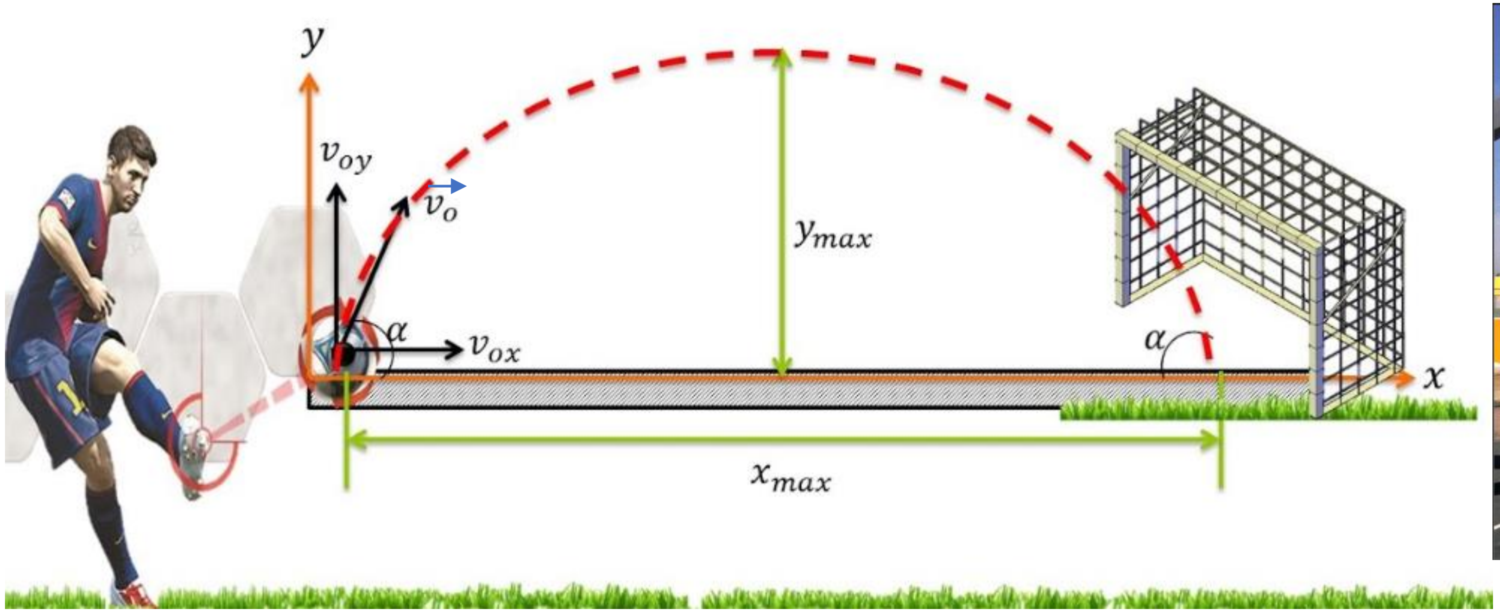
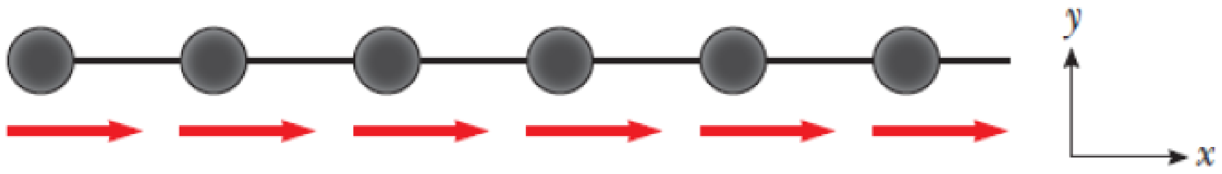
FISICA 1

Marisela Benitez Barahona

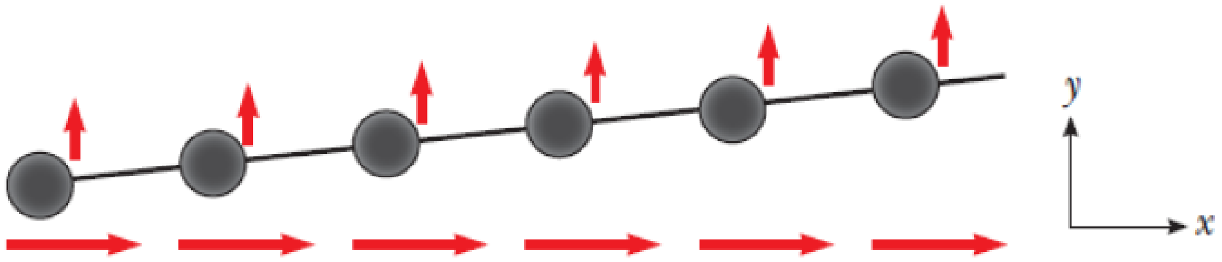
Departamento de Física
Facultad de Ciencias Naturales y Exactas
Universidad del valle



Movimiento en tres y dos dimensiones



MOVIMIENTO EN UNA DIMENSIÓN



MOVIMIENTO EN DOS DIMENSIONES

El movimiento en dos dimensiones se puede representar como dos movimientos *independientes* en cada una de las dos direcciones perpendiculares asociadas con los ejes x y y.

PRINCIPIO DE INDEPENDENCIA DEL MOVIMIENTO

El movimiento bidimensional con aceleración constante es equivalente a dos movimientos independientes en las direcciones x e y con aceleraciones constantes a_x y a_y.

Componentes de la velocidad

$$\vec{v}_{ix} = (v_{ix} + a_x t)\hat{\imath}$$

$$\vec{v}_{fy} = (v_{fy} + a_y t)\hat{\jmath}$$

$$\vec{v} = (v_{ix} + a_x t)\hat{\imath} + (v_{fy} + a_y t)\hat{\jmath}$$

Componentes del desplazamiento

$$x_f = \left(x_i + v_{ix} t + \frac{1}{2} a_x t^2\right)\hat{\imath}$$

$$y_f = \left(y_i + v_{iy} t + \frac{1}{2} a_y t^2\right)\hat{\jmath}$$

$$\vec{r} = \left(x_i + v_{ix} t + \frac{1}{2} a_x t^2\right)\hat{\imath} + \left(y_i + v_{iy} t + \frac{1}{2} a_y t^2\right)\hat{\jmath}$$

$$\vec{r} = (x_i\hat{\imath} + y_i\hat{\jmath}) + (v_{ix}\hat{\imath} + v_{iy}\hat{\jmath})t + \frac{1}{2}(a_{ix}\hat{\imath} + a_{iy}\hat{\jmath})t^2$$

$$\vec{r} = \vec{r}_i + \vec{v}_i t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$$

MOVIMIENTO PARABÓLICO

Se mueven únicamente bajo la influencia de la gravedad una vez sean liberados, es decir su movimiento sobre el eje vertical es un movimiento con aceleración constante con $a_y = -g$.

