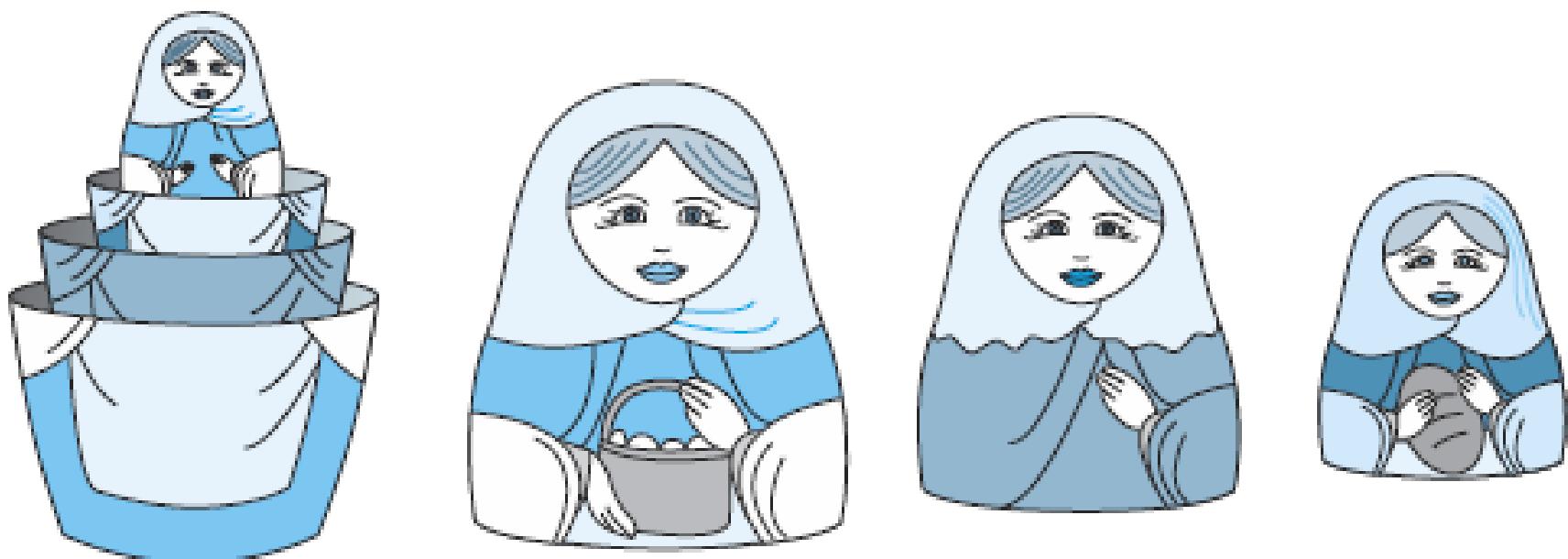


# MÉTODO PARA SOLUCIÓN DE RECURRENCIAS LINEALES NO HOMOGENEAS



## Solución a recurrencias No homogéneas

Sea  $a_n = c_1a_{n-1} + c_2a_{n-2} + \cdots + c_ka_{n-k} + F(n)$ , donde  $F(n)$  no es nula y  $a_n = c_1a_{n-1} + c_2a_{n-2} + \cdots + c_ka_{n-k}$  es la relación de recurrencia homogénea asociada.

## Solución a recurrencias No homogéneas

Sea  $a_n = c_1a_{n-1} + c_2a_{n-2} + \cdots + c_ka_{n-k} + F(n)$ , donde  $F(n)$  no es nula y  $a_n = c_1a_{n-1} + c_2a_{n-2} + \cdots + c_ka_{n-k}$  es la relación de recurrencia homogénea asociada.

Ejemplo 1.  $a_n = 2a_{n-1} + 1$  es una r.r no homogénea donde

- $a_n^h = 2a_{n-1}$   $F(n) = 1$

## Solución a recurrencias No homogéneas

Sea  $a_n = c_1a_{n-1} + c_2a_{n-2} + \cdots + c_ka_{n-k} + F(n)$ , donde  $F(n)$  no es nula y  $a_n = c_1a_{n-1} + c_2a_{n-2} + \cdots + c_ka_{n-k}$  es la relación de recurrencia homogénea asociada.

Ejemplo 1.  $a_n = 2a_{n-1} + 1$  es una r.r no homogénea donde  $F(n) = 1$

- $a_n^h = 2a_{n-1}$                            $F(n) = 1$

Ejemplo 2.  $a_n = a_{n-1} + 2^n$  es una r.r no homogénea donde

- $a_n^h = a_{n-1}$                            $F(n) = 2^n$

## Solución a recurrencias No homogéneas

Sea  $a_n = c_1a_{n-1} + c_2a_{n-2} + \cdots + c_ka_{n-k} + F(n)$ , donde  $F(n)$  no es nula y  $a_n = c_1a_{n-1} + c_2a_{n-2} + \cdots + c_ka_{n-k}$  es la relación de recurrencia homogénea asociada.

Ejemplo 1.  $a_n = 2a_{n-1} + 1$  es una r.r no homogénea donde  $F(n) = 1$

- $a_n^h = 2a_{n-1}$                            $F(n) = 1$

Ejemplo 2.  $a_n = a_{n-1} + 2^n$  es una r.r no homogénea donde

- $a_n^h = a_{n-1}$                            $F(n) = 2^n$

Ejemplo 3.  $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + n^2 + n + 1$

# Solución a recurrencias No homogéneas

Sea  $a_n = c_1 a_{n-1} + c_2 a_{n-2} + \cdots + c_k a_{n-k} + F(n)$ , donde  $F(n)$  no es nula y  $a_n = c_1 a_{n-1} + c_2 a_{n-2} + \cdots + c_k a_{n-k}$  es la relación de recurrencia homogénea asociada.

Ejemplo 1.  $a_n = 2a_{n-1} + 1$  es una r.r no homogénea donde  $F(n) = 1$

- $a_n^h = 2a_{n-1}$   $F(n) = 1$

Ejemplo 2.  $a_n = a_{n-1} + 2^n$  es una r.r no homogénea donde

- $$\bullet \quad a_n^h = a_{n-1} \qquad \qquad F(n) = 2^n$$

Ejemplo 3.  $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + n^2 + n + 1$

- $$\bullet \quad a_n^h = a_{n-1} + a_{n-2} \qquad F(n) = n^2 + n + 1$$

## Teorema 1

Si  $\{a_n^{(p)}\}$  es una solución particular de

$a_n = c_1 a_{n-1} + c_2 a_{n-2} + \cdots + c_k a_{n-k} + F(n)$  entonces toda la solución  $\{a_n^{(p)} + a_n^{(h)}\}$  donde  $\{a_n^{(h)}\}$  es solución de la homogénea asociada  $a_n = c_1 a_{n-1} + c_2 a_{n-2} + \cdots + c_k a_{n-k}$ .

**Ejercicio 2.** Determinar todas las soluciones de  $a_n = 2a_{n-1} + 1$

$$a_1 = 1$$

**Ejercicio 2.** Determinar todas las soluciones de  $a_n = 2a_{n-1} + 1$

sol. La solución de la relación de recurrencia es  $a_n = \{a_n^{(p)} + a_n^{(h)}\}$  donde  $a_n^{(h)}$  es la solución de la homogénea asociada y  $a_n^{(p)}$  es la solución polinómica.

