada

Aplicar A*

El ratón inteligente.

- Llegar a una casilla libre cuesta 1
- Llegar a una casilla donde hay gato cuesta 5
- Llegar a una casilla donde hay ratonera cuesta 3

	0	1	2
0			
1			
2			
3			
4			

Evite devolverse

Compare el resultado con Avara

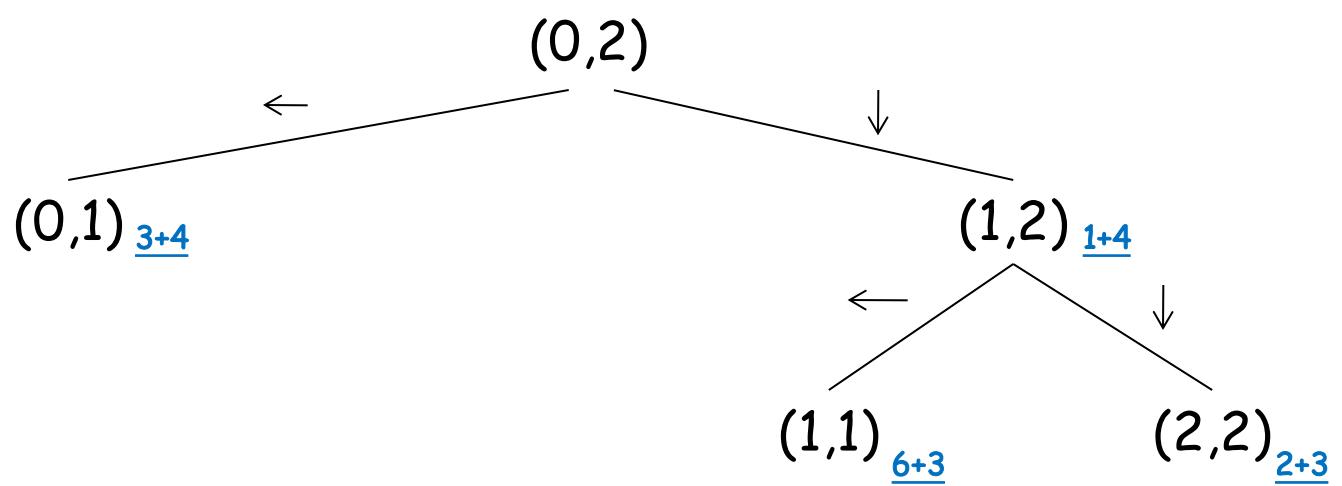
(0,2)



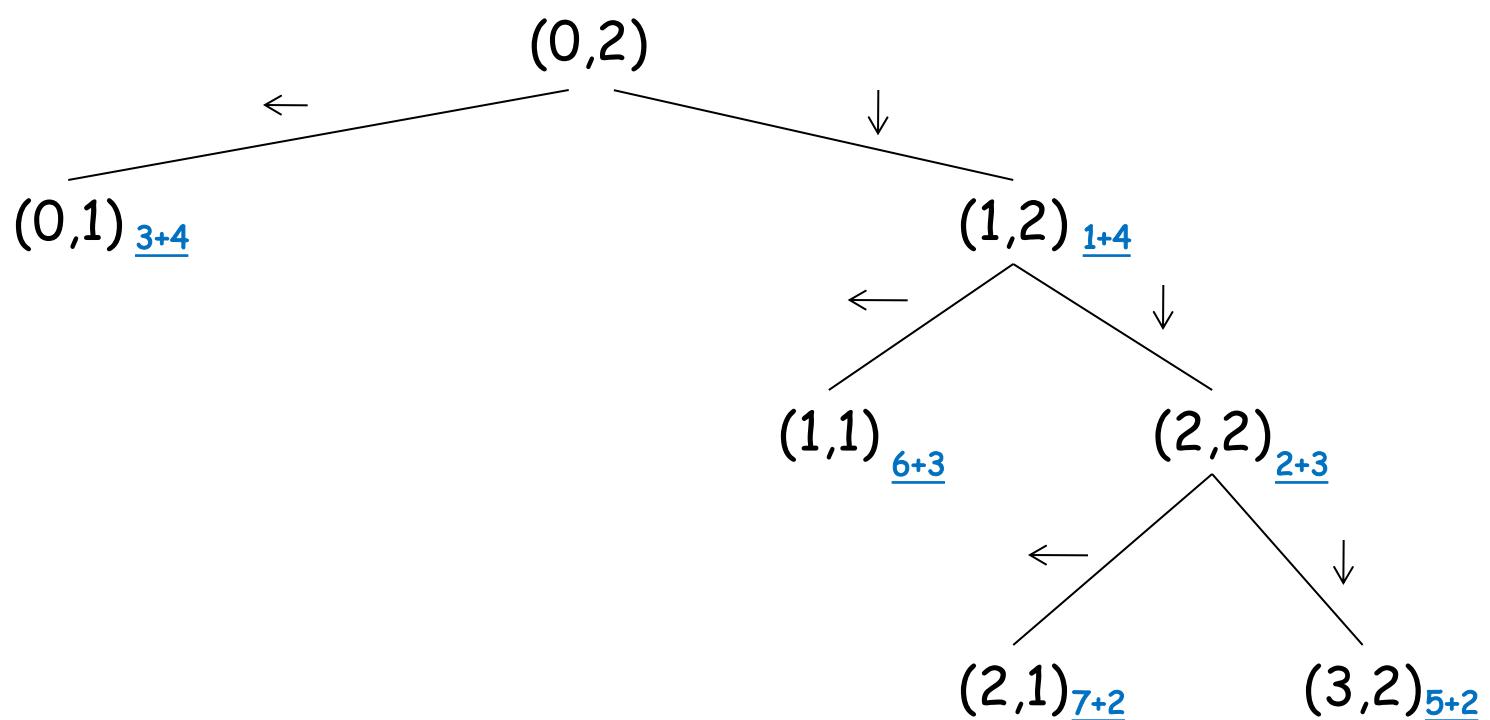
(0,1) 3+4

(1,2) 1+4

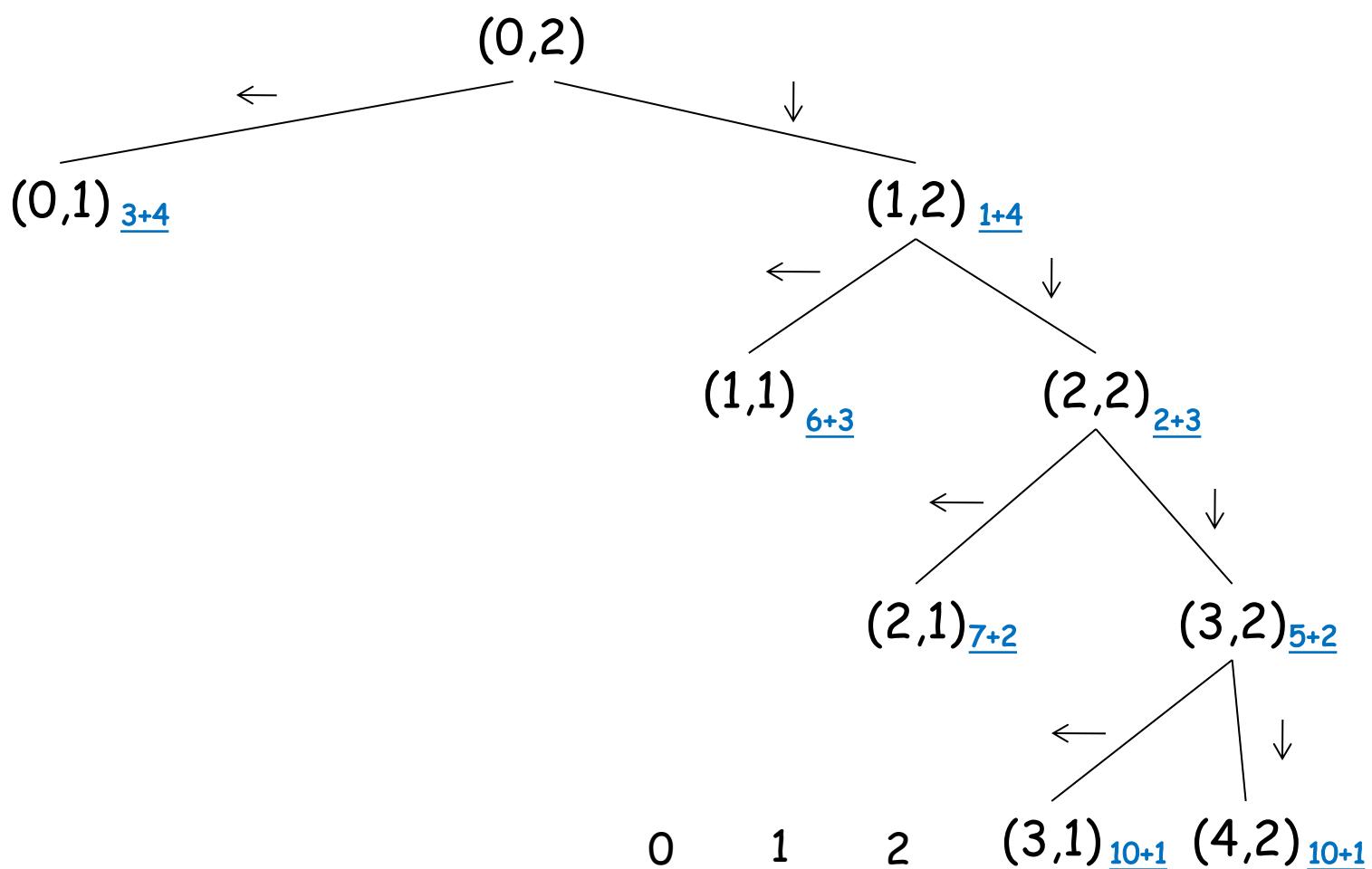
	0	1	2
0	(0,0)	(0,1)	(0,2)
1	(1,0)		
2	(2,0)		
3		(3,1)	(3,2)
4		(4,1)	(4,2)



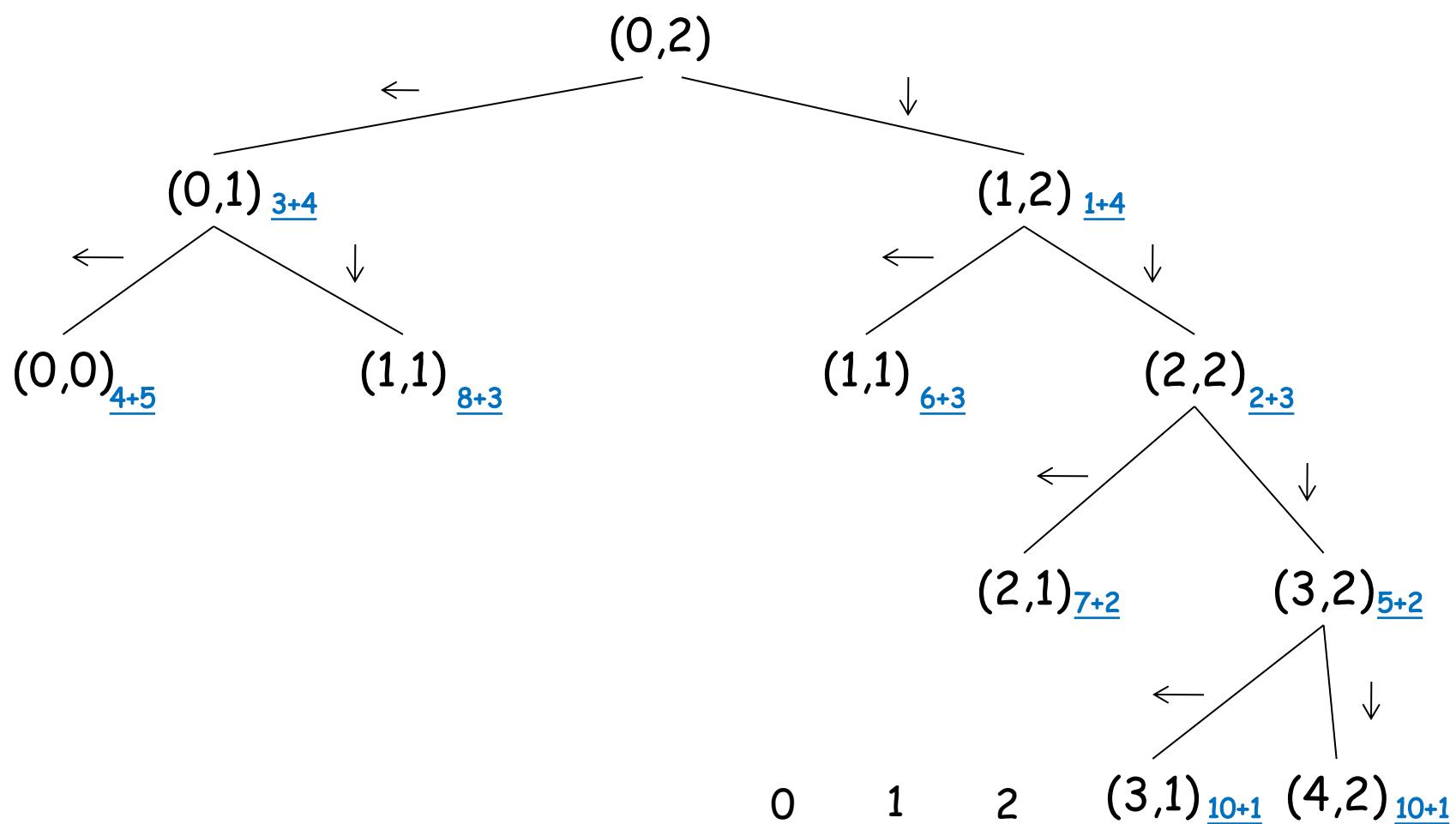
	0	1	2
0			
1			
2			
3			
4			



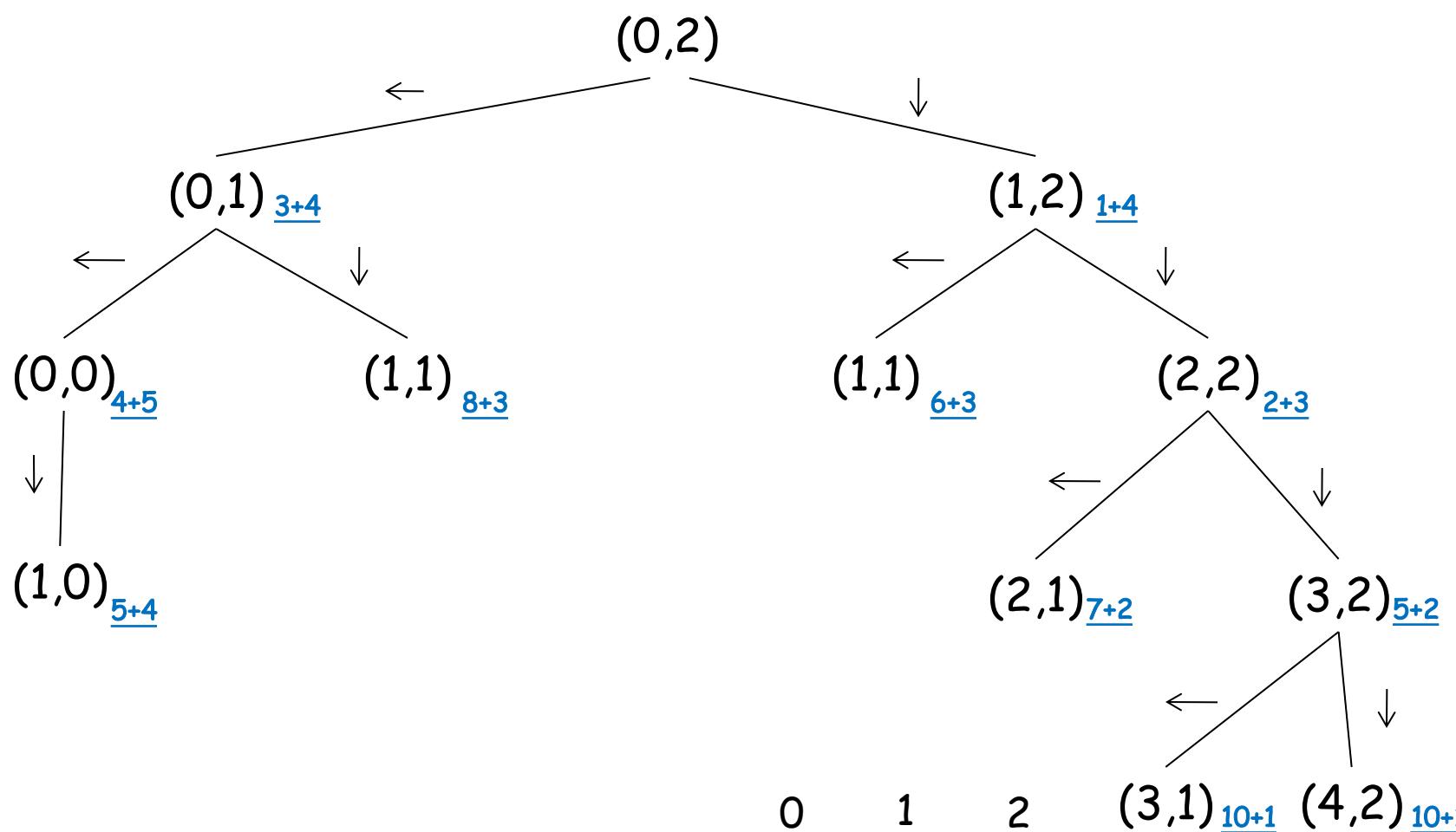
	0	1	2
0			
1			
2			
3			
4			



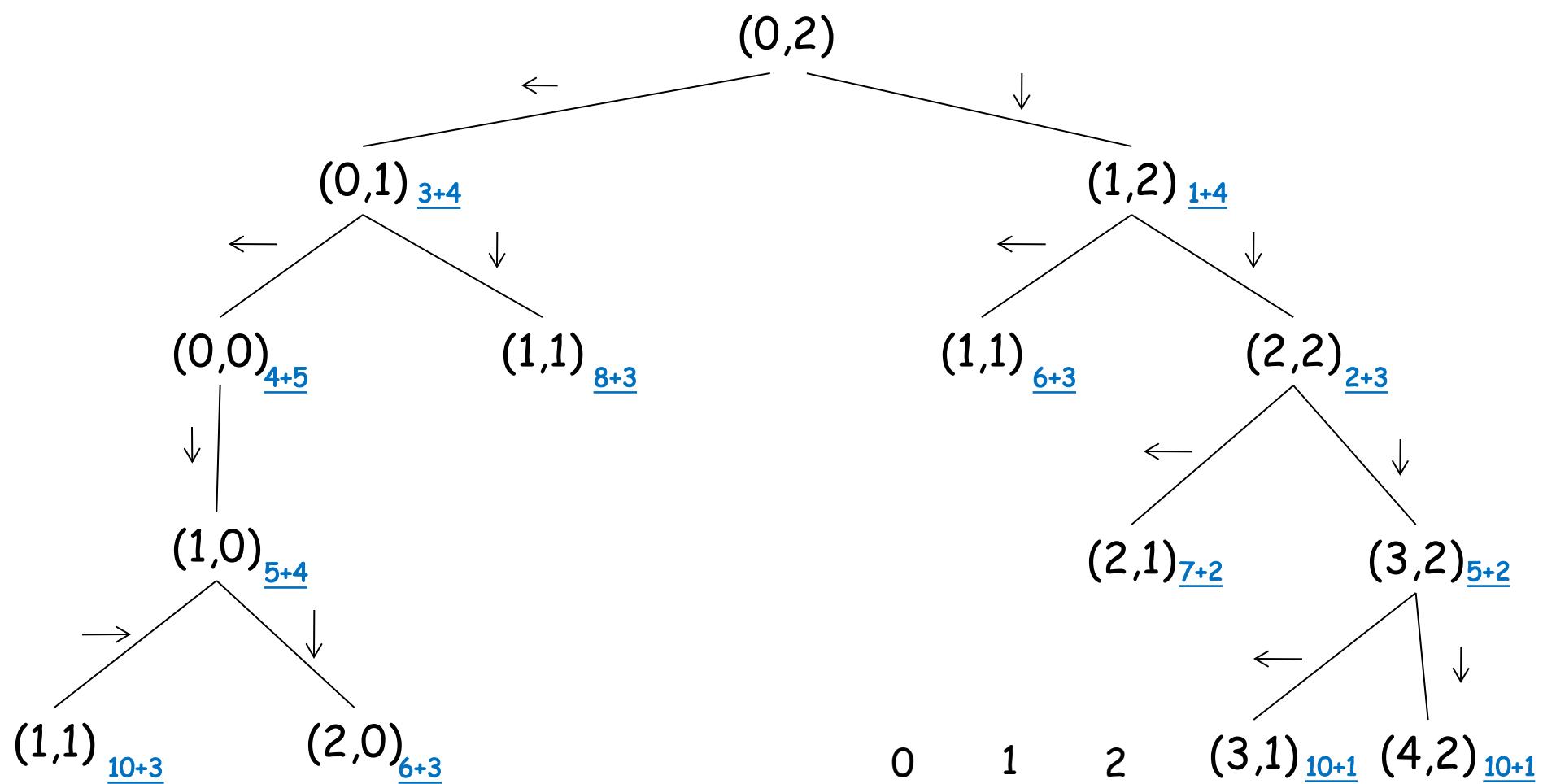
			0		
			1		
			2		
			3		
			4		



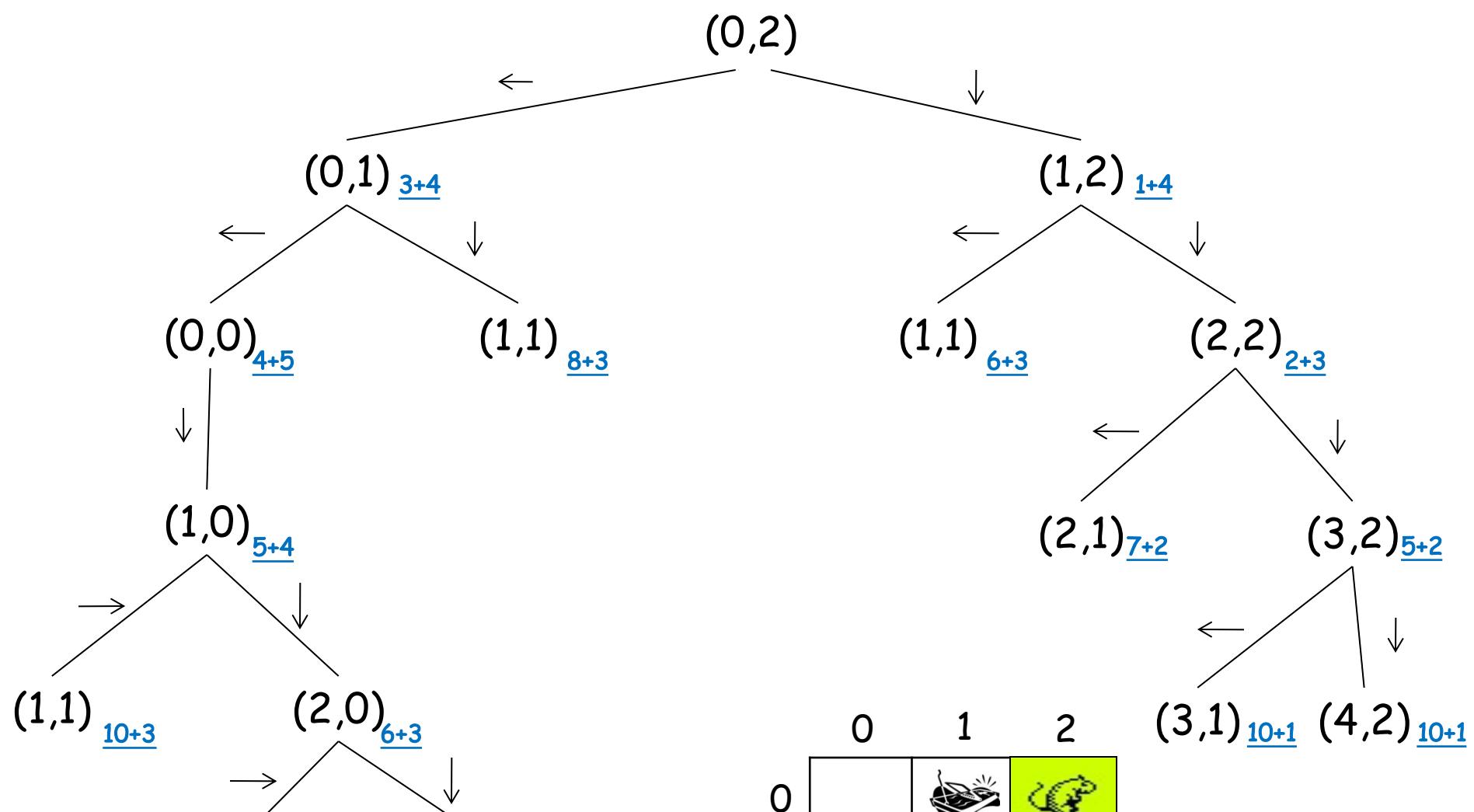
0		
1		
2		
3		
4		



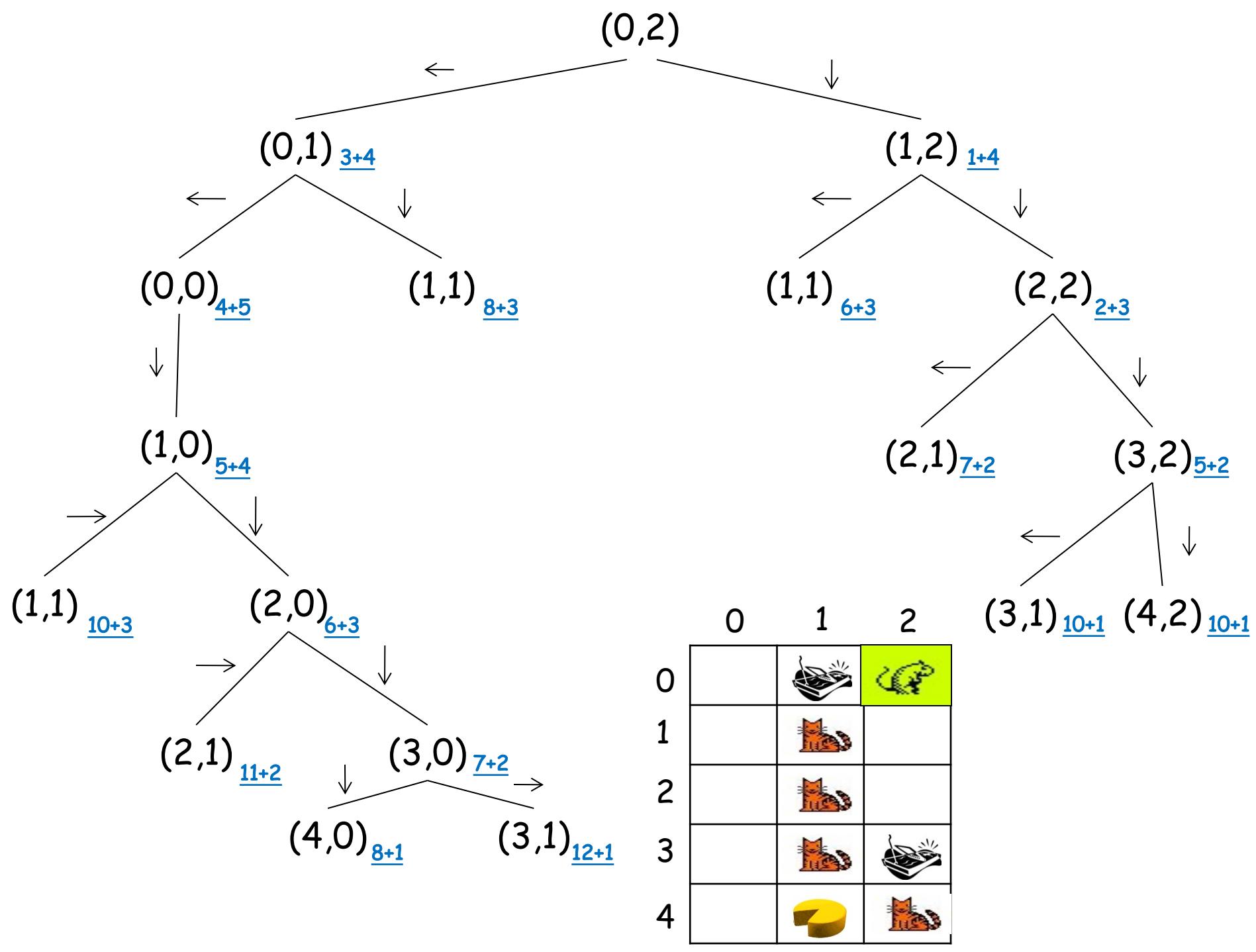
			0		
			1		
			2		
			3		
			4		

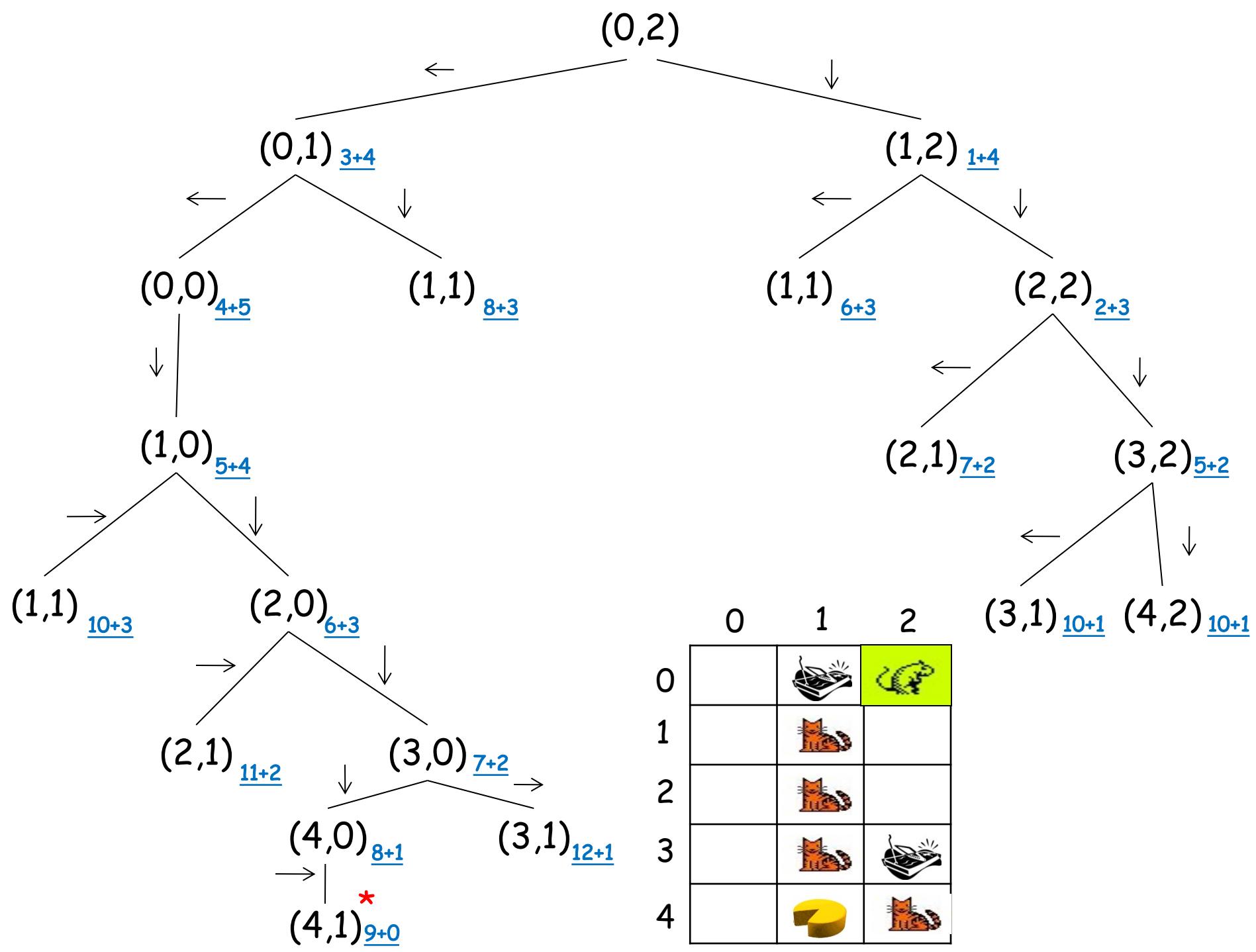


		0	1	2	
0					
1					
2					
3					
4					



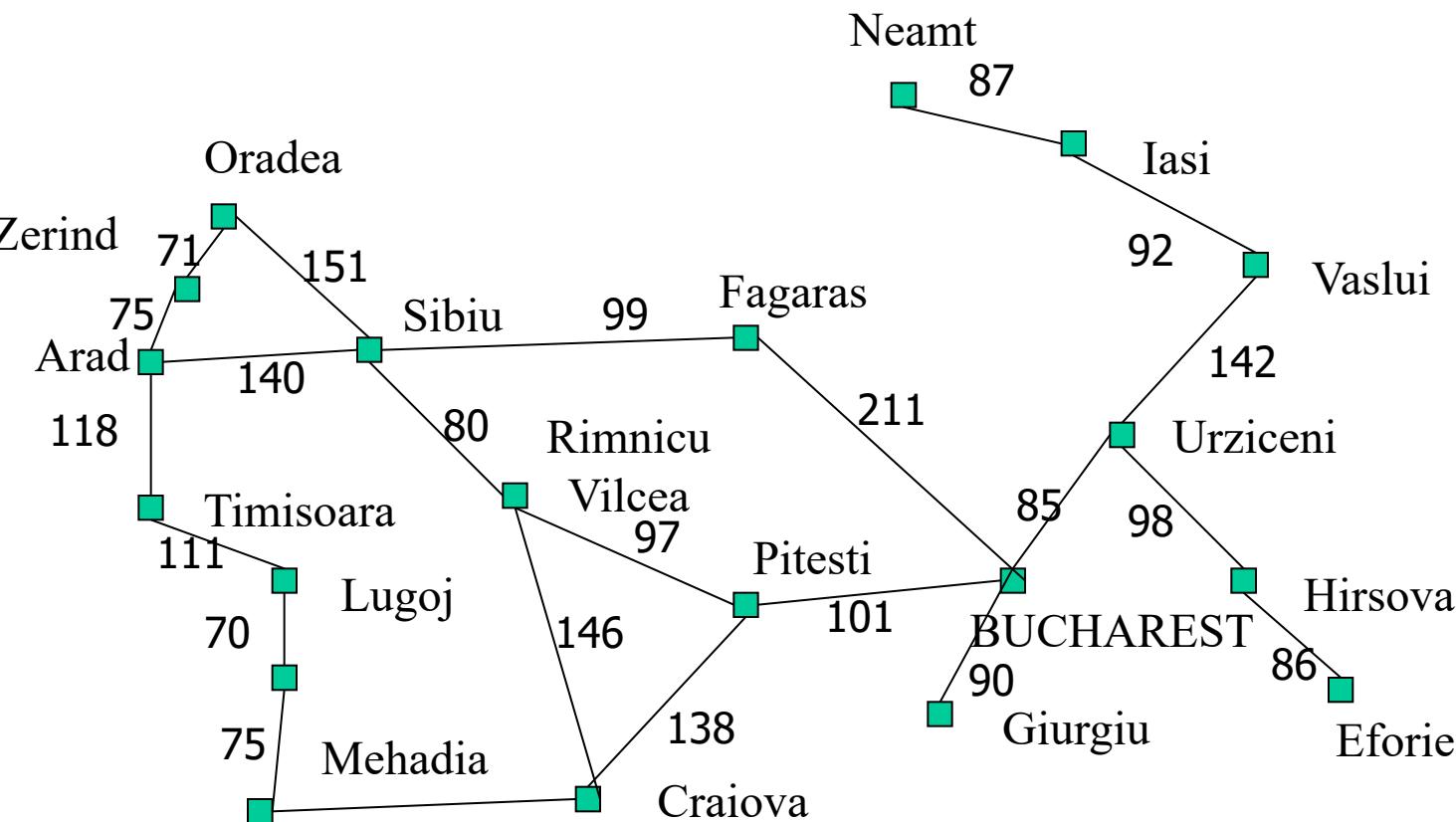
	0	1	2
0			
1			
2			
3			
4			





Búsqueda informada

Aplique A* para ir de Iasi a Fagaras

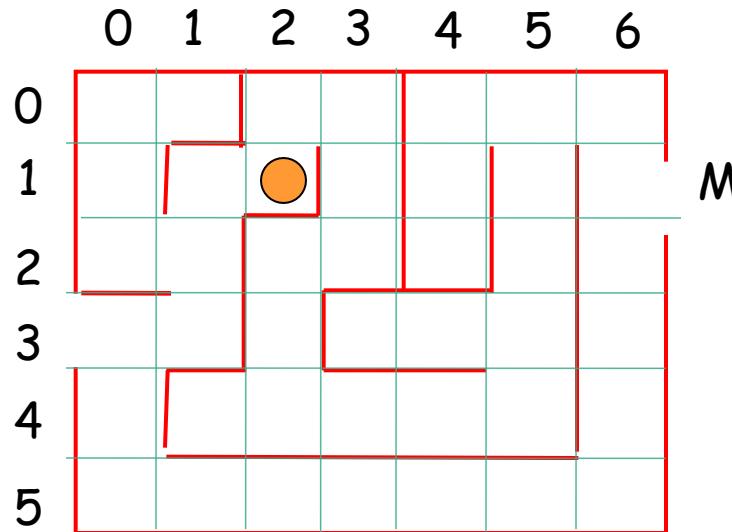


Distancia en
línea recta a
Fagaras:

Bucarest	185
Fagaras	0
Giurgiu	182
Iasi	160
Hirsova	190
Pitesti	170
Neamt	150
Urziceni	178
Vaslui	170

Búsqueda informada

- Aplicar A^*



Búsqueda informada

Implementación

- Se puede implementar considerando la lista de nodos a expandir como una **cola de prioridad**, donde la prioridad es el valor de $f(n)$ y se selecciona aquel con menor prioridad

Búsqueda informada

Algoritmo A*

- La estrategia es completa y óptima si se cumple que la heurística $h(n)$ sea admisible

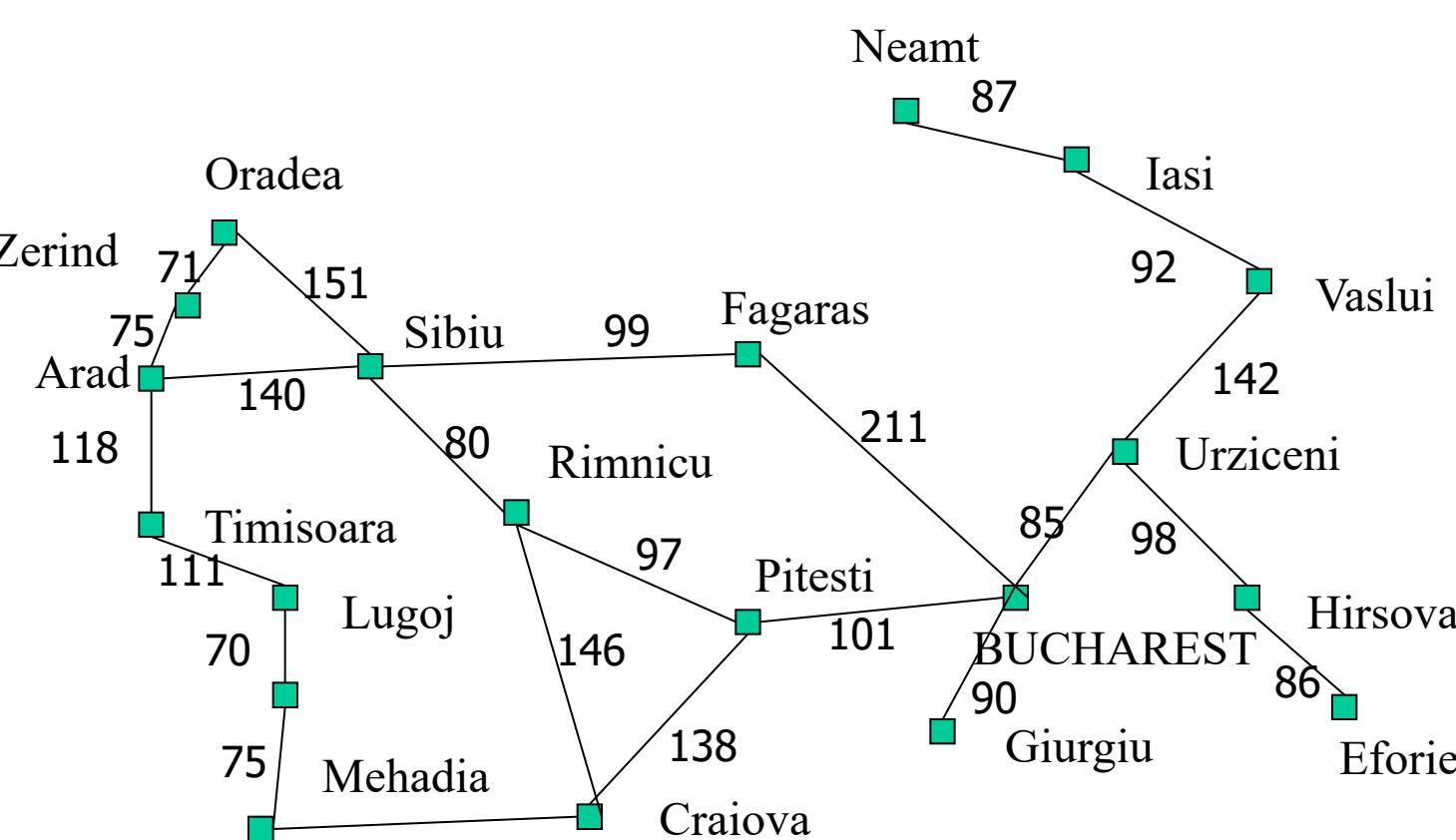
Búsqueda informada

- Una **heurística es admisible** si nunca asigna un valor mayor al real, es decir, se cumple que

$$h(n) \leq \text{costo_real}(n)$$

- Las heurísticas admisibles se conocen como **heurísticas optimistas**

Búsqueda informada

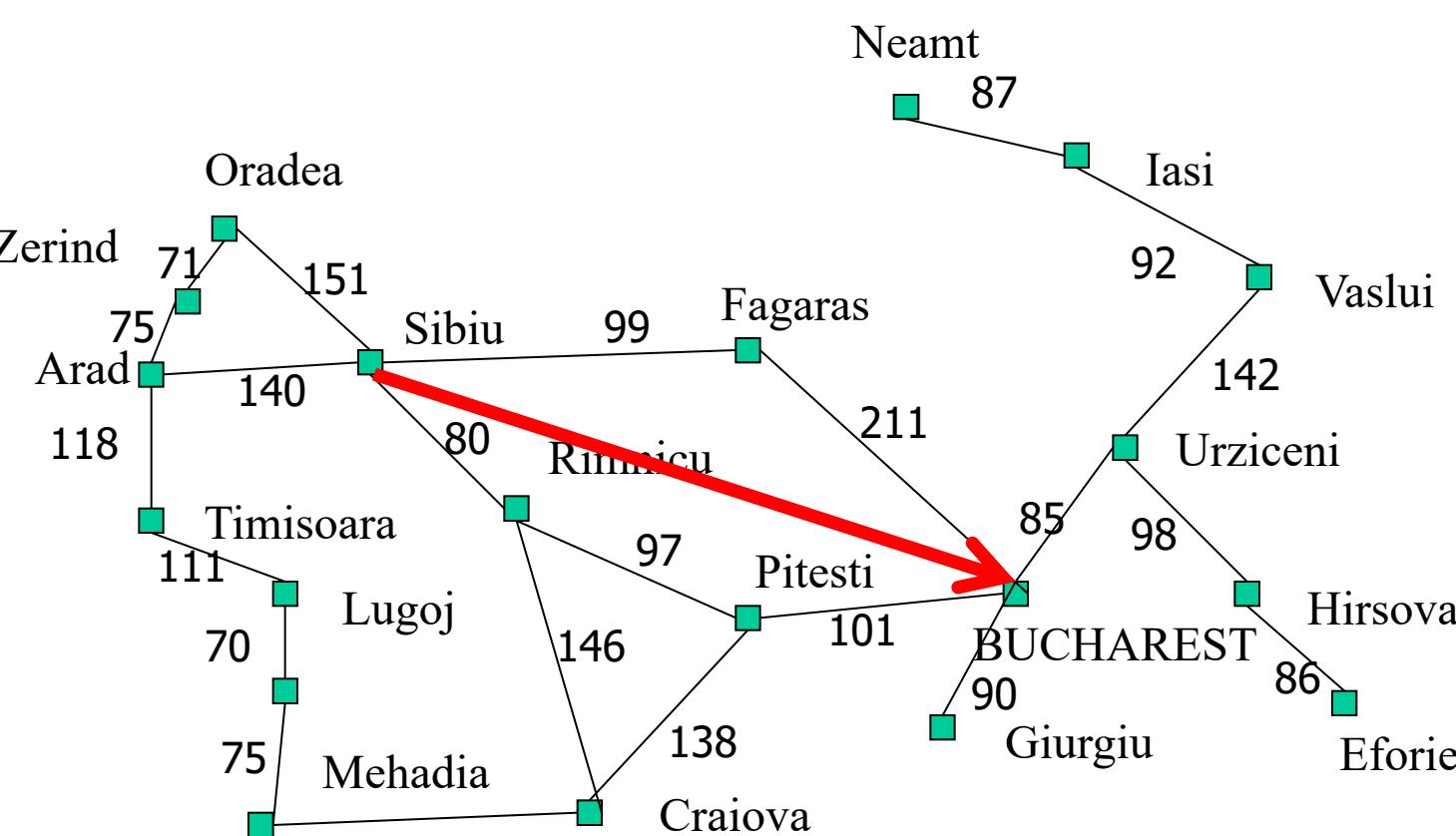


Distancia en
línea recta a
Bucarest:

Arad	366
Bucarest	0
Craiova	160
Dobreta	242
Eforie	161
Fagaras	178
Giurgiu	77
Hirsova	151
Iasi	226
Lugoj	244
Mehadia	241
Neamt	234
Oradea	380
Pitesti	98
Rimnicu	193
Sibiu	253
Timisoara	329
Urziceni	80
Vaslui	199
Zerind	374

¿La distancia en línea recta es admisible?

Búsqueda informada

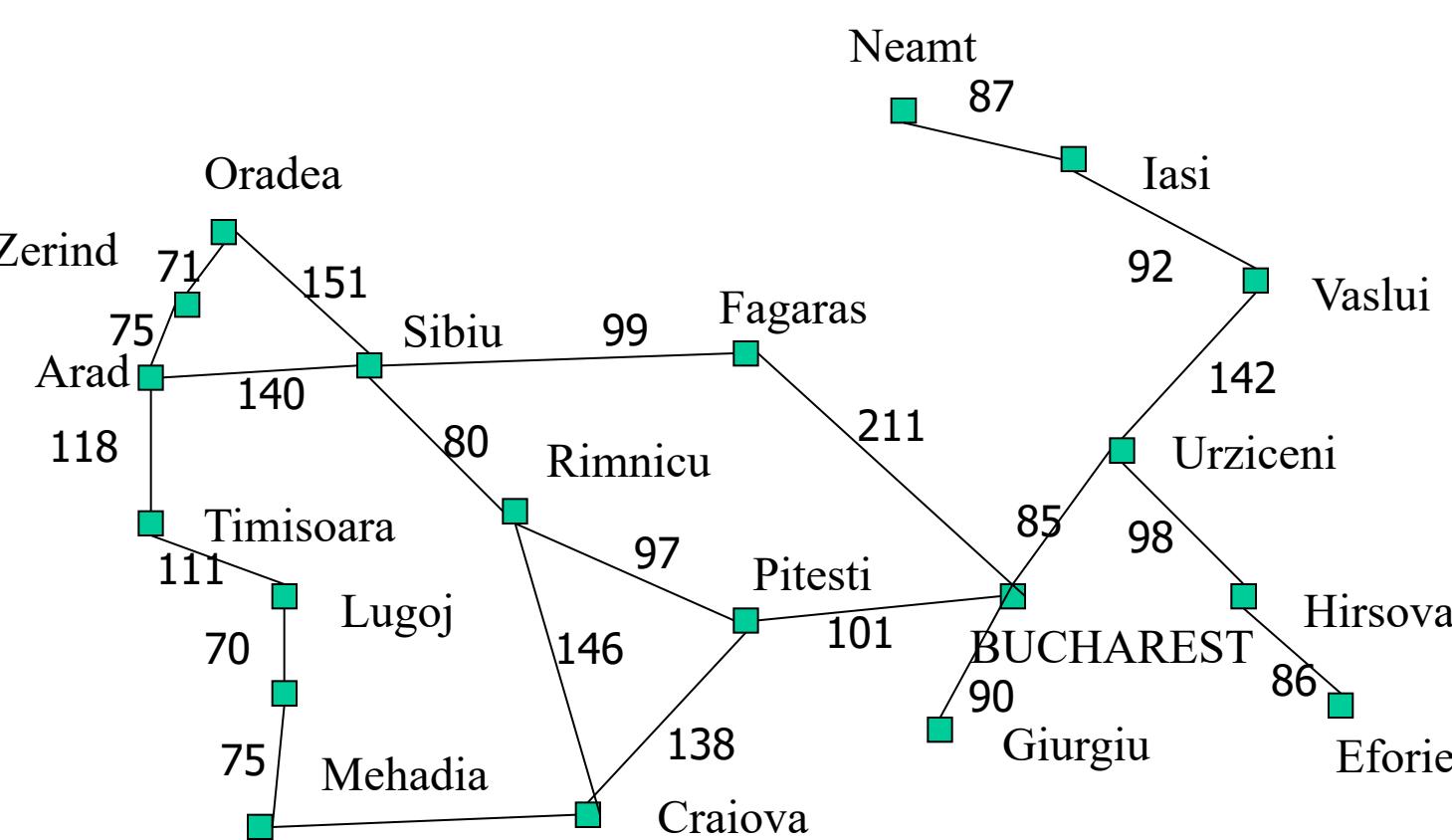


Distancia en
línea recta a
Bucarest:

Arad	366
Bucarest	0
Craiova	160
Dobreta	242
Eforie	161
Fagaras	178
Giurgiu	77
Hirsova	151
Iasi	226
Lugoj	244
Mehadia	241
Neamt	234
Oradea	380
Pitesti	98
Rimnicu	193
Sibiu	253
Timisoara	329
Urziceni	80
Vaslui	199
Zerind	374

¿La distancia en línea recta es admisible?

Búsqueda informada



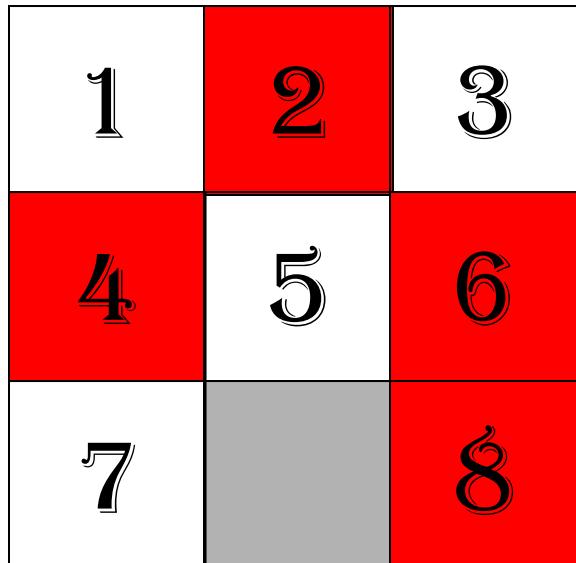
Distancia en
línea recta a
Bucarest:

Arad	366
Bucarest	0
Craiova	160
Dobreta	242
Eforie	161
Fagaras	178
Giurgiu	77
Hirsova	151
Iasi	226
Lugoj	244
Mehadia	241
Neamt	234
Oradea	380
Pitesti	98
Rimnicu	193
Sibiu	253
Timisoara	329
Urziceni	80
Vaslui	199
Zerind	374

La heurística es menor al valor real

Búsqueda informada

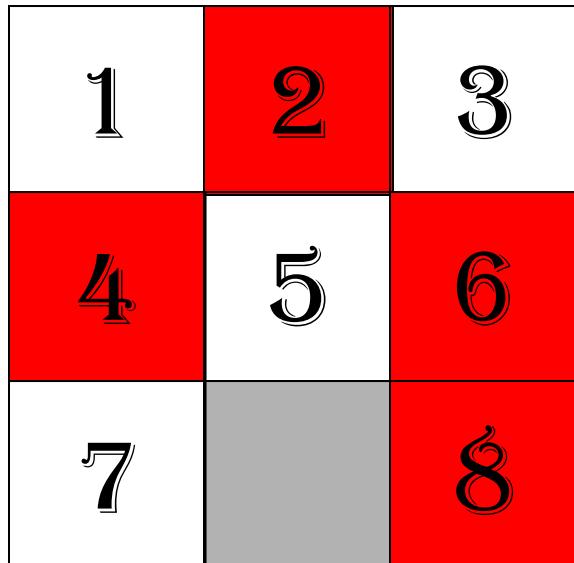
- $h(n)$: número de placas en la posición incorrecta
(incluyendo la placa vacía)
- Cada movimiento de la placa vacía cuesta 1



¿Es $h(n)$ admisible?

Búsqueda informada

- $h(n)$: número de placas en la posición incorrecta
(incluyendo la placa vacía)
- Cada movimiento de la placa vacía cuesta 1



$h=2$ pero el costo real es 1,
por lo tanto h no es admisible

Búsqueda informada

- $h(n)$: número de placas en la posición incorrecta
(sin incluir la placa vacía)
es admisible

Búsqueda informada

- Una **heurística es admisible** si nunca asigna un valor mayor al real, es decir, se cumple que

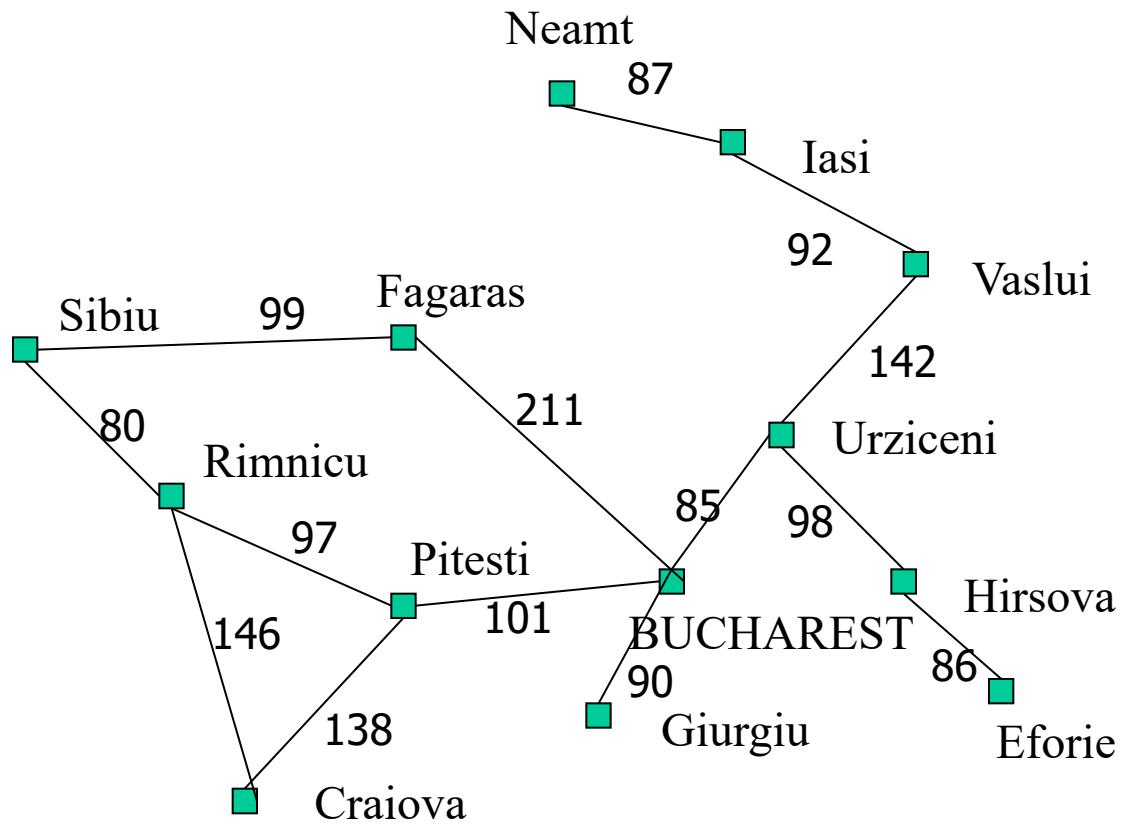
$$h(n) \leq \text{costo_real}(n)$$

Búsqueda informada

- Una **heurística es admisible** si nunca asigna un valor mayor al real
 - *Construya el árbol de búsqueda para ir de Sibiu a Bucarest utilizando $h_1(n)$ =distancia en línea recta*
 - *Construya el árbol de búsqueda para ir de Sibiu a Bucarest utilizando $h_2(n)$ =distancia en línea recta*2*

Evite devolverse

Búsqueda informada

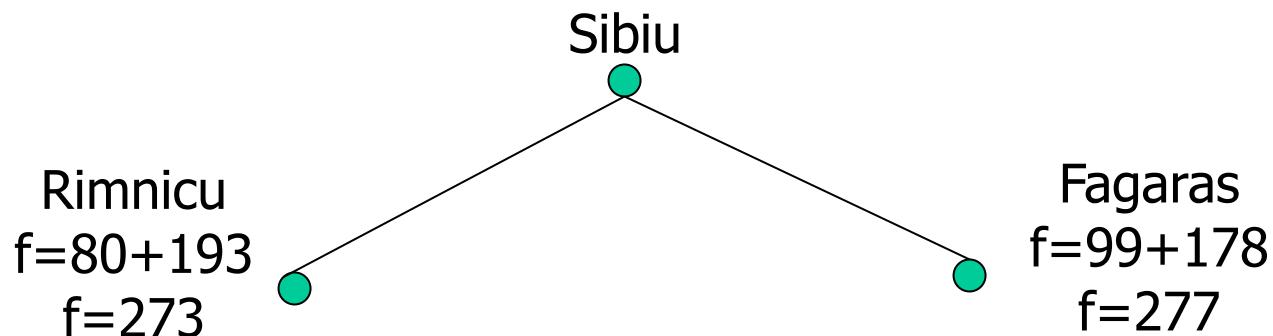


Distancia en
línea recta a
Bucarest:

Arad	366
Bucarest	0
Craiova	160
Dobreta	242
Eforie	161
Fagaras	178
Giurgiu	77
Hirsova	151
Iasi	226
Lugoj	244
Mehadia	241
Neamt	234
Oradea	380
Pitesti	98
Rimnicu	193
Sibiu	253
Timisoara	329
Urziceni	80
Vaslui	199
Zerind	374

