UNIVERSIDAD DEL VALLE
DEPARTAMENTO DE MATEMATICAS
Ecuaciones diferenciales ordinarias

Profesor: Jhovanny Muñoz

1. En los siguientes problemas verifique la familia de funciones que se proporciona es la solución general de la ecuación diferencial en el intervalo que se indica. Encuentre un miembro de la familia que sea una solución del problema de valor inicial.
   - a) $y = c_1e^{4x} + c_2e^{-x}; (-\infty, \infty); y'' - 3y' - 4y = 0, y(0) = 1; y'(0) = 2.$
   - b) $y = c_1x + c_2xlnx, (0, \infty); x^2y'' - xy' + y = 0; y(1) = 3; y'(1) = 1$
   - c) $y = c_1 + c_2cosx + c_3senx; (-\infty; \infty); y''' + y' = 0, y(\pi) = 0; y'(\pi) = 2; y''(\pi) = -1.$
2. Escoger la opción que contiene dos soluciones de la ecuación
$$x^2y'' + 4xy' + 2y = 0$$
   - a) $y_1 = x^{-1}, y_2 = x^2$
   - b) $y_1 = x^{-1}, y_2 = x^{-2}$
   - c) $y_1 = x, y_2 = x^{-2}$
   - d) $y_1 = x, y_2 = x^2$
3. Determinar si se aplica el teorema de la existencia y unicidad de una solución a los problemas de valor inicial dados. En caso afirmativo, indicar el máximo intervalo para el cual exista una solución única. Sino se aplica explicar por qué.
   - a) $x^2y'' + xy = sen(x), \quad y(0) = 1; y'(0) = 2.$
   - b) $y' - yy' + y = 0; \quad y(1) = 3; y'(1) = 1$
   - c) $(1 - x)y'' + xy' - 2y = cosx, \quad y(\pi) = 0; y'(\pi) = 1.$
4. Determine si el conjunto de funciones es linealmente independiente en el intervalo
   - a) $f_1(x) = x; f_2(x) = x^2; f_3(x) = 4x + 2x^2.$
   - b) $f_1(x) = 5; f_2(x) = cos^2(x); f_3(x) = sen^2(x).$
   - c) $f_1(x) = 1 + x; f_2(x) = 2x; f_3(x) = x^3.$
   - d) $f_1(x) = e^x; f_2(x) = e^{2x}; f_3(x) = e^{3x}.$
   - e) $f_1(x) = 2 + 2x + 2x^2; f_2(x) = 1 - x; f_3(x) = 2x + x^2.$
5. Compruebe que las funciones que se proporcionan forman un conjunto fundamental de soluciones de la ecuación diferencial en el intervalo que se indica. Forme la solución general.
   - a) $y'' - y' - 12y = 0; \quad y_1 = e^x; y_2 = e^{4x}; (-\infty, \infty).$
   - b) $y'' - 2y' + 5y = 0; \quad y_1 = e^xcos(2x); y_2 = e^xsen(2x); (-\infty, \infty).$
   - c) $x^3y''' + 6x^2y'' + 4xy' - 4y = 0; \quad y_1 = x; y_2 = x^{-2}; y_3 = x^{-2}lnx; (0; \infty).$
   - d) $y^{(4)} + y'' = 0; \quad y_1 = 1; y_2 = x; y_3 = cosx; y_4 = senx; (-\infty, \infty).$
6. Encontrar una segunda solución de cada ecuación diferencial dada:

- a) $9y'' - 12y' + 4y = 0; \quad y_1 = e^{\frac{2}{3}x}$.
- b) $x^2y'' - 7xy' + 16y = 0; \quad y_1 = x^4$.
- c) $(1 + 2x)y'' + 4xy' - 4y = 0; \quad y_1 = e^{-2x}$.
- d) $xy'' - (x + 1)y' + y = 0; \quad y_1 = e^x$.