

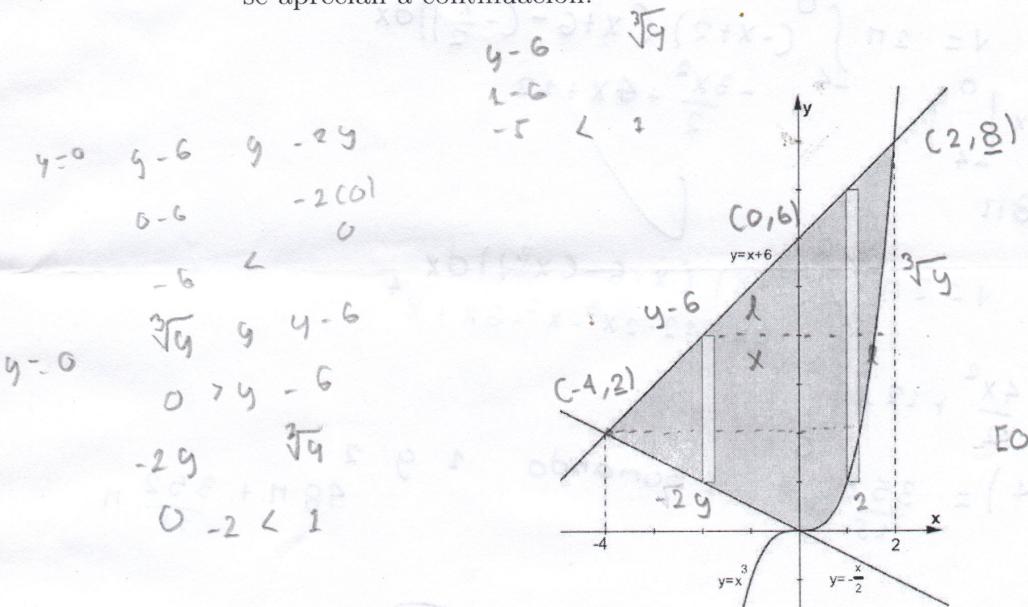
C-14.0

Instrucciones.

- Primero lea cuidadosa y detalladamente el examen, después, responda de manera clara y ordenada. **Justifique todas sus respuestas.** No se responden preguntas que estén relacionadas con el desarrollo del examen. Apague su teléfono celular.

1. [50 puntos] Resuelva los siguientes problemas.

- a) [40 ptos.] Considere las funciones $f(x) = x + 6$, $g(x) = x^3$ y $h(x) = -\frac{x}{2}$, cuyas gráficas se aprecian a continuación.



- Plantee, pero no calcule, el área de la región R con respecto al eje y .
- Plantee, pero no calcule, el área de la región R con respecto al eje x .
- Determine el área de la región sombreada R .
- Si el eje de giro es la recta $x = 2$, calcule el volumen de la región R por el método que crea conveniente.

- b) [10 ptos.] Encuentre una función g tal que para $x > 0$,

$$4 \int_0^{x^2} tg(t) dt = 2x^3 + \int_{x^2}^4 g(t) dt$$

(Sug: usar el Teorema Fundamental del Cálculo).

1 Las relaciones quedan

$$x = y - 6$$

$$x = \sqrt[3]{y}$$

$$x = -2y$$

El área es la suma de las siguientes integrales

$$1 \int_0^2 \sqrt[3]{y} - (-2y) dy$$

$$2 \int_2^8 \sqrt[3]{y} - (0y - 6) dy$$

El área es la suma de

estas integrales

2 El área está dado por:

$$\int_{-4}^0 x + 6 - \left(-\frac{x}{2}\right) dx + \int_0^2 x + 6 - (x^3) dx$$

3

$$\frac{x^2}{2} + 6x + \frac{x}{4} \Big|_{-4}^0 + \frac{x^2}{2} + 6x - \frac{x}{4} \Big|_0^2$$
$$12 + 10 = 22$$

4 Calculando 2 volúmenes

$$1 \text{ volumen } -4 \text{ a } 0 \quad V = 2\pi \int_{-4}^0 (-x+2)(x+6 - \left(-\frac{x}{2}\right)) dx$$
$$2\pi \left(-\frac{3x^3}{6} + \frac{4x^2}{2} + 12x \Big|_{-4}^0 \right)$$
$$-\frac{3x^2}{2} + 4x + 22$$

$$2\pi (32 - 32 - 48) = 148\pi$$

$$2 \text{ volumen } 0 \text{ a } 2 \quad V = 2\pi \int_0^2 (2-x)(x+6 - (x^3)) dx$$
$$2\pi \left(\frac{x^5}{5} - \frac{2x^4}{4} - \frac{x^3}{3} - \frac{4x^2}{2} + 12x \Big|_0^2 \right)$$

$$2\pi \left(\frac{32}{5} - 8 - \frac{8}{3} - 8 + 24 \right) = \frac{352}{15}\pi$$

$$\text{sumando } 1 \quad 9^2 \quad 48\pi + \frac{352}{15}\pi$$

b)