

# Departamento de Matemáticas

## Cálculo I

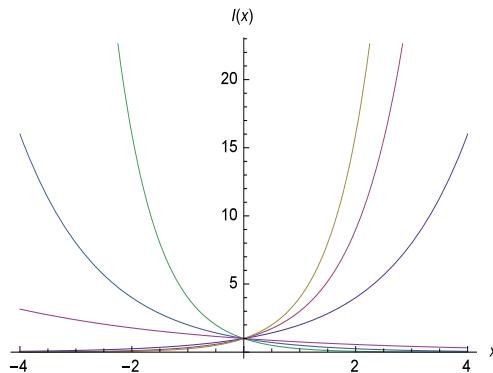
### Taller N°6: Función exponencial y logarítmica



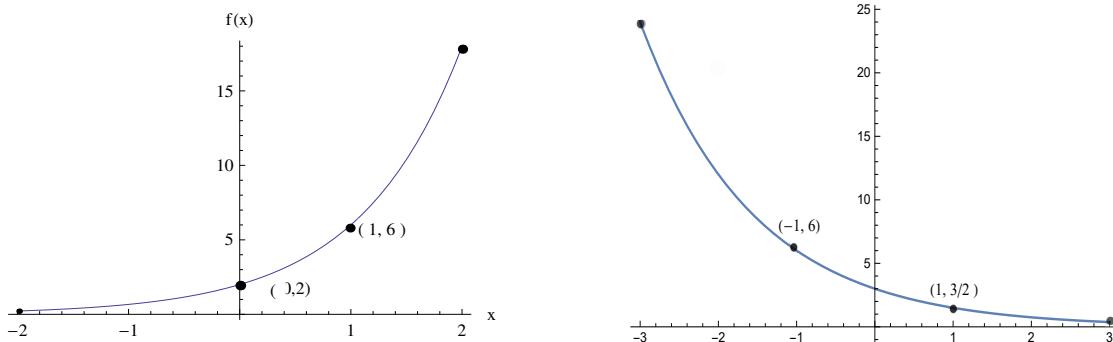
Profesoras: Martha Pinzón y Daniela Vásquez.

Marzo 16 de 2021

1. A continuación se presentan las gráficas de las funciones  $f_1(x) = 2^x$ ,  $f_2(x) = 3^x$ ,  $f_3(x) = 4^x$ ,  $f_4(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ ,  $f_5(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  y  $f_6(x) = \left(\frac{3}{4}\right)^x$ . Identifique cada una de ellas.



2. A continuación se dan las gráficas de dos funciones del tipo exponencial de la forma  $Ca^x$ , donde  $C$  es una constante. Halle las funciones  $f$  y  $g$  indicando su dominio y rango en cada caso.



3. Esboce las gráficas de las siguientes funciones:

a)  $f(x) = -3 + 2^{x+1}$

b)  $f(x) = -2 + \left(\frac{1}{3}\right)^{x+1}$

4. Calcule el valor de cada expresión.

a)  $\log_3 729$

c)  $\log_{\sqrt{2}} 16$

e)  $4^{\log_{\frac{1}{4}} 3}$

g)  $\log_{\frac{1}{2}} 64$

b)  $\log_5 \sqrt[5]{5}$

d)  $\log_8 16^p$

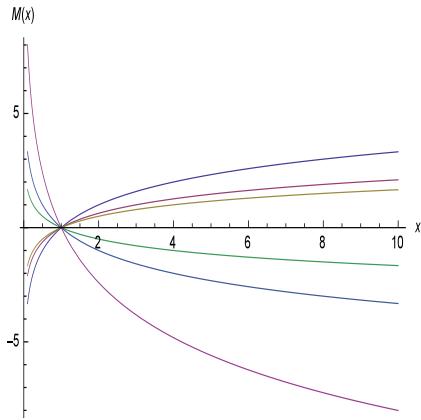
f)  $3^{\log_9 2}$

h)  $\log_{\frac{1}{81}} 3$

5. Simplifique al máximo la expresión, sin usar calculadora.

$$E = \log 2 + 16 \log \frac{16}{15} + 12 \log \frac{25}{24} + 7 \log \frac{81}{80}$$

6. A continuación se dan las gráficas de las funciones  $g_1(x) = \log_2 x$ ,  $g_2(x) = \log_3 x$ ,  $g_3(x) = \log_4 x$ ,  $g_4(x) = \log_{\frac{1}{4}} x$ ,  $g_5(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$  y  $g_6(x) = \log_{\frac{3}{4}} x$ . Identifique cada una de ellas.



7. Esboce las gráficas de las siguientes funciones:

a)  $f(x) = 2 + \ln(x - 1)$

b)  $f(x) = \log|x|$

8. Escriba las expresiones dadas como un sólo logaritmo.

a)  $x \ln 2 + 5 \ln(x - 1) - 2 \ln(x - 3)$

b)  $2 \log_a \frac{y^3}{x} - 3 \log_a y + \frac{1}{2} \log_a x^4 y^2$

9. Determine para qué valores de  $x$  se cumple la igualdad dada.

a)  $\log(x + 5) = \log x + \log 5$

c)  $(\log x)^3 + (\log x)^2 - 4(\log x) - 4 = 0$

b)  $(\ln x)^3 = 3 \ln x$

10. Resuelva las siguientes ecuaciones.

a)  $3^{2x+1} = 3^{\pi x+4}$

e)  $\log|3x - 1| = 2$

b)  $e^{4x-2} = 2^{x+3}$

f)  $\log(x^2 + 4) - \log(x + 2) = 3 + \log(x - 2)$

c)  $2^{x-1} = \left(\frac{1}{16}\right)^{4x}$

g)  $x^{\sqrt{\log x}} = 10^8$

- d)  $e^x - 14e^{-x} - 5 = 0$

11. Considere las funciones

i)  $f(x) = 1 + e^{-x}$

ii)  $f(x) = 3 + \log_5(x + 4)$

- a) Halle el dominio y rango de  $f$ .

- b) Pruebe que  $f$  es una función inyectiva.

- c) Halle la inversa de  $f$ , indicando su dominio. (Verificar).

12. En condiciones ideales, se sabe que una población de bacterias se duplica cada tres horas. Suponga que la población inicial es de 180 bacterias.

- a) ¿Cuántas bacterias existen después de  $t$  horas?

- b) ¿Cuántas bacterias existen después de 6 horas?

- c) ¿Cuántas bacterias existen después de 40 minutos?

- d) ¿Cuánto tiempo tarda en aumentar la población a 1000 bacterias?

13. Suponga que se invierten \$100.000 a un tipo de interés anual del 5 %. Calcule el saldo después de 8 años si:
- a) El interés es simple.
  - b) El interés se capitaliza semestralmente.
  - c) El interés se capitaliza continuamente.
14. La tasa de interés anual efectiva corresponde a una tasa anual compuesta una vez al año. La tasa nominal corresponde a una tasa de interés compuesta  $k$  veces al año. Encuentre la tasa de interés anual efectiva equivalente a 6 % de tasa nominal de capitalización semestral.