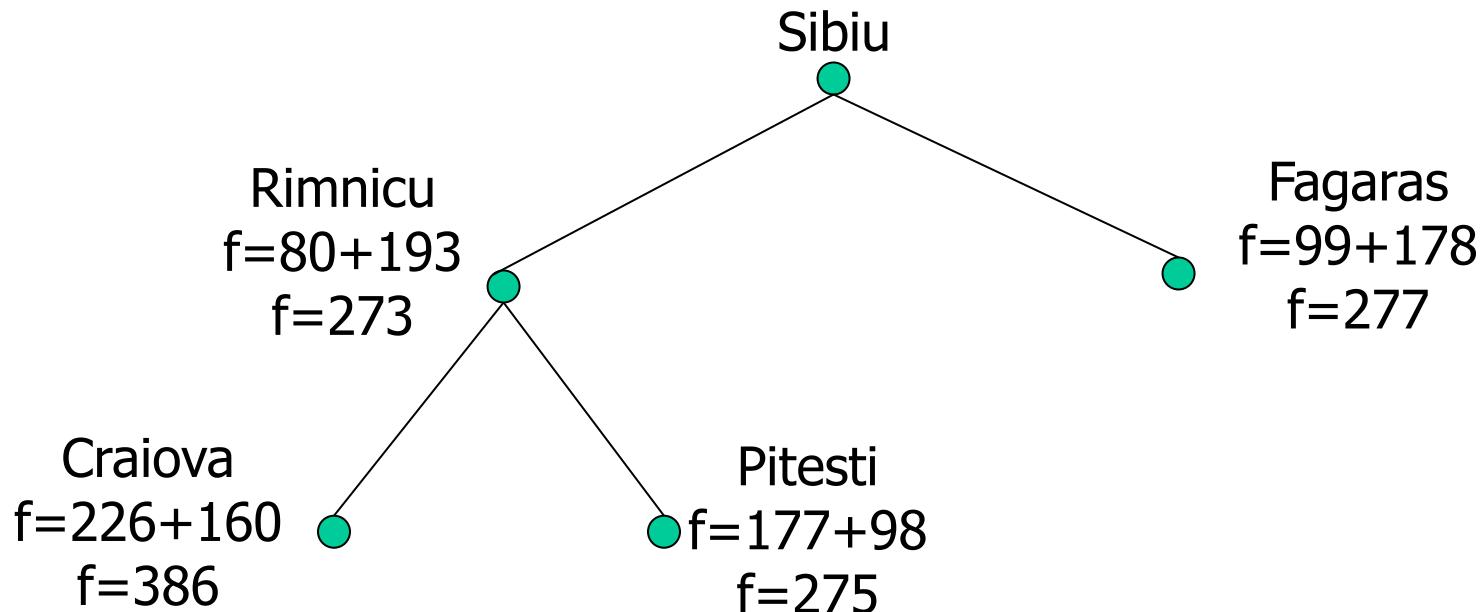
Búsqueda informada

- $h_1(n)$ =distancia en línea recta



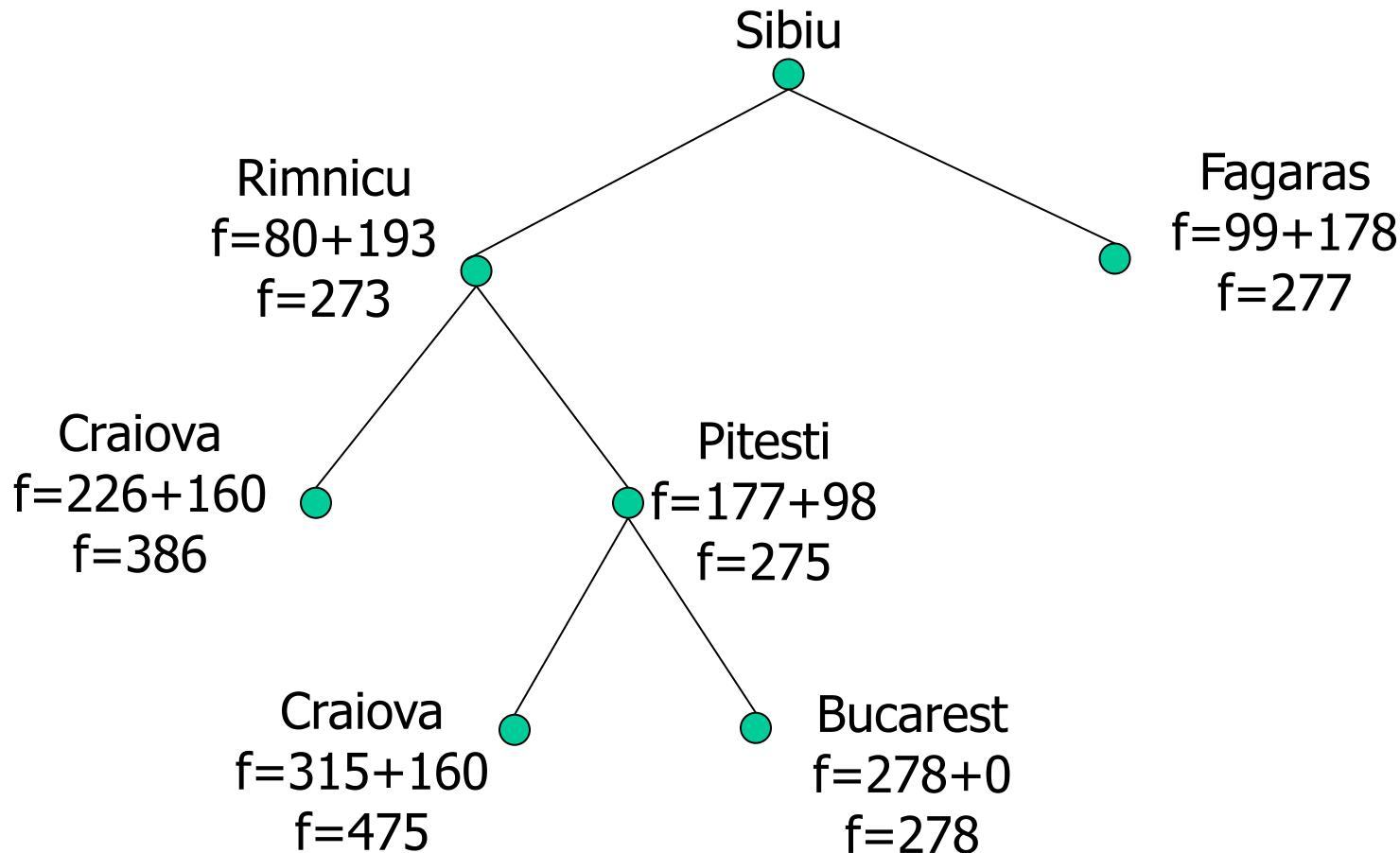
Búsqueda informada

- $h_1(n)$ =distancia en línea recta



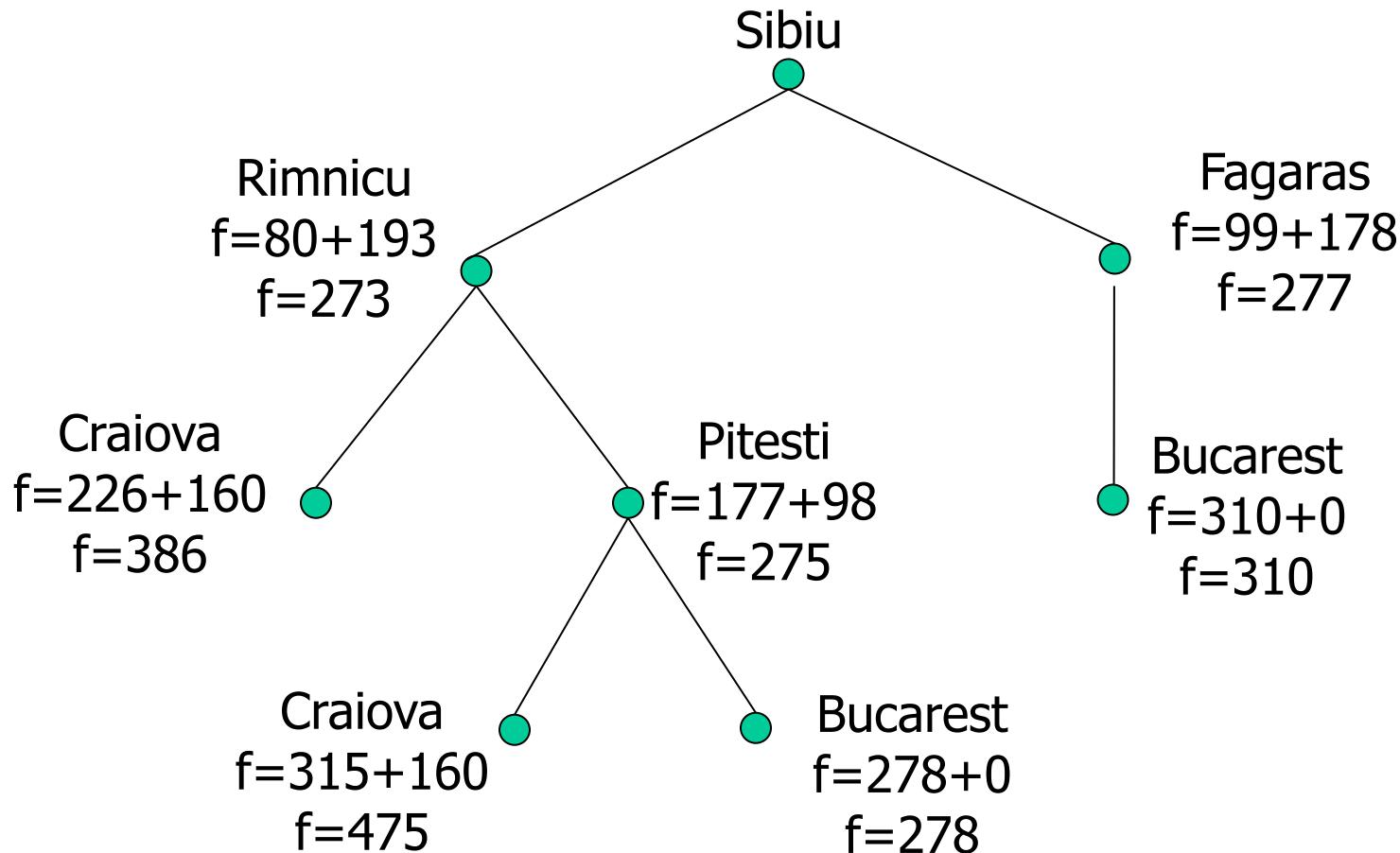
Búsqueda informada

- $h_1(n)$ =distancia en línea recta



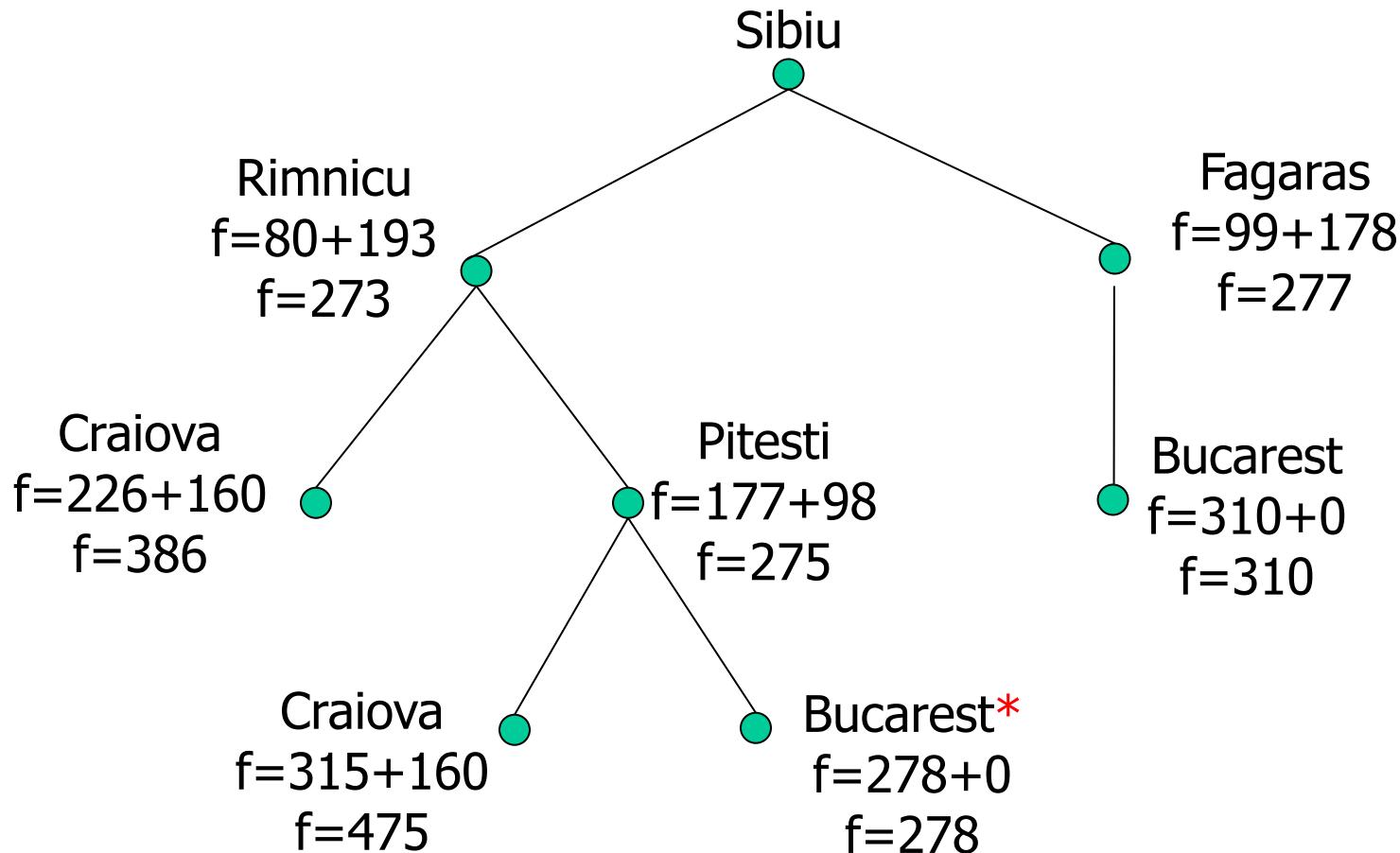
Búsqueda informada

- $h_1(n)$ =distancia en línea recta



Búsqueda informada

- $h_1(n)$ =distancia en línea recta

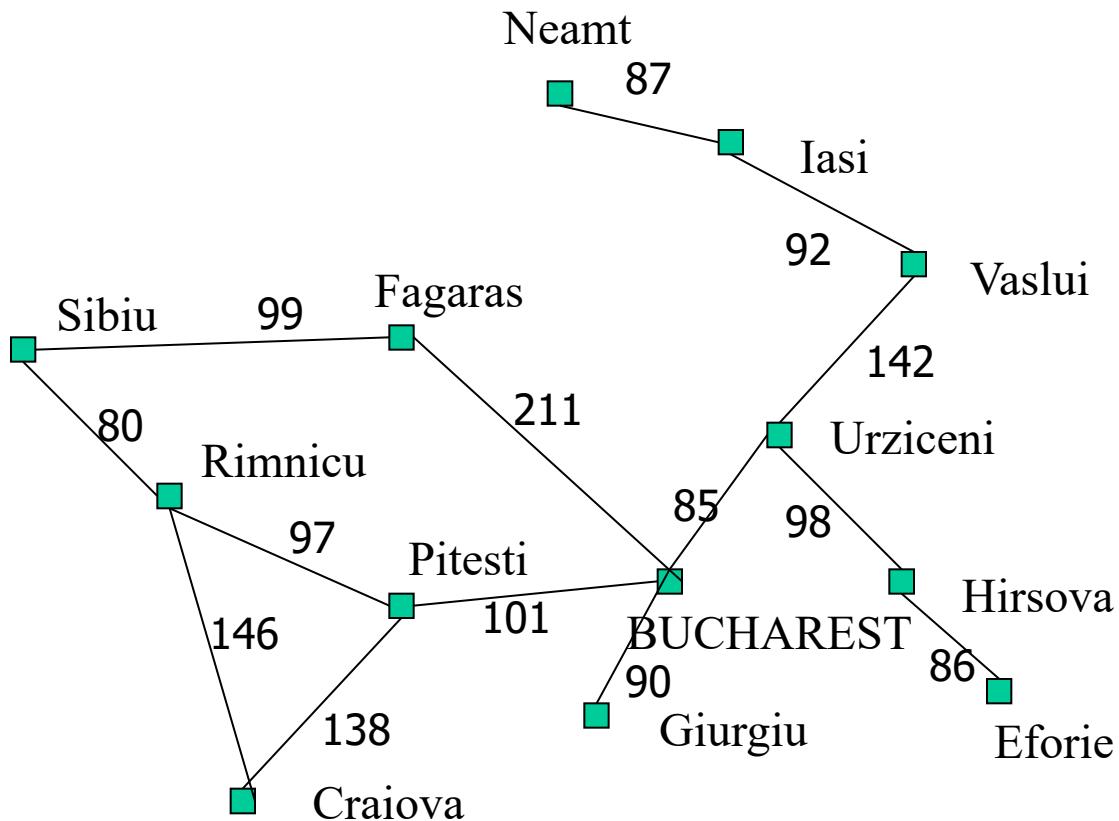


Búsqueda informada

- Una **heurística es admisible** si nunca asigna un valor mayor al real
 - *Construya el árbol de búsqueda para ir de Sibiu a Bucarest utilizando $h_1(n)$ =distancia en línea recta*
 - *Construya el árbol de búsqueda para ir de Sibiu a Bucarest utilizando $h_2(n)$ =distancia en línea recta*2*

Evite devolverse

Búsqueda informada

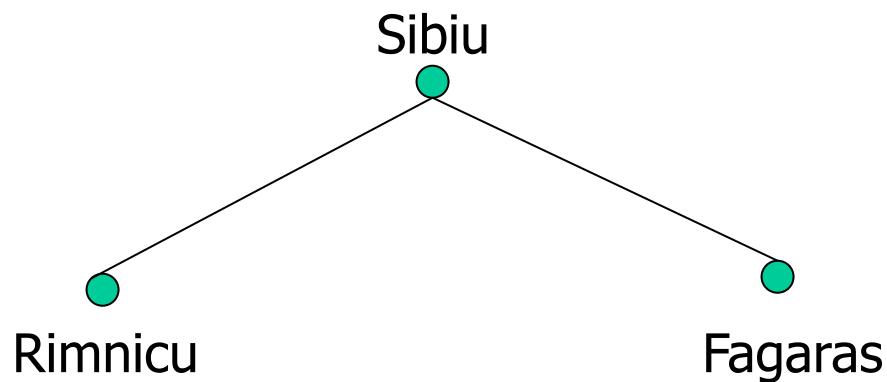


Distancia en
línea recta a
Bucarest*2:

Arad	732
Bucarest	0
Craiova	320
Dobreta	484
Eforie	322
Fagaras	356
Giurgiu	154
Hirsova	302
Iasi	452
Lugoj	488
Mehadia	482
Neamt	468
Oradea	760
Pitesti	196
Rimnicu	386
Sibiu	506
Timisoara	658
Urziceni	160
Vaslui	398
Zerind	748

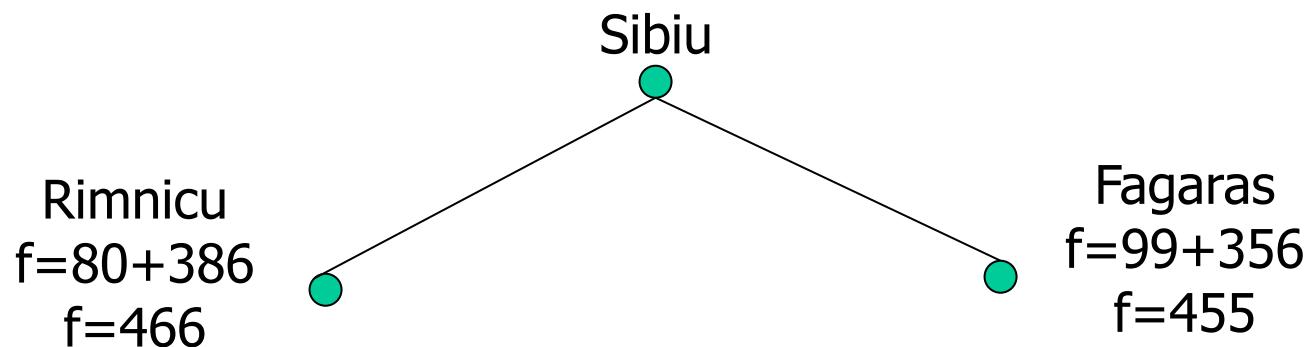
Búsqueda informada

- $h_2(n) = \text{distancia en línea recta}^* 2$



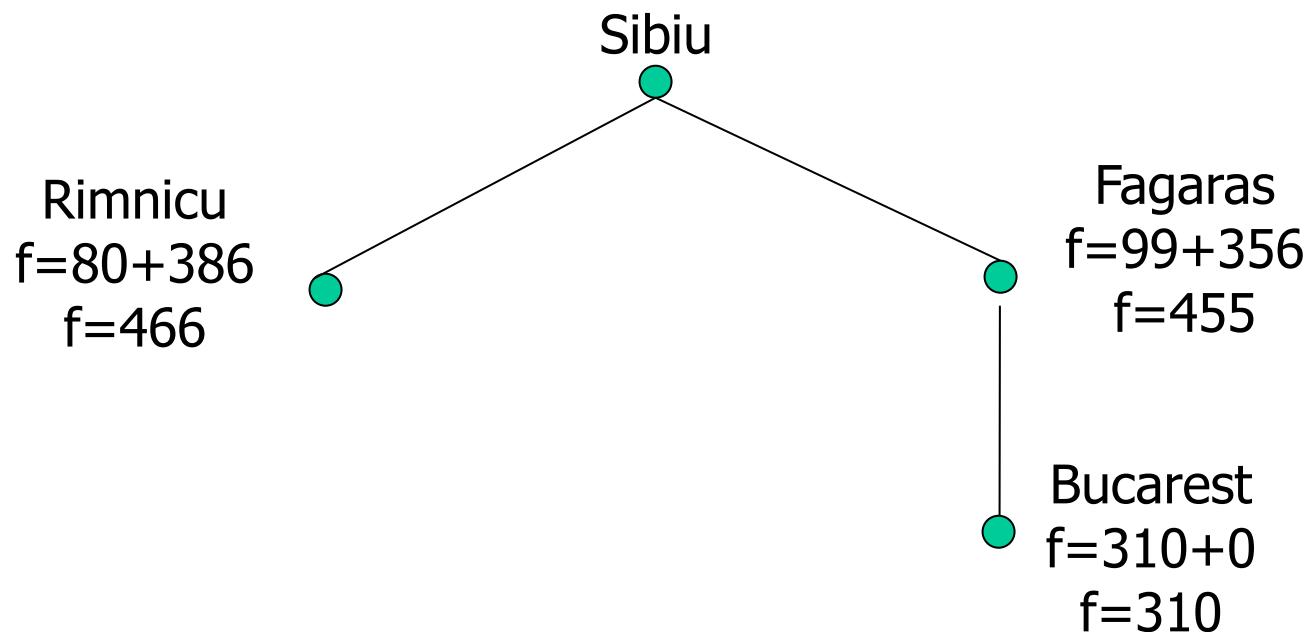
Búsqueda informada

- $h_2(n) = \text{distancia en línea recta}^* 2$



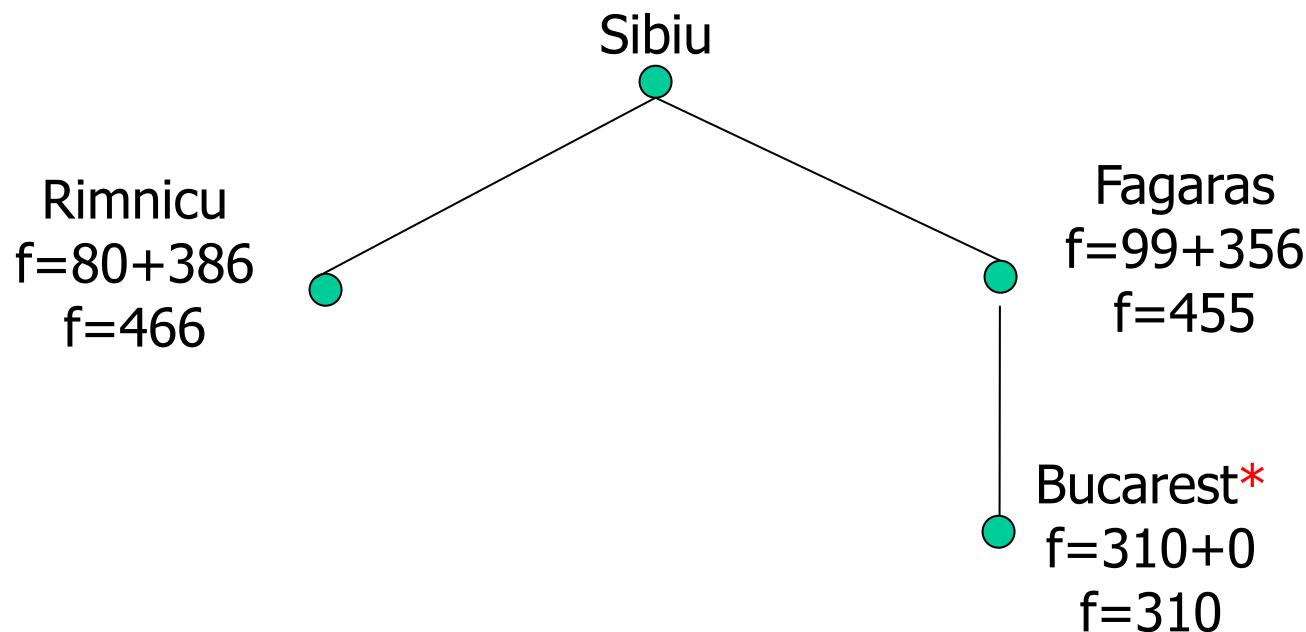
Búsqueda informada

- $h_2(n) = \text{distancia en línea recta}^* 2$



Búsqueda informada

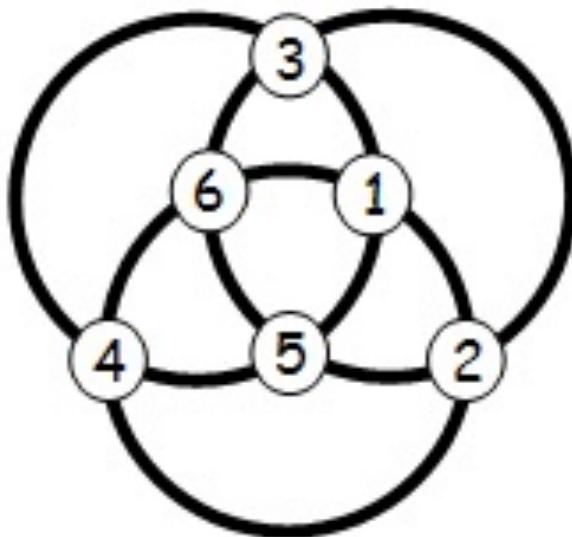
- $h_2(n) = \text{distancia en línea recta}^* 2$



Búsqueda informada

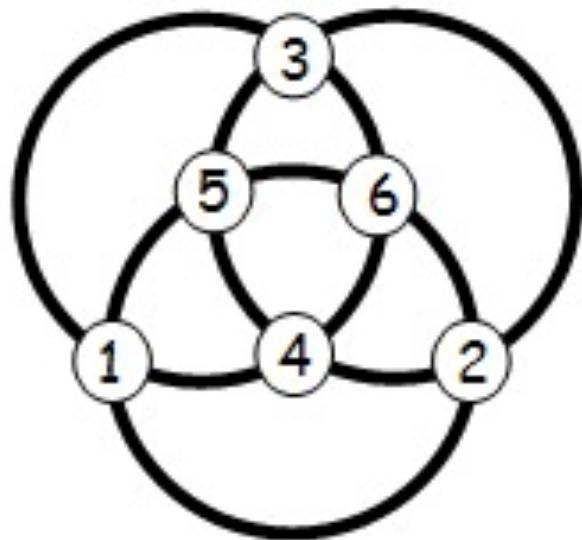
Diseño de heurísticas

- **Los aros mágicos.** Utilizando el operador *intercambio(a,b)* que cambia de posición los números a y b, colocar los cuatro números sobre cada aro de tal forma que la suma sea 14. Cada intercambio cuesta 1

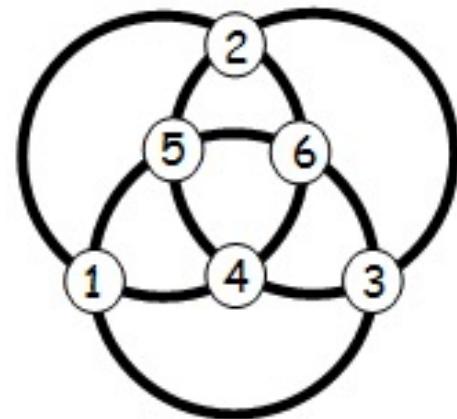
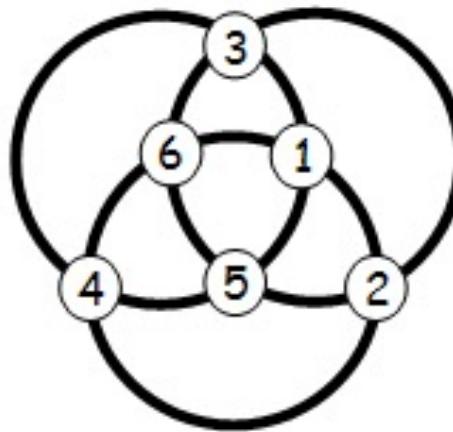


Búsqueda informada

Diseño de heurísticas



meta

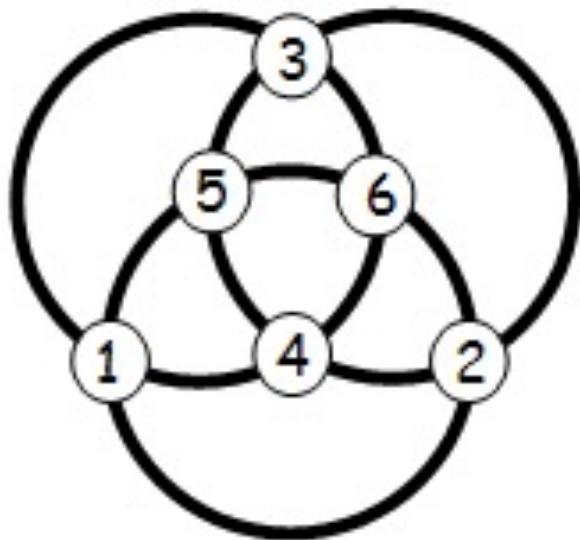


¿Cuál está más distante de la meta?

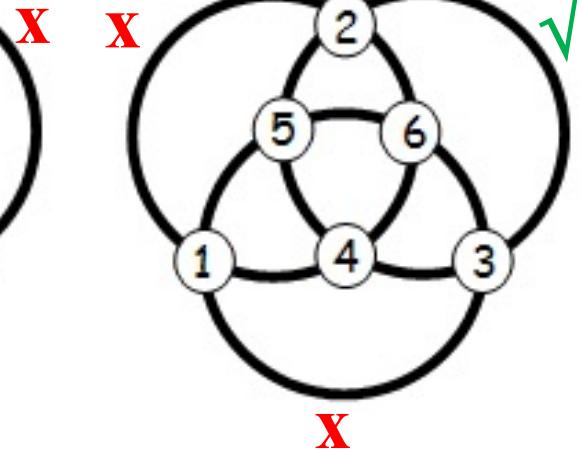
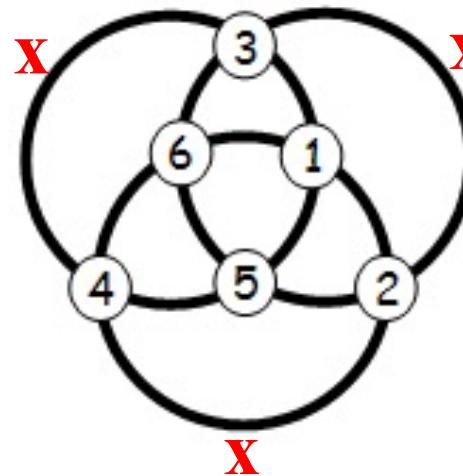
¿Cómo lo sabe?

Búsqueda informada

Diseño de heurísticas



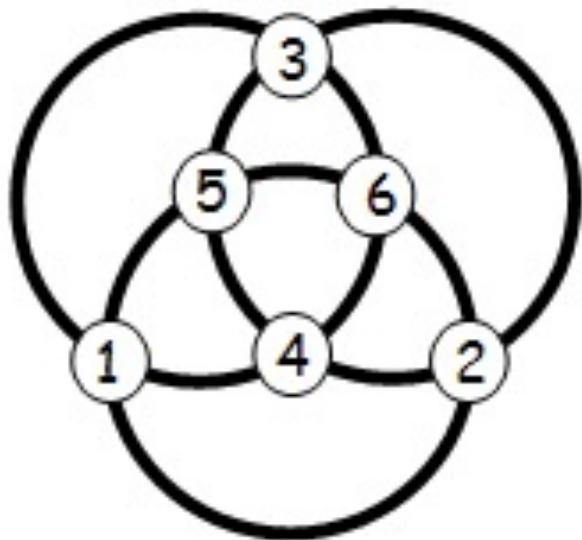
meta



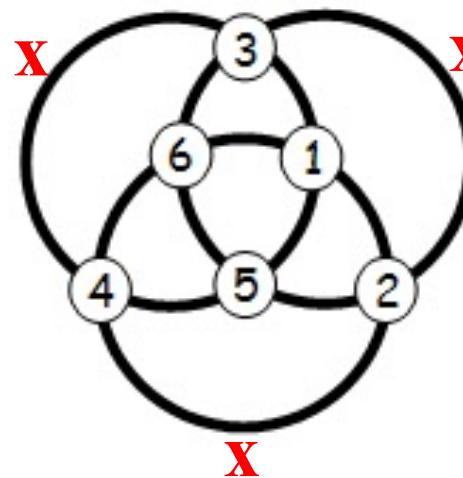
¿Cuál está más distante de la meta?
¿Cómo lo sabe?

Búsqueda informada

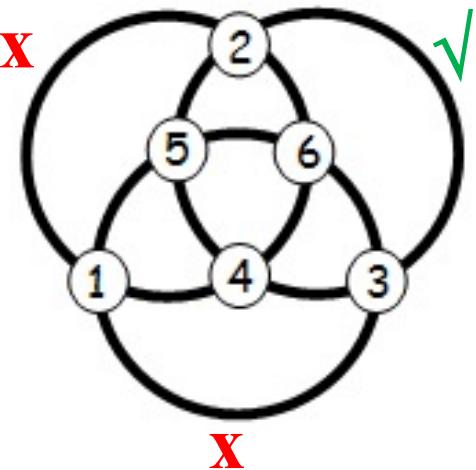
Diseño de heurísticas



meta

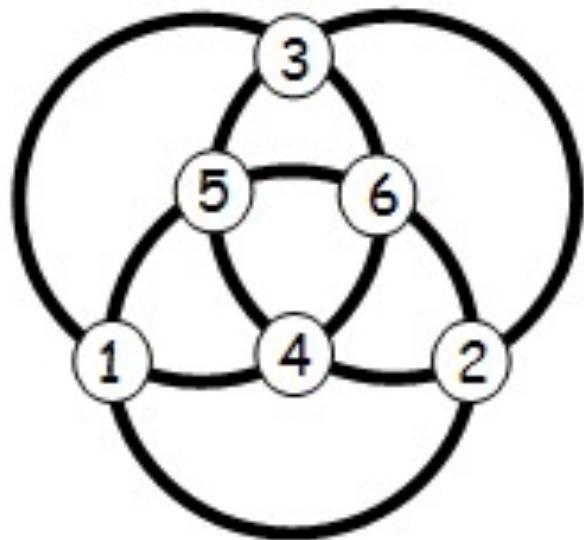


$h(n) = \text{cantidad de aros que no suman } 14$
es admisible?

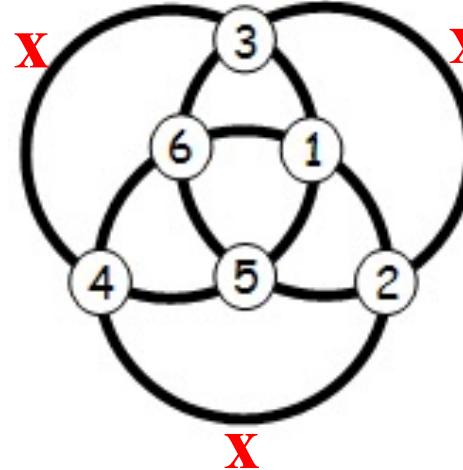


Búsqueda informada

Diseño de heurísticas



meta



X

X

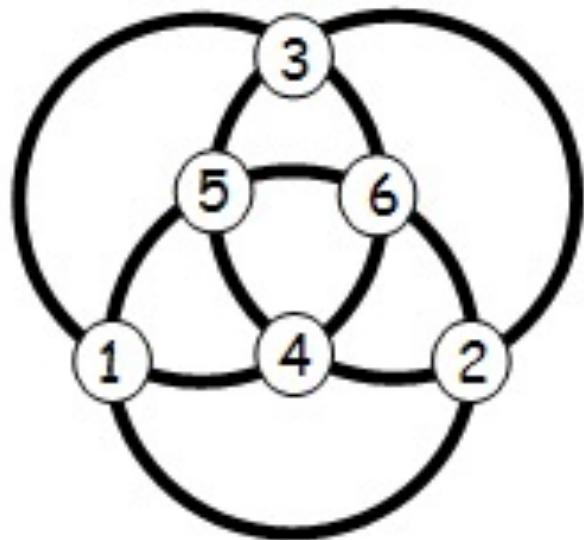
✓

$$h(n) = \underline{\text{cantidad de aros que no suman } 14}$$

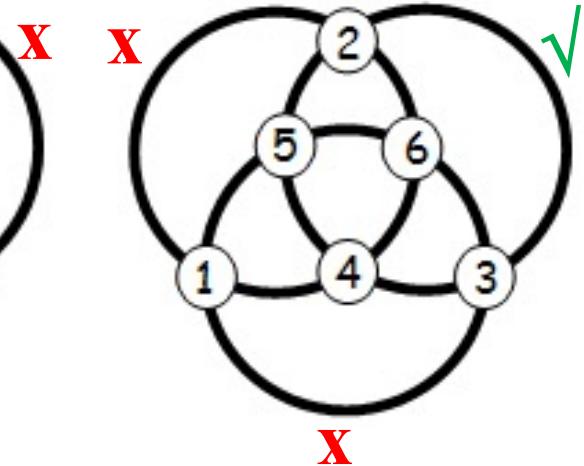
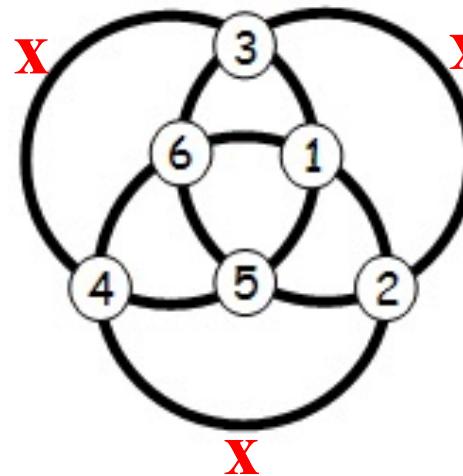
?