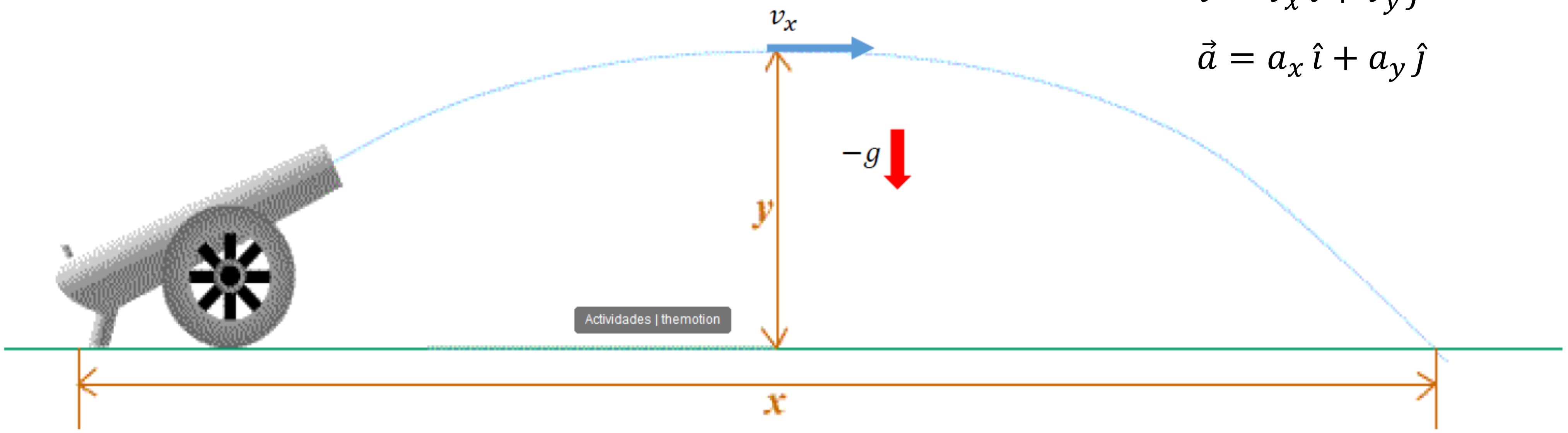
Su movimiento en la dirección horizontal se caracteriza por presentar una velocidad constante, de tal forma que $v_x = Constante$.

La trayectoria seguida por estos cuerpos es una parábola.

El efecto de la resistencia del aire es despreciable.

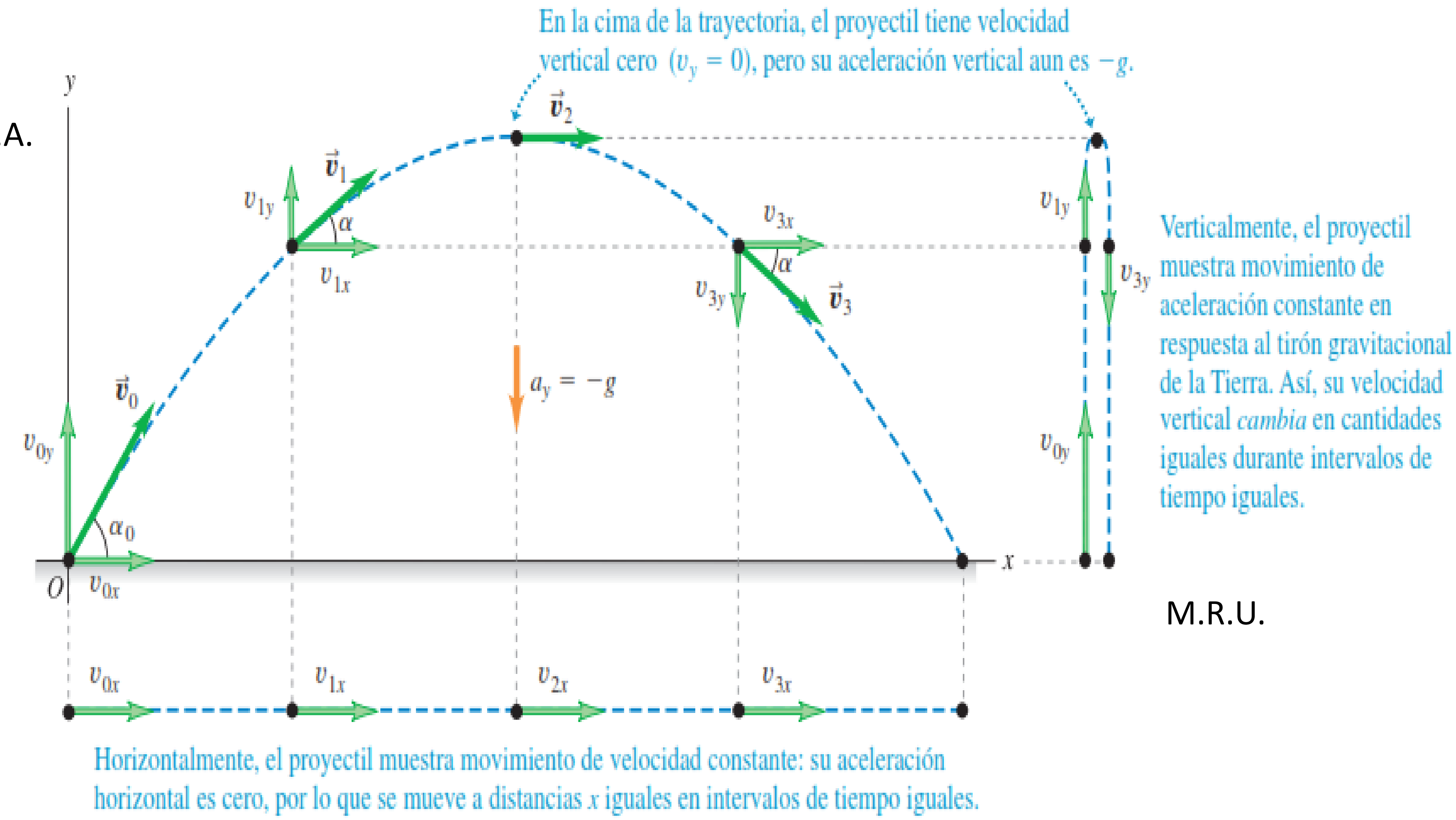
$$\vec{v} = v_x\,\hat{\imath} + v_y\,\hat{\jmath}$$

$$\vec{a} = a_x\,\hat{\imath} + a_y\,\hat{\jmath}$$



Movimiento de proyectiles

M.R.U.A.



M.R.U.

TRAYECTORIA PARABÓLICA O DE UN PROYECTIL

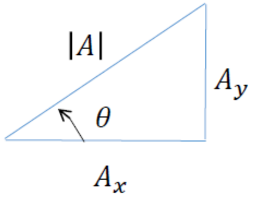
El movimiento se describe en dos direcciones $\vec{r} = r_x\,\hat{\imath} + r_y\,\hat{\jmath} \longrightarrow \vec{r} = x\hat{\imath} + y\hat{\jmath}$ $\quad |\vec{r}| = \sqrt{r_x^2 + r_y^2}$

$$x = x_0 + v_{0x}t = x_0 + |v_0|cos\alpha_0 t \;\wedge\; y = y_0 + v_{0y}t - \tfrac{1}{2}gt^2 = y_0 + |v_0|sen\alpha_0 t - \tfrac{1}{2}gt^2$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} = |v_0|cos\alpha_0 \quad \wedge \quad v_y = \frac{dy}{dt} = |v_0|sen\alpha_0 - \text{gt} \qquad \vec{v} = v_x\,\hat{\imath} + v_y\,\hat{\jmath}$$

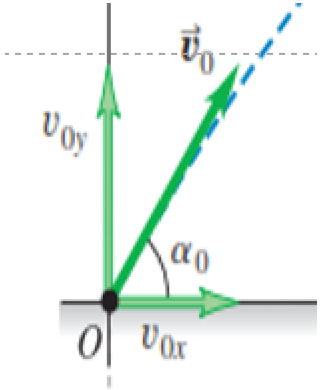
$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = 0 \quad \wedge \quad a_x = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2} = -g \qquad \vec{a} = a_x\,\hat{\imath} + a_y\,\hat{\jmath}$$

$x = (v_0 \cos\alpha_0)t$	(movimiento de proyectil)
$y = (v_0 \operatorname{sen}\alpha_0)t - \frac{1}{2}gt^2$	(movimiento de proyectil)
$v_x = v_0 \cos\alpha_0$	(movimiento de proyectil)
$v_y = v_0 \operatorname{sen}\alpha_0 - gt$	(movimiento de proyectil)