**Ejercicio 2.** Determinar todas las soluciones de  $a_n = 2a_{n-1} + 1$

sol. La solución de la relación de recurrencia es  $a_n = \{a_n^{(p)} + a_n^{(h)}\}$  donde  $a_n^{(h)}$  es la solución de la homogénea asociada y  $a_n^{(p)}$  es la solución polinómica.

Dada la recurrencia  $a_n = 2a_{n-1} + 1$ ,  $F(n) = 1$  estos son los pasos para resolverla:

- **PASO 1: Resolvemos RR. homogénea**

**Ejercicio 2.** Determinar todas las soluciones de  $a_n = 2a_{n-1} + 1$

sol. La solución de la relación de recurrencia es  $a_n = \{a_n^{(p)} + a_n^{(h)}\}$  donde  $a_n^{(h)}$  es la solución de la homogénea asociada y  $a_n^{(p)}$  es la solución polinómica.

Dada la recurrencia  $a_n = 2a_{n-1} + 1$ ,  $F(n) = 1$  estos son los pasos para resolverla:

- **PASO 1: Resolvemos RR. homogénea**

① Calculamos  $a_n^{(h)}$  resolviendo la ecuación homogénea asociada

- $a_n^h = 2a_{n-1}$

**Ejercicio 2.** Determinar todas las soluciones de  $a_n = 2a_{n-1} + 1$

sol. La solución de la relación de recurrencia es  $a_n = \{a_n^{(p)} + a_n^{(h)}\}$  donde  $a_n^{(h)}$  es la solución de la homogénea asociada y  $a_n^{(p)}$  es la solución polinómica.

Dada la recurrencia  $a_n = 2a_{n-1} + 1$ ,  $F(n) = 1$  estos son los pasos para resolverla:

- **PASO 1: Resolvemos RR. homogénea**

① Calculamos  $a_n^{(h)}$  resolviendo la ecuación homogénea asociada

- $a_n^h = 2a_{n-1}$

Ecuación característica:  $r - 2 = 0$

**Ejercicio 2.** Determinar todas las soluciones de  $a_n = 2a_{n-1} + 1$

sol. La solución de la relación de recurrencia es  $a_n = \{a_n^{(p)} + a_n^{(h)}\}$  donde  $a_n^{(h)}$  es la solución de la homogénea asociada y  $a_n^{(p)}$  es la solución polinómica.

Dada la recurrencia  $a_n = 2a_{n-1} + 1$ ,  $F(n) = 1$  estos son los pasos para resolverla:

- **PASO 1: Resolvemos RR. homogénea**

① Calculamos  $a_n^{(h)}$  resolviendo la ecuación homogénea asociada

- $a_n^h = 2a_{n-1}$

Ecuación característica:  $r - 2 = 0$

- $r = 2$

## Ejercicio 2. Determinar todas las soluciones de $a_n = 2a_{n-1} + 1$

sol. La solución de la relación de recurrencia es  $a_n = \{a_n^{(p)} + a_n^{(h)}\}$  donde  $a_n^{(h)}$  es la solución de la homogénea asociada y  $a_n^{(p)}$  es la solución polinómica.

Dada la recurrencia  $a_n = 2a_{n-1} + 1$ ,  $F(n) = 1$  estos son los pasos para resolverla:

- **PASO 1: Resolvemos RR. homogénea**

① Calculamos  $a_n^{(h)}$  resolviendo la ecuación homogénea asociada

- $a_n^h = 2a_{n-1}$

Ecuación característica:  $r - 2 = 0$

- $r = 2$

- $a_n^h = C_1 \cdot 2^n$

- PASO 2: A partir de  $F(n)$ , igualamos un polinomio del mismo grado

$F(n)$	$a_n^{(p)}$
$C$	$A$
$n$	$An + B$
$n^2$	$An^2 + Bn + C$
$n^t \quad t \in \mathbb{Z}^+$	$A_t n^t + A_{t-1} n^{t-1} + \dots + A_1 n + A_0$
$r^n, r \in \mathbb{R}$	$Ar^n$
$n^t r^n \quad t \in \mathbb{Z}^+, r \in \mathbb{R}$	$r^n (A_t n^t + A_{t-1} n^{t-1} + \dots + A_1 n + A_0)$

• **PASO 2: A partir de  $F(n)$ , igualamos un polinomio del mismo grado**

- ② Ahora resolvemos  $a_n^{(p)}$  igualando  $F(n) = 1$  con un polinomio de igual grado. entonces  $a_n^{(p)} = A$  se iguala con la constante A por que  $F(n)$  es igual a una constante 1.

$F(n)$	$a_n^{(p)}$
$C$	$A$
$n$	$An + B$
$n^2$	$An^2 + Bn + C$
$n^t \quad t \in \mathbb{Z}^+$	$A_t n^t + A_{t-1} n^{t-1} + \dots + A_1 n + A_0$
$r^n, r \in \mathbb{R}$	$Ar^n$
$n^t r^n \quad t \in \mathbb{Z}^+, r \in \mathbb{R}$	$r^n (A_t n^t + A_{t-1} n^{t-1} + \dots + A_1 n + A_0)$

- PASO 3: Reemplazamos en la RR original el polinomio igualado en el paso 2

- **PASO 3: Reemplazamos en la RR original el polinomio igualado en el paso 2**

- **R. R Original:**  $a_n = 2a_{n-1} + 1$
- Reemplazamos  $a_n^{(p)} = A$  en la relación de recurrencia Original  
 $A = 2A + 1$

- PASO 3: Reemplazamos en la RR original el polinomio igualado en el paso 2
  - R. R Original:  $a_n = 2a_{n-1} + 1$
  - Reemplazamos  $a_n^{(p)} = A$  en la relación de recurrencia Original  
$$A = 2A + 1$$
- PASO 4: Resolvemos la ecuación para hallar los valores de las variables, en este caso de A:

- PASO 3: Reemplazamos en la RR original el polinomio igualado en el paso 2
  - R. R Original:  $a_n = 2a_{n-1} + 1$
  - Reemplazamos  $a_n^{(p)} = A$  en la relación de recurrencia Original  

$$A = 2A + 1$$
- PASO 4: Resolvemos la ecuación para hallar los valores de las variables, en este caso de A:

$$A = 2A + 1$$

$$-1 = 2A - A$$

- $A = -1$

- PASO 3: Reemplazamos en la RR original el polinomio igualado en el paso 2
  - R. R Original:  $a_n = 2a_{n-1} + 1$
  - Reemplazamos  $a_n^{(p)} = A$  en la relación de recurrencia Original  

$$A = 2A + 1$$
- PASO 4: Resolvemos la ecuación para hallar los valores de las variables, en este caso de A:
 
$$\begin{aligned} A &= 2A + 1 \\ -1 &= 2A - A \\ A &= -1 \end{aligned}$$
- PASO 5: Reemplazar el valor de las variables en  $a_n^{(p)}$

