

# Análisis de Algoritmos II

Jesús Alexander Aranda Ph.D    Robinson Duque, Ph.D  
Juan Francisco Díaz, Ph. D

Universidad del Valle

[jesus.aranda@correounivalle.edu.co](mailto:jesus.aranda@correounivalle.edu.co)  
[robinson.duque@correounivalle.edu.co](mailto:robinson.duque@correounivalle.edu.co)  
[juanfco.diaz@correounivalle.edu.co](mailto:juanfco.diaz@correounivalle.edu.co)

Programa de Ingeniería de Sistemas  
Escuela de Ingeniería de Sistemas y Computación



## 1 Introducción

- Presentación
- Motivación

# Presentación

- De los profesores y el (la) monitor(a)
- De los estudiantes <*Socrative*>
- Del curso [campusvirtual.univalle.edu.co](http://campusvirtual.univalle.edu.co):
  - Competencias a las que tributa
  - Resultados de aprendizaje
  - Indicadores de logro y sistema de evaluación

# Presentación

- De los profesores y el (la) monitor(a)
- De los estudiantes <*Socrative*>
- Del curso [campusvirtual.univalle.edu.co](http://campusvirtual.univalle.edu.co):
  - Competencias a las que tributa
  - Resultados de aprendizaje
  - Indicadores de logro y sistema de evaluación

# Presentación

- De los profesores y el (la) monitor(a)
- De los estudiantes <*Socrative*>
- Del curso [campusvirtual.univalle.edu.co](http://campusvirtual.univalle.edu.co):
  - Competencias a las que tributa
  - Resultados de aprendizaje
  - Indicadores de logro y sistema de evaluación

# Motivación

Consideré el siguiente problema:

## El problema del cambio de monedas

**Entrada:**  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ ,  $a_i \in \mathbb{N}$ ,  $a_i < a_{i+1}$ ,  $i \in 1..(n - 1)$ , y  $P \in \mathbb{N}$

**Salida:**  $(m_1, m_2, \dots, m_n)$ ,  $m_i \in \mathbb{N}$ ,  $i \in 1..(n - 1)$ , y  $\sum_{i=1}^n m_i a_i = P$  y  $\sum_{i=1}^n m_i$  es mínima.

Consideré los siguientes dos algoritmos:

fun CambioDeMonedas1( $A, P$ )

- ➊  $i = n, p = P$
- ➋ m<sub>q</sub>  $i > 0$  haga
  - $m_i = p \div a_i$ ,  $p = p - m_i * a_i$ ,  $i = i - 1$
- ➌ return  $(m_1, \dots, m_n)$

fun CambioDeMonedas2( $A, P$ )

- ➊  $Sum = \infty, M = (P \div a_1, P \div a_2, \dots, P \div a_n)$
- ➋ para cada  $(m_1, m_2, \dots, m_n)$  tal que
  - $0 \leq m_i \leq M_i \wedge \sum_{i=1}^n m_i a_i = P$  haga
    - si  $Sum > \sum_{i=1}^n m_i$  ent  $Sum = \sum_{i=1}^n m_i$ ,  $m^* = m$
- ➌ return  $(m_1^*, \dots, m_n^*)$

¿Son correctos los dos? ¿Cuál es su eficiencia?

< Socrative >

# Motivación

Consideré el siguiente problema:

## El problema del cambio de monedas

**Entrada:**  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ ,  $a_i \in \mathbb{N}$ ,  $a_i < a_{i+1}$ ,  $i \in 1..(n - 1)$ , y  $P \in \mathbb{N}$

**Salida:**  $(m_1, m_2, \dots, m_n)$ ,  $m_i \in \mathbb{N}$ ,  $i \in 1..(n - 1)$ , y  $\sum_{i=1}^n m_i a_i = P$  y  $\sum_{i=1}^n m_i$  es mínima.

Consideré los siguientes dos algoritmos:

fun CambioDeMonedas1( $A, P$ )

- $i = n, p = P$
- **mq**  $i > 0$  haga
  - $m_i = p \div a_i, p = p - m_i * a_i, i = i - 1$
- **return**  $(m_1, \dots, m_n)$

fun CambioDeMonedas2( $A, P$ )

- $Sum = \infty, M = (P \div a_1, P \div a_2, \dots, P \div a_n)$
- para cada  $(m_1, m_2, \dots, m_n)$  tal que
  - $0 \leq m_i \leq M_i \wedge \sum_{i=1}^n m_i a_i = P$  haga
    - si  $Sum > \sum_{i=1}^n m_i$  ent  $Sum = \sum_{i=1}^n m_i, m^* = m$
- return  $(m_1^*, \dots, m_n^*)$

¿Son correctos los dos? ¿Cuál es su eficiencia?