Búsqueda informada

Diseño de heurísticas



meta

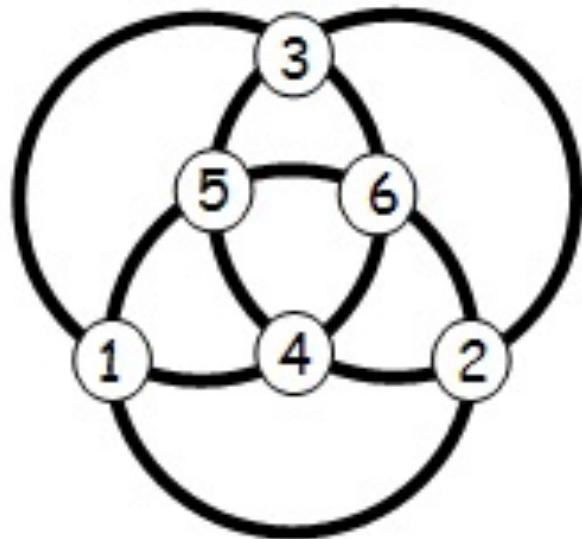


$$h(n) = \underline{\text{cantidad de aros que no suman 14}}$$

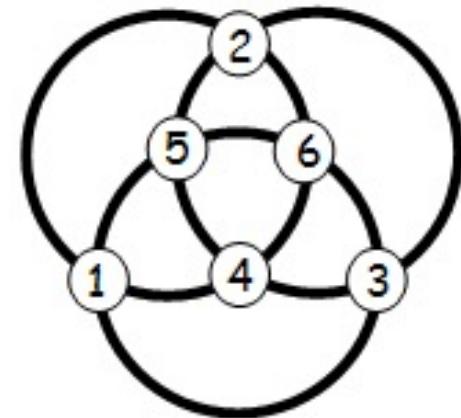
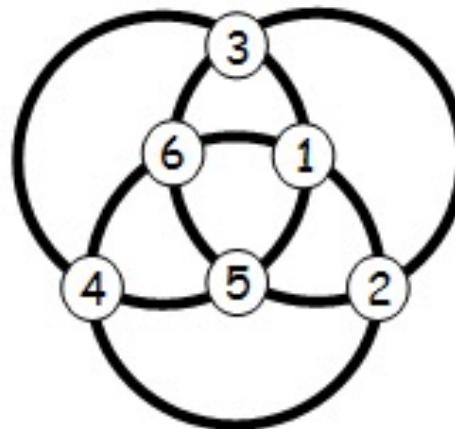
2

Búsqueda informada

Diseño de heurísticas



meta



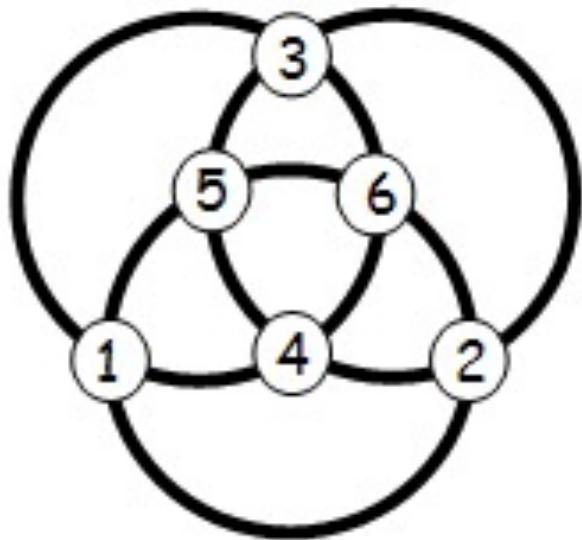
$$h(n) = \underline{\text{cantidad de aros que no suman } 14}$$

2

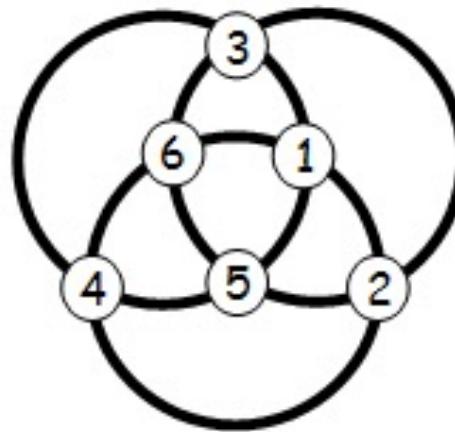
Se divide entre el mejor avance posible en un solo paso

Búsqueda informada

Diseño de heurísticas



meta



$$h(n) = \underline{\text{cantidad de aros que no suman } 14}$$

100

100

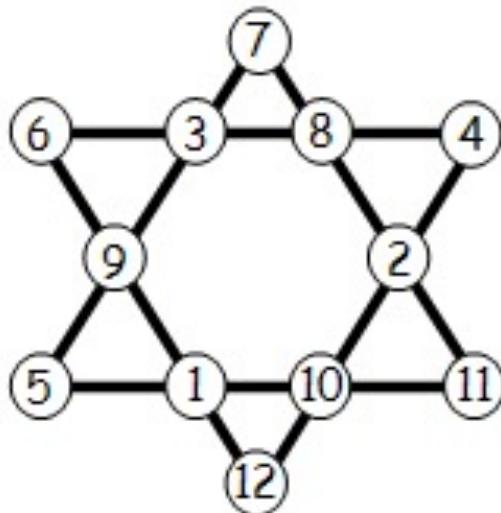
100

100

Búsqueda informada

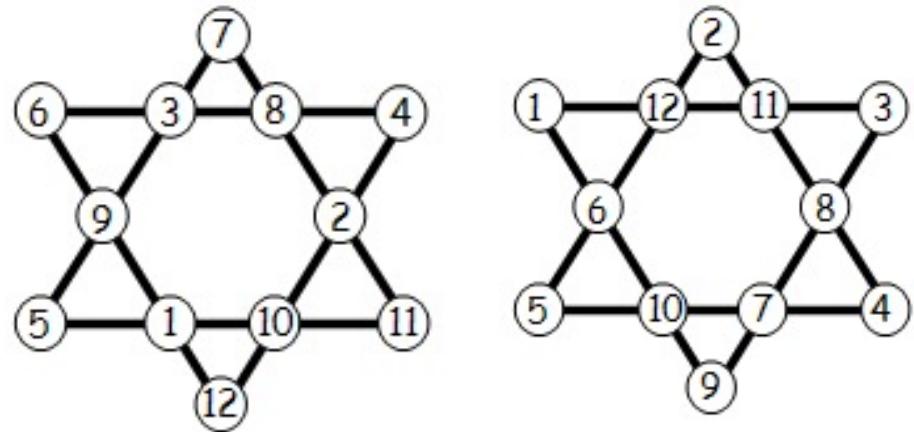
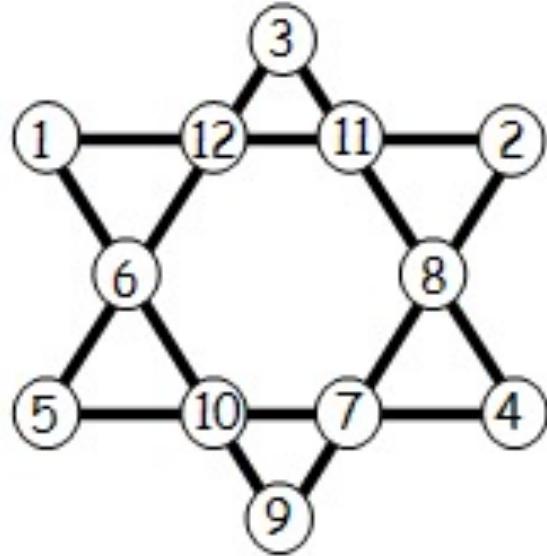
Diseño de heurísticas

- **El número 26.** Utilizando el operador *intercambio(a,b)* que cambia de posición los números a y b, colocar los números de tal forma que sobre cada lado la suma sea 26. Cada intercambio cuesta 1.



Búsqueda informada

Diseño de heurísticas

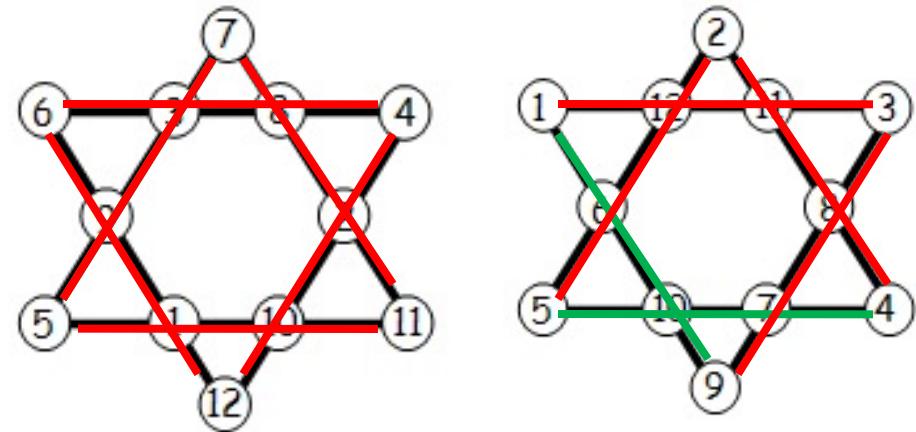
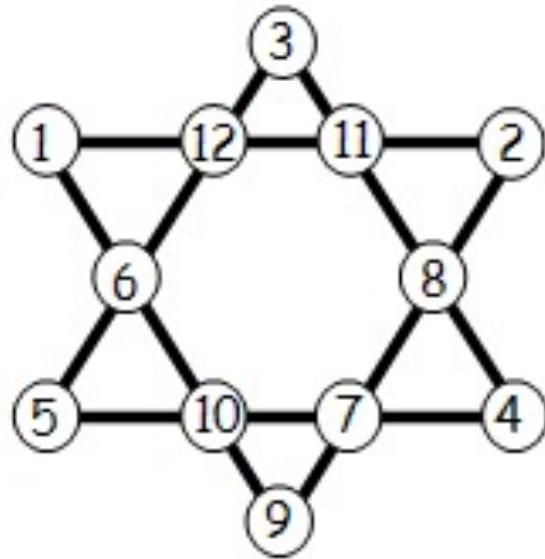


¿Cuál está más distante de la meta?

¿Cómo lo sabe?

Búsqueda informada

Diseño de heurísticas

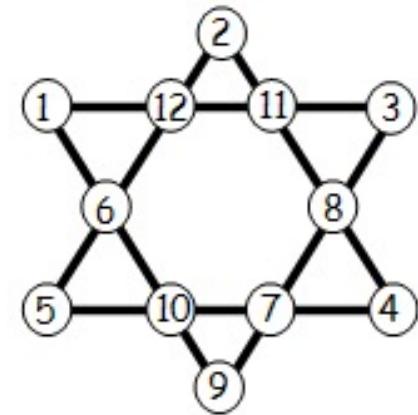
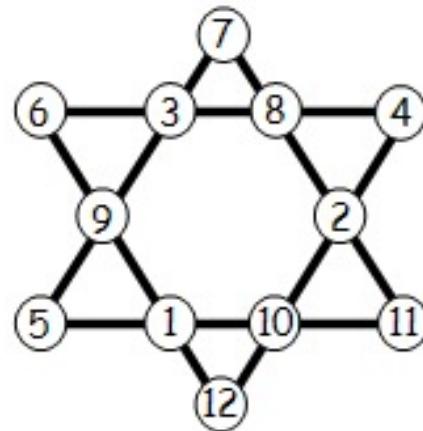
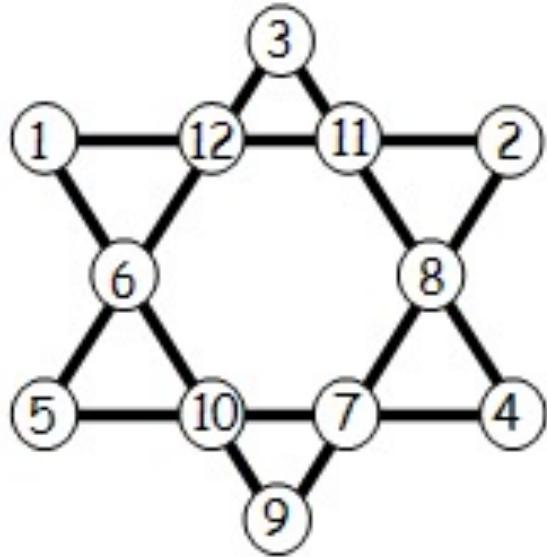


¿Cuál está más distante de la meta?

¿Cómo lo sabe?

Búsqueda informada

Diseño de heurísticas

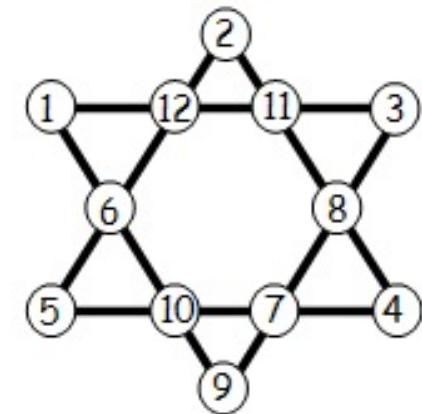
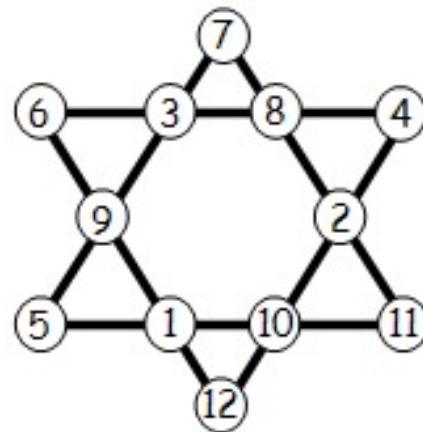
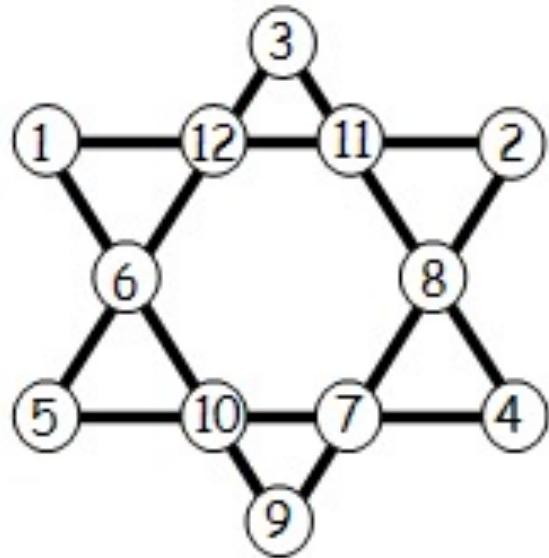


$$h(n) = \underline{\text{cantidad de lados que no suman } 26}$$

?

Búsqueda informada

Diseño de heurísticas

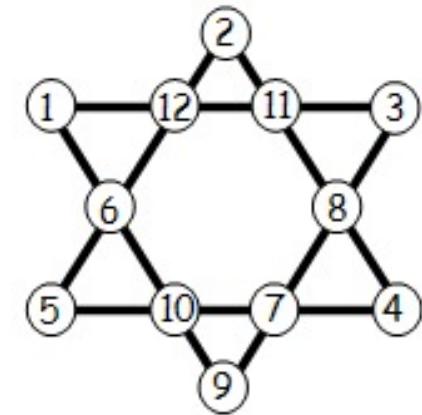
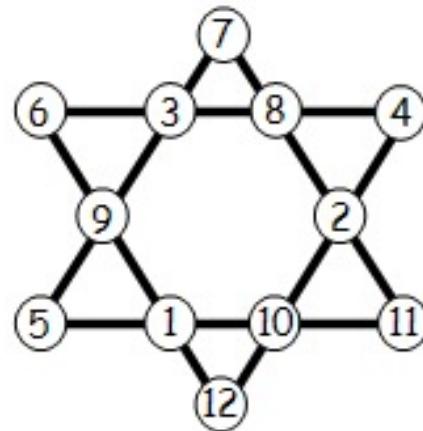
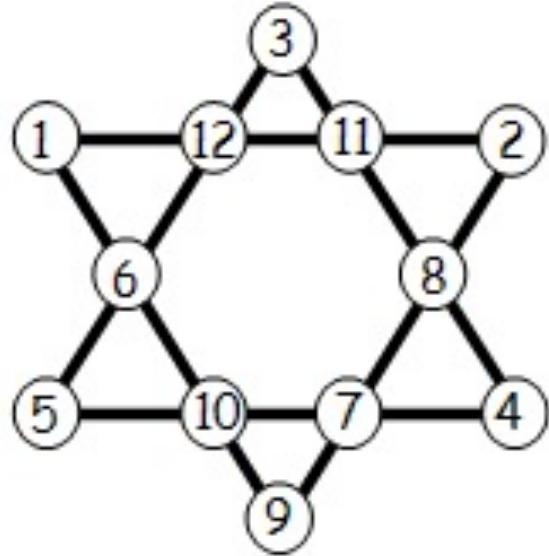


$$h(n) = \underline{\text{cantidad de lados que no suman } 26}$$

4

Búsqueda informada

Diseño de heurísticas



$$h(n) = \underline{\text{cantidad de lados que no suman } 26}$$

100

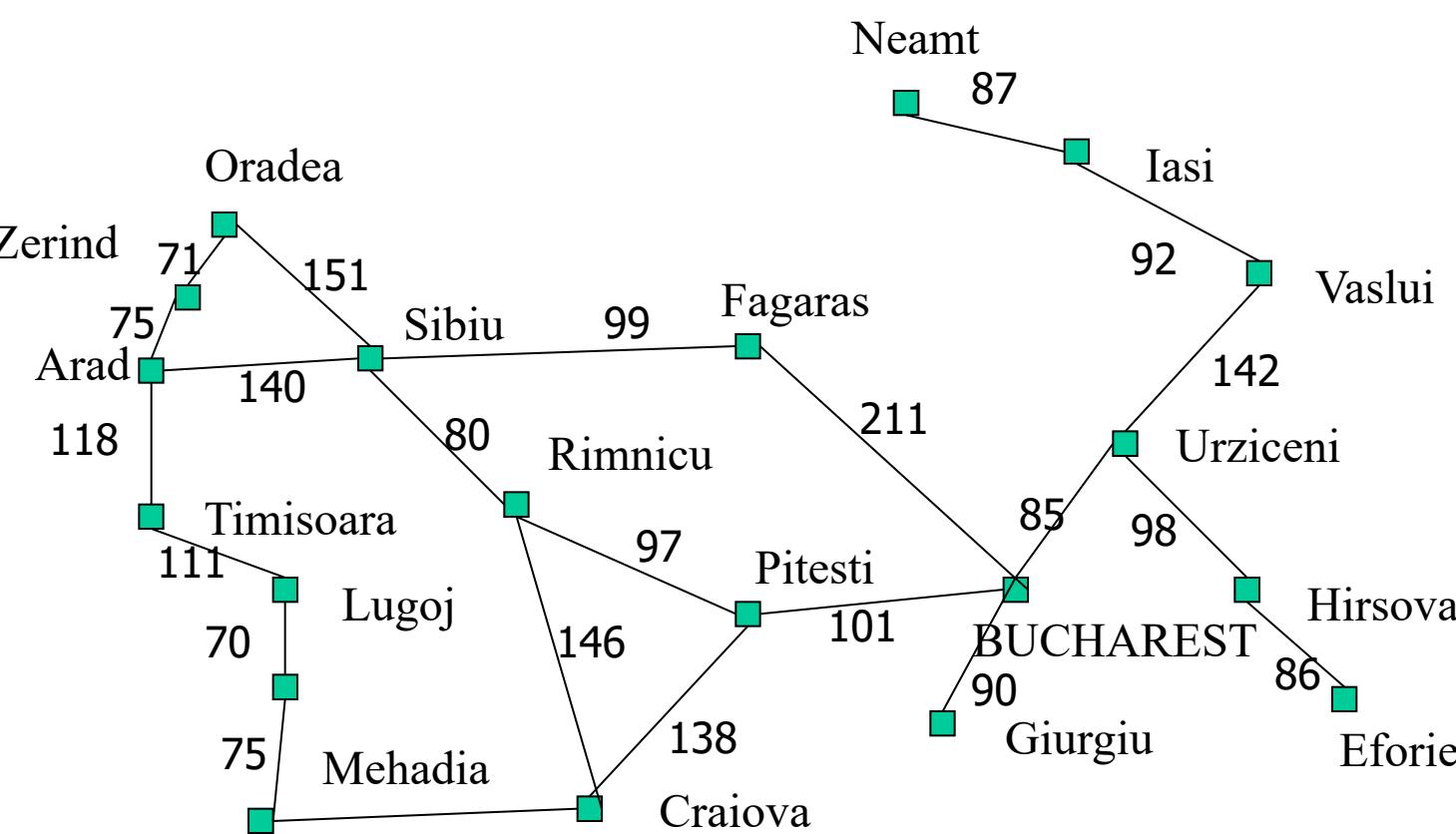
Búsqueda informada

- **Completitud:** si
- **Complejidad temporal:** número de nodos con una $f(n)$ más pequeña que el costo óptimo
- **Complejidad espacial:** número de nodos con una $f(n)$ más pequeña que el costo óptimo
- **Solución óptima:** si

Búsqueda informada

Heurísticas y desempeño

Búsqueda informada

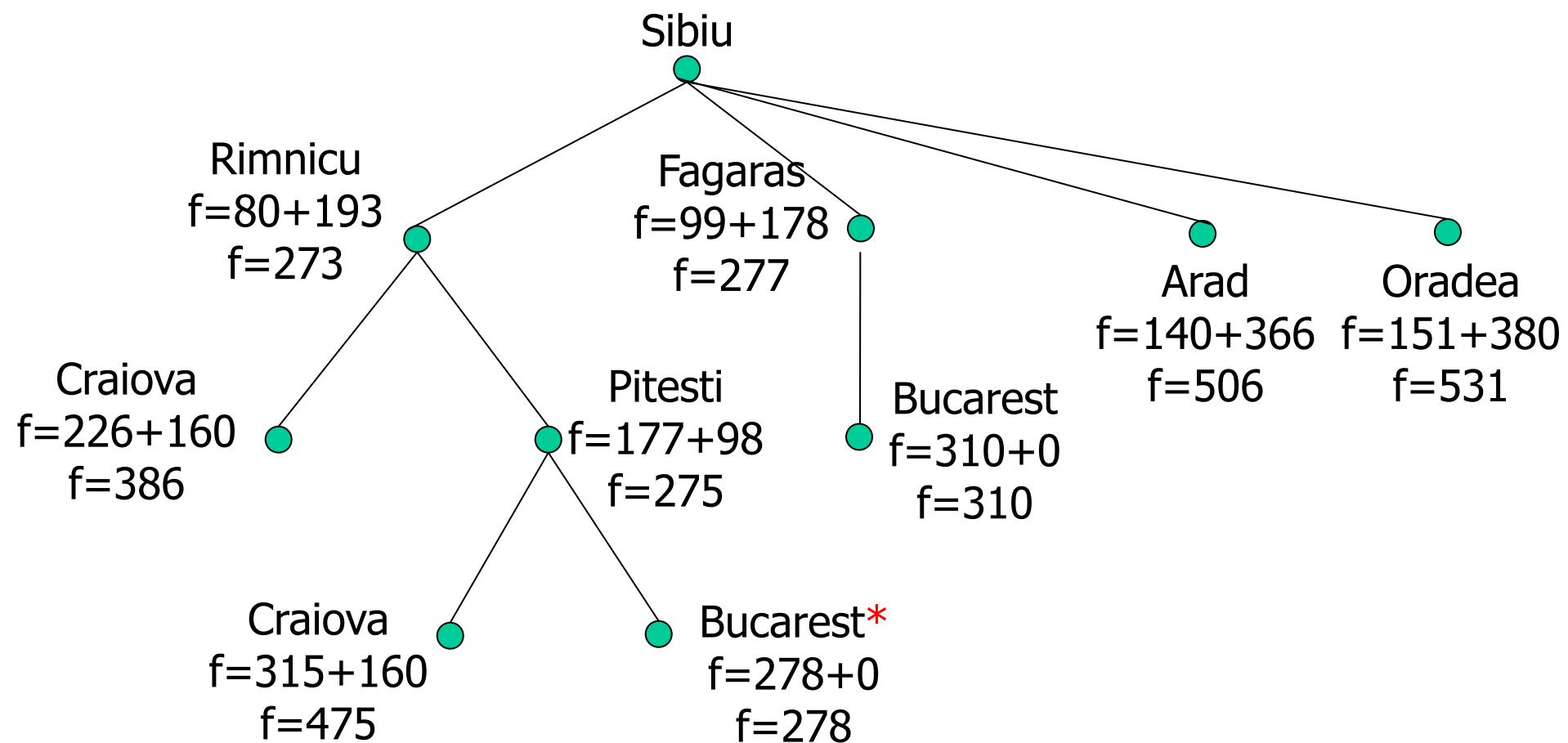


Problema: ir de Sibiu a Bucarest

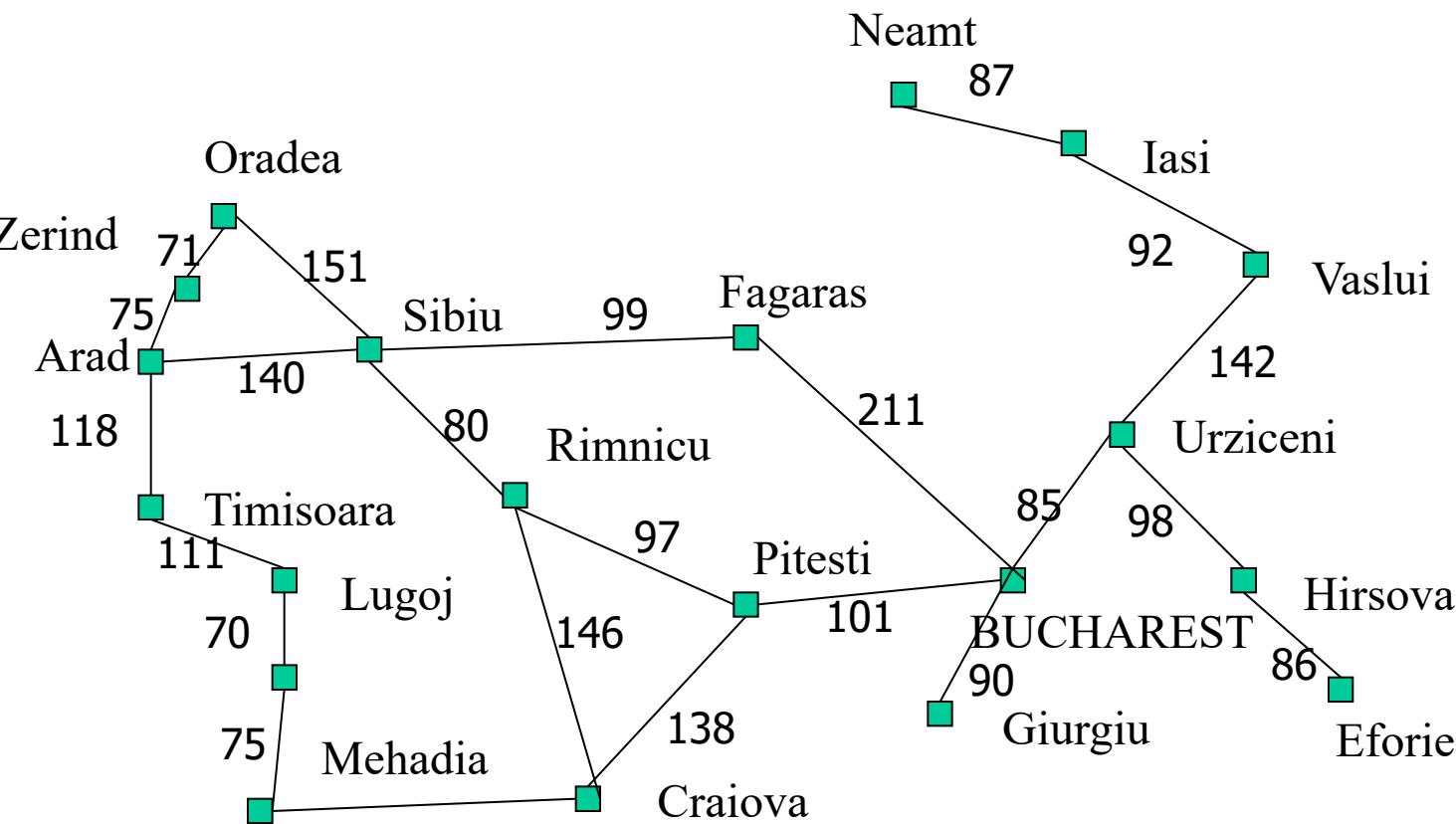
Distancia en
línea recta a
Bucarest:

Arad	366
Bucarest	0
Craiova	160
Dobreta	242
Eforie	161
Fagaras	178
Giurgiu	77
Hirsova	151
Iasi	226
Lugoj	244
Mehadia	241
Neamt	234
Oradea	380
Pitesti	98
Rimnicu	193
Sibiu	253
Timisoara	329
Urziceni	80
Vaslui	199
Zerind	374

Búsqueda informada



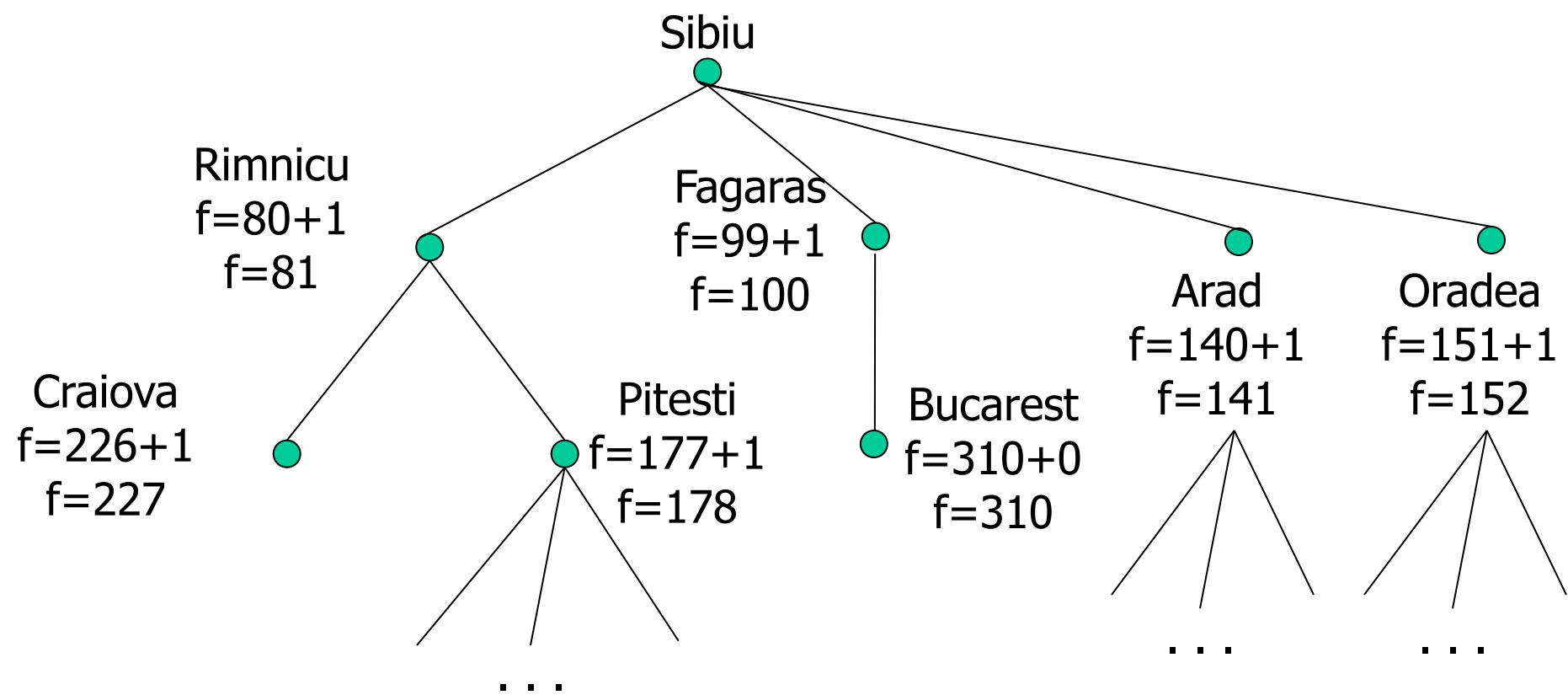
Búsqueda informada



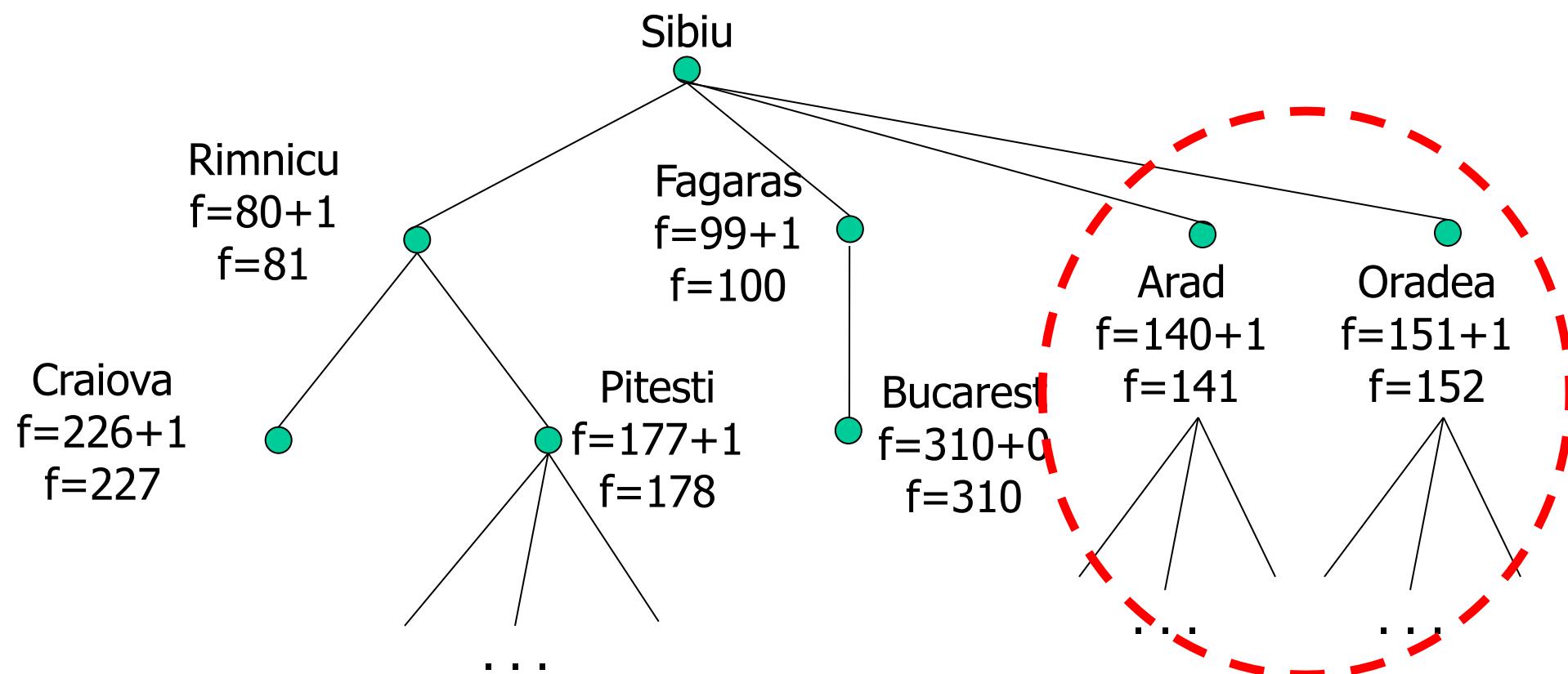
Distancia mínima
a Bucarest:

Arad	1
Bucarest	0
Craiova	1
Dobreta	1
Eforie	1
Fagaras	1
Giurgiu	1
Hirsova	1
Iasi	1
Lugoj	1
Mehadia	1
Neamt	1
Oradea	1
Pitesti	1
Rimnicu	1
Sibiu	1
Timisoara	1
Urziceni	1
Vaslui	1
Zerind	1

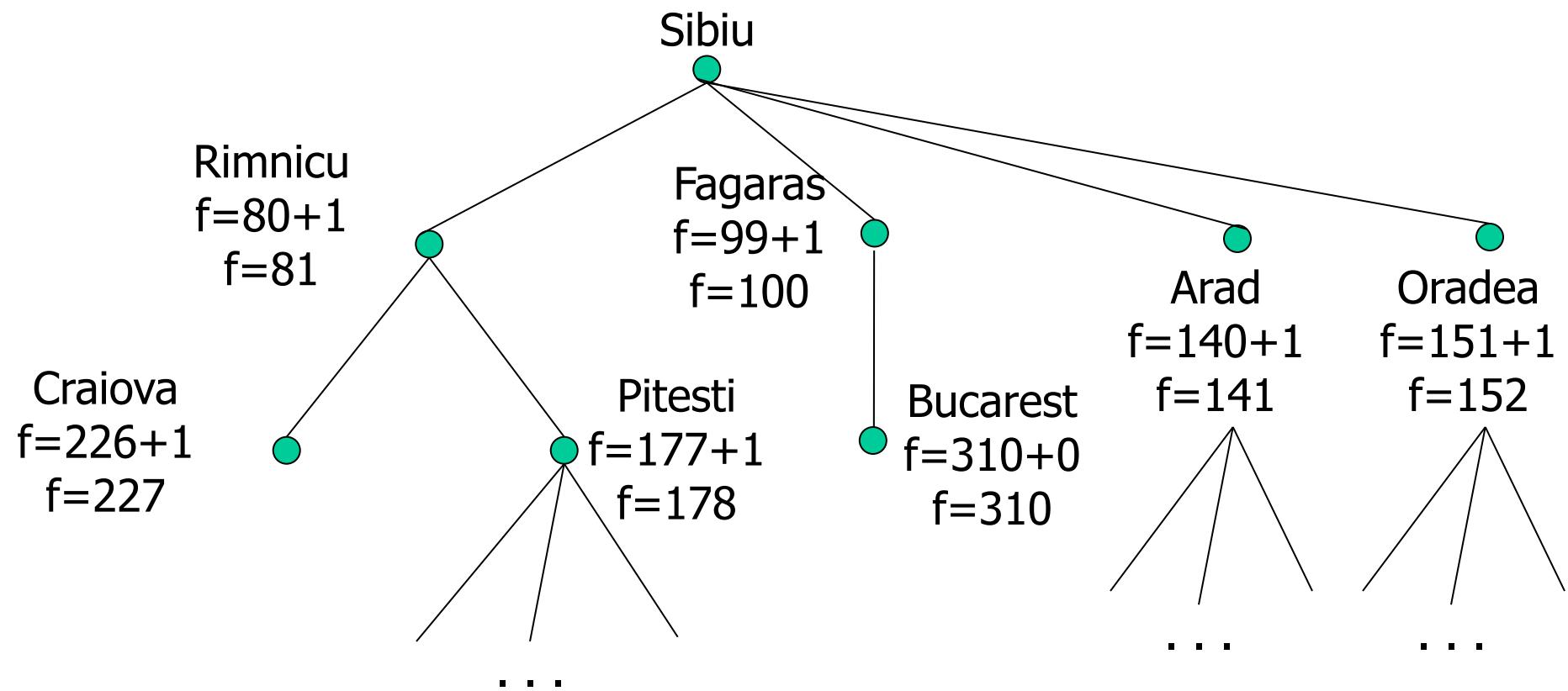
Búsqueda informada



Búsqueda informada



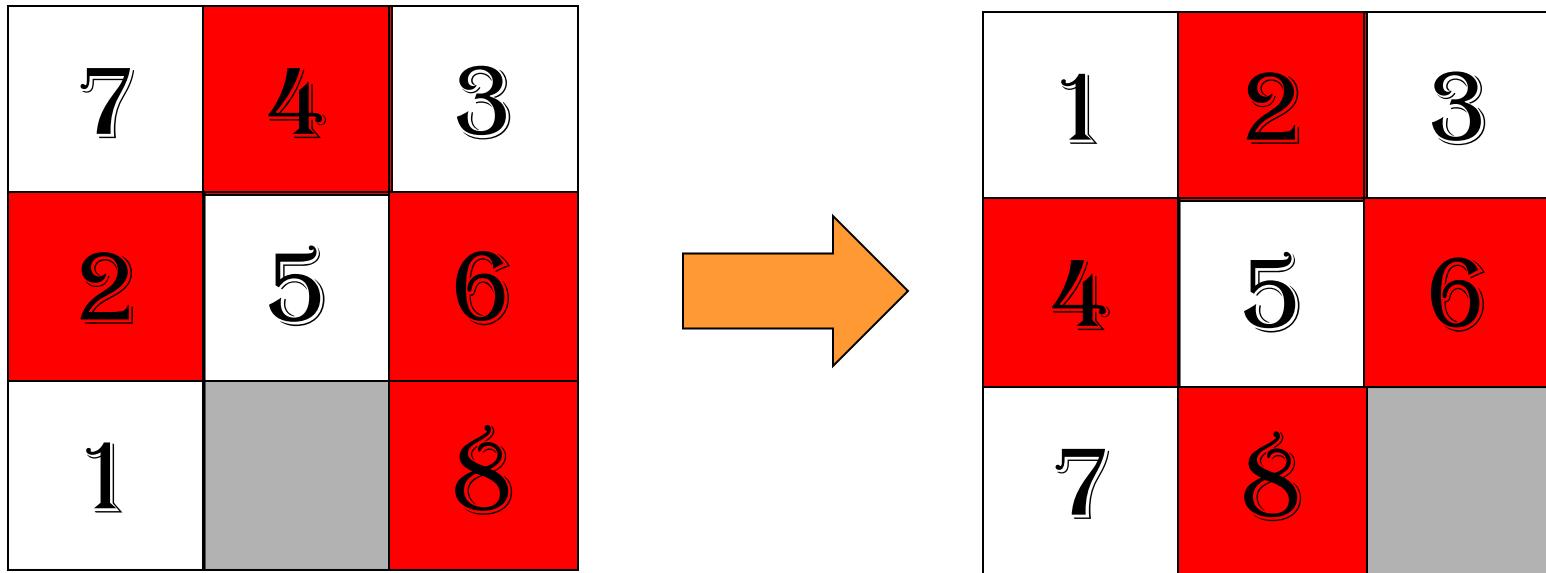
Búsqueda informada



Si los valores de la heurística son muy pequeños, A* se vuelve como Costo uniforme

Búsqueda informada

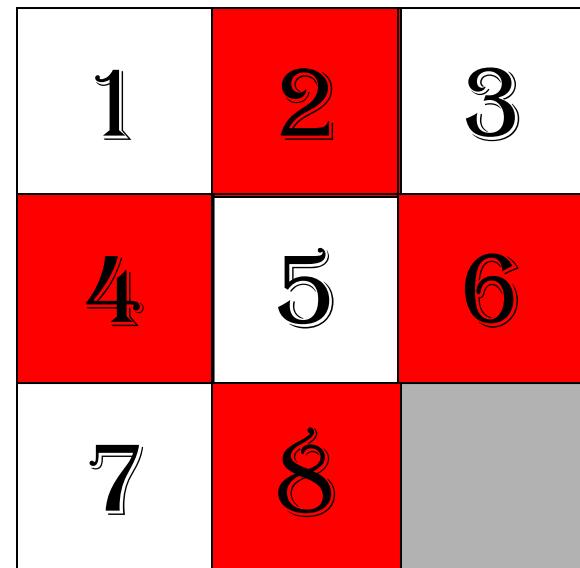
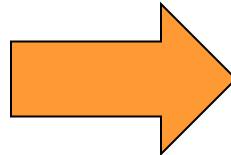
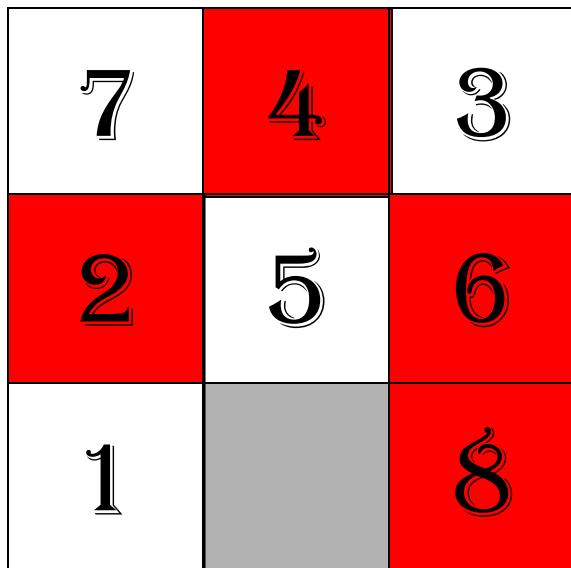
8-puzzle



$h_1(n)$: cantidad de piezas ubicadas en el lugar incorrecto
(sin incluir la placa vacía)

Búsqueda informada

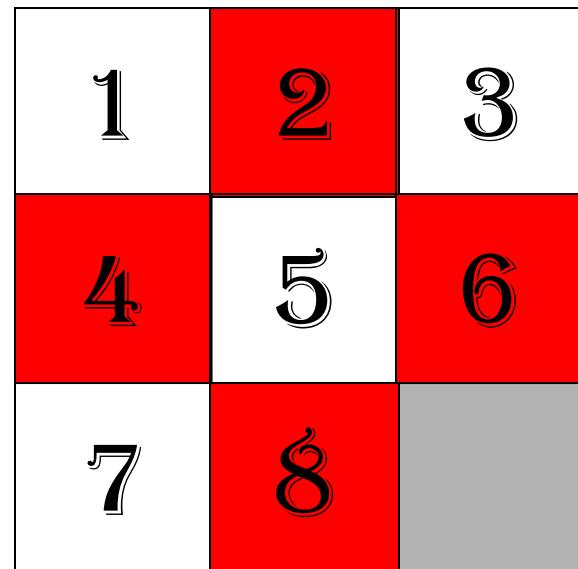
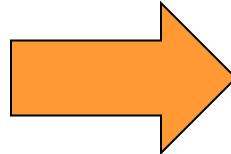
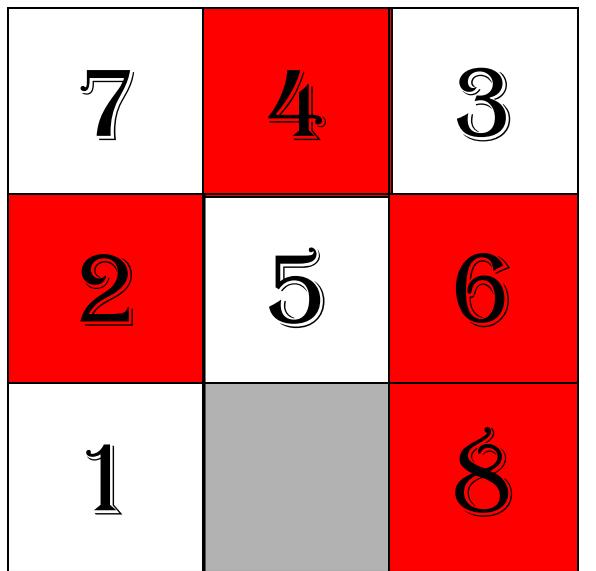
8-puzzle



$$h_1(n): 5$$

Búsqueda informada

8-puzzle

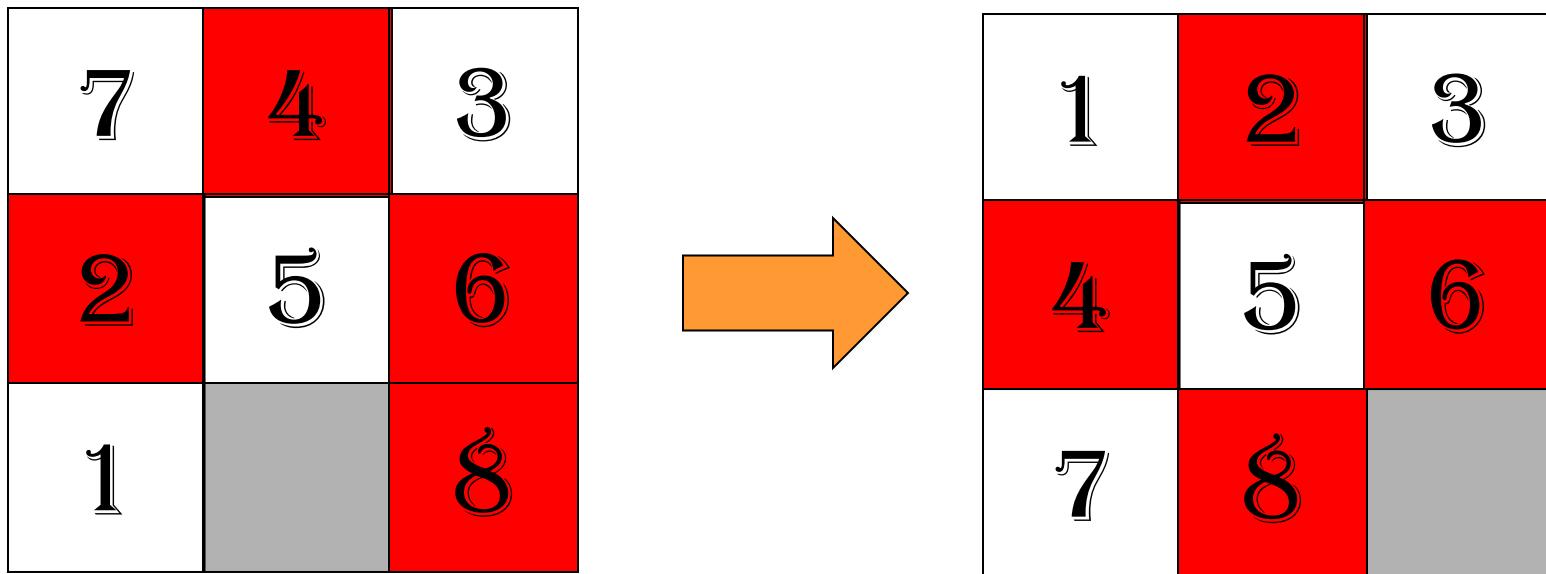


$$h_1(n): 5$$

Realmente son muchos más que 5 movimientos
El valor estimado está muy por debajo del valor real

Búsqueda informada

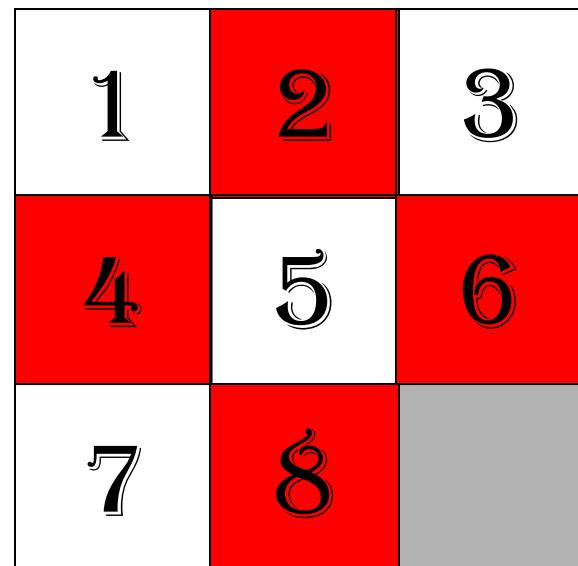
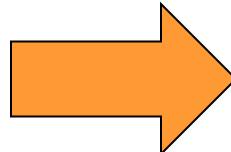
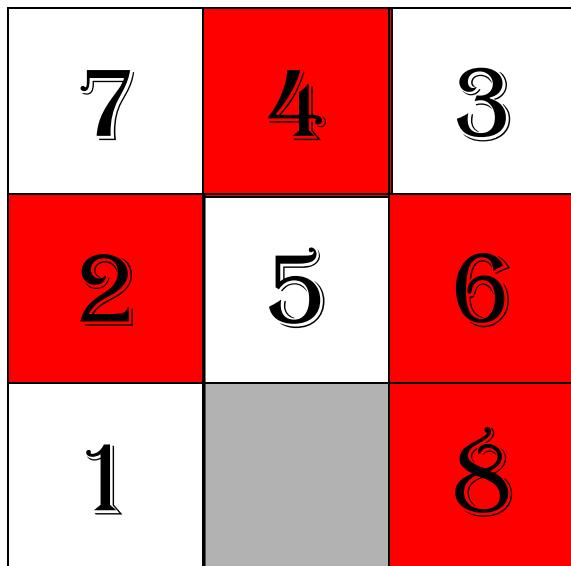
8-puzzle



$h_2(n)$: suma de las distancias de Manhattan de cada pieza a su posición correcta (sin incluir la placa vacía)

Búsqueda informada

8-puzzle



$$h_2(n): 2+2+0+2+0+0+2+1=9$$

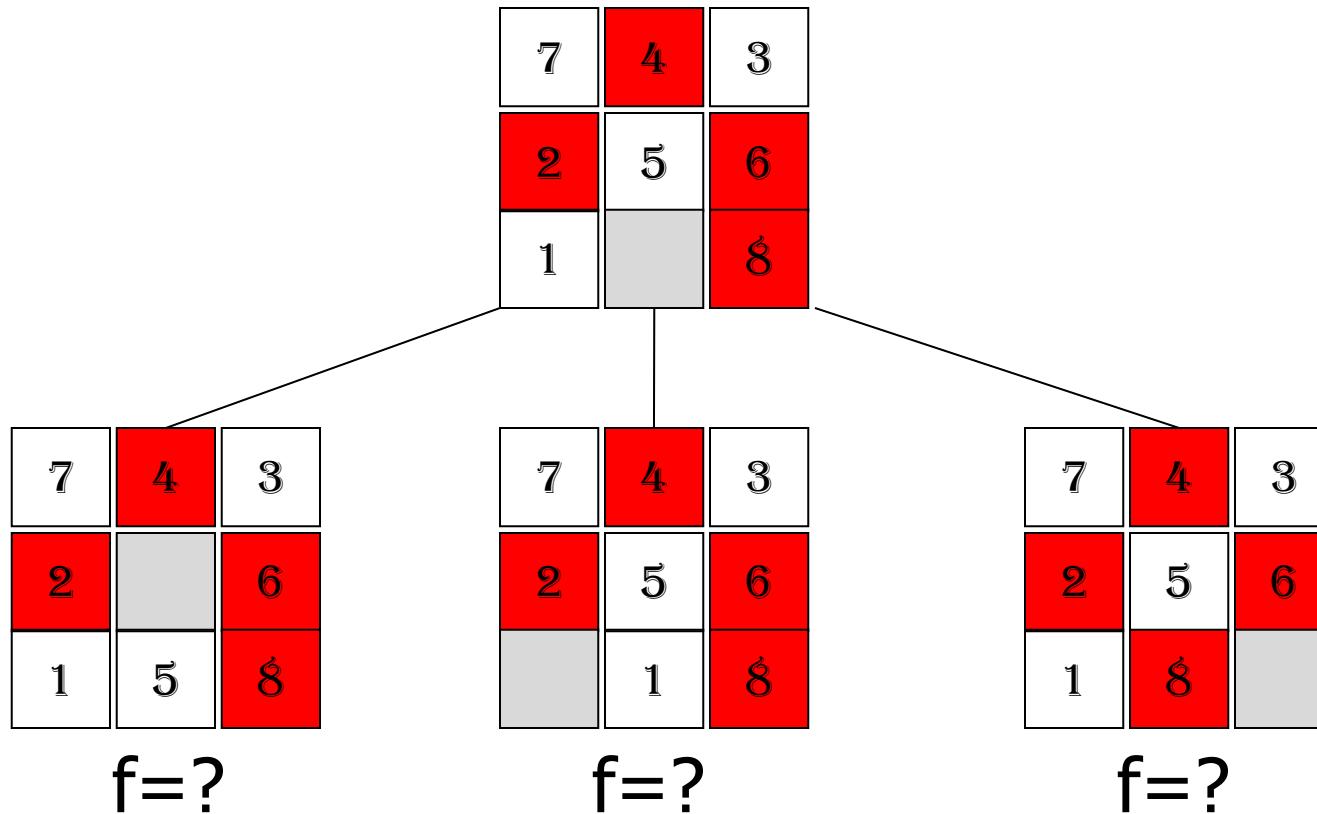
Búsqueda informada

8-puzzle

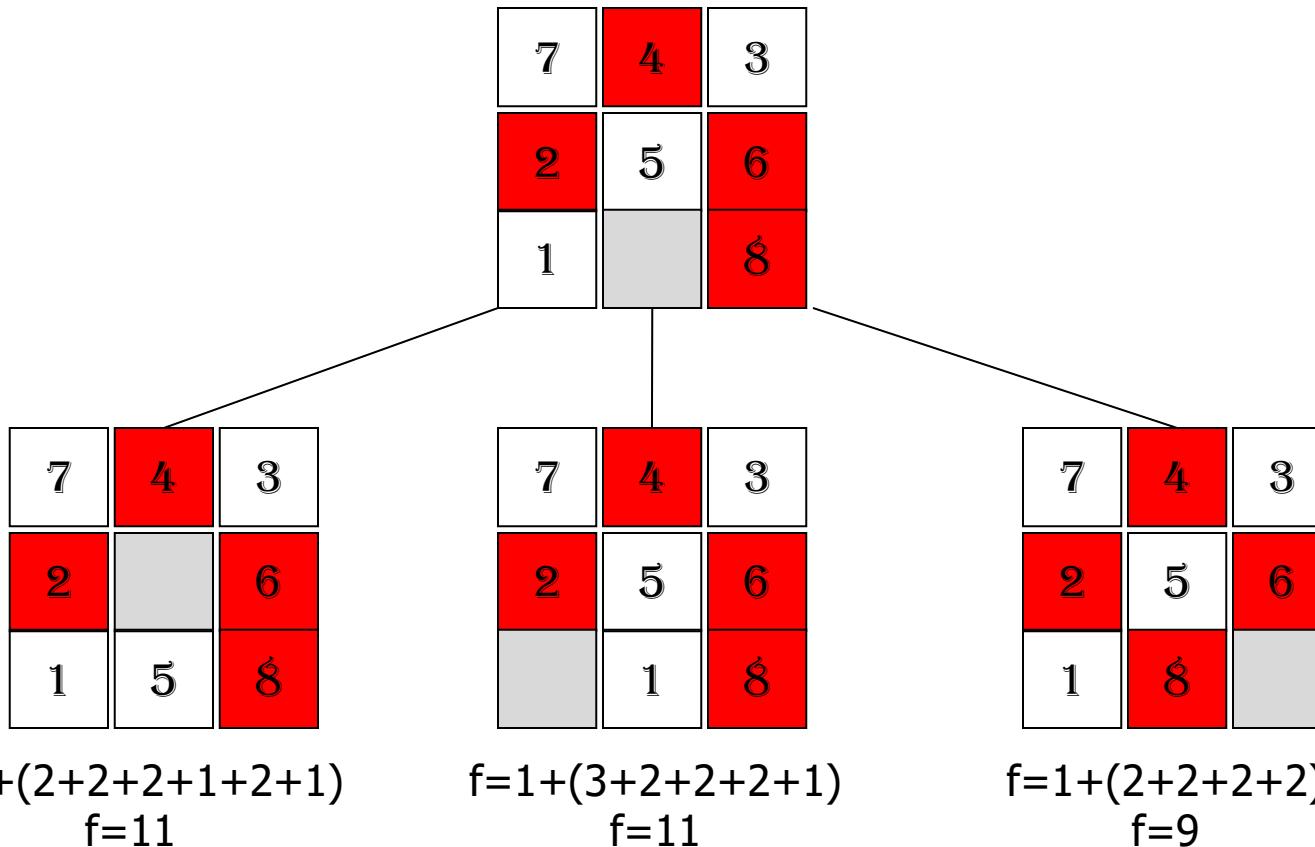
$h_1(n)$: cantidad de piezas ubicadas en el lugar incorrecto

$h_2(n)$: suma de la distancias horizontales y verticales que separan a las placas de las posiciones meta (excluyendo la vacía). Distancia de Manhattan

Búsqueda informada

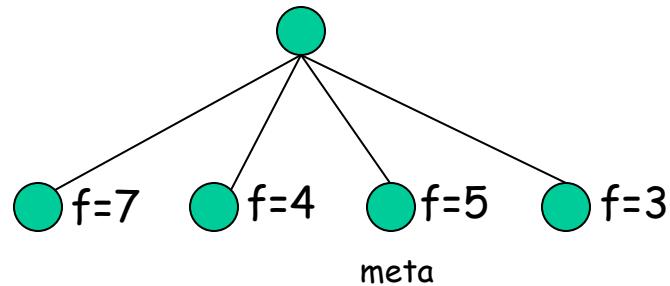


Búsqueda informada



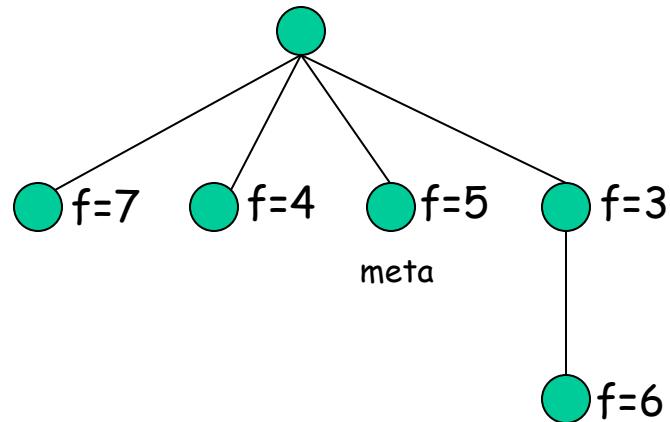
Búsqueda informada

Heurísticas y desempeño



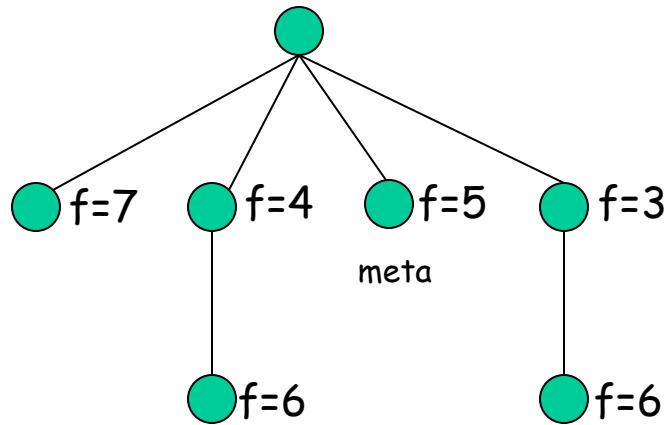
Búsqueda informada

Heurísticas y desempeño



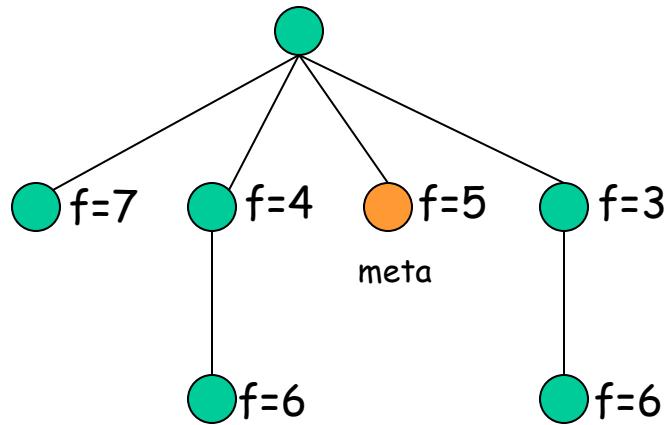
Búsqueda informada

Heurísticas y desempeño



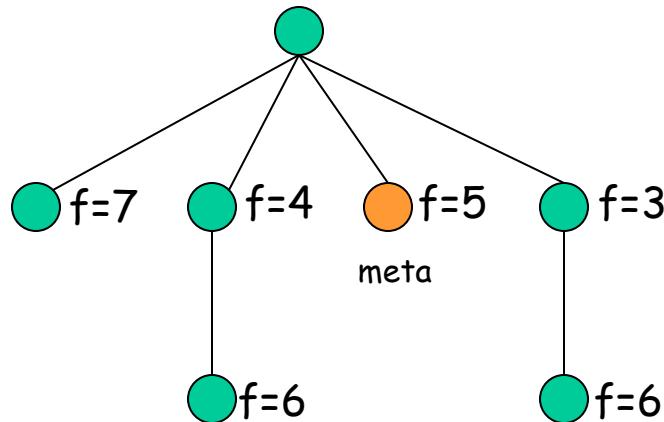
Búsqueda informada

Heurísticas y desempeño



Búsqueda informada

Heurísticas y desempeño



¿Cuál es el factor de ramificación del árbol?

