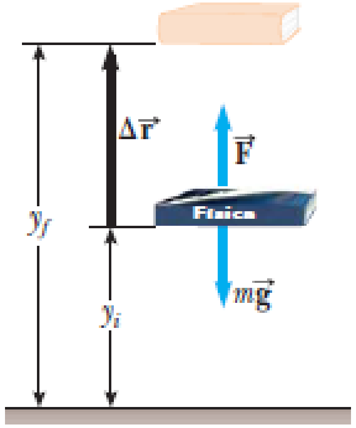
FISICA 1

Marisela Benitez Barahona

Departamento de Física
Facultad de Ciencias Naturales y Exactas
Universidad del valle



TEOREMA TRABAJO-ENERGÍA

$$W_{total} = \underbrace{\frac{1}{2}m{v_f}^2}_{\text{ENERGÍA CINÉTICA FINAL}} - \underbrace{\frac{1}{2}m{v_i}^2}_{\text{ENERGÍA CINÉTICA INICIAL}}$$

TEOREMA DEL TRABAJO Y LA ENERGÍA

$$W_{total} = K_F - K_i$$

Cuando se consume trabajo en un sistema, y el único cambio en el sistema es en su rapidez, el trabajo neto consumido en el sistema es igual al cambio en energía cinética del sistema.

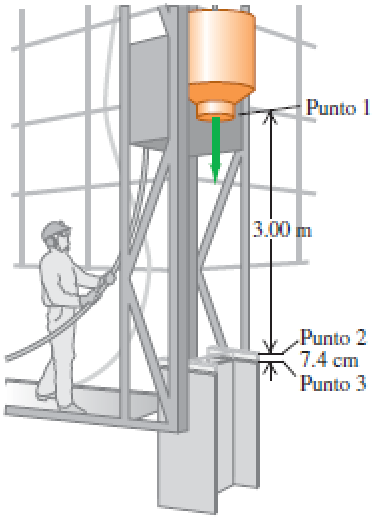
La energía cinética y el trabajo deben tener las mismas unidades.

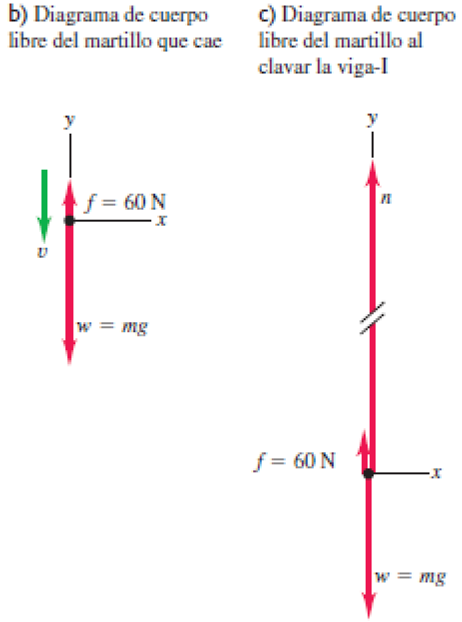
$$[W] = [K] = [N][m] = [J] \longrightarrow Joule$$

Ejemplo 3

Fuerzas sobre un martillo

En un martinete, un martillo de acero con masa de 200 kg se levanta 3.00 m sobre el tope de una viga en forma de I vertical, que se está clavando en el suelo. El martillo se suelta, metiendo la viga- I otros 7.4 cm en el suelo. Los rieles verticales que guían el martillo ejercen una fuerza de fricción constante de 60 N sobre éste. Use el teorema trabajo-energía para determinar *a*) la rapidez del martillo justo antes de golpear la viga-I y *b*) la fuerza media que el martillo ejerce sobre la viga-I. Ignore los efectos del aire.