< Socrative >

# Motivación

Considere el siguiente problema:

## El problema del cambio de monedas

**Entrada:**  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ ,  $a_i \in \mathbb{N}$ ,  $a_i < a_{i+1}$ ,  $i \in 1..(n - 1)$ , y  $P \in \mathbb{N}$

**Salida:**  $(m_1, m_2, \dots, m_n)$ ,  $m_i \in \mathbb{N}$ ,  $i \in 1..(n - 1)$ , y  $\sum_{i=1}^n m_i a_i = P$  y  $\sum_{i=1}^n m_i$  es mínima.

Considere los siguientes dos algoritmos:

fun *CambioDeMonedas1*( $A, P$ )

- $i = n, p = P$
- **mq**  $i > 0$  **haga**  
 $m_i = p \div a_i, p = p - m_i * a_i, i = i - 1$
- **return**  $(m_1, \dots, m_n)$

fun *CambioDeMonedas2*( $A, P$ )

- $Sum = \infty, M = (P \div a_1, P \div a_2, \dots, P \div a_n)$
- **para cada**  $(m_1, m_2, \dots, m_n)$  **tal que**  
 $0 \leq m_i \leq M_i \wedge \sum_{i=1}^n m_i a_i = P$  **haga**  
**si**  $Sum > \sum_{i=1}^n m_i$  **ent**  $Sum = \sum_{i=1}^n m_i, m^* = m$
- **return**  $(m_1^*, \dots, m_n^*)$

¿Son correctos los dos? ¿Cuál es su eficiencia?  
*< Socrative >*

# Motivación

- Existen problemas en la vida real que tienen soluciones computacionales eficientes (**problemas fáciles**) y otros para los que aún no se ha encontrado ninguna solución computacional eficiente (**problemas difíciles** ).
- ¿Se pueden caracterizar los problemas fáciles? **Complejidad**  $\mathcal{O}(n^k)$
- ¿Se pueden caracterizar los problemas difíciles? **Teoría de NP-completitud**
- Toda la evidencia actual sugiere que no son fáciles, pero no está demostrado.
- Si lo anterior es cierto, no podremos solucionar este tipo de problemas de forma eficiente con los computadores actuales (i.e., basados en máquinas de Turing deterministas)

# Motivación

- Existen problemas en la vida real que tienen soluciones computacionales eficientes (**problemas fáciles**) y otros para los que aún no se ha encontrado ninguna solución computacional eficiente (**problemas difíciles** ).
- ¿Se pueden caracterizar los problemas fáciles? **Complejidad**  $\mathcal{O}(n^k)$
- ¿Se pueden caracterizar los problemas difíciles? **Teoría de NP-completitud**
- Toda la evidencia actual sugiere que no son fáciles, pero no está demostrado.
- Si lo anterior es cierto, no podremos solucionar este tipo de problemas de forma eficiente con los computadores actuales (i.e., basados en máquinas de Turing deterministas)

# Motivación

- Existen problemas en la vida real que tienen soluciones computacionales eficientes (**problemas fáciles**) y otros para los que aún no se ha encontrado ninguna solución computacional eficiente (**problemas difíciles** ).
- ¿Se pueden caracterizar los problemas fáciles? **Complejidad**  $\mathcal{O}(n^k)$
- ¿Se pueden caracterizar los problemas difíciles? **Teoría de NP-completitud**
- Toda la evidencia actual sugiere que no son fáciles, pero no está demostrado.
- Si lo anterior es cierto, no podremos solucionar este tipo de problemas de forma eficiente con los computadores actuales (i.e., basados en máquinas de Turing deterministas)

# Motivación

- Existen problemas en la vida real que tienen soluciones computacionales eficientes (**problemas fáciles**) y otros para los que aún no se ha encontrado ninguna solución computacional eficiente (**problemas difíciles** ).
- ¿Se pueden caracterizar los problemas fáciles? **Complejidad**  $\mathcal{O}(n^k)$
- ¿Se pueden caracterizar los problemas difíciles? **Teoría de NP-completitud**
- Toda la evidencia actual sugiere que no son fáciles, pero no está demostrado.
- Si lo anterior es cierto, no podremos solucionar este tipo de problemas de forma eficiente con los computadores actuales (i.e., basados en máquinas de Turing deterministas)