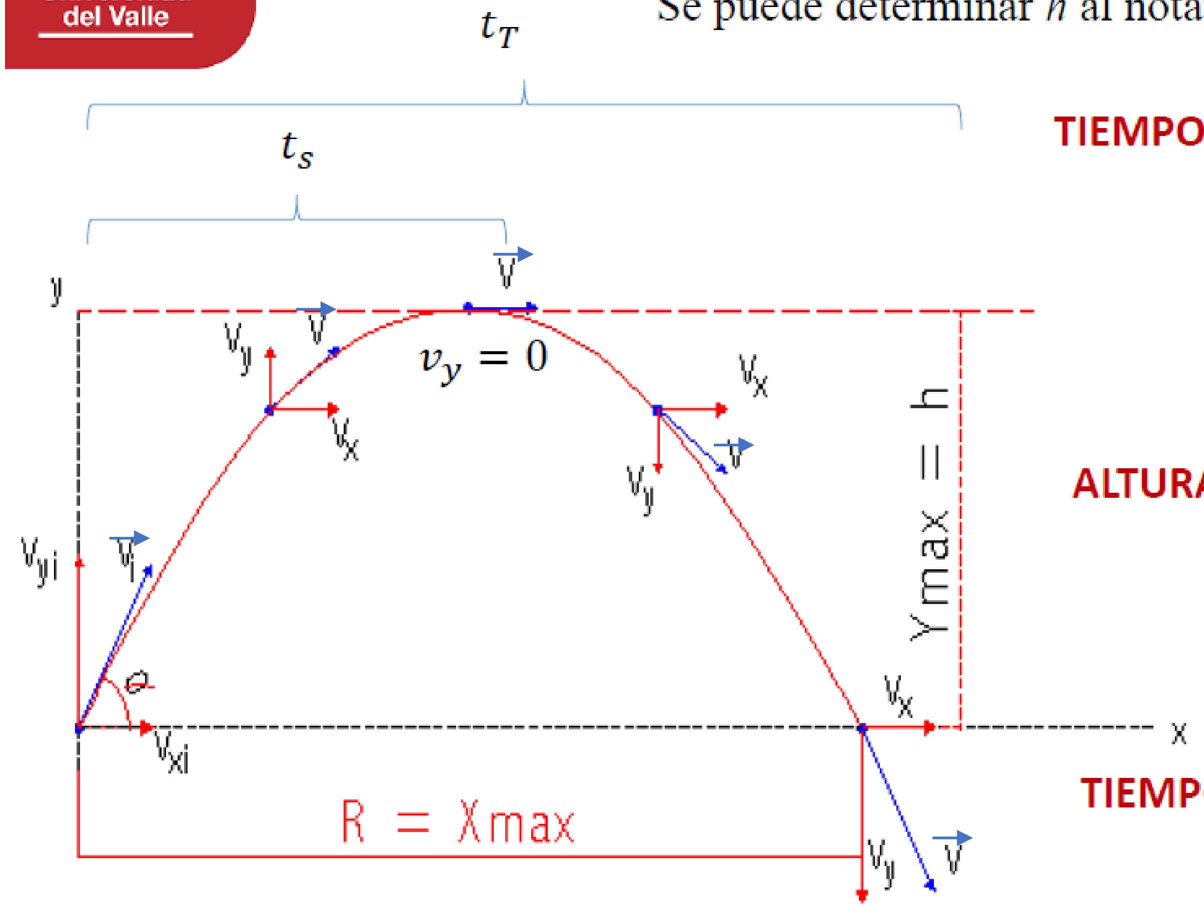
Componente en x $\quad A_x = |A| \cos\theta$

Componente en y $\quad A_y = |A| \sin\theta$



ALTURA MÁXIMA Y ALCANCE MÁXIMO

Se puede determinar h al notar que, en el máximo, $v_y = 0$.



TIEMPO DE SUBIDA

$$v_y = v_i \sin\theta - gt$$

$$gt = v_i \sin\theta$$

$$t_s = \frac{v_i \sin\theta}{g}$$

ALTURA MÁXIMA

$$y - y_i = v_i \sin\theta\, t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$h = v_i \sin\theta \left(\frac{v_i \sin\theta}{g}\right) - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_i \sin\theta}{g}\right)^2$$

$$h = \frac{v_i^2 \sin^2\theta}{2g}$$

$$Sen\ 2\theta = 2\cos\theta sen\theta$$

TIEMPO DE VUELO

$$t_T = \frac{2v_i \sin\theta}{g}$$

ALCANCE MÁXIMO

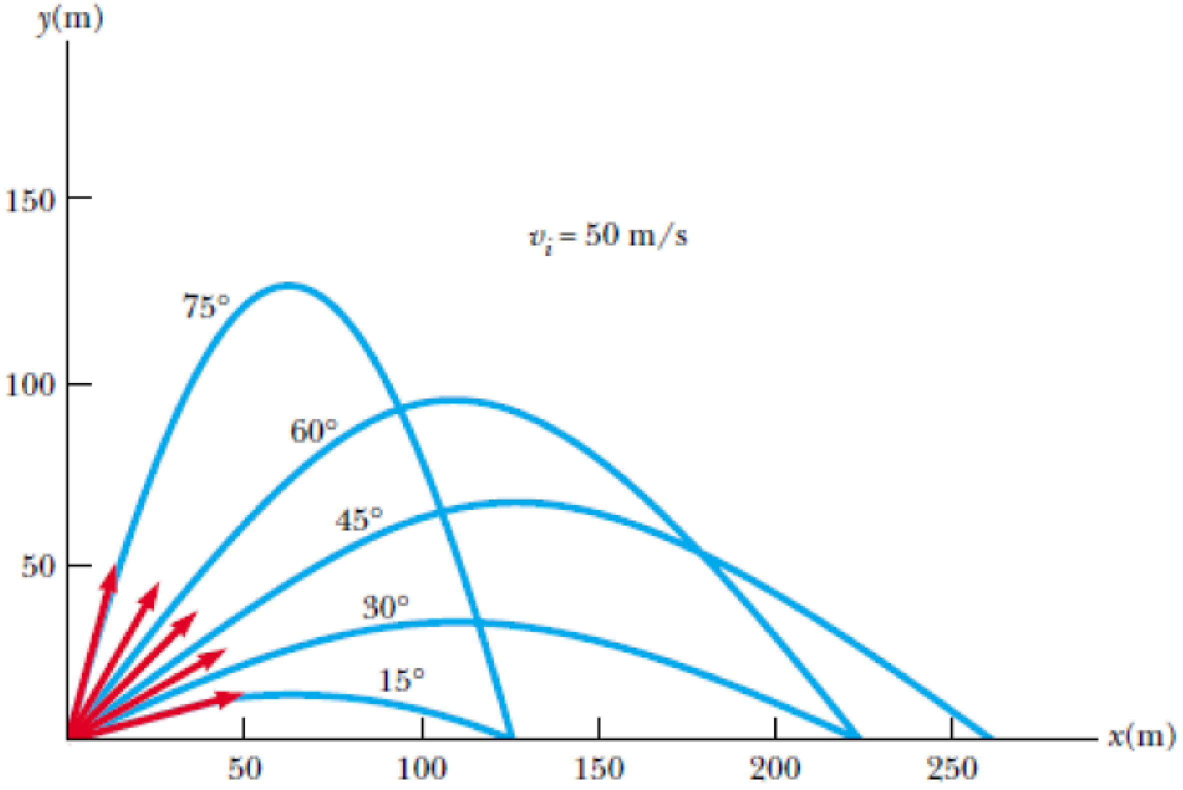
$$x - x_i = v_i \cos\theta \left(\frac{2v_i \sin\theta}{g}\right)$$

