



ESCUELA DE ESTADÍSTICA

Probabilidad y Estadística

Profesor: Ivan Mauricio Bermudez Vera

Temas: Probabilidad Simple, Probabilidad Condicional, Teorema de Bayes, Técnicas de Conteo

Probabilidad Simple

- 1.1. Si A y B son mutuamente excluyentes y $P(A) = 0.3$ y $P(B) = 0.5$, encuentre:

- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.3 + 0.5 - 0 = 0.8$
- $P(A^c) = 1 - P(A) = 1 - 0.3 = 0.7$
- $P(A^c \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = 0.5 - 0 = 0.5$

- 1.2. Una empresa necesita aportes de sus socios para dos proyectos. La probabilidad de que los socios aporten al proyecto A es del 30%, de que aporten al proyecto B es del 60% y de que aporten en ambos es del 8%

Información del enunciado:	
$P(A) = 0.30 ; P(B) = 0.60 ; P(A \cap B) = 0.08$	
a. ¿Qué probabilidad hay de que aporten al menos en un proyecto?	$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= 0.30 + 0.60 - 0.08 \\ &= 0.82 \end{aligned}$
b. ¿Qué probabilidad hay de que no aporten al proyecto A?	$\begin{aligned} P(A^c) &= 1 - P(A) \\ &= 1 - 0.30 \\ &= 0.70 \end{aligned}$
c. ¿Qué probabilidad hay de que aporten al proyecto B y no al A?	$\begin{aligned} P(B \cap A^c) &= P(B) - P(A \cap B) \\ &= 0.60 - 0.08 \\ &= 0.52 \end{aligned}$

- 1.3. En la ciudad se publican 3 periódicos (A, B, C). Realizada una encuesta, se estima que en la población: un 20% lee A, 16% lee B, 14% lee C, 8% lee A y B, 5% lee A y C, 4% lee B y C, y el 2% lee los tres. Si se selecciona un apersona al azar, cual es la probabilidad que la persona:

a. Lea <u>al menos</u> un periódico?	$P(A \cup B \cup C) = 0.35$
b. No lea el periódico B?	$\begin{aligned} P(B^c \cap A \cap C) &= \\ P(A \cap C) - P(A \cap B \cap C) &= 0.03 \end{aligned}$
c. Lea el Periódico A y no el C?	$P(A \cap C^c) = P(A) - P(A \cap C) = 0.15$

- 1.4. Una encuesta de 50 alumnos de una preparatoria, sobre la cantidad de actividades extracurriculares, dio como resultado los datos de la siguiente tabla.

Cantidad de Actividades	0	1	2	3	4	5
Frecuencia (ni)	8	20	12	6	3	1

Si se selecciona una alumno al azar, cual es la probabilidad de que:

$$n = \sum n_i = 8 + 20 + 12 + 6 + 3 + 1 = 50$$

a. Participe <u>exactamente en 2</u> actividades?	$P(x = 2) = \frac{12}{50} = 0.24$
b. Participa <u>al menos en 1</u> actividad?	$P(x \geq 1) = P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) = 0.84$
c. Participa como <u>máximo en 3</u> actividades?	$(x \leq 3) = P(0) + P(1) + P(2) + P(3) = 0.92$

Probabilidad Condicional - Bayes

- 2.1. Suponga que hay dos eventos, A y B, con $P(A)=0.5$; $P(B)=0.60$ y $P(A \cap B)=0.40$. Calcule:

a. $P(A|B)$ b. $P(B|A)$ c. ¿Son independientes A y B? ¿Porque si o porque no?

(Resolvimos en clase)

- 2.2. Cooper Realty es una empresa pequeña de bienes raíces que se especializa en inmuebles habitacionales. Recientemente les ha interesado determinar la posibilidad de que una de sus propiedades se venda dentro de cierto tiempo. Un análisis de las ventas de 800 casas, efectuada por esa empresa en años pasados, arrojó los datos siguientes:

Oferta inicial	Días hasta la venta			Total
	Menos de 30	De 31 a 90	Más de 90	
Menos de 50 millones	50	40	10	100
De 50 a 100 millones	20	150	80	250
De 100 a 150 millones	20	280	100	400
Más de 150 millones	10	30	10	50
Total	100	500	200	800

a. Estime la probabilidad de que una casa se vende en más de 90 días.	0.25
b. ¿Cuál es la probabilidad de que una casa se venda en menos de 30 días o en más de 150 millones?	0.175
c. Determine la probabilidad de que una casa se venda en más de 90 días y cueste más de 150 millones.	0.0125
d. Suponiendo que se acaba de firmar un contrato para anunciar una casa cuyo precio inicial es menor de 50 millones, ¿Cuál es la probabilidad de que Cooper Realty tarde más de 90 días en venderla?	0.10
e. Suponiendo que Cooper Realty tardó de 31 a 90 días en vender una casa, ¿Cuál es la probabilidad de que cuyo precio inicial sea entre 50 y 150 millones?	0.86