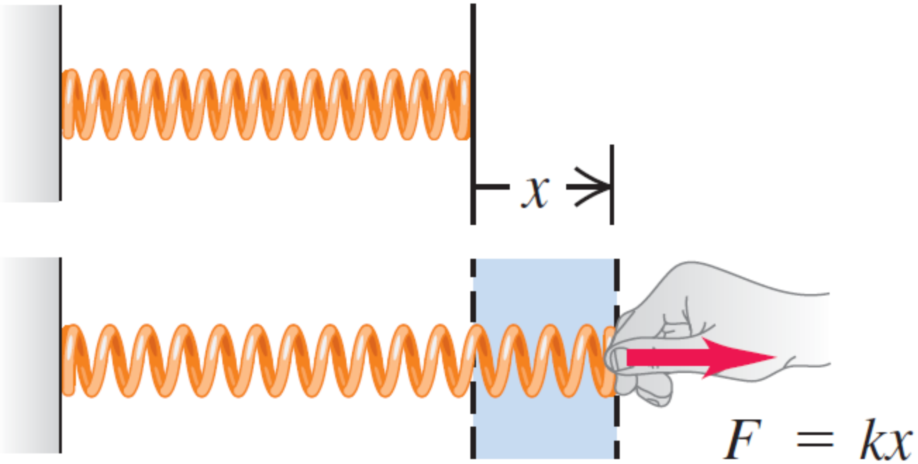


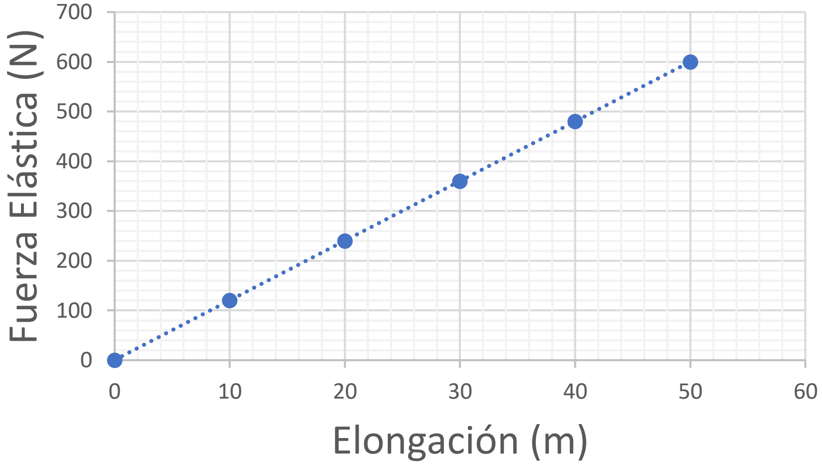
Trabajo consumido en un resorte

La fuerza de un resorte o elástica es proporcional a su elongación o compresión:

$\vec{F}_s = F_s\hat{\imath} = -kx\hat{\imath}$ $\quad F_e = -kx \quad ; \quad$ Ley de HOOKE

k se llama *constante de elasticidad del resorte* (mide la rigidez y está en N/m) x es la *elongación* o *compresión* del resorte