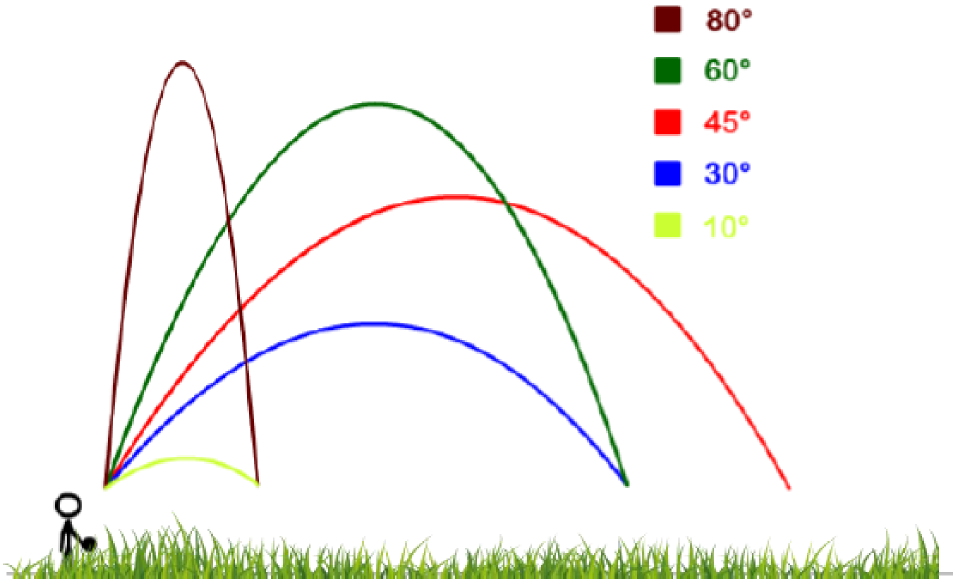
$$R = \frac{v_i^2 \sin 2\theta}{g}$$

ALCANCE MÁXIMO

$$R = \frac{v_i^2 \sin 2\theta}{g}$$

$$R_{max} = \frac{v_i^2}{g}, Sen\ 2\theta = 1, \theta = 45°$$





ECUACIÓN DE LA TRAYECTORIA

La trayectoria del proyectil es parabólica y queda totalmente conocida si se conoce v_i y θ.

$$x - x_i = v_i \cos\theta \; t$$

$$t = \frac{x - x_i}{v_i \cos\theta} \longrightarrow t = \frac{x - x_i}{v_i \cos\theta}$$

Reemplazando en la ecuación para *y*:

$$y - y_i = v_i \sin\theta \; t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$y = y_i + v_i \sin\theta \left(\frac{X}{v_i \cos\theta}\right) - \frac{1}{2} g \left(\frac{X}{v_i \cos\theta}\right)^2$$

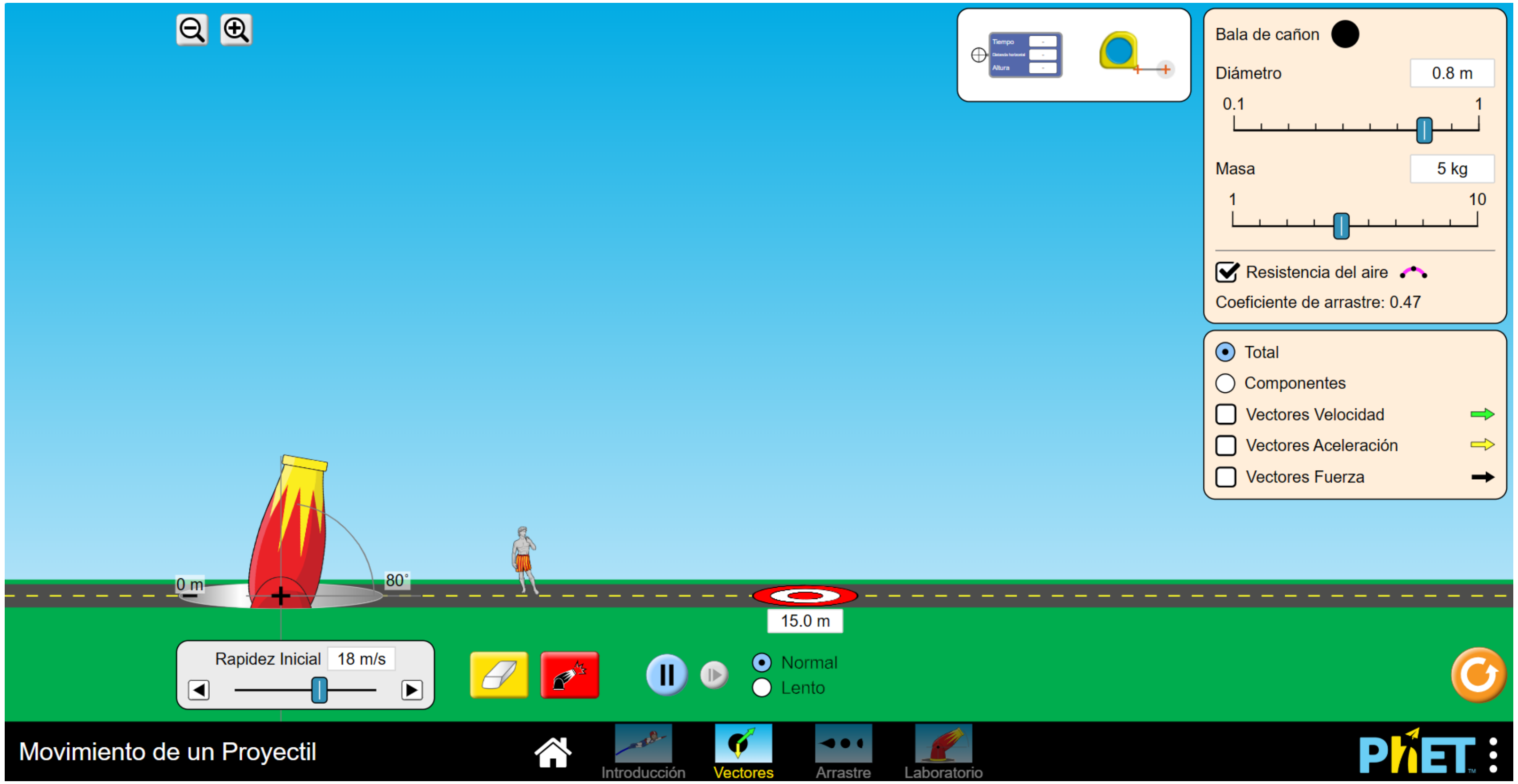
$$y = y_i + \tan\theta \,(X) - \frac{g}{2 v_i^2 \cos^2\theta} (X)^2$$

ECUACIÓN DE LA TRAYECTORIA

$$\boxed{y = y_i + \tan\theta \, X - \frac{g}{2 v_i^2 \cos^2\theta} X^2}$$

MOVIMIENTO PARABÓLICO

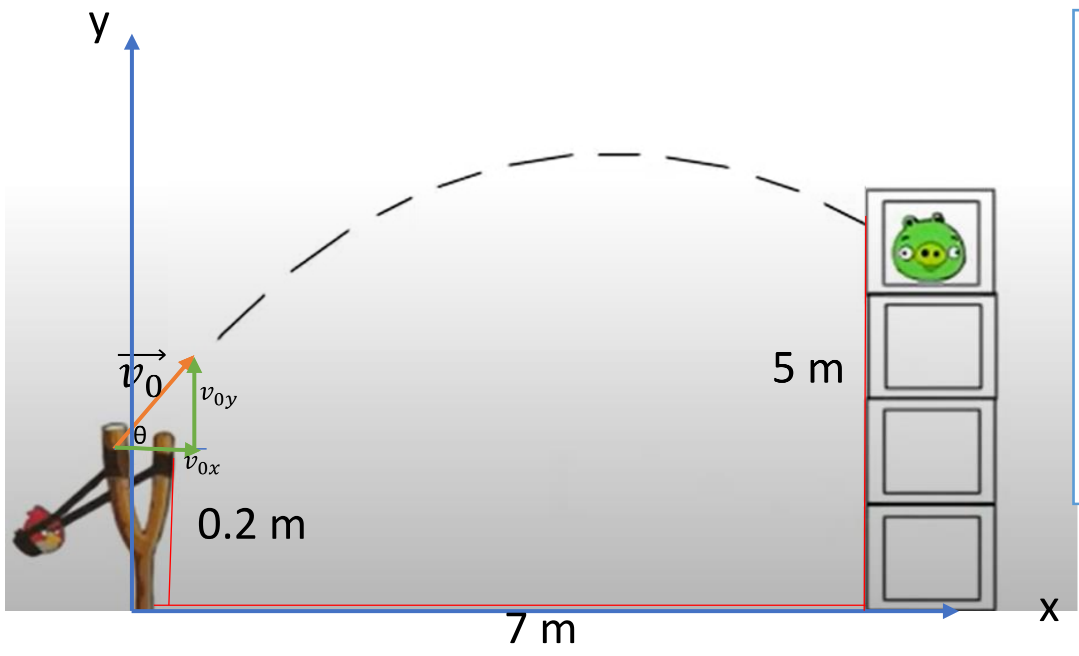
Movimiento de un Proyectil - Cinemática | Resistencia del Aire | Curva Parabólica - Simulaciones Interactivas PhET (colorado.edu)