- 2.3. Un estudiante responde las preguntas de un examen de opción múltiple, el cual proporciona cuatro posibles respuestas y solo una es correcta. Suponga que la probabilidad de que el alumno sepa la respuesta a la pregunta es de 0.8 y que la probabilidad de que adivine la respuesta es de 0.2. Si el alumno adivina, la probabilidad de elegir la respuesta correcta es de 0.25.

C: Conoce la Respuesta
A: Adivina la Respuesta

+ : Responde Correctamente la pregunta
- : Responde Incorrectamente la pregunta

	$P()$	$P()$		$P(n)$
C	0.8	+	1.0	0.80
		-	0.0	0.00
A	0.2	+	0.25	0.05
		-	0.75	0.15

Si el estudiante responde correctamente una pregunta, ¿cuál es la probabilidad de que en realidad conozca la respuesta?

$$P(C | +) = \frac{P(C \cap +)}{P(+)} = \frac{0.80}{0.85} = 0.9412$$

- 2.4. Una empresa multinacional desea elegir un candidato para ocupar el puesto de director técnico de la delegación que va a cubrir en Colombia. Tras las primeras pruebas de selección de los 150 candidatos iniciales, cuatro han quedado para la última prueba que consiste en una entrevista personal. A la vista de los currículos presentados y de las puntuaciones obtenidas en las pruebas anteriores, se cuenta con probabilidades de 0.2, 0.4, 0.25 y 0.15 de elegir para el puesto a los candidatos 1, 2, 3 y 4 respectivamente. Si se elige al candidato 1, se estima en un 50% las posibilidades de incrementar las ventas de la empresa, mientras que para los candidatos 2, 3 y 4 se estiman en un 30%, 20% y 25% respectivamente.

1: Candidato 1 + : Incrementa las ventas

2: Candidato 2 - : No incrementan las ventas

3: Candidato 3

4: Candidato 4

		$+$	0.5	0.10
1	0.2	-	0.5	0.10
2	0.4	$+$	0.3	0.12
		-	0.7	0.28
3	0.25	$+$	0.2	0.05
		-	0.8	0.20
4	0.15	$+$	0.25	0.04
		-	0.75	0.11

Dado que la empresa quiere incrementar las ventas, ¿cuál candidato tiene mayor probabilidad de ser elegido?

P(+)	0.31
P(-)	0.69

$P(1 +) = P(Cn+) / P(+)$	0.3252	
$P(2 +) = P(Cn+) / P(+)$	0.3902	Candidato con mayor probabilidad de incrementar las ventas
$P(3 +) = P(Cn+) / P(+)$	0.1626	
$P(4 +) = P(Cn+) / P(+)$	0.1220	

Técnicas de conteo

3.1. En el juego de la lotería:

a. Cuántos números tiene una lotería de 4 cifras sin series, si todas las cifras son diferentes.	$10P4 = 5040$
b. Cuántos números tiene una lotería de 4 cifras sin series, sí aparece el 1 en la primera cifra.	$1 * 10P^3 = 10^3 = 729$

3.2. Cuántos son los posibles menús que se pueden formar para una cena, si se dispone de 4 platos de entrada, 2 platos fuertes y 10 tipos de postres.

$$4C1 * 2C1 * 10C1 = 80$$

3.3. Si se lanzan cinco dados:

a. Cuántas son las formas como pueden caer los 5 dados.	$6P^5 = 6^5 = 7776$
b. De cuántas formas pueden caer, sí caen por caras diferentes.	$6P5 = 720$
c. De cuántas formas pueden caer, si ninguno cae por la cara 1.	$5P^5 = 5^5 = 3125$

3.4. En un lote de 10 bombillas hay 3 defectuosas, cuántas muestras de tamaño 5 se hallan, si deben haber en la muestra exactamente 3 buenas.

$$7C3 * 3C2 = 105$$

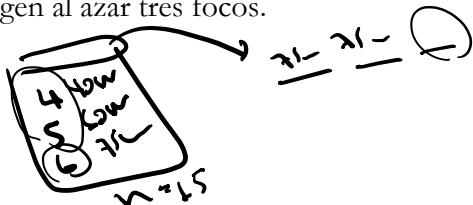
3.5. Si se selecciona al azar 3 libros de un estante que contiene 5 novelas, 3 libros de poemas y un diccionario, ¿Cuál es la probabilidad de que se escojan dos novelas y un libro de poemas?