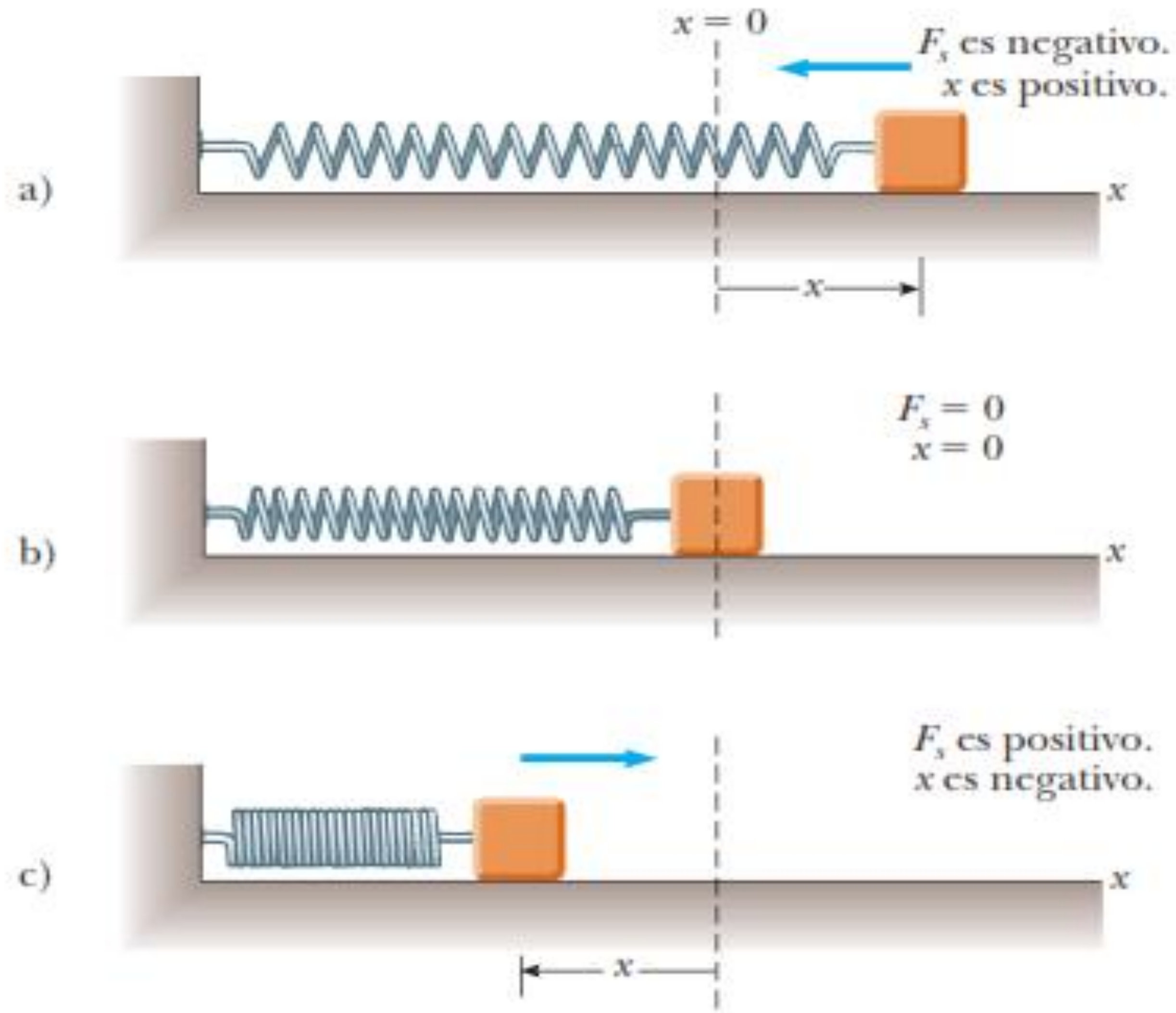


Trabajo consumido en un resorte

La fuerza de un resorte o elástica es proporcional a su elongación o compresión:

La fuerza de un resorte o elástica es proporcional a su elongación o compresión:
$F_s = -kx$; Ley de HOOKE