- PASO 3: Reemplazamos en la RR original el polinomio igualado en el paso 2

- R. R Original:  $a_n = 2a_{n-1} + 1$
- Reemplazamos  $a_n^{(p)} = A$  en la relación de recurrencia Original  
$$A = 2A + 1$$

- PASO 4: Resolvemos la ecuación para hallar los valores de las variables, en este caso de A:

$$A = 2A + 1$$

$$-1 = 2A - A$$

- $A = -1$

- PASO 5: Reemplazar el valor de las variables en  $a_n^p$

- $a_n^p = A$  Quedando:  $a_n^p = -1$

- **PASO 6: Componemos la solución de la recurrencia**

como  $a_n = \{a_n^{(p)} + a_n^{(h)}\}$  y  $a_n^{(p)} = -1$  y  $a_n^{(h)} = \alpha 2^n$

- $a_n = \alpha \cdot 2^n - 1$

- **PASO 6: Componemos la solución de la recurrencia**

como  $a_n = \{a_n^{(p)} + a_n^{(h)}\}$  y  $a_n^{(p)} = -1$  y  $a_n^{(h)} = \alpha 2^n$

- $a_n = \alpha \cdot 2^n - 1$

**PASO 7: Con los valores iniciales hallamos los valores de los alfas**

$$a_1 = 1$$

$$1 = \alpha \cdot 2^1 - 1$$

$$2 = 2\alpha$$

$$\alpha = 1$$

- PASO 6: Componemos la solución de la recurrencia

como  $a_n = \{a_n^{(p)} + a_n^{(h)}\}$  y  $a_n^{(p)} = -1$  y  $a_n^{(h)} = \alpha 2^n$

- $a_n = \alpha \cdot 2^n - 1$

- PASO 7: Con los valores iniciales hallamos los valores de los alfas

$$a_1 = 1$$

$$1 = \alpha \cdot 2^1 - 1$$

$$2 = 2\alpha$$

$$\alpha = 1$$

- Finalmente reemplazamos en solución Quedando:

$$a_n = 2^n - 1$$

**Ejercicio 2.** Determinar todas las soluciones de la relación de recurrencia  $a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2} + 7^n$  (a veces no hay muchas condiciones iniciales)

La solución de la relación de recurrencia es  $a_n = \{a_n^{(p)} + a_n^{(h)}\}$  donde  $a_n^{(h)}$  (homogénea) y  $a_n^{(p)}$  (polinómica).

**Ejercicio 2.** Determinar todas las soluciones de la relación de recurrencia  $a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2} + 7^n$  (a veces no hay muchas condiciones iniciales)

La solución de la relación de recurrencia es  $a_n = \{a_n^{(p)} + a_n^{(h)}\}$  donde  $a_n^{(h)}$  (homogénea) y  $a_n^{(p)}$  (polinómica).

- **PASO 1: Resolvemos RR. homogénea**

**Ejercicio 2.** Determinar todas las soluciones de la relación de recurrencia  $a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2} + 7^n$  (a veces no hay muchas condiciones iniciales)

La solución de la relación de recurrencia es  $a_n = \{a_n^{(p)} + a_n^{(h)}\}$  donde  $a_n^{(h)}$  (homogénea) y  $a_n^{(p)}$  (polinómica).

- **PASO 1: Resolvemos RR. homogénea**

- $a_n^h = 5a_{n-1} - 6a_{n-2}$

**Ejercicio 2.** Determinar todas las soluciones de la relación de recurrencia  $a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2} + 7^n$  (a veces no hay muchas condiciones iniciales)

La solución de la relación de recurrencia es  $a_n = \{a_n^{(p)} + a_n^{(h)}\}$  donde  $a_n^{(h)}$  (homogénea) y  $a_n^{(p)}$  (polinómica).

- **PASO 1: Resolvemos RR. homogénea**

- $a_n^h = 5a_{n-1} - 6a_{n-2}$

Ecuación característica:  $r^2 - 5r + 6 = 0$

- $(r-3)(r-2)$

- $r_1 = 3$   $r_2 = 2$

$a_n^h = \alpha_1 3^n + \alpha_2 2^n$

**Ejercicio 2.** Determinar todas las soluciones de la relación de recurrencia  $a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2} + 7^n$  (a veces no hay muchas condiciones iniciales)

La solución de la relación de recurrencia es  $a_n = \{a_n^{(p)} + a_n^{(h)}\}$  donde  $a_n^{(h)}$  (homogénea) y  $a_n^{(p)}$  (polinómica).

- **PASO 2: A partir de F(n), igualamos un polinomio del mismo grado**
- $F(n) = 7^n$

$F(n)$	$a_n^{(p)}$
$C$	$A$
$n$	$An + B$
$n^2$	$An^2 + Bn + C$
$n^t \quad t \in \mathbb{Z}^+$	$A_t n^t + A_{t-1} n^{t-1} + \dots + A_1 n + A_0$
$r^n, r \in \mathbb{R}$	$Ar^n$
$n^t r^n \quad t \in \mathbb{Z}^+, r \in \mathbb{R}$	$r^n (A_t n^t + A_{t-1} n^{t-1} + \dots + A_1 n + A_0)$

**Ejercicio 2.** Determinar todas las soluciones de la relación de recurrencia  $a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2} + 7^n$  (a veces no hay muchas condiciones iniciales)

La solución de la relación de recurrencia es  $a_n = \{a_n^{(p)} + a_n^{(h)}\}$  donde  $a_n^{(h)}$  (homogénea) y  $a_n^{(p)}$  (polinómica).

- **PASO 2: A partir de  $F(n)$ , igualamos un polinomio del mismo grado**

- $F(n) = 7^n$
- $a_n^{(p)} = A7^n$

$F(n)$	$a_n^{(p)}$
$C$	$A$
$n$	$An + B$
$n^2$	$An^2 + Bn + C$
$n^t \quad t \in \mathbb{Z}^+$	$A_t n^t + A_{t-1} n^{t-1} + \dots + A_1 n + A_0$
$r^n, r \in \mathbb{R}$	$Ar^n$
$n^t r^n \quad t \in \mathbb{Z}^+, r \in \mathbb{R}$	$r^n (A_t n^t + A_{t-1} n^{t-1} + \dots + A_1 n + A_0)$

**Ejercicio 2.** Determinar todas las soluciones de la relación de recurrencia  $a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2} + 7^n$  (a veces no hay muchas condiciones iniciales)

La solución de la relación de recurrencia es  $a_n = \{a_n^{(p)} + a_n^{(h)}\}$  donde  $a_n^{(h)}$  (homogénea) y  $a_n^{(p)}$  (polinómica).

- **PASO 2: A partir de F(n), igualamos un polinomio del mismo grado**
- $F(n) = 7^n$
- $a_n^{(p)} = A7^n$
- **PASO 3: Reemplazamos en la RR original el polinomio igualado en el paso 2**
- $a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2} + 7^n$

**Ejercicio 2.** Determinar todas las soluciones de la relación de recurrencia  $a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2} + 7^n$  (a veces no hay muchas condiciones iniciales)

La solución de la relación de recurrencia es  $a_n = \{a_n^{(p)} + a_n^{(h)}\}$  donde  $a_n^{(h)}$  (homogénea) y  $a_n^{(p)}$  (polinómica).