MOVIMIENTO PARABÓLICO

Usted está jugando Angry Birds y quiere derribar a un cerdo que se encuentra en una torre de cajas situado a 7m de distancia y a una altura de 5 m. Si la resortera tiene una altura de 0.2 m y el tiempo de vuelo es de 1.45 segundos. ¿Con que velocidad inicial y a que ángulo con respecto a la horizontal se debe lanzar un pájaro para dar en el blanco?

$$\vec{r} = x\hat{\imath} + y\hat{\jmath}$$



Datos:

$x_f = 7\ m$
$y_f = 5\ m$
$y_0 = 0.2\ m$
$t_v = 1.45\ s$
$g = 9.8\ m/s^2$
$v_0 = ?$
$\theta = ?$

$$x = x_0 + v_{0x}t \quad \wedge \quad y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$v_{0x} = \frac{x - x_0}{t}$$

$$v_{0x} = \frac{7m}{1.45\ s}$$

$$v_{0x} = 4.83\ \text{m/s}$$

$$v_{0y} = \frac{y - y_0 + \frac{1}{2}gt^2}{t}$$

$$v_{0y} = \frac{5m - 0.2m + \frac{1}{2}9.8m/s^2(1.45\ s)^2}{1.45s}$$

$$v_{0y} = 10.42\ m/s$$

$$\vec{v} = v_x\,\hat{\imath} + v_y\,\hat{\jmath} \qquad |\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

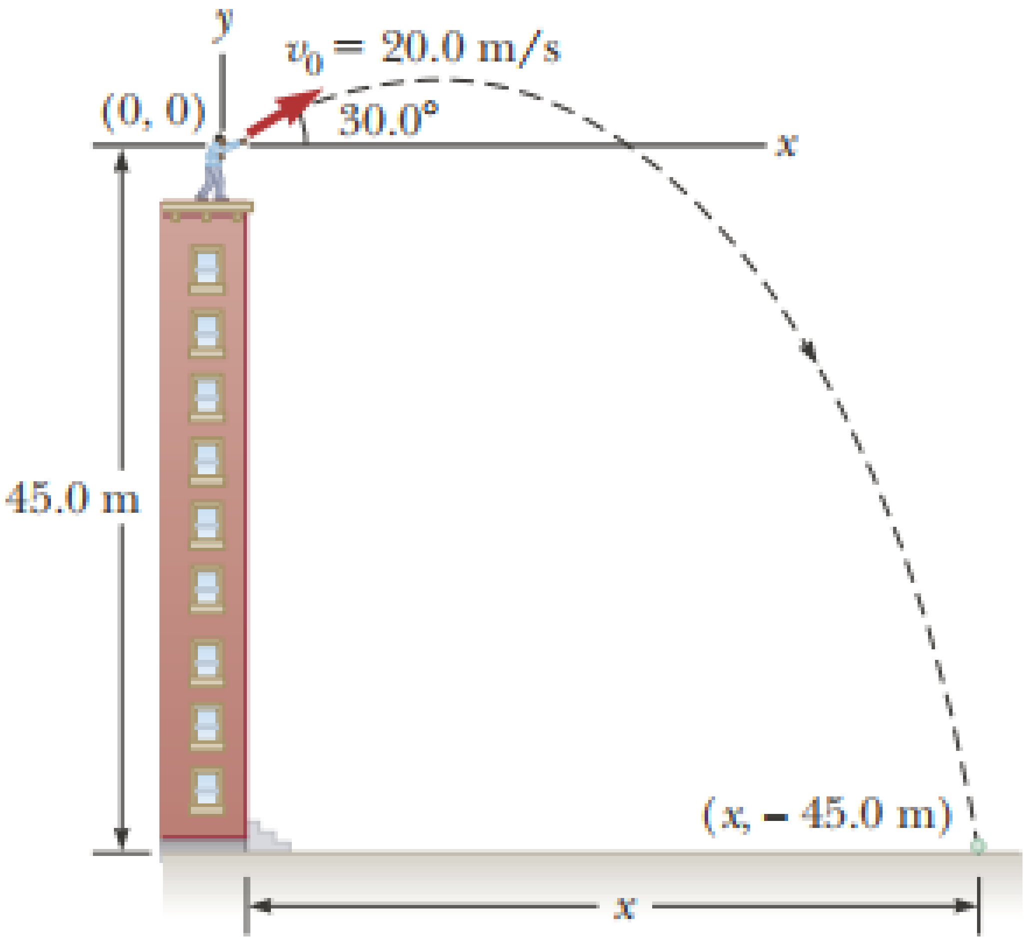
$$|\vec{v_0}| = \sqrt{(4.83\frac{m}{s})^2 + (10.42\frac{m}{s})^2}$$

$$|\vec{v_0}| = 11.49\ \text{m/s}$$

$$\theta = tan^{-1}\left(\frac{v_{0y}}{v_{0x}}\right)$$

$$\theta = tan^{-1}\left(\frac{10.42\ m/s}{4.83\ m/s}\right) = 65.13°$$

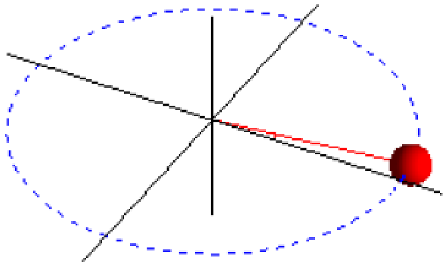
PROBLEMA Una pelota se lanza hacia arriba desde el techo de un edificio con un ángulo de 30.0° por encima de la horizontal y con una rapidez inicial de 20.0 m/s, como en la figura 3.21. El punto de lanzamiento es 45.0 m arriba del suelo. **a)** ¿Cuánto tiempo toma a la pelota golpear el suelo? **b)** Encuentre la rapidez de la pelota en el instante del impacto. **c)** Determine el alcance horizontal de la pelota. Ignore la resistencia del aire.