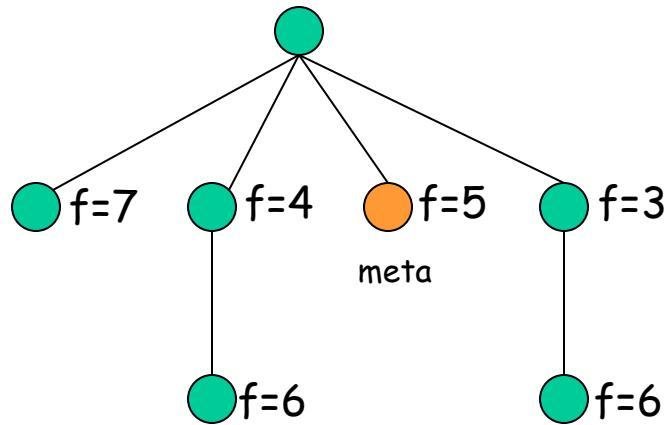
Búsqueda informada

Heurísticas y desempeño

$$N = 7$$

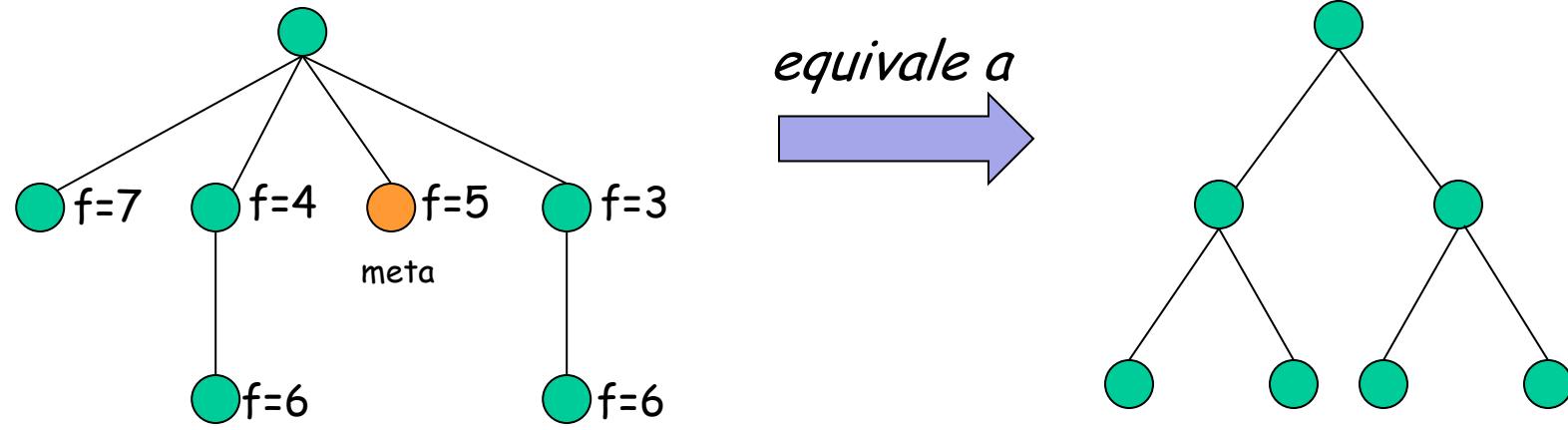
$$d = 2$$

$$1 + b^* + (b^*)^2 = 7$$



Búsqueda informada

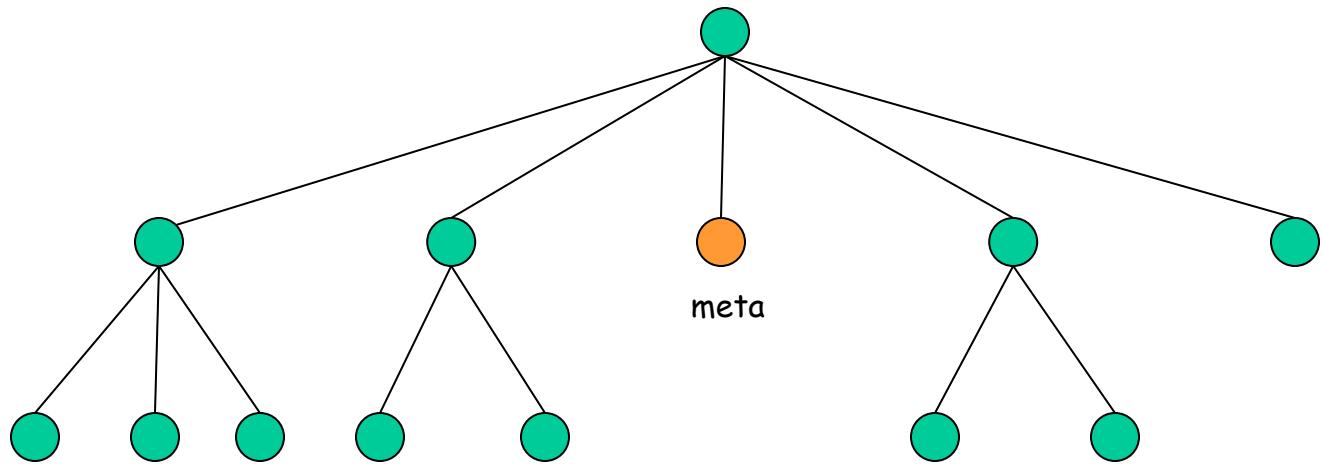
Heurísticas y desempeño



Búsqueda informada

Heurísticas y desempeño

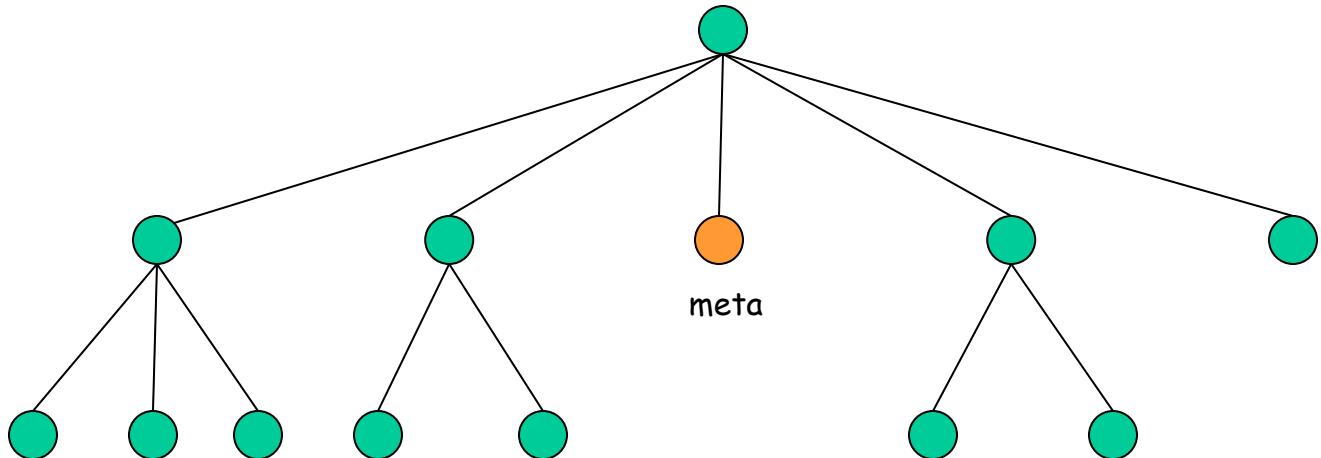
Calcule b^*



Búsqueda informada

Heurísticas y desempeño

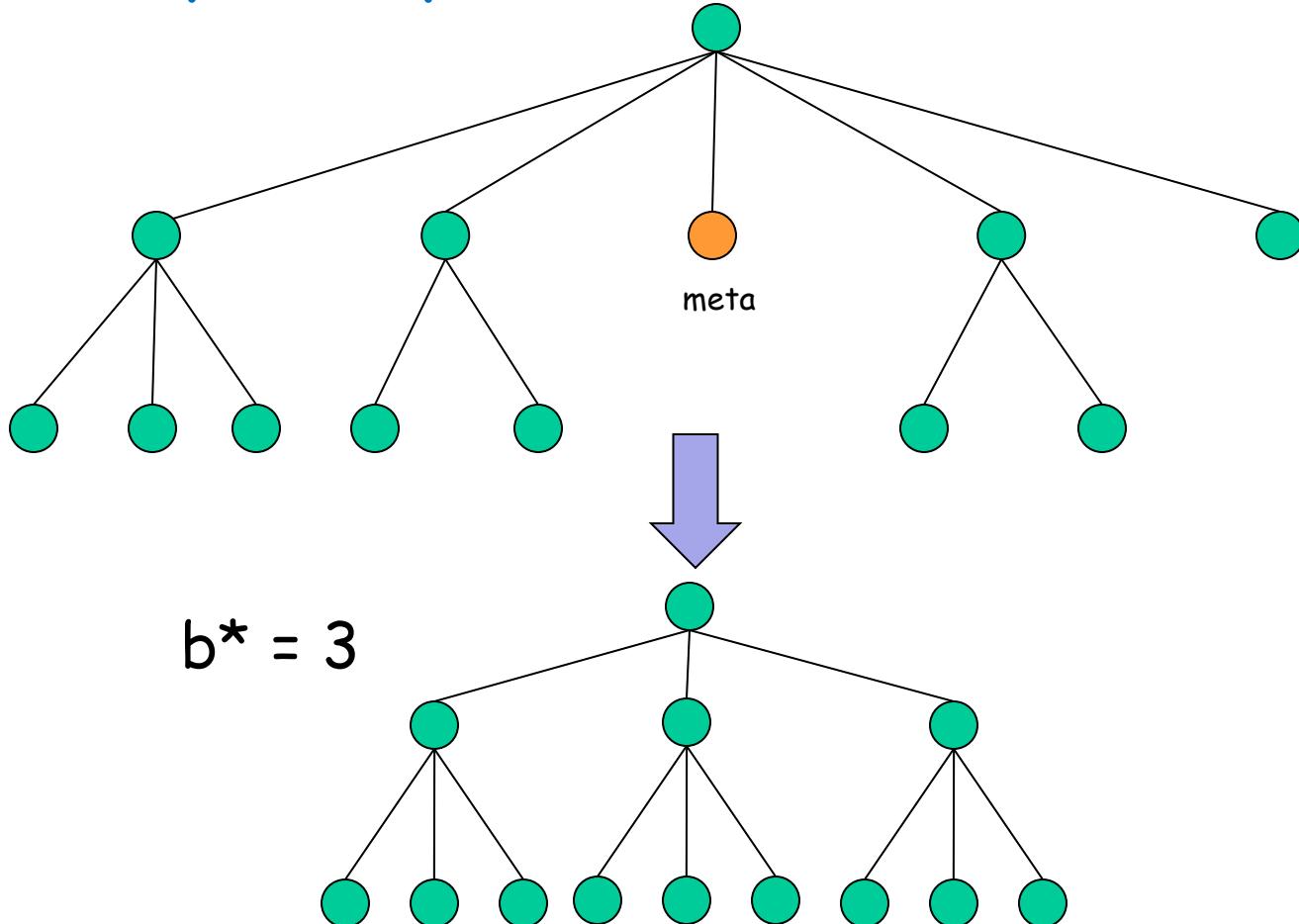
$$N = 13 \\ d = 2$$



$$1 + b^* + (b^*)^2 = 13$$

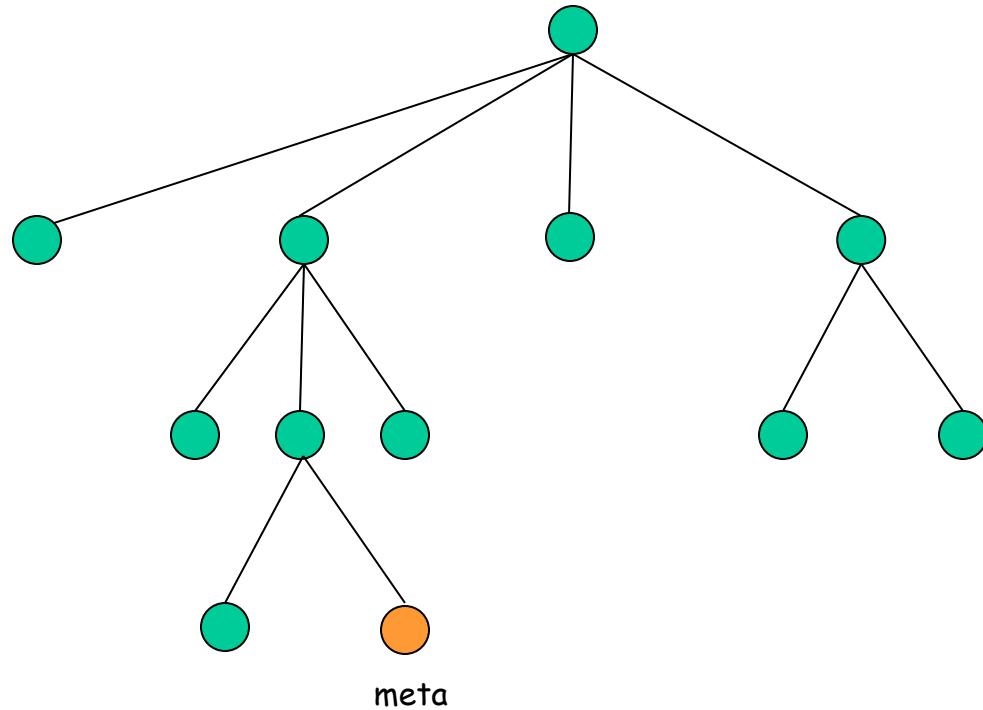
Búsqueda informada

Heurísticas y desempeño



Búsqueda informada

Heurísticas y desempeño

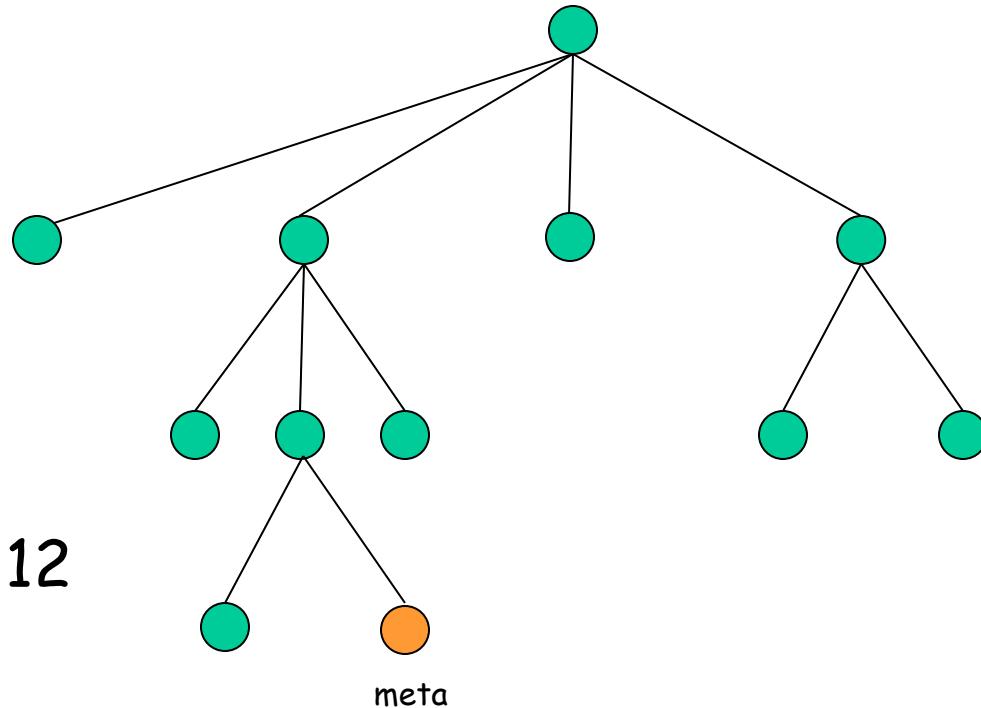


Búsqueda informada

Heurísticas y desempeño

$$N = 12 \\ d = 3$$

$$1 + b^* + (b^*)^2 + (b^*)^3 = 12$$



Búsqueda informada

Heurísticas y desempeño

- b^* es el factor de ramificación de A^* y se conoce como **factor de ramificación efectiva**
- Si en total el árbol generado tiene N nodos (d es la profundidad del árbol generado), se tendría que:

$$1 + b^* + (b^*)^2 + \dots + (b^*)^d = N$$

Búsqueda informada

Heurísticas y desempeño

- b^* es el factor de ramificación de A^* y se conoce como **factor de ramificación efectiva**
- Si en total el árbol generado tiene N nodos (d es la profundidad del árbol generado), se tendría que:

$$1 + b^* + (b^*)^2 + \dots + (b^*)^d = N$$

¿Qué valor para el factor de ramificación cree que es más eficiente en una búsqueda?

Búsqueda informada

Heurísticas y desempeño

- En una heurística bien diseñada, b^* se aproxima a 1

Búsqueda informada

8-puzzle

$h_1(n)$: cantidad de piezas ubicadas en el lugar incorrecto

$h_2(n)$: suma de las distancias de Manhattan

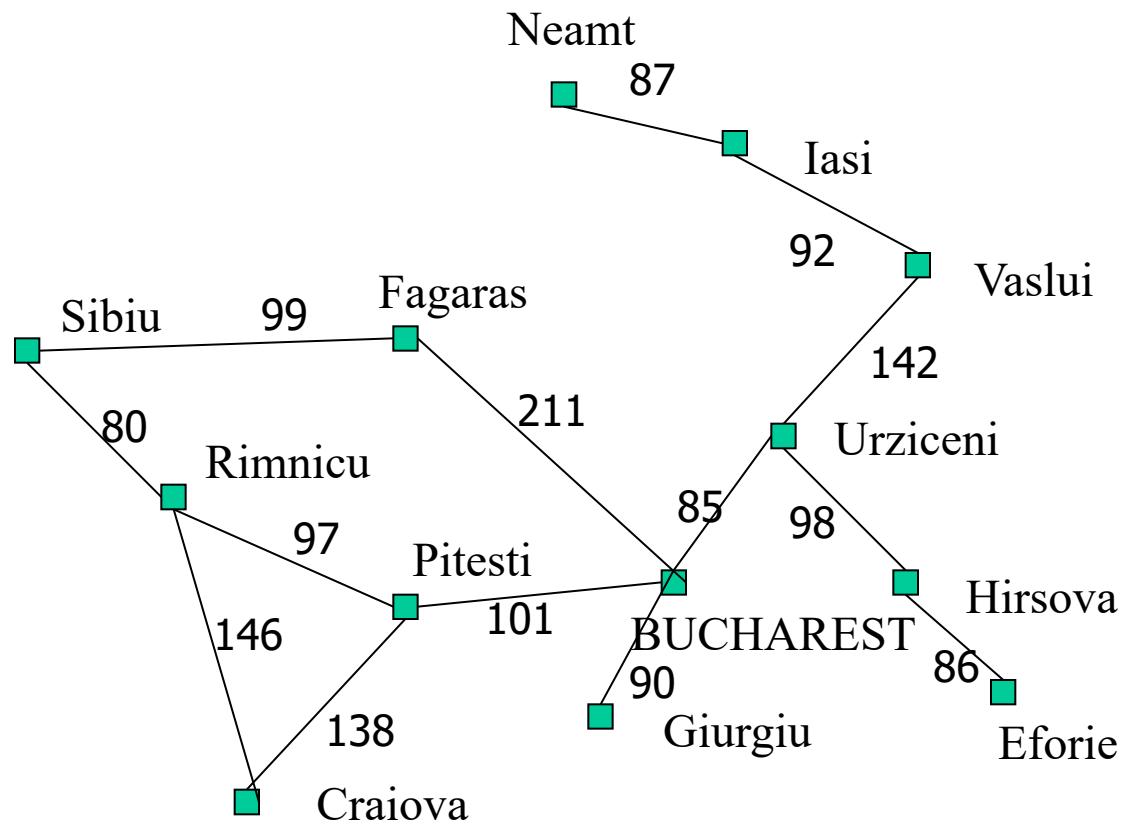
d	Nodos expandidos		Factor de ramificación efectivo	
	$A^*(h_1)$	$A^*(h_2)$	$A^*(h_1)$	$A^*(h_2)$
2	6	6	1.79	1.79
4	13	12	1.48	1.45
6	20	18	1.34	1.30
8	39	25	1.33	1.24
10	93	39	1.38	1.22
12	227	73	1.42	1.24
14	539	113	1.44	1.23
16	1,301	211	1.45	1.25
18	3,056	363	1.46	1.26
20	7,276	676	1.47	1.27
22	18,094	1,219	1.48	1.28
24	39,135	1,641	1.48	1.26

Búsqueda informada

Heurísticas y desempeño

- Si para todo nodo n , $h_2(n) \geq h_1(n)$, se dice que h_2 domina a h_1
- En general, conviene más emplear una función heurística con valores más altos, siempre y cuando no dé lugar a una sobreestimación

Búsqueda informada



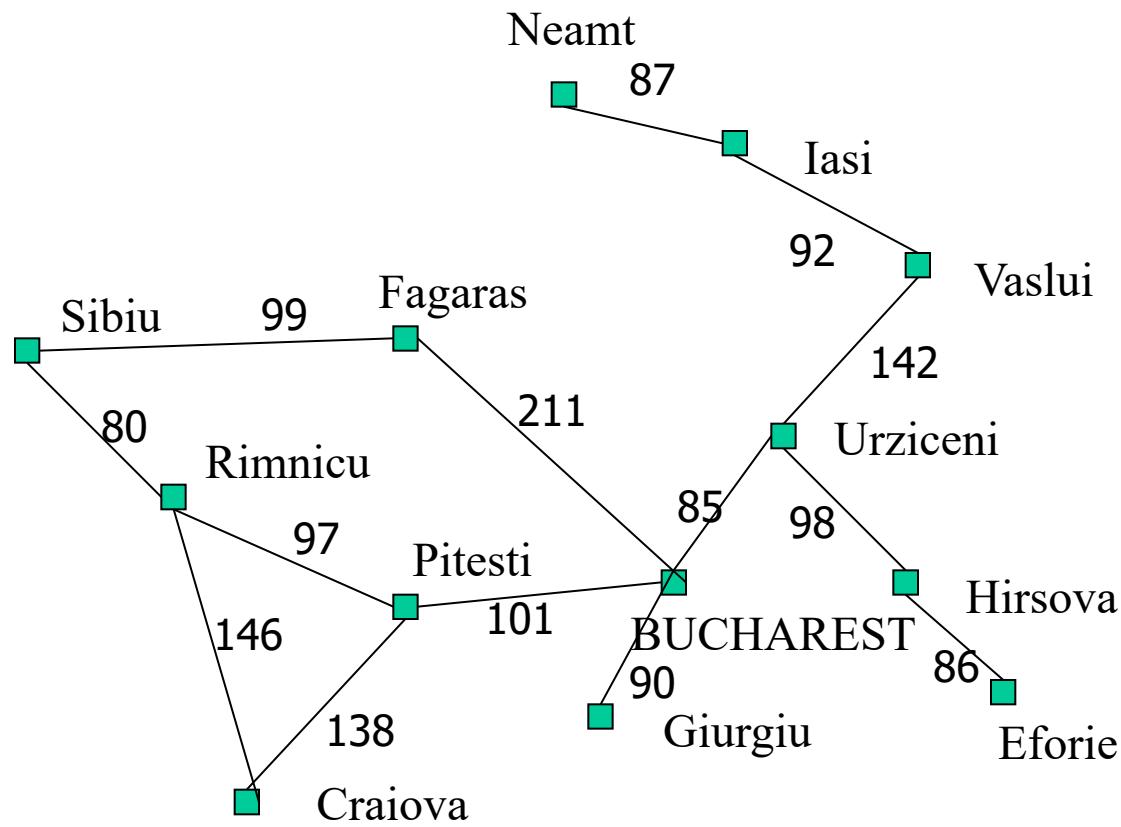
Distancia en
línea recta a
Bucarest:

Arad	366
Bucarest	0
Craiova	160
Dobreta	242
Eforie	161
Fagaras	178
Giurgiu	77
Hirsova	151
Iasi	226
Lugoj	244
Mehadia	241
Neamt	234
Oradea	380
Pitesti	98
Rimnicu	193
Sibiu	253
Timisoara	329
Urziceni	80
Vaslui	199
Zerind	374

Distancia mínima
Bucarest:

Arad	1
Bucarest	0
Craiova	1
Dobreta	1
Eforie	1
Fagaras	1
Giurgiu	1
Hirsova	1
Iasi	1
Lugoj	1
Mehadia	1
Neamt	1
Oradea	1
Pitesti	1
Rimnicu	1
Sibiu	1
Timisoara	1
Urziceni	1
Vaslui	1
Zerind	1

Búsqueda informada



h_1 domina a h_2

Distancia en
línea recta a
Bucarest:

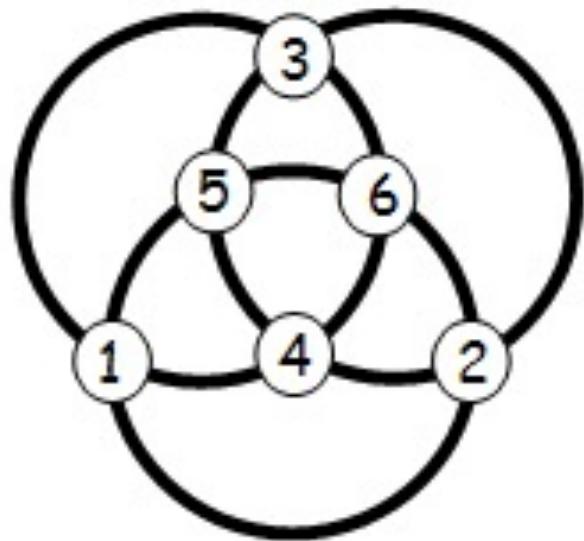
Arad	366
Bucarest	0
Craiova	160
Dobreta	242
Eforie	161
Fagaras	178
Giurgiu	77
Hirsova	151
Iasi	226
Lugoj	244
Mehadia	241
Neamt	234
Oradea	380
Pitesti	98
Rimnicu	193
Sibiu	253
Timisoara	329
Urziceni	80
Vaslui	199
Zerind	374

Distancia mínima
Bucarest:

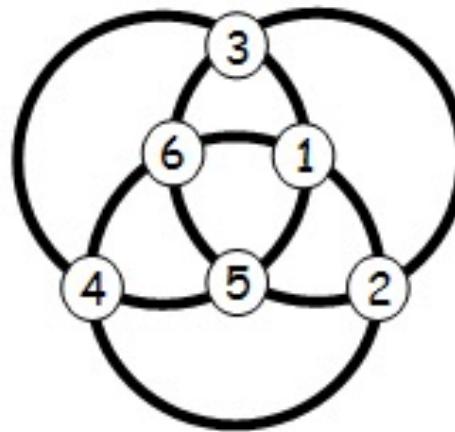
Arad	1
Bucarest	0
Craiova	1
Dobreta	1
Eforie	1
Fagaras	1
Giurgiu	1
Hirsova	1
Iasi	1
Lugoj	1
Mehadia	1
Neamt	1
Oradea	1
Pitesti	1
Rimnicu	1
Sibiu	1
Timisoara	1
Urziceni	1
Vaslui	1
Zerind	1

Búsqueda informada

Heurísticas dominantes



meta



$$h_1(n) = \underline{\text{cantidad de aros que no suman } 14}$$

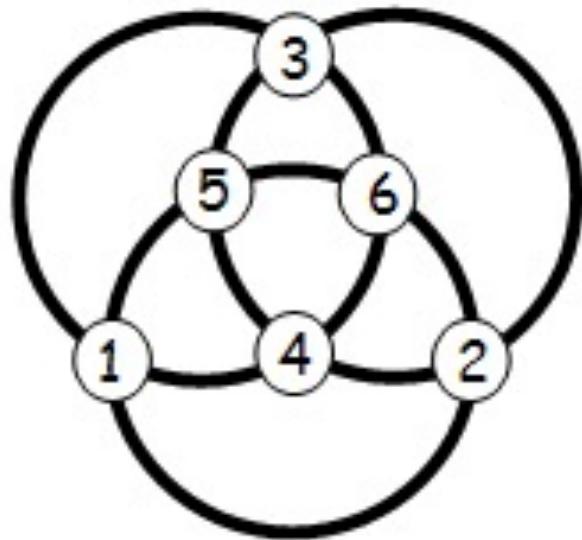
2

$$h_2(n) = \underline{\text{cantidad de aros que no suman } 14}$$

100

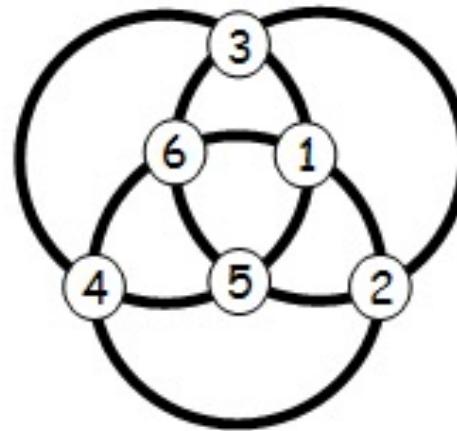
Búsqueda informada

Heurísticas dominantes



meta

h_1 domina a h_2



$h_1(n) = \underline{\text{cantidad de aros que no suman } 14}$

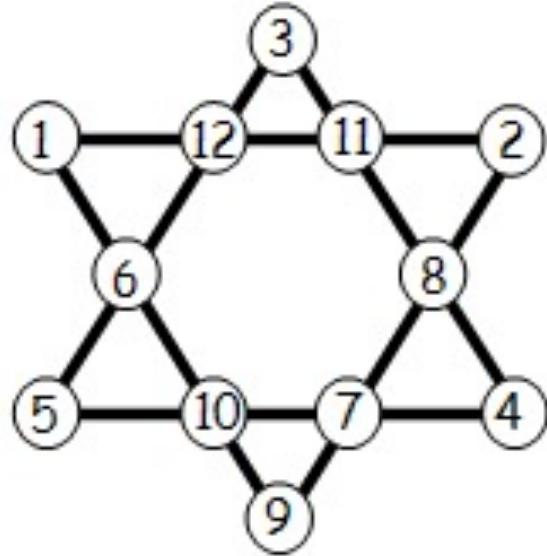
2

$h_2(n) = \underline{\text{cantidad de aros que no suman } 14}$

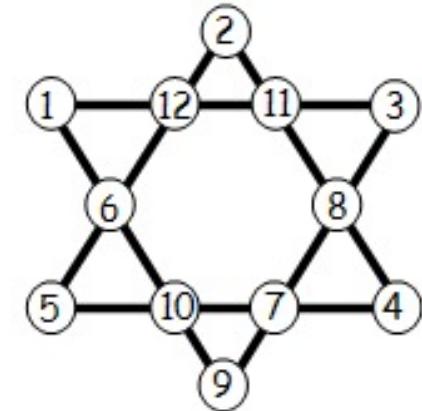
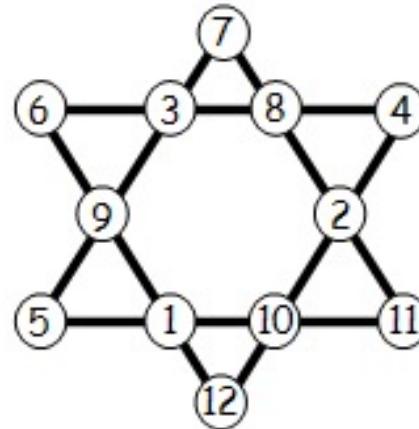
100

Búsqueda informada

Heurísticas dominantes



meta

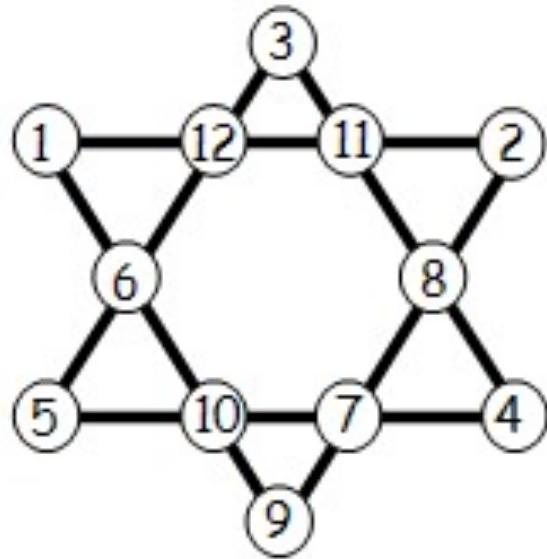


$$h_1(n) = \frac{\text{cantidad de lados que no suman } 26}{4}$$

$$h_2(n) = \frac{\text{cantidad de lados que no suman } 26}{5}$$

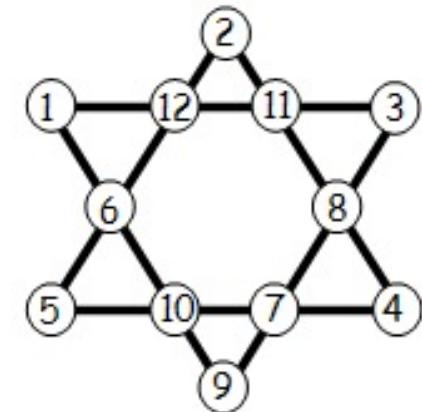
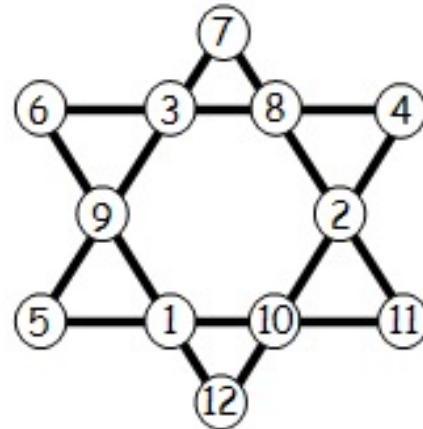
Búsqueda informada

Heurísticas dominantes



meta

h_1 domina a h_2



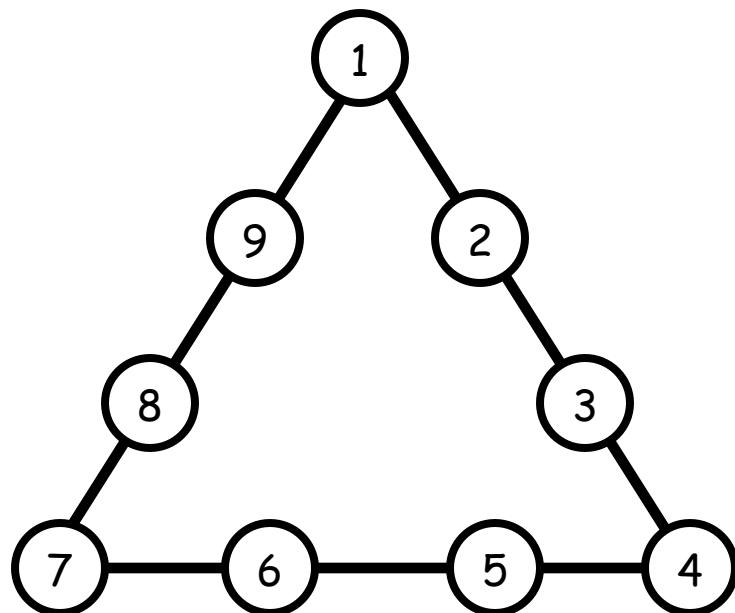
$$h_1(n) = \frac{\text{cantidad de lados que no suman } 26}{4}$$

$$h_2(n) = \frac{\text{cantidad de lados que no suman } 26}{5}$$

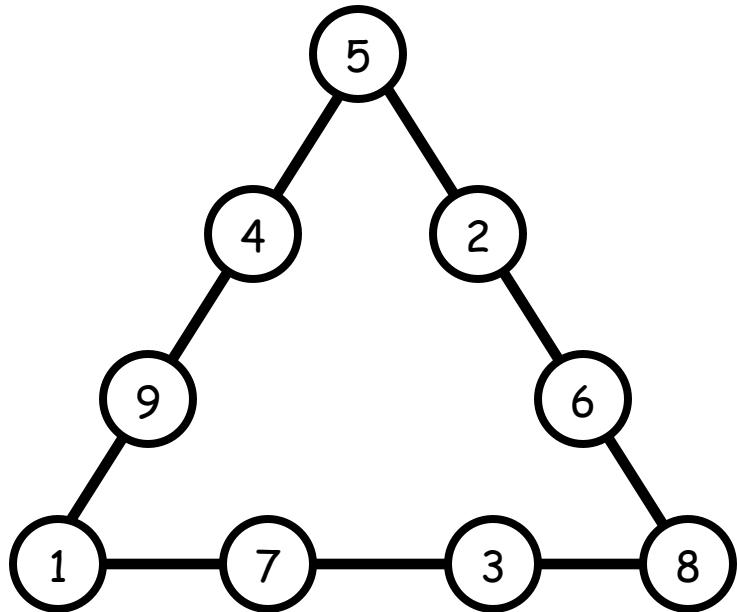
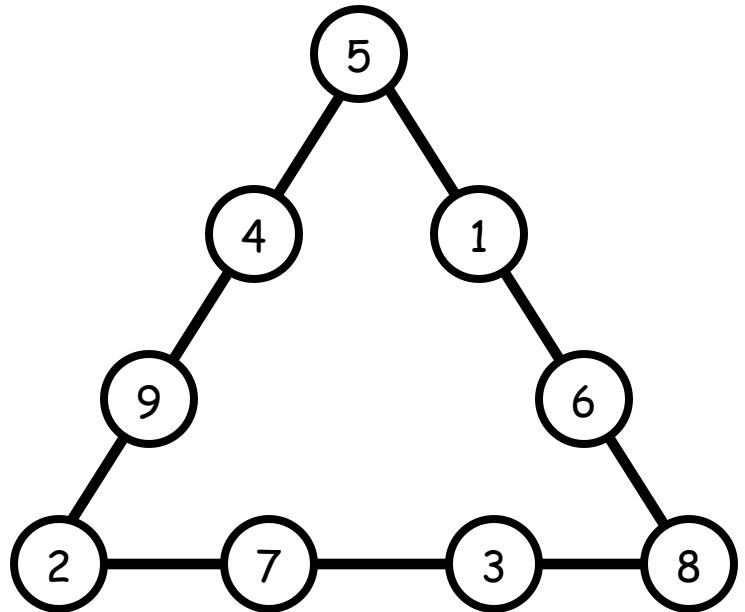
Búsqueda informada

- Defina la heurística admisible más dominante

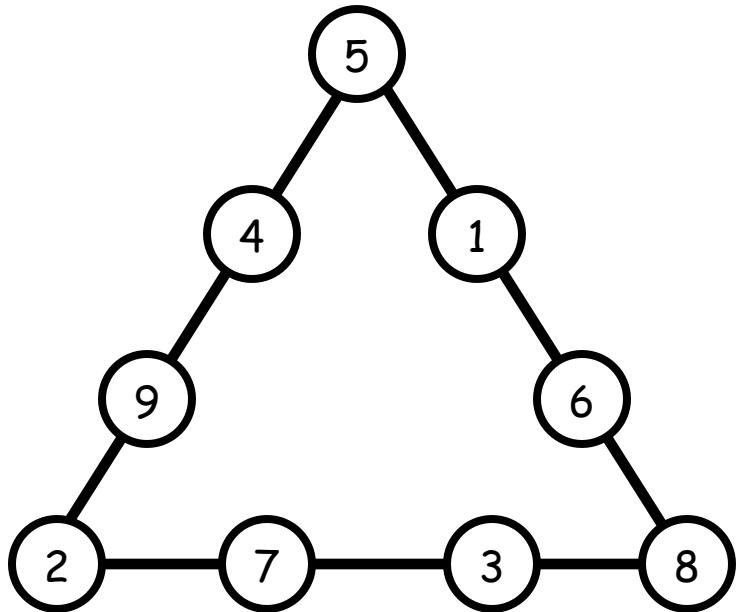
El triángulo mágico. Utilizando el operador *intercambio(a,b)* que cambia de posición los números a y b, colocarlos de tal forma que la suma sobre cada lado sea 20.