- **PASO 2: A partir de F(n), igualamos un polinomio del mismo grado**
- $F(n) = 7^n$
- $a_n^{(p)} = A7^n$
- **PASO 3: Reemplazamos en la RR original el polinomio igualado en el paso 2**
- $a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2} + 7^n$   
 $A7^n = 5A7^{n-1} - 6A7^{n-2} + 7^n$

**PASO 4: Resolvemos la ecuación para hallar los valores de las variables, en este caso de A:**

$$A7^n = 5A7^{n-1} - 6A7^{n-2} + 7^n$$

**PASO 4: Resolvemos la ecuación para hallar los valores de las variables, en este caso de A:**

$$A7^n = 5A7^{n-1} - 6A7^{n-2} + 7^n$$

$$A7^n = 7^n[5A7^{-1} - 6A7^{-2} + 1]$$

PASO 4: Resolvemos la ecuación para hallar los valores de las variables, en este caso de A:

$$A7^n = 5A7^{n-1} - 6A7^{n-2} + 7^n$$

$$\cancel{A7^n} = \cancel{7^n}[5A7^{-1} - 6A7^{-2} + 1]$$

PASO 4: Resolvemos la ecuación para hallar los valores de las variables, en este caso de A:

$$A7^n = 5A7^{n-1} - 6A7^{n-2} + 7^n$$

~~$$A7^n = 7^n[5A7^{-1} - 6A7^{-2} + 1]$$~~

$$A = 5A7^{-1} - 6A7^{-2} + 1$$

**PASO 4: Resolvemos la ecuación para hallar los valores de las variables, en este caso de A:**

$$A7^n = 5A7^{n-1} - 6A7^{n-2} + 7^n$$

$$\cancel{A7^n} = \cancel{7^n}[5A7^{-1} - 6A7^{-2} + 1]$$

$$A = 5A7^{-1} - 6A7^{-2} + 1$$

$$A = 5/7A - 6/49A + 1$$

**PASO 4: Resolvemos la ecuación para hallar los valores de las variables, en este caso de A:**

$$A7^n = 5A7^{n-1} - 6A7^{n-2} + 7^n$$

$$\cancel{A7^n} = \cancel{7^n}[5A7^{-1} - 6A7^{-2} + 1]$$

$$A = 5A7^{-1} - 6A7^{-2} + 1$$

$$A = 5/7A - 6/49A + 1$$

$$A - 5/7A + 6/49A = 1$$

**PASO 4: Resolvemos la ecuación para hallar los valores de las variables, en este caso de A:**

$$A7^n = 5A7^{n-1} - 6A7^{n-2} + 7^n$$

$$\cancel{A7^n} = \cancel{7^n}[5A7^{-1} - 6A7^{-2} + 1]$$

$$A = 5A7^{-1} - 6A7^{-2} + 1$$

$$A = 5/7A - 6/49A + 1$$

$$A - 5/7A + 6/49A = 1$$

$$A[1 - 5/7 + 6/49] = 1$$

**PASO 4: Resolvemos la ecuación para hallar los valores de las variables, en este caso de A:**

$$A7^n = 5A7^{n-1} - 6A7^{n-2} + 7^n$$

~~$$A7^n = 7^n[5A7^{-1} - 6A7^{-2} + 1]$$~~

$$A = 5A7^{-1} - 6A7^{-2} + 1$$

$$A = 5/7A - 6/49A + 1$$

$$A - 5/7A + 6/49A = 1$$

$$A[1 - 5/7 + 6/49] = 1$$

$$20/49A = 1$$

**PASO 4: Resolvemos la ecuación para hallar los valores de las variables, en este caso de A:**

$$A7^n = 5A7^{n-1} - 6A7^{n-2} + 7^n$$

~~$$A7^n = 7^n[5A7^{-1} - 6A7^{-2} + 1]$$~~

$$A = 5A7^{-1} - 6A7^{-2} + 1$$

$$A = 5/7A - 6/49A + 1$$

$$A - 5/7A + 6/49A = 1$$

$$A[1 - 5/7 + 6/49] = 1$$

$$20/49A = 1$$

$$A = 49/20$$

## PASO 5: Reemplazar el valor de las variables en $a_n^p$

$$a_n^p = A7^n$$

PASO 5: Reemplazar el valor de las variables en  $a_n^p$

$$a_n^p = A7^n \quad \text{Quedando: } a_n^p = (49/20)7^n$$

**PASO 5: Reemplazar el valor de las variables en  $a_n^p$**

$$a_n^p = A7^n \quad \text{Quedando: } a_n^p = (49/20)7^n$$

**PASO 6: Componemos la solución de la recurrencia**

$$a_n = \{a_n^{(p)} + a_n^{(h)}\}$$

**PASO 5: Reemplazar el valor de las variables en  $a_n^p$**

$$a_n^p = A7^n \quad \text{Quedando: } a_n^p = (49/20)7^n$$

**PASO 6: Componemos la solución de la recurrencia**

$$a_n = \{a_n^{(p)} + a_n^{(h)}\}$$

Por lo tanto la solución general de  $\{a_n\}$  es

$$a_n = \alpha_1 3^n + \alpha_2 2^n + (49/20)7^n$$

## EJERCICIOS

Solucionar la recurrencia  $a_n = 3a_{n-1} + 2^n$ ,  $a_0 = 1$

$F(n)$	$a_n(p)$
$C$	$A$
$n$	$An + B$
$n^2$	$An^2 + Bn + C$
$n^t \quad t \in \mathbb{Z}^+$	$A_t n^t + A_{t-1} n^{t-1} + \dots + A_1 n + A_0$
$r^n, r \in \mathbb{R}$	$Ar^n$
$n^t r^n \quad t \in \mathbb{Z}^+, r \in \mathbb{R}$	$r^n (A_t n^t + A_{t-1} n^{t-1} + \dots + A_1 n + A_0)$

## EJERCICIOS

Solucionar la recurrencia  $a_n = 3a_{n-1} + 2^n$ ,  $a_0 = 1$

**Resolvemos RR. homogénea**

$$a_n^H = 3a_{n-1}$$

$$a_n^H = \alpha 3^n$$

**Resolvemos RR. particular**

$$F(n) = 2^n$$

$$a_n^P = A2^n$$

$$A2^n = 3A2^{n-1} + 2^n$$

$$A2^n = 2^n[3A2^{-1} + 1]$$

$$A = 3/2A + 1$$

$$A = -2$$

$$\text{Quedando } a_n^P = -2 \cdot 2^n$$

## EJERCICIOS

Solucionar la recurrencia  $a_n = 3a_{n-1} + 2^n$ ,  $a_0 = 1$

**Componemos la solución de la RR**

$$a_n = a_n^H + a_n^P$$

$$a_n = \alpha 3^n - 2^* 2^n$$

**Con valores iniciales hallamos alfas**

$$1 = \alpha 3^0 - 2^* 2^0$$

$$1 = 3\alpha - 2$$

$$\alpha = 3$$

**Quedando la solución:**

$$a_n = 3^* 3^n - 2^* 2^n$$

$$a_n = 3^{n+1} - 2^{n+1}$$

## EJERCICIOS

Dada la recurrencia  $a_n = 2a_{n-1} + n + 5$  determine la solución para  $a_0 = 4$