Página 71 de Serway

Movimiento circular uniforme

Es el movimiento que realiza un objeto describiendo una trayectoria circular con rapidez tangencial constante



- MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME
- MOVIMIENTO CIRCULAR CON ACELERACIÓN ANGULAR CONSTANTE

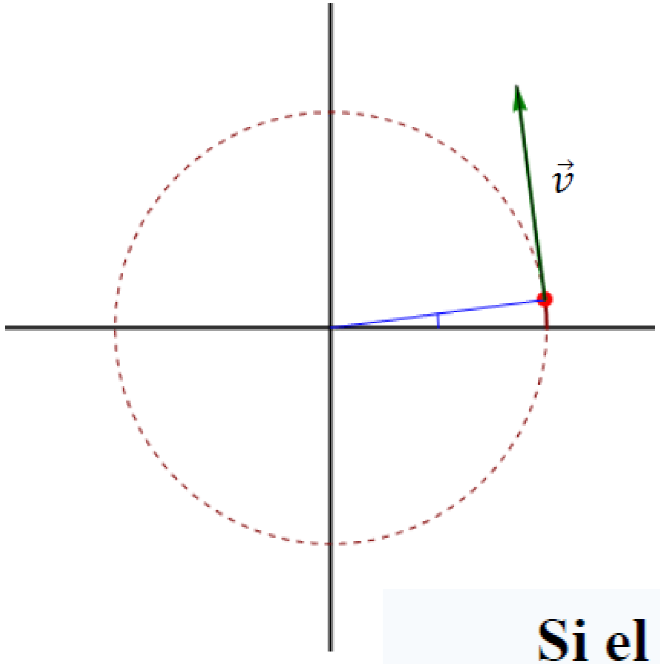
MOVIMIENTO RECTILÍNEO

Desplazamiento $\Delta\vec{x}$	m
Velocidad promedio $\bar{v}$	m/s
Velocidad instantánea $\vec{v}$	m/s
Aceleración promedio $\bar{a}$	m/s^2
Aceleración instantánea $\vec{a}$	m/s^2

MOVIMIENTO CIRCULAR

Desplazamiento angular $\Delta\theta$	rad
Velocidad promedio $\bar{\omega}$	rad/s
Velocidad instantánea $\vec{\omega}$	rad/s
Aceleración promedio $\bar{\alpha}$	rad/s^2
Aceleración instantánea $\vec{\alpha}$	rad/s^2

VELOCIDAD TANGENCIAL



VELOCIDAD TANGENCIAL

Es una magnitud vectorial y se define como la velocidad tangente a la trayectoria.

Se representa por $\vec{v}$ $\longrightarrow$ $\frac{m}{s}$

RAPIDEZ TANGENCIAL

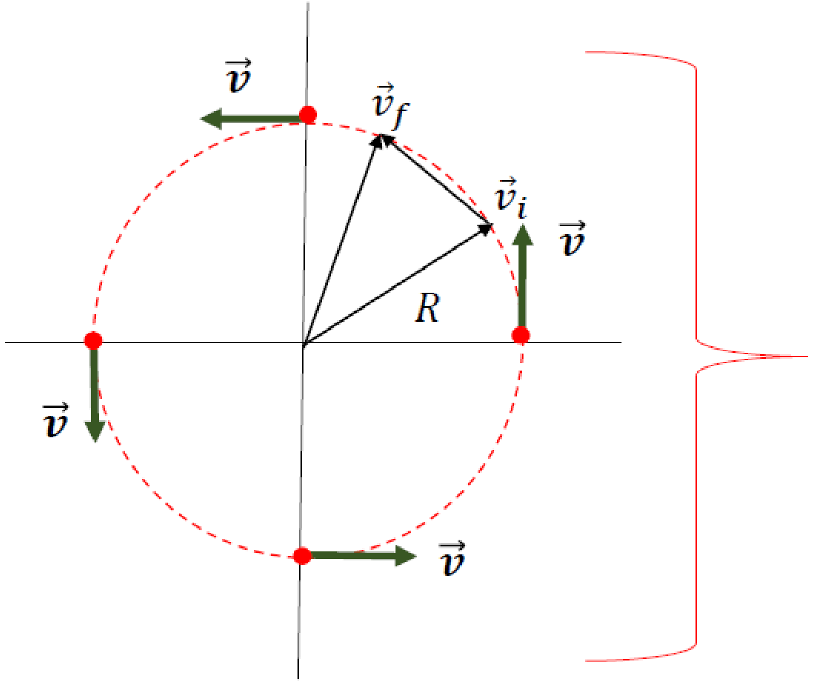
Se define como la magnitud de la velocidad tangencial, es un escalar que indica la longitud de arco que el objeto recorre por unidad de tiempo.

Se representa por v $\longrightarrow$ $\frac{m}{s}$

Si el movimiento que realiza un objeto describiendo una trayectoria circular es con rapidez tangencial constante, pero cambia su dirección, aparece una aceleración.

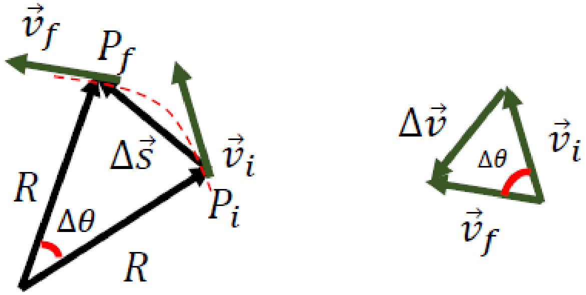
ACELERACIÓN CENTRÍPETA

Observe que en este movimiento la velocidad cambia de dirección en cada punto tangente a la trayectoria aunque su magnitud o rapidez permanece constante.



Vectores velocidad tangencial diferentes porque tienen direcciones diferentes.

Los dos triángulos son *similares*



$$\boxed{\frac{|\Delta\vec{s}|}{R} = \frac{|\Delta\vec{v}|}{v}}$$

(Dos triángulos son similares si el ángulo entre cualquiera de los dos lados es el mismo para ambos triángulos y si la relación de las longitudes de dichos lados es la misma.)

ACELERACIÓN CENTRÍPETA-DEMOSTRACIÓN

Dividiendo la ecuación anterior entre Δt, se obtiene:

$$\frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t \times R} = \frac{|\Delta \vec{v}|}{\Delta t \times v}$$

Reorganizando la expresión: $$\frac{|\Delta \vec{v}|}{\Delta t} = \frac{v}{R}\frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t}$$

Y considerando que los puntos final e inicial se se hacen extremadamente cercanos entre sí.

$\Delta t \to 0$

$$\underbrace{\frac{dv}{dt}}_{\text{Aceleración debido al cambio de la dirección de la velocidad}} = \frac{v}{R}\underbrace{\frac{dr}{dt}}_{\text{Rapidez tangencial en ese punto}}$$

Aceleración debido al cambio de la dirección de la velocidad

Rapidez tangencial en ese punto

ACELERACIÓN CENTRÍPETA

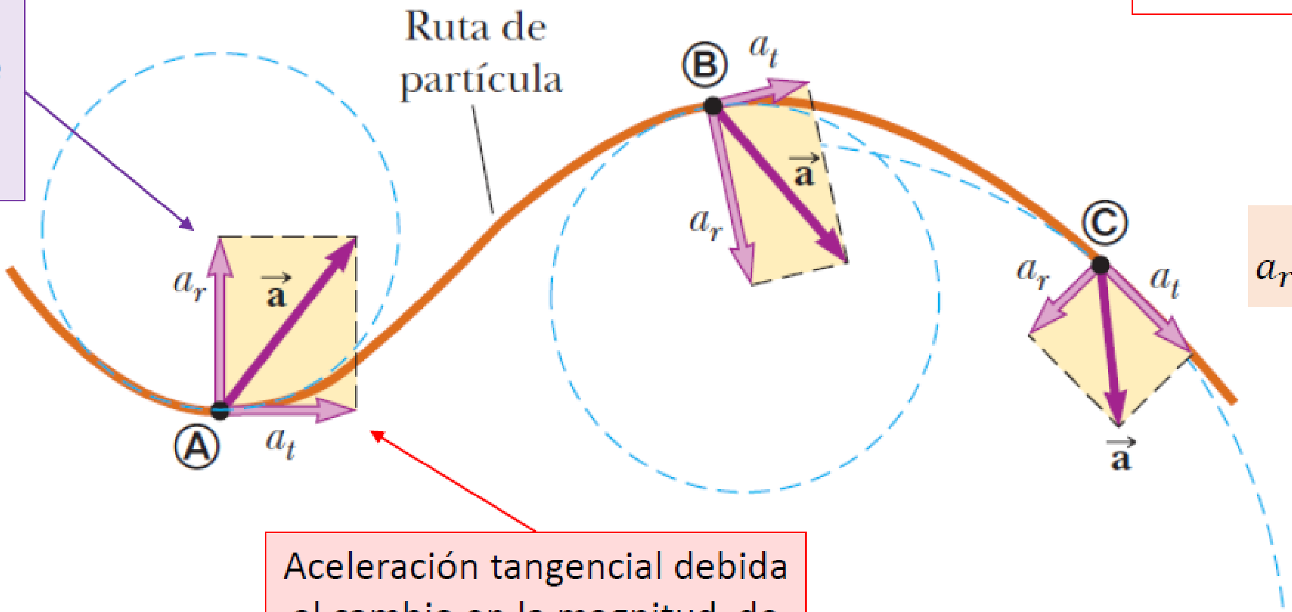
$$\boxed{a_c = \frac{v^2}{R}}$$

Aceleración que siempre apunta hacia el centro de la trayectoria

ACELERACIÓN RADIAL Y TANGENCIAL

Si en el movimiento que realiza un objeto describiendo una trayectoria circular, la velocidad cambia tanto en dirección como en magnitud, además de la aceleración centrípeta aparecerá una aceleración tangencial.