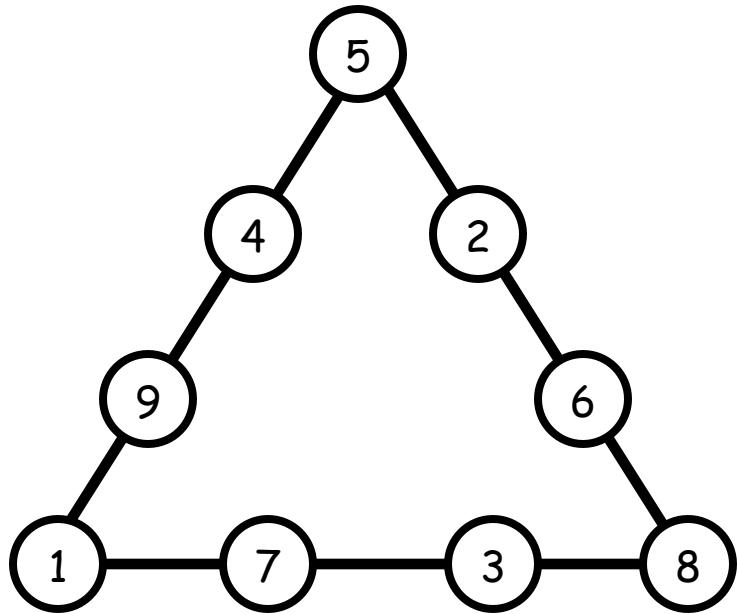
Búsqueda informada



Búsqueda informada



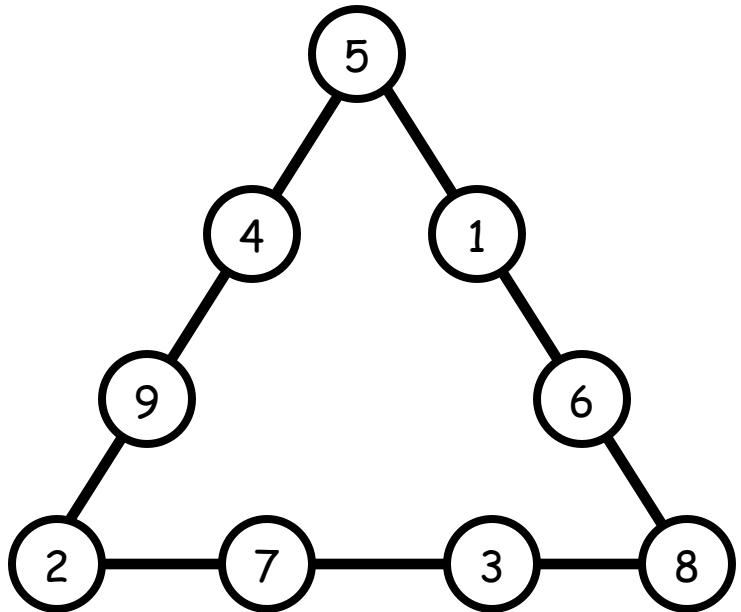
meta



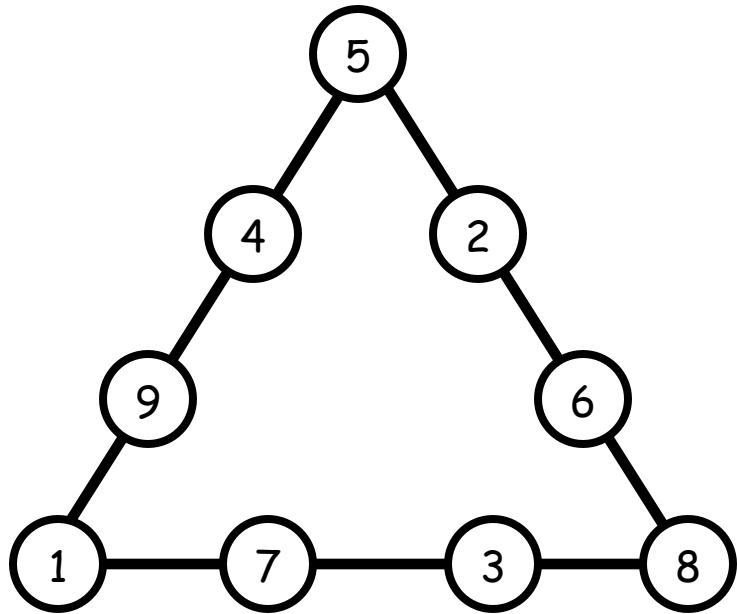
$$h(n) = \underline{\text{cantidad de lados que no suman } 20}$$

?

Búsqueda informada



meta



$$h(n) = \frac{\text{cantidad de lados que no suman } 20}{3}$$

Búsqueda informada

Problema. El cuadrado mágico

La suma de cada fila, columna y las diagonales debe ser 15. Los números en las celdas coloreadas no se pueden mover. En cada avance del juego se puede realizar la operación $\text{intercambiar}(x,y)$ que permite intercambiar de posición los números x y y . Cada avance tiene costo de una unidad.

7	1	8
2	5	3
6	9	4

Defina la heurística
admisible más dominante

Búsqueda informada

Problema. El cuadrado mágico

6	1	8
7	5	3
2	9	4

meta

7	1	2
8	5	3
6	9	4

6	1	7
8	5	3
2	9	4

¿Cuál está más distante de la meta?

¿Cómo lo sabe?

Búsqueda informada

Problema. El cuadrado mágico

6	1	8
7	5	3
2	9	4

meta

x	x	✓	x	x
x	7	1	2	
x	8	5	3	
x	6	9	4	

✓	x	✓	x	x
x	6	1	7	
x	8	5	3	
✓	2	9	4	

¿Cuál está más distante de la meta?

¿Cómo lo sabe?

Búsqueda informada

Problema. El cuadrado mágico

6	1	8
7	5	3
2	9	4

meta

X	X	✓	X	X
X	7	1	2	
X	8	5	3	
X	6	9	4	

✓	X	✓	X	X
X	6	1	7	
X	8	5	3	
✓	2	9	4	

cantidad de filas, columnas y diagonales que no suman 15

$$h(n) =$$

?

Búsqueda informada

Problema. El cuadrado mágico

6	1	8
7	5	3
2	9	4

meta

X	X	✓	X	X
X	7	1	2	
X	8	5	3	
X	6	9	4	

✓	X	✓	X	X
X	6	1	7	
X	8	5	3	
✓	2	9	4	

cantidad de filas, columnas y diagonales que no suman 15

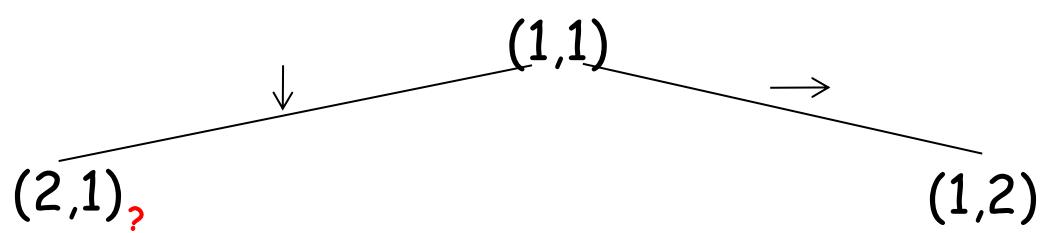
$$h(n) =$$

5

4. Búsqueda informada. El ratón y las píldoras. Considere el siguiente ambiente representado por una matriz de 4×6 donde se tiene un ratón que inicia en la posición (1,1) y debe llegar a la posición (4,6). Los operadores que puede aplicar el agente son arriba, abajo, izquierda, y derecha. Cada movimiento tiene costo 1. En el ambiente hay tres píldoras. Cuando el ratón llega a una casilla con píldora, sus dos siguientes movimientos son más rápidos y por lo tanto el costo de cada desplazamiento es $1/2$. Tenga en cuenta que cada píldora tiene efecto solamente en los dos movimientos que realiza el ratón justo después de tomar una píldora. Después de que pase el efecto de la píldora el costo de cada movimiento será 1 nuevamente. En el recorrido que realice el ratón se pueden usar varias píldoras.

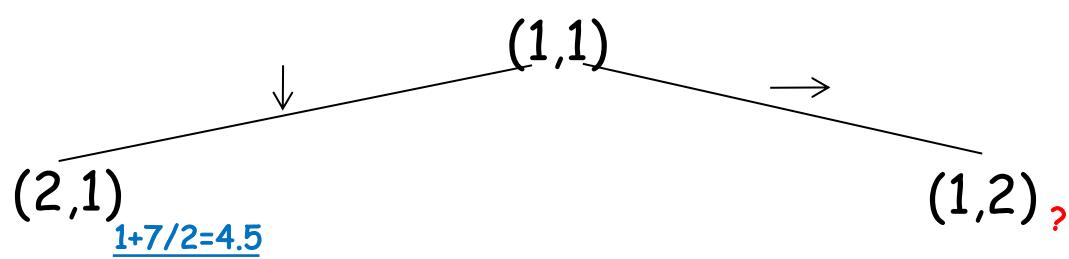
- [I.L 1.5 (2pts)] Defina una heurística que sea admisible para el ambiente que se muestra en la figura.
- [I.L 1.6 (7pts)] Muestre el árbol y la solución que se encuentra con A^* . Debe aplicar los operadores en el orden, $\downarrow, \rightarrow, \uparrow, \leftarrow$. En cada nodo debe indicar los valores de g y h . Evite devolverse en todos los casos. Incluso cuando el ratón tome una píldora, evite que se devuelva.

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						Fin

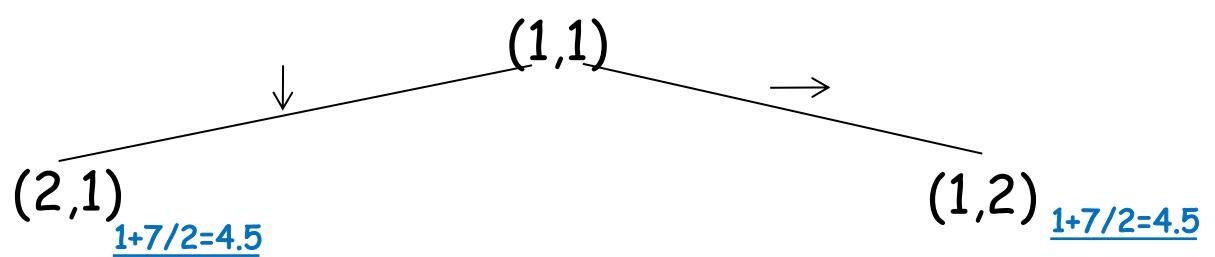


	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						Fin

↓, →, ↑, ←.

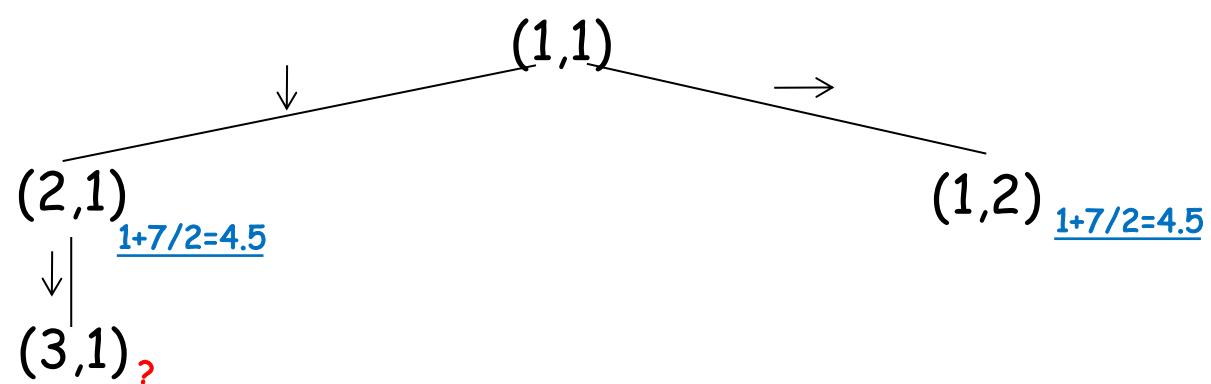


	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						Fin



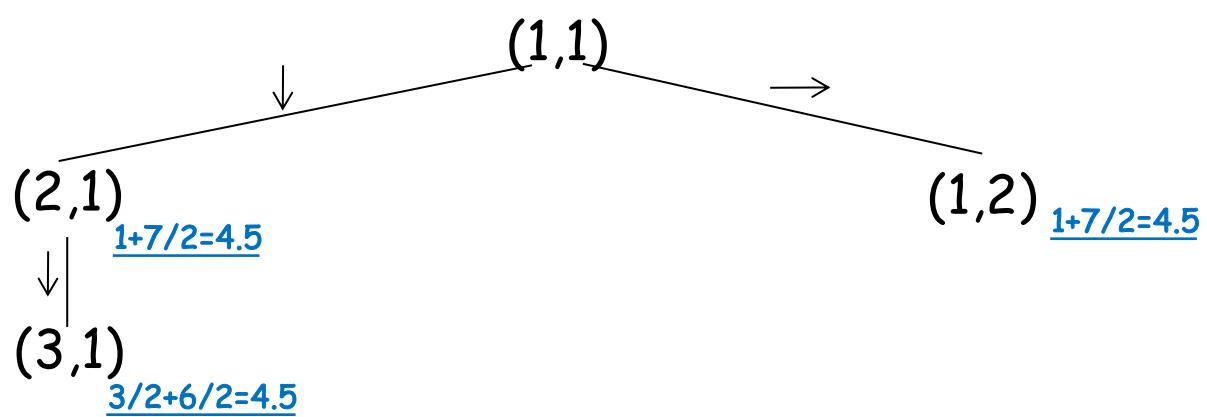
	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						Fin

$\downarrow, \rightarrow, \uparrow, \leftarrow$



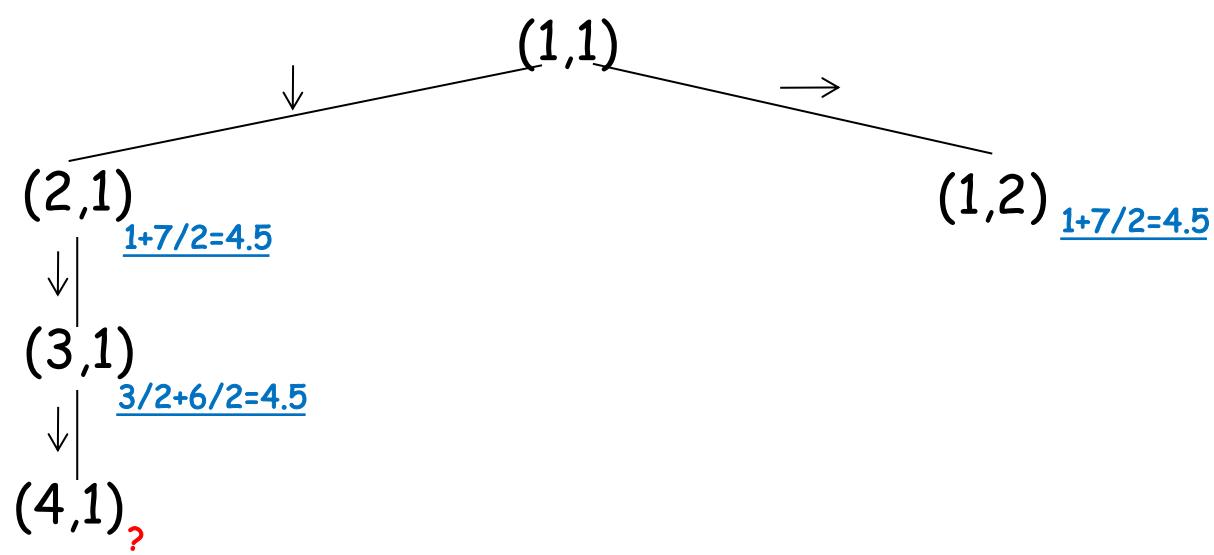
	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						Fin

$\downarrow, \rightarrow, \uparrow, \leftarrow$



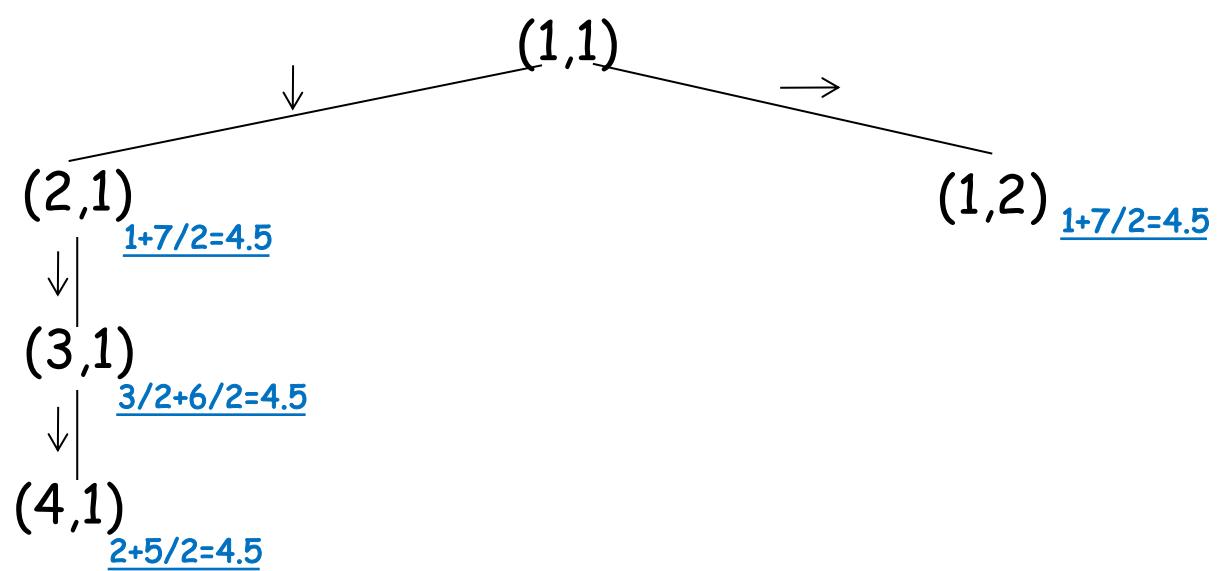
	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						Fin

$\downarrow, \rightarrow, \uparrow, \leftarrow.$



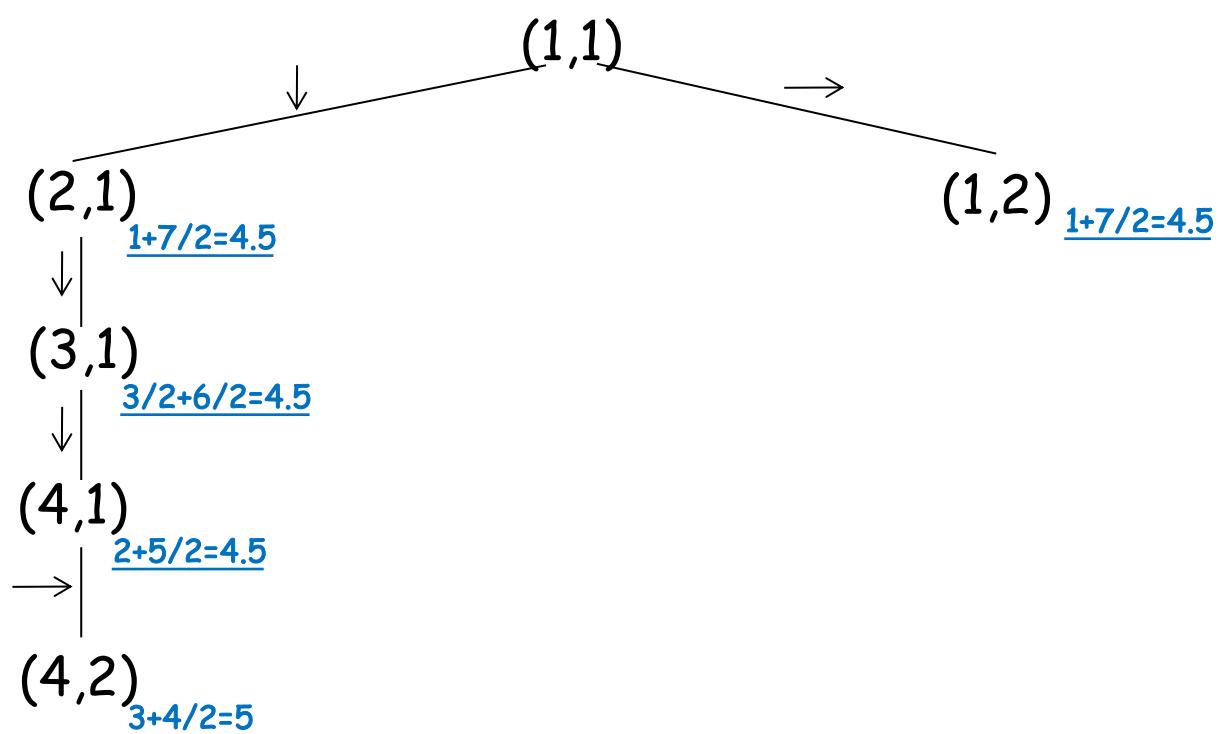
	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						Fin

$\downarrow, \rightarrow, \uparrow, \leftarrow$



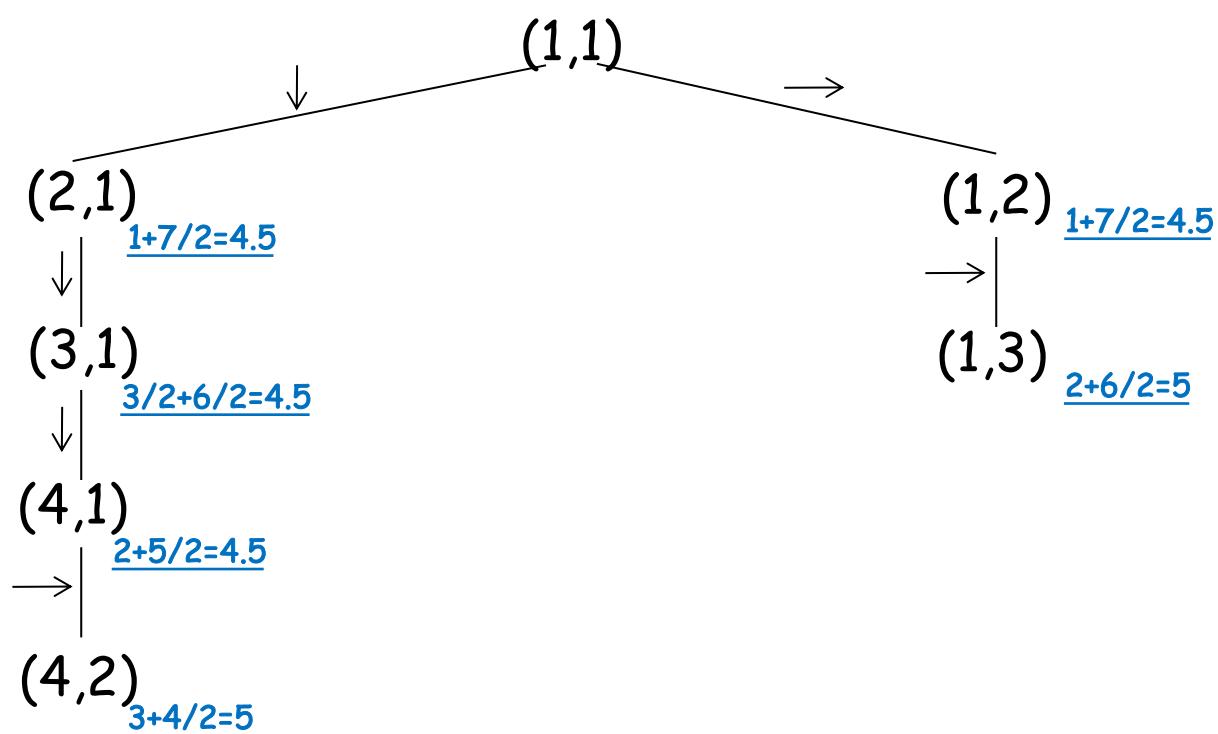
	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						Fin

$\downarrow, \rightarrow, \uparrow, \leftarrow$



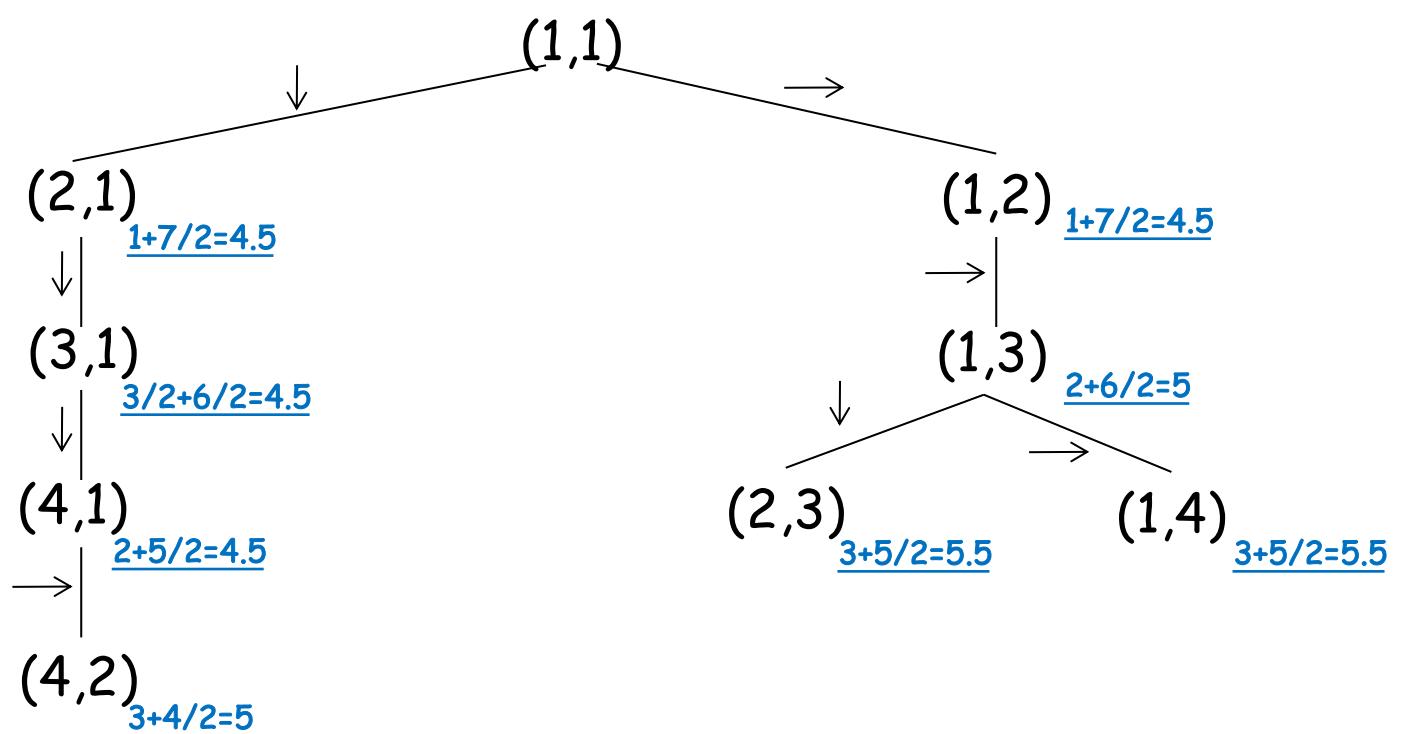
	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						Fin

$\downarrow, \rightarrow, \uparrow, \leftarrow$



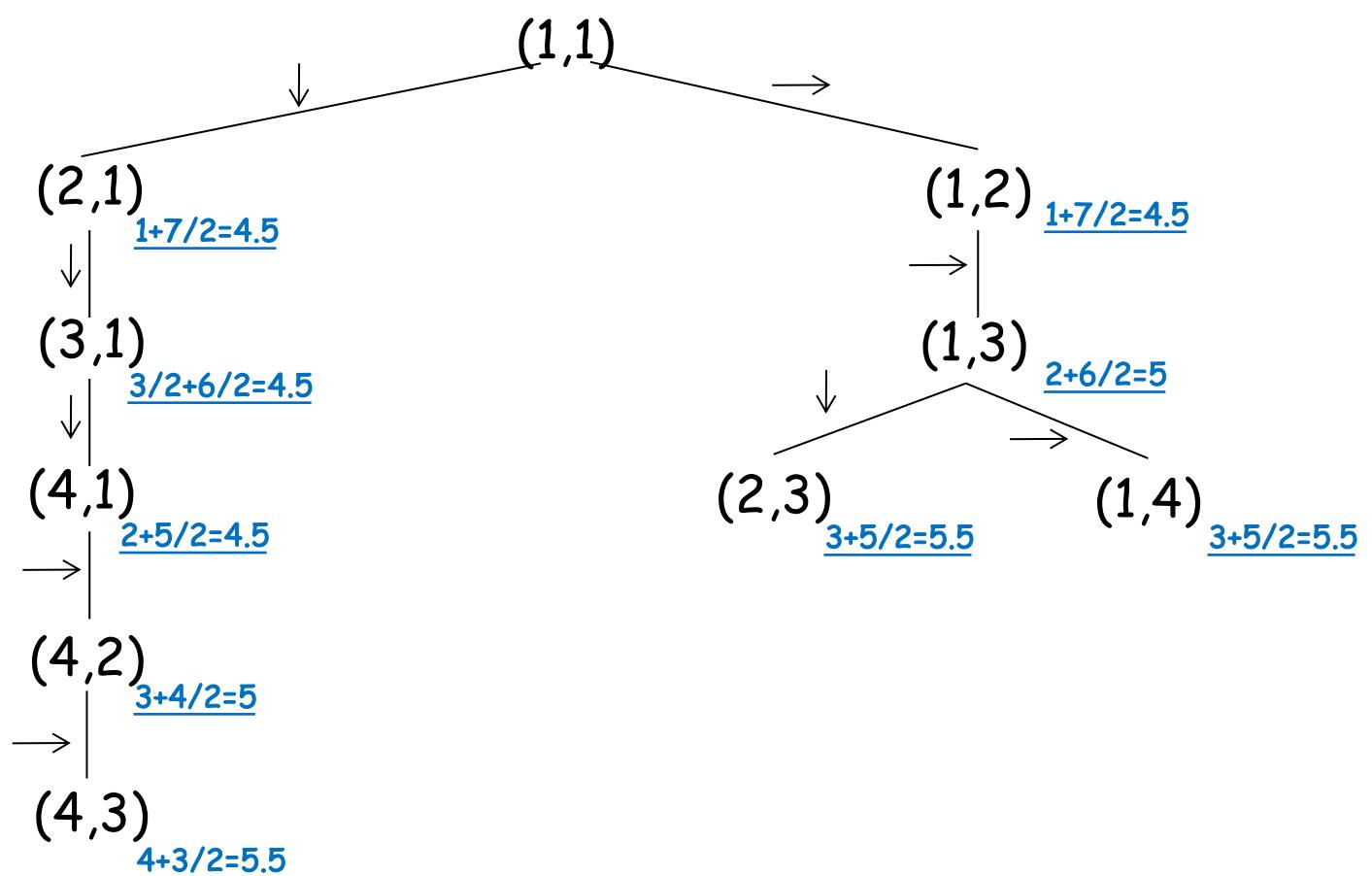
	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						Fin