$F(n)$	$a_n(p)$
$C$	$A$
$n$	$An + B$
$n^2$	$An^2 + Bn + C$
$n^t \quad t \in \mathbb{Z}^+$	$A_t n^t + A_{t-1} n^{t-1} + \dots + A_1 n + A_0$
$r^n, r \in \mathbb{R}$	$Ar^n$
$n^t r^n \quad t \in \mathbb{Z}^+, r \in \mathbb{R}$	$r^n (A_t n^t + A_{t-1} n^{t-1} + \dots + A_1 n + A_0)$

Dada la recurrencia  $a_n = 2a_{n-1} + n + 5$  determine la solución para  $a_0 = 4$

- 1 Una solución general es  $a_n = \{a_n^{(h)} + a_n^{(p)}\}$
- 2 La solución de la homogénea:  $a_n^{(h)} = \alpha 2^n$
- 3 La solución polinómica:  $a_n^{(p)} = An + B$  para  $F(n) = n + 5$
- 4 Entonces por términos semejantes  
 $An + B = 2(A(n - 1) + B) + n + 5$ ,  $A = -1$  y  $B = -7$
- 5 Por lo tanto  $a_n = \alpha 2^n - n - 7$  es una **solución general** de la recurrencia.
- 6 Sea  $a_n = \alpha 2^n - n - 7$ , para  $a_0 = 4$  entonces  $\alpha = 11$ . Por lo tanto la solución de la recurrencia:

$$a_n = 11 \cdot 2^n - n - 7$$

## Teorema 6

Supongamos que  $\{a_n\}$  es solución de la relación de recurrencia lineal no homogénea  $a_n = c_1a_{n-1} + c_2a_{n-2} + \dots + c_ka_{n-k} + F(n)$ , donde  $c_1, c_2, \dots, c_k$  son números reales y  $F(n) = (b_t n^t + b_{t-1} n^{t-1} + \dots + b_1 n + b_0) S^n$  esto es cuando  $F(n)$  es un polinomio multiplicando a  $S^n$  donde  $S$  es una constante. Entonces existe dos tipos de solución:

- Si  $S$  no es una raíz de la ecuación característica de la homogénea asociada, entonces existe una solución particular de la forma:

$$(p_t n^t + p_{t-1} n^{t-1} + \dots + p_1 n + p_0) S^n$$

- Cuando  $S$  es raíz de dicha ecuación característica y tiene multiplicidad  $m$ , existe una solución particular de la forma

$$n^m (p_t n^t + p_{t-1} n^{t-1} + \dots + p_1 n + p_0) S^n$$

Encontrar la solución a la relación de recurrencia

$$a_n = 3a_{n-1} + 3^n; \quad a_1 = 3$$

Encontrar la solución a la relación de recurrencia

$$a_n = 3a_{n-1} + 3^n; \quad a_1 = 3$$

**1. Resolvemos RR. homogénea**

$$a_n^H = 3a_{n-1}$$

Encontrar la solución a la relación de recurrencia

$$a_n = 3a_{n-1} + 3^n; \quad a_1 = 3$$

### 1. Resolvemos RR. homogénea

$$a_n^H = 3a_{n-1}$$

$$a_n^H = \alpha 3^n$$

Encontrar la solución a la relación de recurrencia

$$a_n = 3a_{n-1} + 3^n; \quad a_1 = 3$$

1. Resolvemos RR. homogénea

$$a_n^H = 3a_{n-1}$$

$$a_n^H = \alpha 3^n$$

2. Igualamos F(n) a polinomio del mismo grado

$$F(n) = 3^n$$

Encontrar la solución a la relación de recurrencia

$$a_n = 3a_{n-1} + 3^n; \quad a_1 = 3$$

### 1. Resolvemos RR. homogénea

$$a_n^H = 3a_{n-1}$$

$$a_n^H = \alpha 3^n$$

### 2. Igualamos F(n) a polinomio del mismo grado

$$F(n) = 3^n$$

Como F(n) tiene la forma de un polinomio multiplicado por  $S^n$  y  $S = 3$  y 3 es raíz de la parte homogénea. Aplicamos la segunda parte del teorema 6

Encontrar la solución a la relación de recurrencia

$$a_n = 3a_{n-1} + 3^n; \quad a_1 = 3$$

### 1. Resolvemos RR. homogénea

$$a_n^H = 3a_{n-1}$$

$$a_n^H = \alpha 3^n$$

### 2. Igualamos F(n) a polinomio del mismo grado

$$F(n) = 3^n$$

Como F(n) tiene la forma de un polinomio multiplicado por  $S^n$  y  $S = 3$  y 3 es raíz de la parte homogénea. Aplicamos la segunda parte del teorema 6

- Cuando  $S$  es raíz de dicha ecuación característica y tiene multiplicidad  $m$ , existe una solución particular de la forma

$$n^m(p_t n^t + p_{t-1} n^{t-1} + \dots + p_1 n + p_0) S^n$$

Encontrar la solución a la relación de recurrencia

$$a_n = 3a_{n-1} + 3^n; \quad a_1 = 3$$

### 1. Resolvemos RR. homogénea

$$a_n^H = 3a_{n-1}$$

$$a_n^H = \alpha 3^n$$

### 2. Igualamos F(n) a polinomio del mismo grado

$$F(n) = 3^n$$

$$a_n^P = nA3^n$$

Como  $F(n)$  tiene la forma de un polinomio multiplicado por  $S^n$  y  $S = 3$  y 3 es raíz de la parte homogénea. Aplicamos la segunda parte del teorema 6

- Cuando  $S$  es raíz de dicha ecuación característica y tiene multiplicidad  $m$ , existe una solución particular de la forma