Aceleración radial debida al cambio de dirección de la velocidad



Aceleración tangencial debida al cambio en la magnitud de la velocidad

ACELERACIÓN EN CADA PUNTO

$$\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_t$$

$$a_r = -\frac{v^2}{R}$$

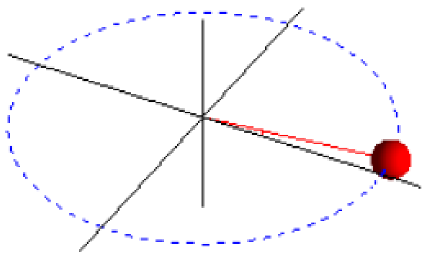
$$a_t = \left|\frac{dv}{dt}\right|$$

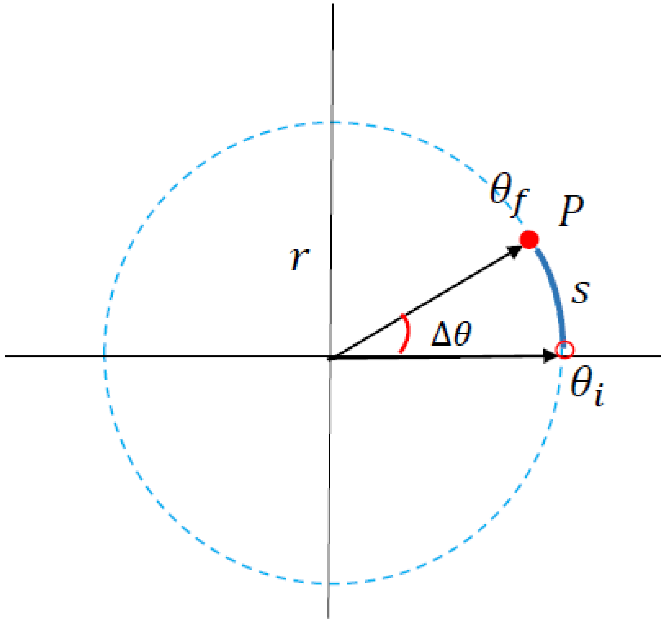
Magnitud

$$a = \sqrt{a_r^2 + a_t^2}$$

El signo negativo en la ecuación indica que la dirección de la aceleración centrípeta es hacia el centro del círculo que representa el radio de curvatura.

DESPLAZAMIENTO ANGULAR





En una circunferencia el arco total recorrido es $s = 2\pi R$

La posición de la partícula se puede expresar términos del ángulo θ y el arco de longitud S recorrido por la partícula:

$$\vec{s} = r\theta$$

El ángulo es una variable adimensional, pero se le designa una unidad de medida denominada **radian (rad).**

$$\theta\ (rad) = \theta° \frac{\pi}{180°}$$

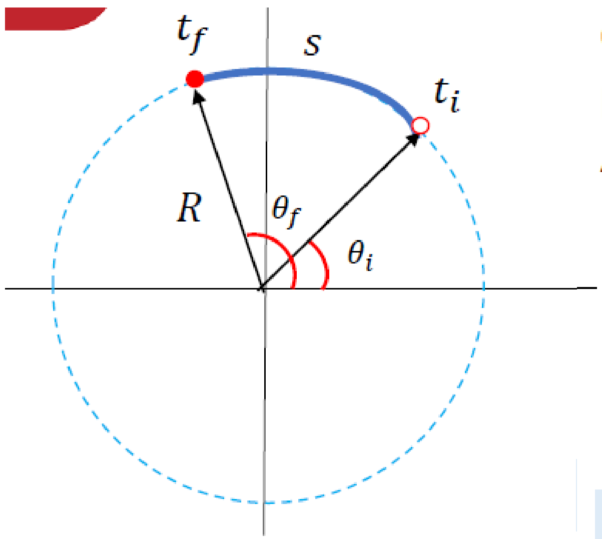
Factor de conversión de grados a radianes:

DESPLAZAMIENTO ANGULAR

El cambio en el ángulo θ formado por la partícula al describir un arco de longitud S será:

$$\overrightarrow{\Delta\theta} = \theta_f - \theta_i$$

VELOCIDAD ANGULAR Y ACELERACIÓN ANGULAR



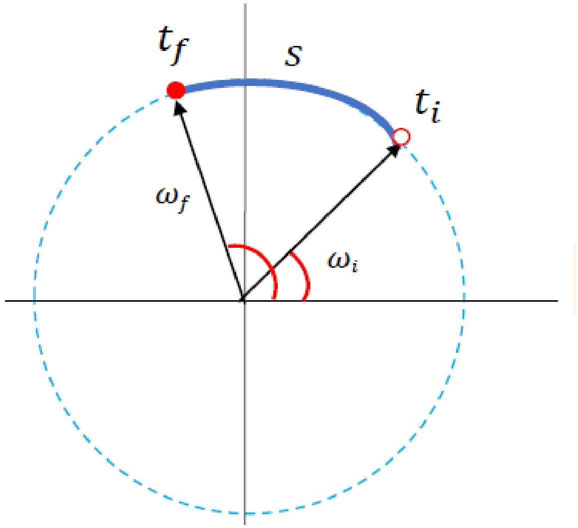
La partícula se desplaza de forma angular desde un ángulo θ_i hasta un ángulo θ_f en un intervalo de tiempo, de forma que se puede definir la rapidez angular promedio como el cambio del desplazamiento angular en un intervalo de tiempo Δt.

VELOCIDAD ANGULAR PROMEDIO

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta_f - \theta_i}{t_f - t_i} \longrightarrow \frac{rad}{s}$$