$\downarrow, \rightarrow, \uparrow, \leftarrow$



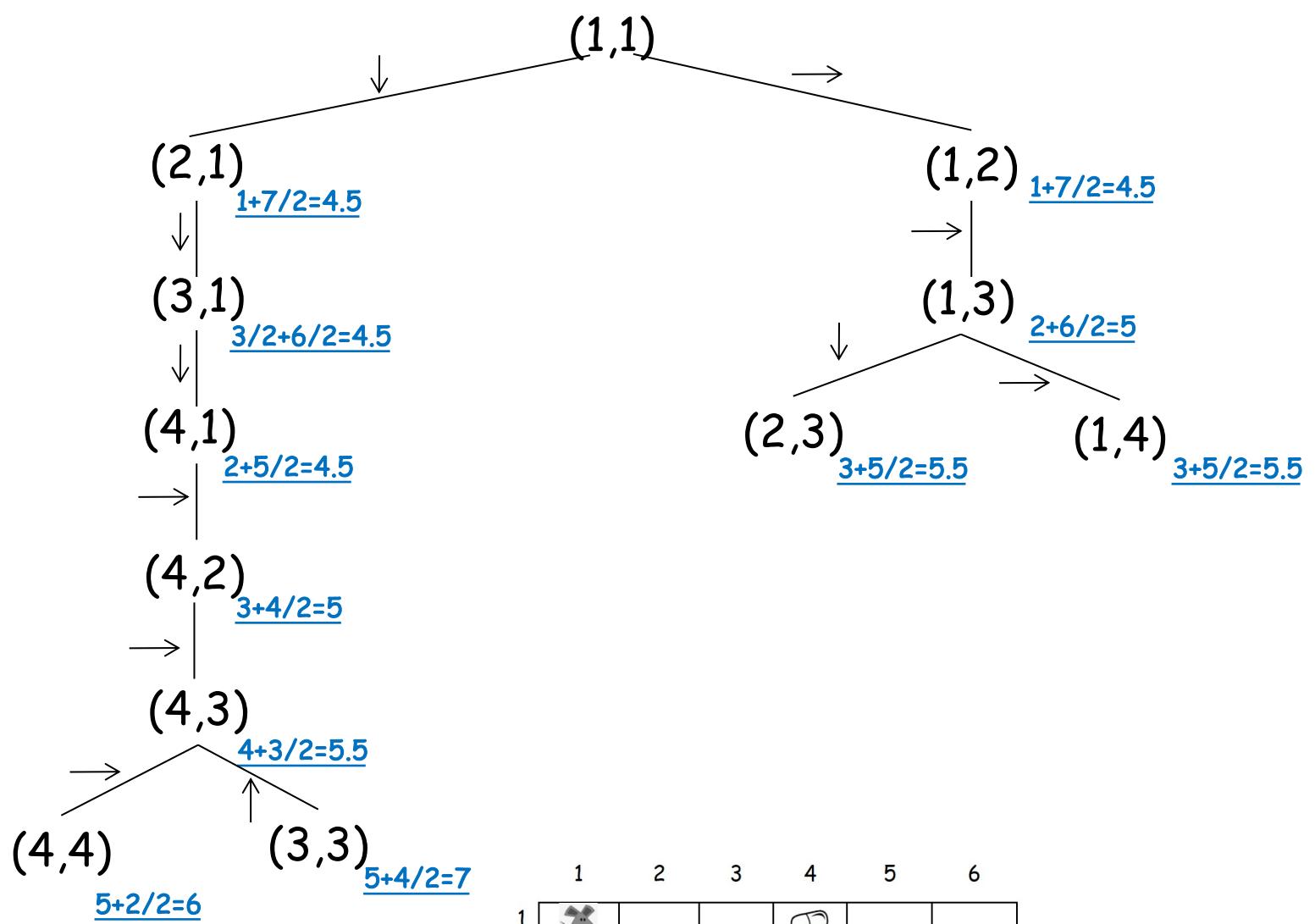
	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						Fin

$\downarrow, \rightarrow, \uparrow, \leftarrow$



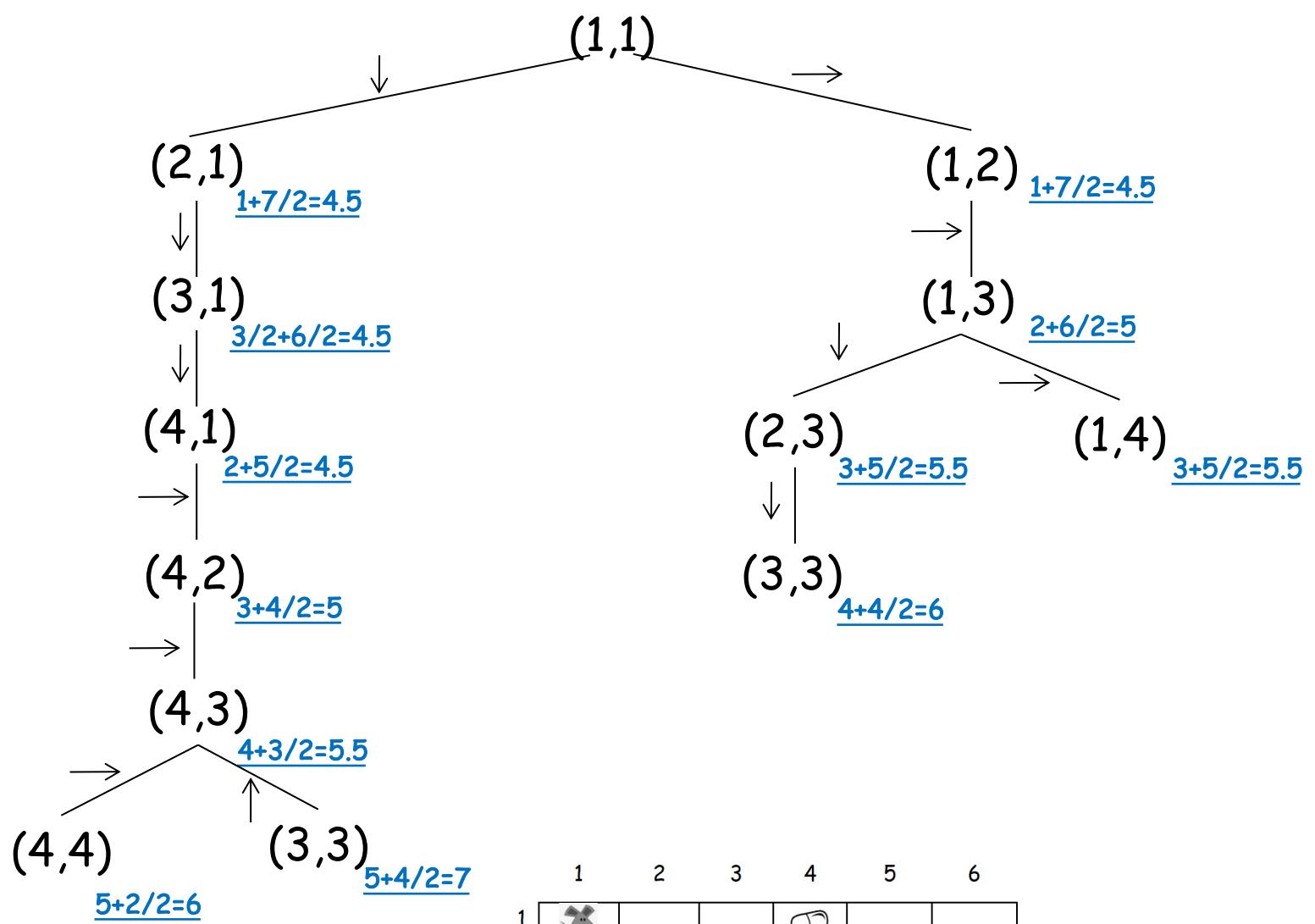
	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						Fin

$\downarrow, \rightarrow, \uparrow, \leftarrow$



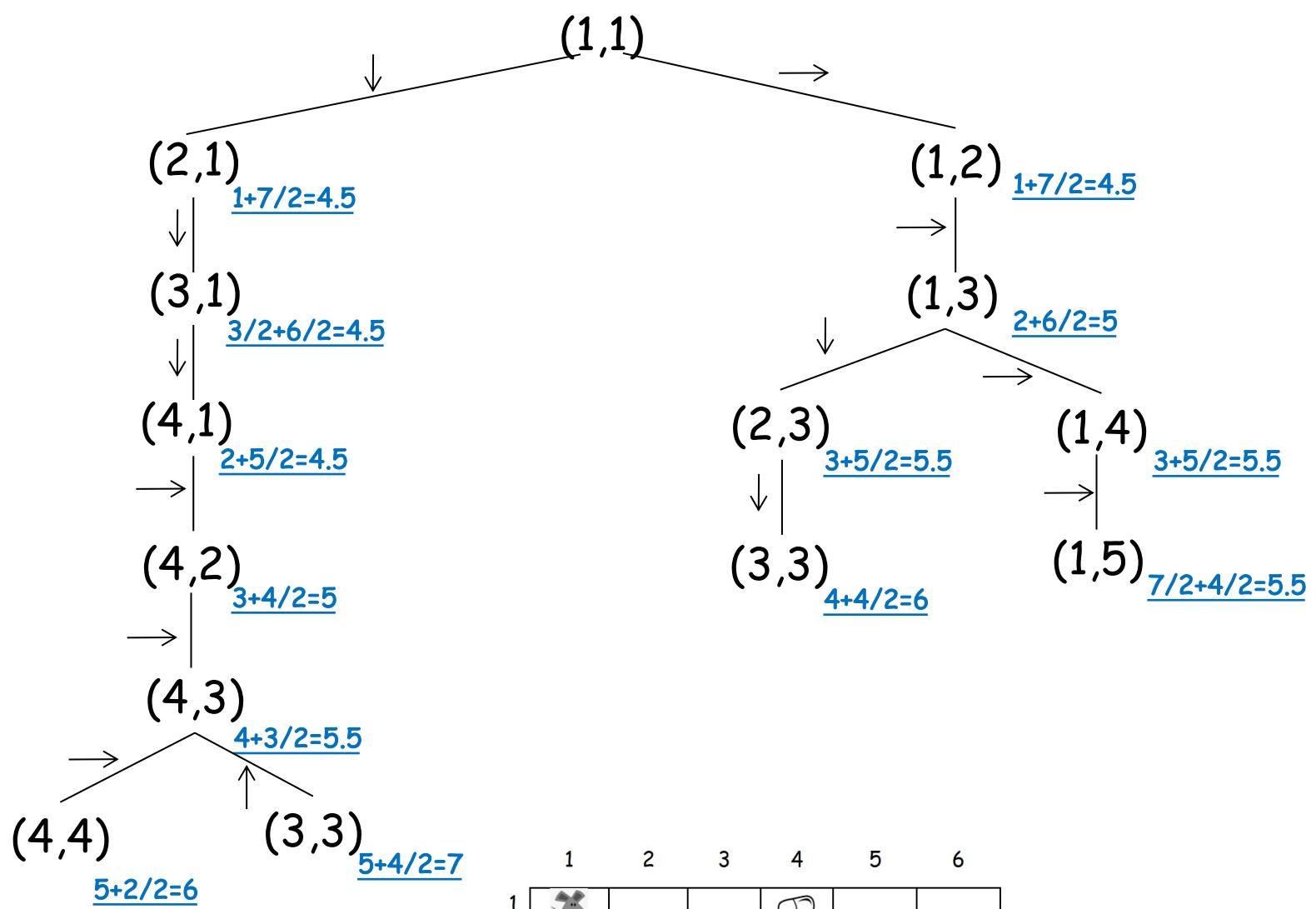
	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						Fin

$\downarrow, \rightarrow, \uparrow, \leftarrow$



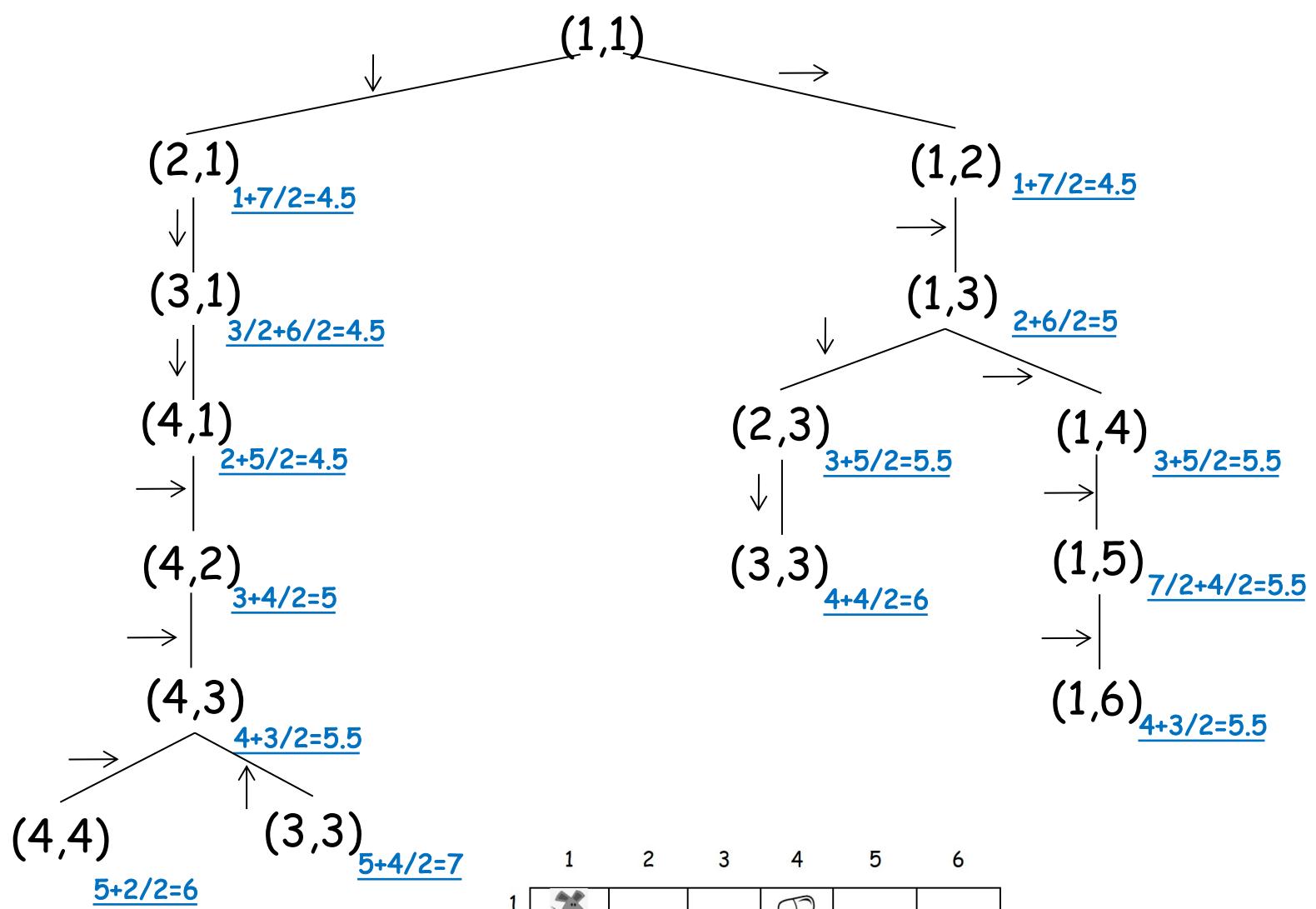
	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						Fin

$\downarrow, \rightarrow, \uparrow, \leftarrow$



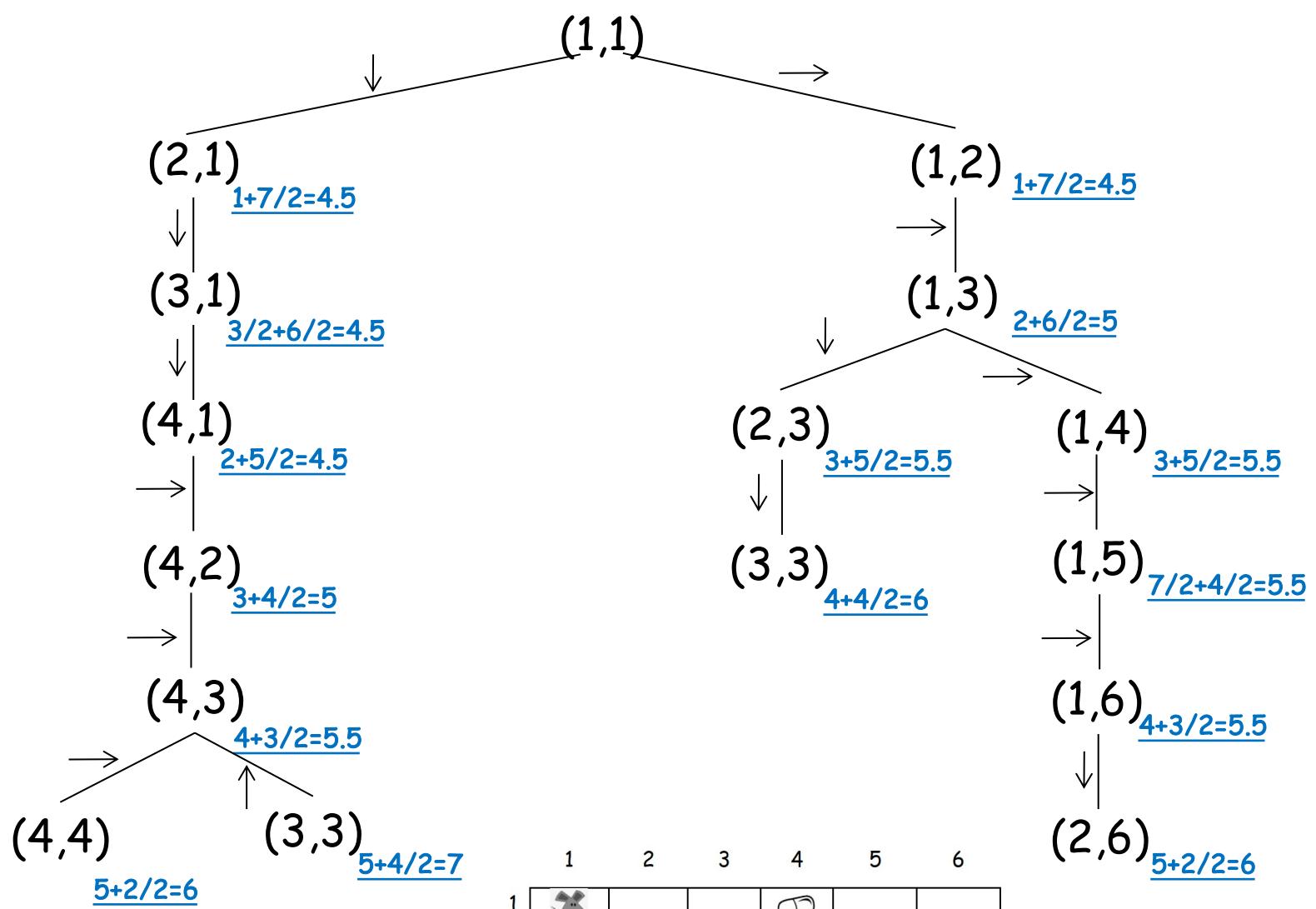
	1	2	3	4	5	6
1	Mouse			CD		
2	CD					CD
3		CD		CD		
4						Fin

$\downarrow, \rightarrow, \uparrow, \leftarrow$



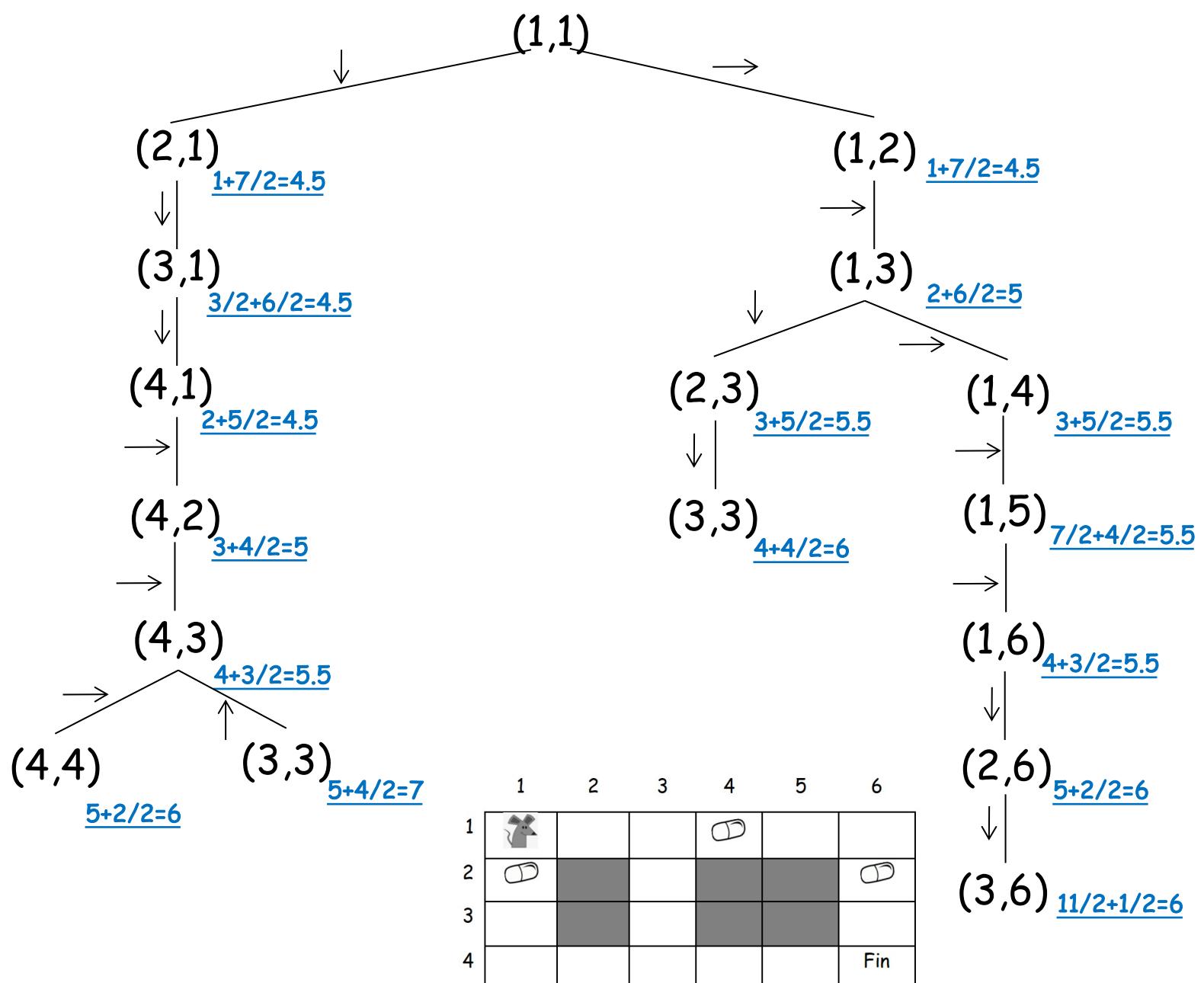
	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						Fin

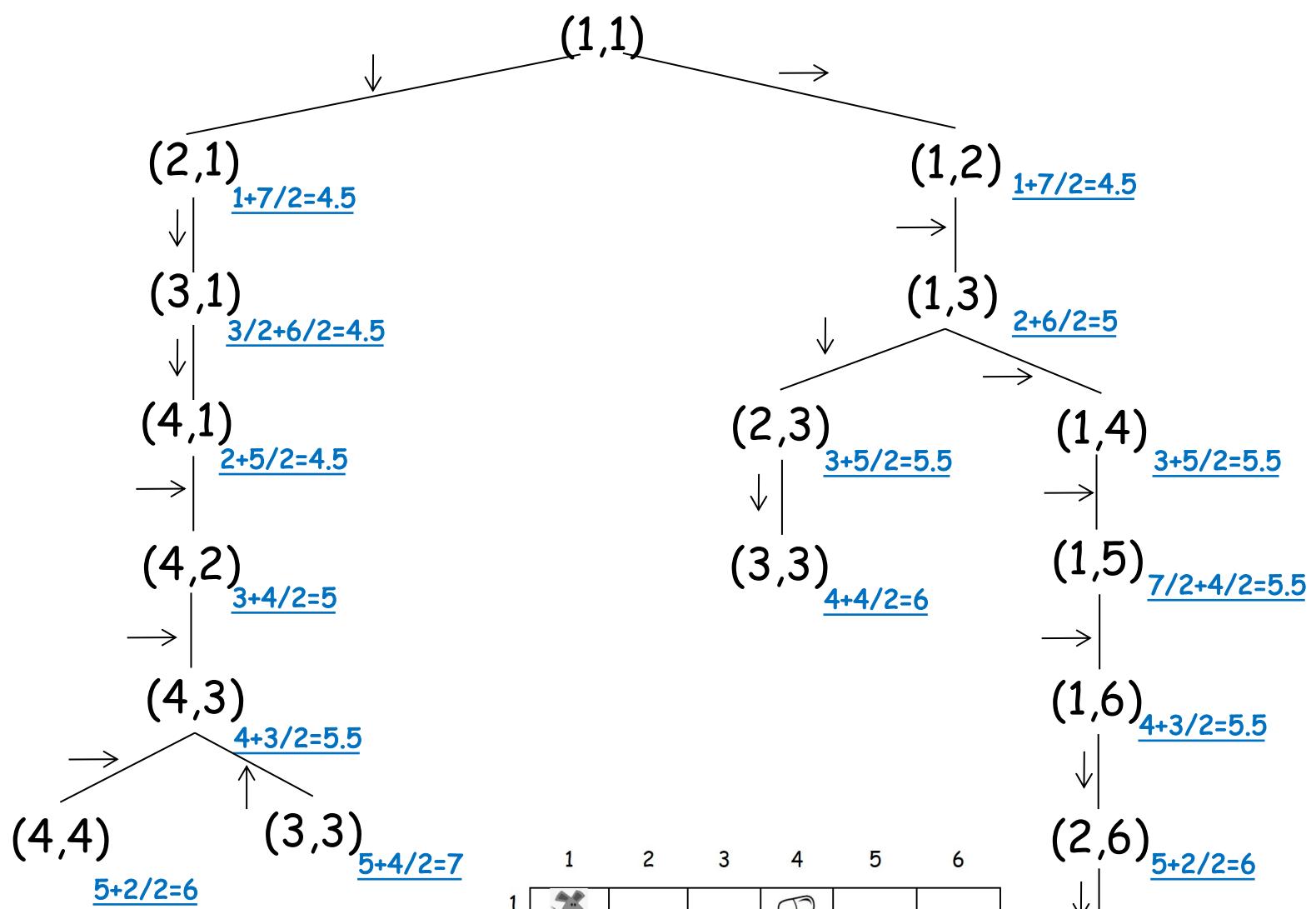
$\downarrow, \rightarrow, \uparrow, \leftarrow$



	1	2	3	4	5	6
1	Mouse			Clip		
2	Clip					Clip
3		Clip			Clip	
4						Fin

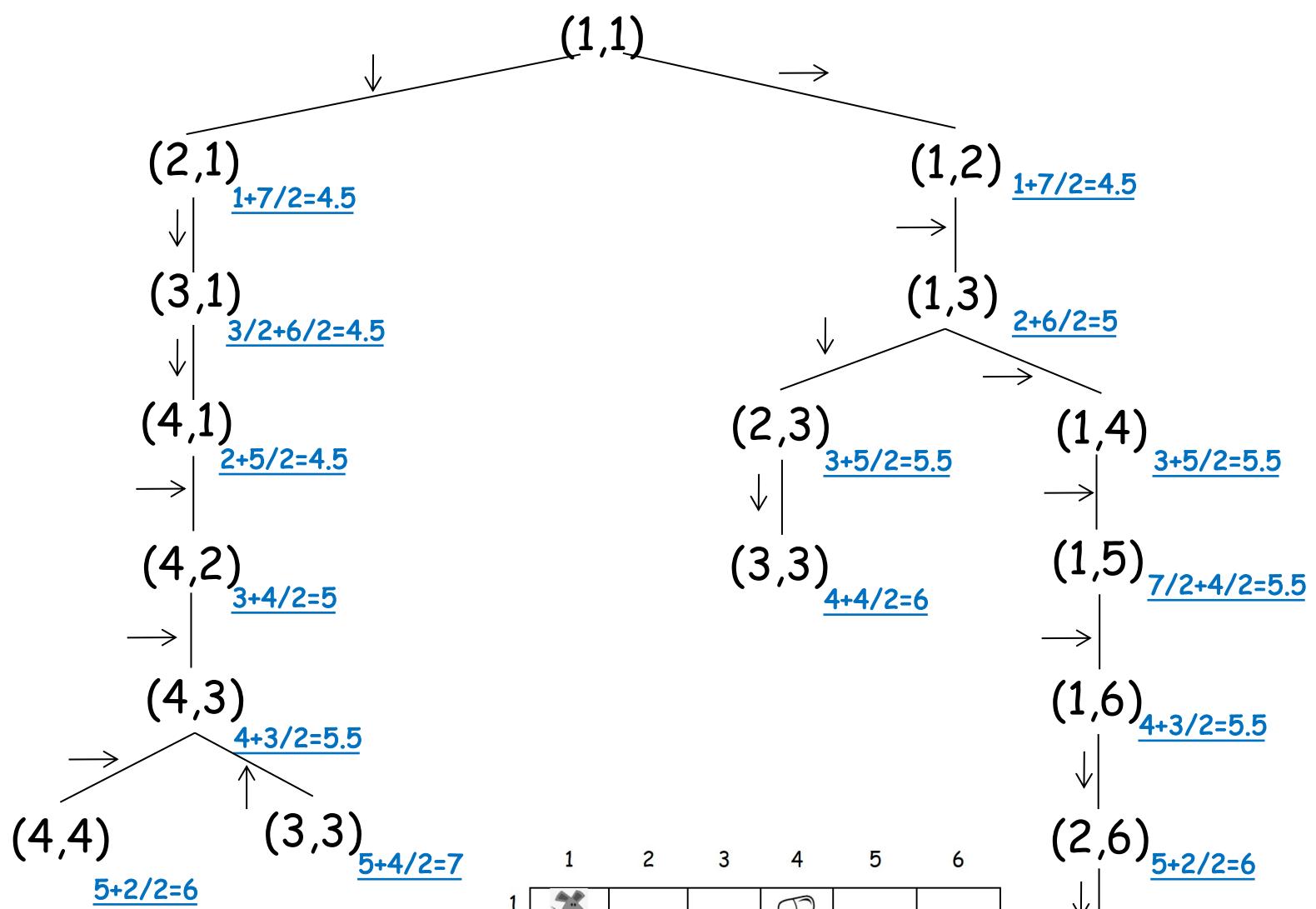
$\downarrow, \rightarrow, \uparrow, \leftarrow$





	1	2	3	4	5	6
1	Mouse			Hamster		
2	Hamster					Hamster
3						
4						Fin

$\downarrow, \rightarrow, \uparrow, \leftarrow$



	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						Fin

$\downarrow, \rightarrow, \uparrow, \leftarrow$

$(4,6)$ $6+0=6$

$(3,6)$ $11/2+1/2=6$

$(2,6)$ $5+2/2=6$

$(1,6)$ $4+3/2=5.5$

$(1,5)$ $7/2+4/2=5.5$

$1+7/2=4.5$

$2+6/2=5$

$3+5/2=5.5$

$4+3/2=5.5$

$5+2/2=6$

$*$

$1+7/2=4.5$

$3/2+6/2=4.5$

$2+5/2=4.5$

$3+4/2=5$

$4+3/2=5.5$

$5+2/2=6$

$6+0=6$