$$n^m(p_t n^t + p_{t-1} n^{t-1} + \dots + p_1 n + p_0) S^n$$

### 3. Resolvemos $a_n^p$

$$F(n) = 3^n$$

$$a_n^p = nA3^n$$

### 3. Resolvemos $a_n^P$

$$F(n) = 3^n$$

$$a_n^P = nA3^n$$

Reemplazamos  $a_n^P$  en RR Original

$$nA3^n = 3(n-1)A3^{n-1} + 3^n$$

### 3. Resolvemos $a_n^p$

$$F(n) = 3^n$$

$$a_n^p = nA3^n$$

Reemplazamos  $a_n^p$  en RR Original

$$nA3^n = 3(n-1)A3^{n-1} + 3^n$$

$$nA3^n = (n-1)A3^{n-1}3 + 3^n$$

### 3. Resolvemos $a_n^P$

$$F(n) = 3^n$$

$$a_n^P = nA3^n$$

Reemplazamos  $a_n^P$  en RR Original

$$nA3^n = 3(n-1)A3^{n-1} + 3^n$$

$$nA3^n = (n-1)A3^{n-1}3 + 3^n$$

$$nA3^n = (n-1)A3^n + 3^n$$

### 3. Resolvemos $a_n^P$

$$F(n) = 3^n$$

$$a_n^P = nA3^n$$

Reemplazamos  $a_n^P$  en RR Original

$$nA3^n = 3(n-1)A3^{n-1} + 3^n$$

$$nA3^n = (n-1)A3^{n-1}3 + 3^n$$

$$nA3^n = (n-1)A3^n + 3^n$$

$$nA3^n = 3^n[(n-1)A + 1]$$

### 3. Resolvemos $a_n^P$

$$F(n) = 3^n$$

$$a_n^P = nA3^n$$

Reemplazamos  $a_n^P$  en RR Original

$$nA3^n = 3(n-1)A3^{n-1} + 3^n$$

$$nA3^n = (n-1)A3^{n-1}3 + 3^n$$

$$nA3^n = (n-1)A3^n + 3^n$$

$$\cancel{nA3^n} = \cancel{3^n}[(n-1)A + 1]$$

### 3. Resolvemos $a_n^P$

$$F(n) = 3^n$$

$$a_n^P = nA3^n$$

Reemplazamos  $a_n^P$  en RR Original

$$nA3^n = 3(n-1)A3^{n-1} + 3^n$$

$$nA3^n = (n-1)A3^{n-1}3 + 3^n$$

$$nA3^n = (n-1)A3^n + 3^n$$

$$\cancel{nA3^n} = \cancel{3^n}[(n-1)A + 1]$$

$$nA = nA - A + 1$$

### 3. Resolvemos $a_n^P$

$$F(n) = 3^n$$

$$a_n^P = nA3^n$$

Reemplazamos  $a_n^P$  en RR Original

$$nA3^n = 3(n-1)A3^{n-1} + 3^n$$

$$nA3^n = (n-1)A3^{n-1}3 + 3^n$$

$$nA3^n = (n-1)A3^n + 3^n$$

$$\cancel{nA3^n} = \cancel{3^n}[(n-1)A + 1]$$

$$nA = nA - A + 1$$

$$0 = \cancel{nA} - A + 1 - \cancel{nA}$$

### 3. Resolvemos $a_n^P$

$$F(n) = 3^n$$

$$a_n^P = nA3^n$$

Reemplazamos  $a_n^P$  en RR Original

$$nA3^n = 3(n-1)A3^{n-1} + 3^n$$

$$nA3^n = (n-1)A3^{n-1}3 + 3^n$$

$$nA3^n = (n-1)A3^n + 3^n$$

$$\cancel{nA3^n} = \cancel{3^n}[(n-1)A + 1]$$

$$nA = nA - A + 1$$

$$0 = \cancel{nA} - A + 1 - \cancel{nA}$$

$$A = 1$$

$$\text{Quedando } a_n^P = n3^n$$

4. Componemos la solución general:  $a_n^h + a_n^p$

$$a_n = \alpha 3^n + n 3^n$$

4. Componemos la solución general:  $a_n^h + a_n^p$

$$a_n = \alpha 3^n + n 3^n$$

5. Hallamos alfas con valores iniciales  $a_1=3$

4. Componemos la solución general:  $a_n^h + a_n^p$

$$a_n = \alpha 3^n + n 3^n$$

5. Hallamos alfas con valores iniciales  $a_1=3$

$$3 = 3\alpha + 3$$

4. Componemos la solución general:  $a_n^h + a_n^p$

$$a_n = \alpha 3^n + n 3^n$$

5. Hallamos alfas con valores iniciales  $a_1=3$

$$3 = 3\alpha + 3$$

$$3 - 3 = 3\alpha$$

4. Componemos la solución general:  $a_n^h + a_n^p$

$$a_n = \alpha 3^n + n 3^n$$

5. Hallamos alfas con valores iniciales  $a_1=3$

$$3 = 3\alpha + 3$$

$$3 - 3 = 3\alpha$$

$$0 = 3\alpha$$

4. Componemos la solución general:  $a_n^h + a_n^p$

$$a_n = \alpha 3^n + n 3^n$$

5. Hallamos alfas con valores iniciales  $a_1=3$

$$3 = 3\alpha + 3$$

$$3 - 3 = 3\alpha$$

$$0 = 3\alpha$$

$$\alpha = 0$$

Quedando la fórmula cerrada que da solución a la  
recurrencia:  $a_n = n 3^n$

**Ej 2:** Encontrar la solución a la relación de recurrencia

$$a_n = a_{n-1} + n; \quad a_1 = 1$$

**Ej 2:** Encontrar la solución a la relación de recurrencia

$$a_n = a_{n-1} + n; \quad a_1 = 1$$

**1. Resolvemos RR. homogénea**

$$a_n^H = a_{n-1}$$

**Ej 2:** Encontrar la solución a la relación de recurrencia

$$a_n = a_{n-1} + n; \quad a_1 = 1$$

**1. Resolvemos RR. homogénea**

$$a_n^H = a_{n-1}$$

$$a_n^H = \alpha 1^n$$

**2. Igualamos F(n) a polinomio del mismo grado**

**Ej 2:** Encontrar la solución a la relación de recurrencia

$$a_n = a_{n-1} + n; \quad a_1 = 1$$

**1. Resolvemos RR. homogénea**

$$a_n^H = a_{n-1}$$

$$a_n^H = \alpha 1^n$$

**2. Igualamos F(n) a polinomio del mismo grado**

$$F(n) = n$$

Como  $F(n) = n$  que es lo mismo que tener:  $F(n) = n 1^n$  tiene la forma de un polinomio multiplicado por  $S^n$  donde  $S = 1$  y 1 es raíz de la parte homogénea. Aplicamos la segunda parte del teorema 6

## Ej 2: Encontrar la solución a la relación de recurrencia

$$a_n = a_{n-1} + n; \quad a_1 = 1$$

### 1. Resolvemos RR. homogénea

$$a_n^H = a_{n-1}$$

$$a_n^H = \alpha 1^n$$

### 2. Igualamos F(n) a polinomio del mismo grado

$$F(n) = n$$

Como  $F(n) = n$  que es lo mismo que tener:  $F(n) = n 1^n$  tiene la forma de un polinomio multiplicado por  $S^n$  donde  $S = 1$  y 1 es raíz de la parte homogénea. Aplicamos la segunda parte del teorema 6

- Cuando  $S$  es raíz de dicha ecuación característica y tiene multiplicidad  $m$ , existe una solución particular de la forma

$$n^m (p_t n^t + p_{t-1} n^{t-1} + \dots + p_1 n + p_0) S^n$$

## Ej 2: Encontrar la solución a la relación de recurrencia

$$a_n = a_{n-1} + n; \quad a_1 = 1$$

### 1. Resolvemos RR. homogénea

$$a_n^H = a_{n-1}$$

$$a_n^H = \alpha 1^n$$

### 2. Igualamos F(n) a polinomio del mismo grado

$$F(n) = n$$

$$a_n^P = n(A_n + B)$$

Como  $F(n) = n$  que es lo mismo que tener:  $F(n) = n 1^n$  tiene la forma de un polinomio multiplicado por  $S^n$  donde  $S = 1$  y 1 es raíz de la parte homogénea. Aplicamos la segunda parte del teorema 6

