

---

**Departamento de Matemáticas**  
**Cálculo I**  
**Taller N°3: Funciones**



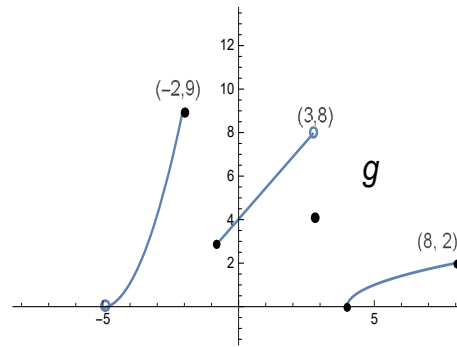
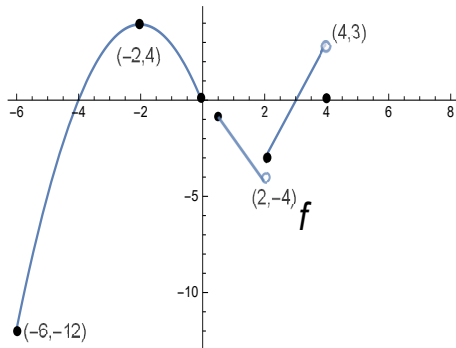
---

**Profesoras: Martha Pinzón y Daniela Vásquez.**

**Febrero 19 de 2021**

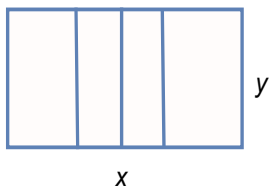
---

1. Considere las gráficas de las funciones  $f$  y  $g$ .



- a) Determine el dominio de  $g$  y el rango de  $f$ .
  - b) Calcule  $(f + g)(0)$ ,  $(fg)(-2)$ ,  $(f \circ g)(8)$  y  $(g \circ g)(3)$ .
  - c) Halle los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función  $f$ .
  - d) Halle los valores de  $x \in D_f$  para los cuales  $f(x) > 0$ .
  - e) ¿La función  $f$  es inyectiva?. Explique su respuesta.
2. Pruebe que la función  $f(x) = \frac{2x^4 - x^2 - 1}{|1 - x^2|}$  es par y que la función  $f(x) = \frac{1}{x} + x^3$  es impar.
3. Pruebe que la única función par e impar a la vez es la función nula.
4. Dadas las funciones  $f(x) = \frac{x^2}{1 - 3x^2}$  y  $g(x) = \sqrt{2x - 1}$
- a) Calcule  $(f + g)(5)$ ,  $\left(\frac{f}{g}\right)(1)$  y  $(f \circ f)\left(\frac{2}{3}\right)$ .
  - b) ¿El número 1 pertenece al rango de  $f$ ?
  - c) Determine la función  $(f \circ g)$ , si existe, indicando su dominio.
  - d) Pruebe que  $g$  es inyectiva y calcule su inversa  $g^{-1}$ , indicando su dominio.
5. Sean  $f(x) = \frac{x^2}{x - 2}$  y  $g(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 2}$  funciones. Determine las funciones  $fg$  y  $f \circ f$ , si existen, indicando su dominio.
6. Sean  $f(x) = \frac{x + 1}{x}$  y  $g(x) = 3x - 5$ . Encuentre una función  $h$  tal que  $g \circ h = f$ .

7. Escriba la función  $h(x) = \left(\frac{5x-4}{2x}\right)^{3/7} + 2$  como composición de tres funciones.
8. Muestre que las funciones  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x + \frac{7}{2}$ , con  $x \leq 1$  y  $g(x) = 1 - \sqrt{2x-6}$  son inversas entre sí.
9. Una piedra se deja caer en un lago y origina ondas circulares que se extienden a una velocidad de  $55 \text{ cm/seg}$ . Exprese el área del círculo formado en función del tiempo  $t$ , si  $t$  está medido en segundos.
10. Se dispone de 1000 metros de cerca para construir un corral rectangular, parte de la cerca se usará para construir tres cercas internas de división paralelas entre sí y perpendiculares a uno de los lados del corral.



Exprese el área del corral como función de  $x$ , indicando su dominio.