VELOCIDAD ANGULAR INSTANTÁNEA

$$\vec{\omega} = \frac{d\theta}{dt} \longrightarrow \frac{rad}{s}$$



ACELERACIÓN ANGULAR PROMEDIO

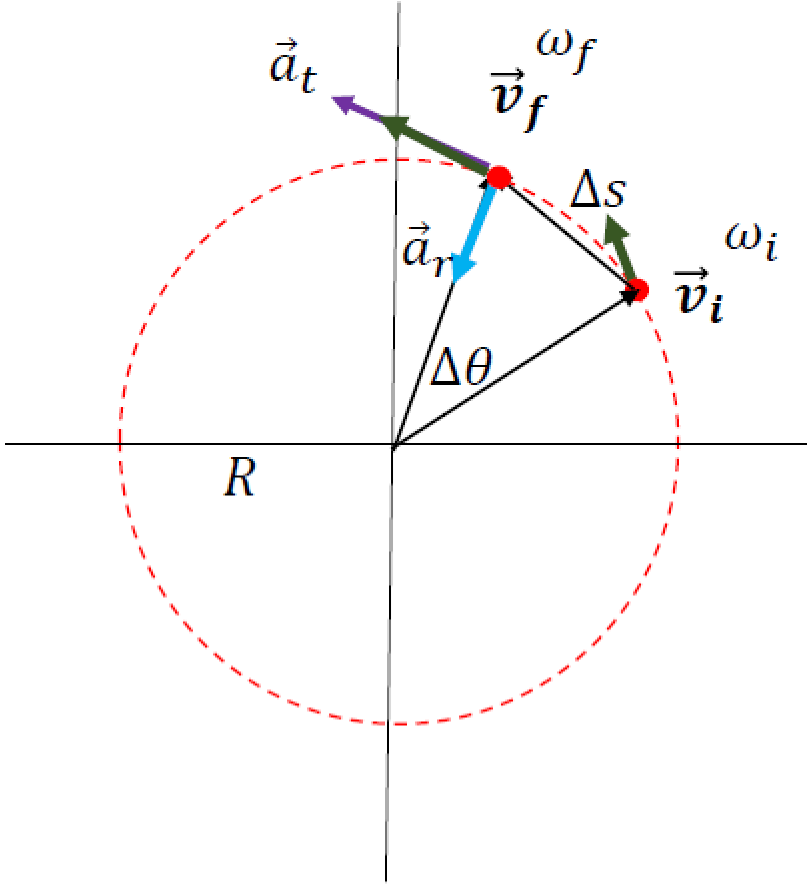
$$\bar{\alpha} = \frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t} = \frac{\omega_f - \omega_i}{t_f - t_i} \longrightarrow \frac{rad}{s^2}$$

ACELERACIÓN ANGULAR INSTANTÁNEA

$$\vec{\alpha} = \frac{d\omega}{dt} \longrightarrow \frac{rad}{s^2}$$

Relación entre las variables angulares y lineales

Para toda partícula que gira describiendo una trayectoria circunferencial, existe una relación entre las magnitudes angulares con las correspondientes lineales.



Desplazamiento lineal (longitud del arco) y desplazamiento angular:

$$\vec{s} = r\theta$$

Velocidad lineal y velocidad angular:

$$\vec{v} = \frac{ds}{dt} = \frac{d(r\theta)}{dt} = r\frac{d\theta}{dt} \qquad \vec{v} = r\omega$$

Aceleración tangencial y aceleración angular:

$$\vec{a}_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d(r\omega)}{dt} = r\frac{d\omega}{dt} \qquad \vec{a}_t = r\alpha$$

Aceleración radial y velocidad angular:

$$\vec{a}_r = \frac{v^2}{r} = r\omega^2$$

MOVIMIENTO RECTILÍNEO

VELOCIDAD CONSTANTE

$$\begin{cases} \vec{v}_f = \vec{v}_i \\ \vec{x} = \vec{x}_o + \vec{v}t \\ \vec{a} = 0 \end{cases}$$

ACELERACIÓN CONSTANTE

$$\begin{cases} \vec{v}_f = \vec{v}_i + \vec{a}t \\ \vec{x}_f - \vec{x}_i = \frac{1}{2}(\vec{v}_i + \vec{v}_f)\mathrm{t} \\ \vec{x}_f - \vec{x}_i = \vec{v}_i t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2 \\ \vec{v}_f{}^2 = \vec{v}_i{}^2 + 2\vec{a}(\vec{x}_f - \vec{x}_i) \end{cases}$$

MOVIMIENTO CIRCULAR

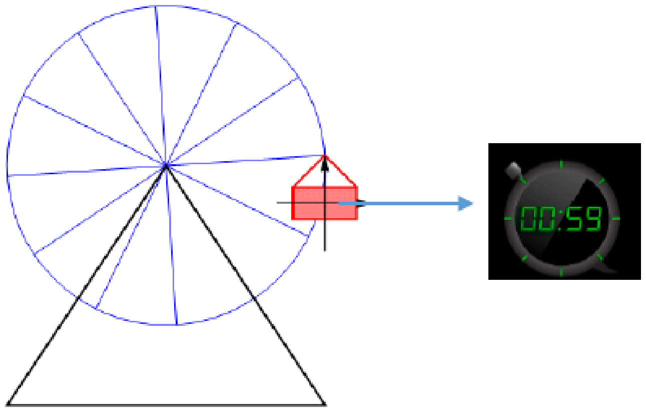
VELOCIDAD ANGULAR CONSTANTE

$$\begin{cases} \vec{\omega}_f = \vec{\omega}_i \\ \theta = \theta_o + \omega t \\ \vec{\alpha} = 0 \end{cases}$$

ACELERACIÓN ANGULAR CONSTANTE

$$\begin{cases} \vec{\omega}_f = \vec{\omega}_i + \vec{\alpha}t \\ \theta_f - \theta_i = \frac{1}{2}(\vec{\omega}_i + \omega_f)\mathrm{t} \\ \theta_f - \theta_i = \vec{\omega}_i t + \frac{1}{2}\vec{\alpha}t^2 \\ \vec{\omega}_f{}^2 = \vec{\omega}_i{}^2 + 2\vec{\alpha}(\theta_f - \theta_i) \end{cases}$$

El movimiento tarda siempre el mismo tiempo en dar una vuelta completa



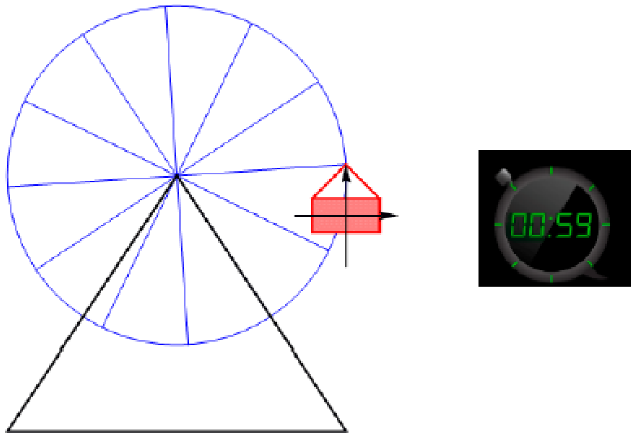
¿En cuanto tiempo da una vuelta completa?

PERIODO

Es el tiempo que tarda la partícula en dar una vuelta completa.

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \longrightarrow s$$



¿Cuántas vueltas da 30 segundos?

FRECUENCIA

Es el número de vueltas que da una partícula en unidad de tiempo

$$f = \frac{1}{T} \longrightarrow Hz$$

EJERCICIOS

1. *Transformar 12 rev/min a rad/s.*

2. Calcular la rapidez orbital de la traslación terrestre alrededor del Sol y la aceleración centrípeta correspondiente.

3. Calcular la rapidez angular, la velocidad tangencial y aceleración centrípeta a) en un punto sobre el ecuador para la rotación terrestre, b) para la traslación de la Tierra en torno al Sol.

4. Un disco de 10 cm de radio que gira a 30 rev/min demora un minuto en detenerse cuando se lo frena. Calcular: a) su aceleración angular, b) el número de revoluciones hasta detenerse, c) la rapidez tangencial de un punto del borde del disco antes de empezar a frenar, d) la aceleración centrípeta, tangencial y total para un punto del borde del disco.

EJERCICIOS

5. Una rueda da vueltas con una aceleración angular constante de 3.50 rad/s^2.

a) Si la rapidez angular de la rueda es 2.00 rad/s en $t_o = 0\ s$, ¿a través de qué desplazamiento angular da vueltas la rueda en 2.00 s?

b) ¿Cuántas revoluciones dio la rueda durante este intervalo de tiempo?

c) ¿Cuál es la rapidez angular de la rueda en t =2.00 s?

6. Un partícula se mueve describiendo una trayectoria circular con un radio de 100 cm, y completa 40 vueltas en 8 segundos, determine: a) La frecuencia del movimiento. b) su periodo, (c) la velocidad angular del movimiento, y (d) su aceleración centrípeta.

7. Una rueda de 90cm de diámetro parte del reposo, si a los 20 segundos alcanza una velocidad de 100rad/s, calcule su aceleración angular y el desplazamiento angular en este tiempo.