- Cuando  $S$  es raíz de dicha ecuación característica y tiene multiplicidad  $m$ , existe una solución particular de la forma

$$n^m (p_t n^t + p_{t-1} n^{t-1} + \dots + p_1 n + p_0) S^n$$

## Ej 2: Encontrar la solución a la relación de recurrencia

$$a_n = a_{n-1} + n; \quad a_1 = 1$$

### 1. Resolvemos RR. homogénea

$$a_n^H = a_{n-1}$$

$$a_n^H = \alpha 1^n$$

### 2. Igualamos F(n) a polinomio del mismo grado

$$F(n) = n$$

$$a_n^P = n(A_n + B)$$

$$a_n^P = An^2 + Bn$$

Como  $F(n) = n$  que es lo mismo que tener:  $F(n) = n1^n$  tiene la forma de un polinomio multiplicado por  $S^n$  donde  $S = 1$  y 1 es raíz de la parte homogénea. Aplicamos la segunda parte del teorema 6

- Cuando  $S$  es raíz de dicha ecuación característica y tiene multiplicidad  $m$ , existe una solución particular de la forma

$$n^m(p_t n^t + p_{t-1} n^{t-1} + \dots + p_1 n + p_0) S^n$$

### 3. Resolvemos $a_n^P$

$$a_n^P = An^2 + Bn$$

### 3. Resolvemos $a_n^P$

$$a_n^P = An^2 + Bn$$

Reemplazamos  $a_n^P$  en RR Original  $a_n = a_{n-1} + n;$

### 3. Resolvemos $a_n^P$

$$a_n^P = An^2 + Bn$$

Reemplazamos  $a_n^P$  en RR Original  $a_n = a_{n-1} + n$ ;

$$An^2 + Bn = A(n-1)^2 + B(n-1) + n$$

### 3. Resolvemos $a_n^P$

$$a_n^P = An^2 + Bn$$

Reemplazamos  $a_n^P$  en RR Original  $a_n = a_{n-1} + n$ ;

$$An^2 + Bn = A(n-1)^2 + B(n-1) + n$$

$$An^2 + Bn = A(n^2 - 2n + 1) + B(n-1) + n$$

### 3. Resolvemos $a_n^P$

$$a_n^P = An^2 + Bn$$

Reemplazamos  $a_n^P$  en RR Original  $a_n = a_{n-1} + n$ ;

$$An^2 + Bn = A(n-1)^2 + B(n-1) + n$$

$$An^2 + Bn = A(n^2 - 2n + 1) + B(n-1) + n$$

$$An^2 + Bn = An^2 - 2An + A + Bn - B + n$$

### 3. Resolvemos $a_n^P$

$$a_n^P = An^2 + Bn$$

Reemplazamos  $a_n^P$  en RR Original  $a_n = a_{n-1} + n$ ;

$$An^2 + Bn = A(n-1)^2 + B(n-1) + n$$

$$An^2 + Bn = A(n^2 - 2n + 1) + B(n-1) + n$$

$$\cancel{An^2} + Bn = \cancel{An^2} - 2An + A + Bn - B + n$$

### 3. Resolvemos $a_n^P$

$$a_n^P = An^2 + Bn$$

Reemplazamos  $a_n^P$  en RR Original  $a_n = a_{n-1} + n$ ;

$$An^2 + Bn = A(n-1)^2 + B(n-1) + n$$

$$An^2 + Bn = A(n^2 - 2n + 1) + B(n-1) + n$$

$$\cancel{An^2} + Bn = \cancel{An^2} - 2An + A + Bn - B + n$$

$$Bn = -2An + A + Bn - B + n$$

### 3. Resolvemos $a_n^P$

$$a_n^P = An^2 + Bn$$

Reemplazamos  $a_n^P$  en RR Original  $a_n = a_{n-1} + n$ ;

$$An^2 + Bn = A(n-1)^2 + B(n-1) + n$$

$$An^2 + Bn = A(n^2 - 2n + 1) + B(n-1) + n$$

$$\cancel{An^2} + Bn = \cancel{An^2} - 2An + A + Bn - B + n$$

$$\cancel{Bn} = -2An + A + \cancel{Bn} - B + n$$

### 3. Resolvemos $a_n^P$

$$a_n^P = An^2 + Bn$$

Reemplazamos  $a_n^P$  en RR Original  $a_n = a_{n-1} + n$ ;

$$An^2 + Bn = A(n-1)^2 + B(n-1) + n$$

$$An^2 + Bn = A(n^2 - 2n + 1) + B(n-1) + n$$

$$\cancel{An^2} + Bn = \cancel{An^2} - 2An + A + Bn - B + n$$

$$\cancel{Bn} = -2An + A + \cancel{Bn} - B + n$$

$$0 = n(-2A + 1) + (A - B)$$

### 3. Resolvemos $a_n^P$

$$a_n^P = An^2 + Bn$$

Reemplazamos  $a_n^P$  en RR Original

$$An^2 + Bn = A(n-1)^2 + B(n-1) + n$$

$$An^2 + Bn = A(n^2 - 2n + 1) + B(n-1) + n$$

$$\cancel{An^2} + Bn = \cancel{An^2} - 2An + A + Bn - B + n$$

$$\cancel{Bn} = -2An + A + \cancel{Bn} - B + n$$

$$0 = n(-2A + 1) + (A - B)$$

$$0 = n(-2A + 1)$$

$$A - B = 0$$

### 3. Resolvemos $a_n^P$

$$a_n^P = An^2 + Bn$$

Reemplazamos  $a_n^P$  en RR Original

$$An^2 + Bn = A(n-1)^2 + B(n-1) + n$$

$$An^2 + Bn = A(n^2 - 2n + 1) + B(n-1) + n$$

$$\cancel{An^2} + Bn = \cancel{An^2} - 2An + A + Bn - B + n$$

$$\cancel{Bn} = -2An + A + \cancel{Bn} - B + n$$

$$0 = n(-2A + 1) + (A - B)$$

$$0 = n(-2A + 1) \xrightarrow{\text{ }} 0 = -2A + 1$$

$$A - B = 0$$

### 3. Resolvemos $a_n^P$

$$a_n^P = An^2 + Bn$$

Reemplazamos  $a_n^P$  en RR Original

$$An^2 + Bn = A(n-1)^2 + B(n-1) + n$$

$$An^2 + Bn = A(n^2 - 2n + 1) + B(n-1) + n$$

$$\cancel{An^2} + Bn = \cancel{An^2} - 2An + A + Bn - B + n$$

$$\cancel{Bn} = -2An + A + \cancel{Bn} - B + n$$

$$0 = n(-2A + 1) + (A - B)$$

$$0 = n(-2A + 1) \xrightarrow{\hspace{2cm}} 0 = -2A + 1 \xrightarrow{\hspace{2cm}} A = 1/2$$