# Motivación

- Existen problemas en la vida real que tienen soluciones computacionales eficientes (**problemas fáciles**) y otros para los que aún no se ha encontrado ninguna solución computacional eficiente (**problemas difíciles** ).
- ¿Se pueden caracterizar los problemas fáciles? **Complejidad**  $\mathcal{O}(n^k)$
- ¿Se pueden caracterizar los problemas difíciles? **Teoría de NP-completitud**
- Toda la evidencia actual sugiere que no son fáciles, pero no está demostrado.
- Si lo anterior es cierto, no podremos solucionar este tipo de problemas de forma eficiente con los computadores actuales (i.e., basados en máquinas de Turing deterministas)

# Motivación

Como ingenieros de sistemas, podemos encontrarnos con diversos problemas computacionales que:

- Son reales, importantes, y de optimización
- Son fáciles de entender y, aún, de especificar, pero ...
- No somos capaces de solucionarlos eficientemente con un computador
- Los algoritmos naturales que resuelven el problema son ineficientes (e.g., consumen mucha memoria o tardan mucho o ambas cosas)

En este curso estudiaremos cómo reconocer si el **problema** al que nos enfrentamos es **difícil** y, en caso de ser de **optimización** cómo construir soluciones prácticas, es decir, eficientes en tiempo de ejecución, cuando el problema lo permite, utilizando algunas **técnicas de optimización**.

# Motivación

Como ingenieros de sistemas, podemos encontrarnos con diversos problemas computacionales que:

- Son reales, importantes, y de optimización
- Son fáciles de entender y, aún, de especificar, pero ...
- No somos capaces de solucionarlos eficientemente con un computador
- Los algoritmos naturales que resuelven el problema son ineficientes (e.g., consumen mucha memoria o tardan mucho o ambas cosas)

En este curso estudiaremos cómo reconocer si el **problema** al que nos enfrentamos es **difícil** y, en caso de ser de **optimización** cómo construir soluciones prácticas, es decir, eficientes en tiempo de ejecución, cuando el problema lo permite, utilizando algunas **técnicas de optimización**.

# Motivación

Como ingenieros de sistemas, podemos encontrarnos con diversos problemas computacionales que:

- Son reales, importantes, y de optimización
- Son fáciles de entender y, aún, de especificar, pero ...
- No somos capaces de solucionarlos eficientemente con un computador
- Los algoritmos naturales que resuelven el problema son ineficientes (e.g., consumen mucha memoria o tardan mucho o ambas cosas)

En este curso estudiaremos cómo reconocer si el **problema** al que nos enfrentamos es **difícil** y, en caso de ser de **optimización** cómo construir soluciones prácticas, es decir, eficientes en tiempo de ejecución, cuando el problema lo permite, utilizando algunas **técnicas de optimización**.

# Motivación

Como ingenieros de sistemas, podemos encontrarnos con diversos problemas computacionales que:

- Son reales, importantes, y de optimización
- Son fáciles de entender y, aún, de especificar, pero ...
- No somos capaces de solucionarlos eficientemente con un computador
- Los algoritmos naturales que resuelven el problema son ineficientes (e.g., consumen mucha memoria o tardan mucho o ambas cosas)

En este curso estudiaremos cómo reconocer si el **problema** al que nos enfrentamos es **difícil** y, en caso de ser de **optimización** cómo construir soluciones prácticas, es decir, eficientes en tiempo de ejecución, cuando el problema lo permite, utilizando algunas **técnicas de optimización**.

# Motivación

Como ingenieros de sistemas, podemos encontrarnos con diversos problemas computacionales que:

- Son reales, importantes, y de optimización
- Son fáciles de entender y, aún, de especificar, pero ...
- No somos capaces de solucionarlos eficientemente con un computador
- Los algoritmos naturales que resuelven el problema son ineficientes (e.g., consumen mucha memoria o tardan mucho o ambas cosas)

En este curso estudiaremos cómo reconocer si el **problema** al que nos enfrentamos es **difícil** y, en caso de ser de **optimización** cómo construir soluciones prácticas, es decir, eficientes en tiempo de ejecución, cuando el problema lo permite, utilizando algunas **técnicas de optimización**.