

---

**Departamento de Matemáticas**  
**Cálculo I**  
**Taller N°8: Límites**

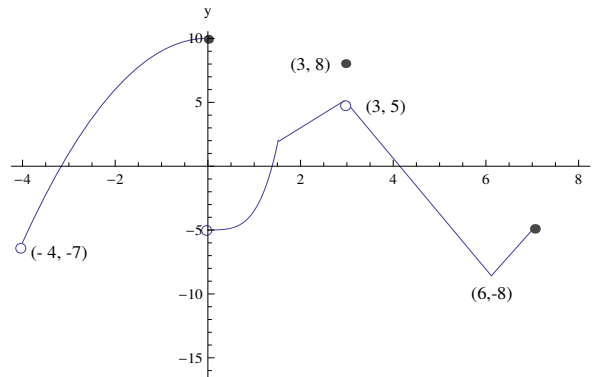


Profesoras: Martha Pinzón y Daniela Vásquez.

Abril 9 de 2021

---

1. Dada la gráfica de la función  $f$ , calcule los siguientes límites



- |                                     |                                    |                                    |
|-------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| a) $\lim_{x \rightarrow -4^+} f(x)$ | d) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$   | g) $\lim_{x \rightarrow 6^+} f(x)$ |
| b) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$  | e) $\lim_{x \rightarrow 1,5} f(x)$ | h) $\lim_{x \rightarrow 7^-} f(x)$ |
| c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  | f) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$   | i) $\lim_{x \rightarrow 7} f(x)$   |

2. Calcule los siguientes límites si existen

- |  |  |  |
|--|--|--|
| a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^5 - x^2 + 7x}{x^3 + 1}$      | e) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{6 - 3x}{x^2 - 4}$                     | j) $\lim_{x \rightarrow 6^-} \frac{x - 6}{\sqrt{(x - 6)^2}}$           |
| b) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^6 - 1}{x + 1}$               | f) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{10 - x} - 3}{\sqrt{2 - x} - 1}$ | k) $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{ x } \right)$ |
| c) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(3 + h)^{-1} - 3^{-1}}{h}$      | g) $\lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{x}{\sqrt{x^2 - 9}}$                | l) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} \sqrt{4x^2 + 1}$          |
| d) $\lim_{t \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{t} - 1}{\sqrt{t} - 1}$ | h) $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$               | m) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x} - \sqrt{x + 1})$             |
|  | i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ x + 2  -  x - 2 }{x}$                |  |

3. Sea  $x$  un número real. Recuerde que la función parte entera de  $x$ , denotada por  $f(x) = \llbracket x \rrbracket$ , se define como el mayor entero menor o igual a  $x$ .

- a) Si  $n$  es un número entero, calcule:  $\lim_{x \rightarrow n^-} \llbracket x \rrbracket$  y  $\lim_{x \rightarrow n^+} \llbracket x \rrbracket$ .
- b) Para cuáles valores de  $a$  existe  $\lim_{x \rightarrow a} \llbracket x \rrbracket$ .
- c) Calcule  $\lim_{x \rightarrow 2} (\llbracket x \rrbracket + \llbracket -x \rrbracket)$ .

4. Calcule  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ , si:

$$a) \ a = 0 \text{ y } f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x-1} & \text{si } x < 0 \\ x+2 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

$$b) \ a = -3 \text{ y } f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-9}{x+3} & \text{si } x < -3 \\ 4x+6 & \text{si } x \geq -3 \end{cases}$$

5. Encuentre el valor de la constante  $k$ , para que  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  exista

$$a) \ a = 1 \text{ y } f(x) = \begin{cases} |x-2| & \text{si } x < 1 \\ kx^2+4 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

$$b) \ a = 3 \text{ y } f(x) = \begin{cases} x^2-2x+2k & \text{si } x \leq 3 \\ \frac{k^2}{4-x} & \text{si } x > 3, x \neq 4 \end{cases}$$

6. Halle la ecuación de la recta tangente a la curva  $y = \frac{1}{x} - 1$  en  $x = 2$ .

7. Sea  $f(x) = x^3 - x + 5$ .

a) Muestre que  $f'(x) = 3x^2 - 1$ .

b) Halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f$  en  $x = -1$ .

c) Encuentre los puntos sobre la gráfica de  $f$ , donde la recta tangente es horizontal.

d) Encuentre los puntos sobre la gráfica de  $f$ , donde la recta tangente es perpendicular a la recta  $x + 5y - 10 = 0$ .

8. Halle:

a)  $f'(x)$  si  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , con  $a, b, c \in \mathbb{R}$ .

b)  $f'(a)$ , con  $a > 0$ , si  $f(x) = \sqrt{x}$ .