$$\frac{5C2 * 3C1 * 1C0}{9C3} = \frac{30}{84} = 0.3571$$

- 3.6. Una agencia automotriz recibe un embarque de 20 automóviles nuevos. Entre éstos, dos tienen defectos. La agencia decide seleccionar, de forma aleatoria, 4 automóviles y acepta el embarque si ninguno de los vehículos seleccionados tiene defectos.

a. ¿Cuál es la probabilidad de aceptar el embarque?	$\frac{18C4 * 2C0}{20C4} = \frac{3060}{4845} = 0.6316$
b. ¿Cuál es la probabilidad de rechazar el embarque?	$1 - 0.6316 = 0.3683$

- 3.7. Una caja en un almacén contiene **cuatro** focos de 40 W, **cinco** de 60 W y **seis** de 75 W. Suponga que se eligen al azar tres focos.



- a. ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente dos de los focos seleccionados sean de 75 W?

$$\frac{6C2 * 9C1}{15C3} = \frac{180}{455} = 0.2967$$

- b. ¿Cuál es la probabilidad de que los tres focos seleccionados sean de los mismos watts?

$$P(\text{los 3 sean de } 40\text{W}) \cup P(\text{los 3 sean de } 60\text{W}) \cup P(\text{los 3 sean de } 75\text{W})$$

$$\frac{4C3 * 11C0}{15C3} + \frac{5C3 * 10C0}{15C3} + \frac{6C3 * 9C0}{15C3} = \frac{4}{455} + \frac{10}{455} + \frac{20}{455} = 0.0747$$

- c. ¿Cuál es la probabilidad de que se seleccione un foco de cada tipo?

$$\frac{4C1 * 5C1 * 6C1}{15C3} = \frac{120}{455} = 0.2637$$

- 3.8. Un ordenador genera de forma aleatoria el código de conexión (password) de cada nuevo usuario. Si este código consta de 6 caracteres elegidos al azar entre las 26 letras y los 10 dígitos (**no se permite la repetición de caracteres**), calcule la probabilidad de: ABCDEF FEDCBA

Clave de 6 caracteres: _____ 26 Letras y 10 Dígitos. n = total de posibles claves → $36P6$	
a. que no contenga ningún dígito.	$\frac{26P6 * 10P0}{36P6} = \frac{26P6 * 10P0}{36P6} = 0.1182$
b. que no contenga ninguna letra.	$\frac{26P0 * 10P6}{36P6} = \frac{26P6 * 10P0}{36P6} = 0.00010781$
c. que empiece por letra y termine en dígito.	$\frac{26P1 * 34P4 * 10P1}{36P6} = 0.2063$

- 3.9. Un sábado, dos mujeres vieron a dos hombres alejarse en un automóvil de la fachada de una joyería, justo antes de que sonara una alarma contra robos. Aunque todo ocurrió muy rápido, cuando fueron a declarar, pudieron dar a la policía la siguiente información acerca de la placa (que constaba de **dos letras seguidas de cuatro dígitos**) del automóvil que huyó.

Placa: _____ | 26 Letras y 10 Dígitos.
n = total de posibles placas → **$36P6$**

- Una de ellas asegura que la segunda letra era una O ó una Q, y que el último dígito era un 8 ó 3.
- La otra mujer dijo que la primera letra era una C ó una G, y que el primer dígito era definitivamente un 7.

¿Cuántas placas diferentes tendrá que verificar la policía?

$$2P1 * 2P1 * 1 * 10P2 * 2P1 = 2 * 2 * 1 * 100 * 2 = 800 \text{ placas}$$

- Caso de una placa con 3 letras seguidas por 3 dígitos

$$2P1 * 2P1 * 26P1 * 1 * 10P1 * 10P1 = 2 * 2 * 26 * 1 * 10 * 10 = 2080 \text{ placas}$$

Respuestas

Probabilidad Simple

- 1.1. a. 0.8 b. 0.7 c. 0.5
- 1.2. a. 0.82 b. 0.70 c. 0.52

Probabilidad Condicional - Bayes

Técnicas de conteo

- 3.1. a. 5040 b. 504
- 3.2. a. 80
- 3.3. a. 7776 b. 720 c. 3125
- 3.4. a. 96
- 3.5. a. 30
- 3.6. a. 0.6316 b. 0.3684
- 3.7. a. 0.2967 b. 0.075 c. 0.2637
- 3.8. a. 0.1182 b. 0.0001078 c. 0.2063
- 3.9. a. 800