$$A - B = 0$$

### 3. Resolvemos $a_n^P$

$$a_n^P = An^2 + Bn$$

Reemplazamos  $a_n^P$  en RR Original

$$An^2 + Bn = A(n-1)^2 + B(n-1) + n$$

$$An^2 + Bn = A(n^2 - 2n + 1) + B(n-1) + n$$

$$\cancel{An^2} + Bn = \cancel{An^2} - 2An + A + Bn - B + n$$

$$\cancel{Bn} = -2An + A + \cancel{Bn} - B + n$$

$$0 = n(-2A + 1) + (A - B)$$

$$0 = n(-2A + 1) \xrightarrow{\text{ }} 0 = -2A + 1 \xrightarrow{\text{ }} A = 1/2$$

$$A - B = 0 \xrightarrow{\text{ }} B = A \xrightarrow{\text{ }} B = 1/2$$

### 3. Resolvemos $a_n^P$

$$a_n^P = An^2 + Bn$$

Reemplazamos  $a_n^P$  en RR Original

$$An^2 + Bn = A(n-1)^2 + B(n-1) + n$$

$$An^2 + Bn = A(n^2 - 2n + 1) + B(n-1) + n$$

$$\cancel{An^2} + Bn = \cancel{An^2} - 2An + A + Bn - B + n$$

$$\cancel{Bn} = -2An + A + \cancel{Bn} - B + n$$

$$0 = n(-2A + 1) + (A - B)$$

$$0 = n(-2A + 1) \xrightarrow{\hspace{2cm}} 0 = -2A + 1 \xrightarrow{\hspace{2cm}} A = 1/2$$

$$A - B = 0 \xrightarrow{\hspace{2cm}} B = A \xrightarrow{\hspace{2cm}} B = 1/2$$

Quedando  $a_n^P = n^2/2 + n/2 \xrightarrow{\hspace{2cm}} n(n+1)/2$

4. Componemos la solución general:  $a_n^h + a_n^p$

$$a_n = \alpha + n(n+1)/2$$

4. Componemos la solución general:  $a_n^h + a_n^P$

$$a_n = \alpha + n(n+1)/2$$

5. Hallamos alfas con valores iniciales  $a_1=1$

4. Componemos la solución general:  $a_n^h + a_n^p$

$$a_n = \alpha + n(n+1)/2$$

5. Hallamos alfas con valores iniciales  $a_1=1$

$$1 = \alpha + 1(1+1)/2$$

$$1 = \alpha + 1$$

$$\alpha = 0$$

4. Componemos la solución general:  $a_n^h + a_n^p$

$$a_n = \alpha + n(n+1)/2$$

5. Hallamos alfas con valores iniciales  $a_1=1$

$$1 = \alpha + 1(1+1)/2$$

$$1 = \alpha + 1$$

$$\alpha = 0$$

Quedando la fórmula cerrada que da solución a la  
recurrencia:  $a_n = n(n+1)/2$

## Encontrar la solución general de la recurrencia

$$a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2} + 2^n + 3n$$

- 1 Una solución general es  $a_n = \{a_n^{(h)} + a_n^{(p)}\}$

## Encontrar la solución general de la recurrencia

$$a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2} + 2^n + 3n$$

- ① Una solución general es  $a_n = \{a_n^{(h)} + a_n^{(p)}\}$
- ② La solución de la homogénea:  $a_n^{(h)} = \alpha 3^n + \beta 2^n$

## Encontrar la solución general de la recurrencia

$$a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2} + 2^n + 3n$$

- ① Una solución general es  $a_n = \{a_n^{(h)} + a_n^{(p)}\}$
- ② La solución de la homogénea:  $a_n^{(h)} = \alpha 3^n + \beta 2^n$

Como  $F(n) = 2^n + 3n$ , tenemos que:  $2^n$  es un polinomio de grado 0 por un  $S^n$ , y como  $S = 2$  y 2 es raíz de la parte homogénea. Aplicamos la segunda parte del teorema 2:

- Cuando  $S$  es raíz de dicha ecuación característica y tiene multiplicidad  $m$ , existe una solución particular de la forma

$$n^m(p_t n^t + p_{t-1} n^{t-1} + \dots + p_1 n + p_0) S^n$$

## Encontrar la solución general de la recurrencia

$$a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2} + 2^n + 3n$$

- ① Una solución general es  $a_n = \{a_n^{(h)} + a_n^{(p)}\}$
- ② La solución de la homogénea:  $a_n^{(h)} = \alpha 3^n + \beta 2^n$

Como  $F(n) = 2^n + 3n$ , tenemos que:  $2^n$  es un polinomio de grado 0 por un  $S^n$ , y como  $S = 2$  y 2 es raíz de la parte homogénea. Aplicamos la segunda parte del teorema 2

- Cuando  $S$  es raíz de dicha ecuación característica y tiene multiplicidad  $m$ , existe una solución particular de la forma

$$n^m(p_t n^t + p_{t-1} n^{t-1} + \dots + p_1 n + p_0) S^n$$

Por lo tanto,

- ③ La solución polinómica:  $a_n^{(p)} = nC2^n + An + B$  para  $F(n) = 2^n + 3n$

## Encontrar la solución general de la recurrencia

$$a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2} + 2^n + 3n$$

- ① Una solución general es  $a_n = \{a_n^{(h)} + a_n^{(p)}\}$
- ② La solución de la homogénea:  $a_n^{(h)} = \alpha 3^n + \beta 2^n$
- ③ La solución polinómica:  $a_n^{(p)} = nC2^n + An + B$  para  $F(n) = 2^n + 3n$
- ④ Entonces por términos semejantes

$$nC2^n + An + B = 5[(n-1)C2^{n-1} + A(n-1) + B] - 6[(n-2)C2^{n-2} + A(n-2) + B] + 2^n + 3n$$

## Encontrar la solución general de la recurrencia

$$a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2} + 2^n + 3n$$

- ① Una solución general es  $a_n = \{a_n^{(h)} + a_n^{(p)}\}$
- ② La solución de la homogénea:  $a_n^{(h)} = \alpha 3^n + \beta 2^n$
- ③ La solución polinómica:  $a_n^{(p)} = nC2^n + An + B$  para  $F(n) = 2^n + 3n$
- ④ Entonces por términos semejantes

$$nC2^n + An + B = 5[(n-1)C2^{n-1} + A(n-1) + B] - 6[(n-2)C2^{n-2} + A(n-2) + B] + 2^n + 3n$$

- ⑤ Por términos semejantes tenemos:

$$nC2^n = 5C(n-1)2^{n-1} - 6C(n-2)2^{n-2} + 2^n$$

$$nC = 5/2C(n-1) - 6/4C(n-2) + 1; 3C - 5/2C + 1 = 0, C = -2$$

$$An + B = 5A(n - 1) + 5B(n - 1) + 5B - 6A(n - 2) - 6B + 3n$$
$$An - 5An + 6An - 3n = 0; n(A - 5A + 6A - 3) = 0 \rightarrow 2A - 3 = 0, A = 3/2,$$

$B = -5A + 5B + 12A - 6B; B = 21/4$  La solución general de la  
recurrencia:  $a_n = \alpha 3^n + \beta 2^n - n2^{n+1} + 3/2n + 21/4$

## EJERCICIO

- . Resuelva las siguientes relaciones de recurrencia:
- a)  $a_n = -5 a_{n-1} - 6 a_{n-2} + 42 * 4^n$  con:  $a_1 = 56$  y  $a_2 = 278$