$$F_e = -kx \quad ; \quad \text{Ley de HOOKE}$$

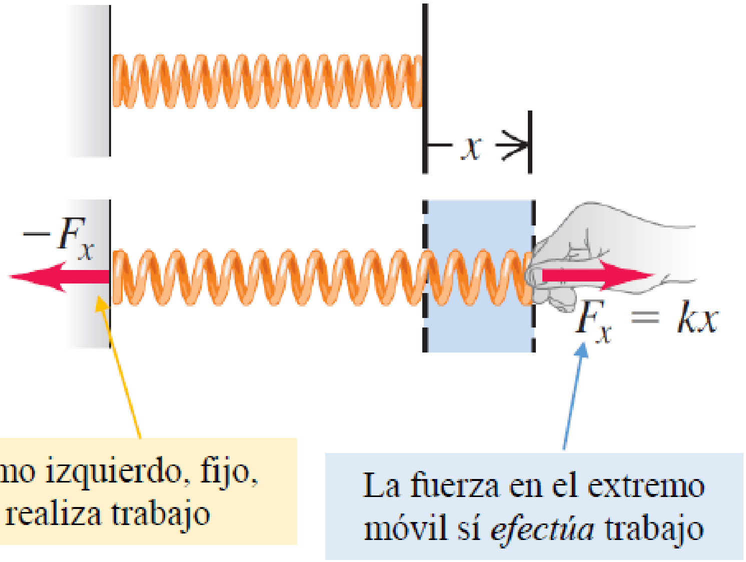


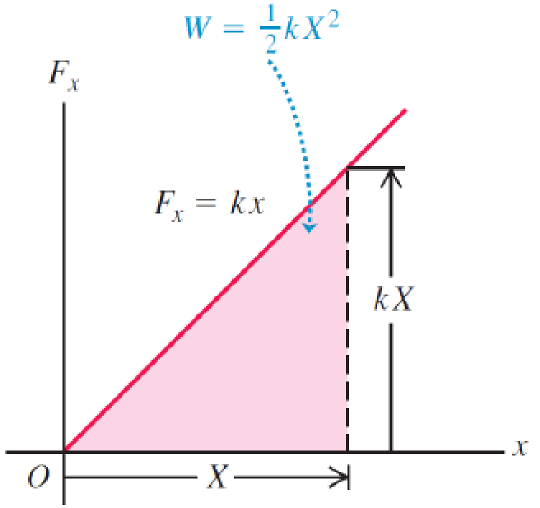
El signo negativo significa que la fuerza que ejerce el resorte siempre tiene una dirección *opuesta* al desplazamiento de equilibrio.

[Masas y Resortes: Intro (colorado.edu)]

Puesto que la fuerza del resorte siempre actúa hacia la posición de equilibrio (*x* = 0), a veces se le llama *fuerza de restitución*.

TRABAJO REALIZADO POR LA FUERZA DE UN RESORTE





Recordemos que la Ley de Hooke: $\vec{F}_s = F_s\hat{i} = -kx\hat{i}$

$$F_R = -Kx$$

La fuerza es función del desplazamiento (No es constante).

La fuerza aplicada para deformar el resorte será:

$$F_x = Kx$$

Para estirar un resorte, debemos efectuar trabajo desde la posición de equilibrio $x_i = 0$ hasta una posición final $x_f = X$

$$W = \int_0^X F_x\,dx = \int_0^X Kx dx = \frac{1}{2}K\,x^2\Big|_0^X$$

$$W = \frac{1}{2}KX^2$$

El trabajo realizado por esta fuerza cuando el alargamiento va de cero a un valor máximo X

k se llama *constante de elasticidad del resorte* (mide la rigidez y está en N/m) x es la *elongación* o *compresión* del resorte

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x\,dx = \int_{x_1}^{x_2} kx\,dx = \frac{1}{2}kx_2^2 - \frac{1}{2}kx_1^2$$

Cuando el resorte ya está estirado una distancia x1

REPASO DE INTEGRALES

PROPIEDADES FUNDAMENTALES

Para facilitar el calculo de una integral definida se usan las siguientes propiedades:

Propiedad 1.- Si a > b, entonces

$$\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$$

Propiedad 2.- Si f(a) existe, entonces

$$\int_a^a f(x)dx = 0$$

Propiedad 3.- Si k es una constante cualquiera, entonces

$$\int_a^b kdx = k(b-a)$$

1.– $\int 0dx = C$

2.– $\int 1dx = x + C$

3.– $\int x^k dx = \frac{x^{k+1}}{k+1} + C \quad \forall k \in R \; k \neq -1.$

4.– $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C \quad \forall x \in (-\infty,0) \cup (0,+\infty).$

5.– $\int e^x dx = e^x dx + C \quad \forall x \in R.$

6.– $\int k^x dx = \frac{k^x}{\ln k} + C \quad \forall x \in R \; k > 0 \; k \neq 1.$

7.– $\int \sin x dx = -\cos x + C \quad \forall x \in R.$

8.– $\int \cos x dx = \sin x + C \quad \forall x \in R.$

9.– $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C \quad \forall x \in \left\{\frac{\pi}{2} + 2k\pi, -\frac{\pi}{2} + 2k\pi\right\}, k \in Z.$

10.– $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C \quad \forall x \in R - \{k\pi, -k\pi\}, k \in Z.$

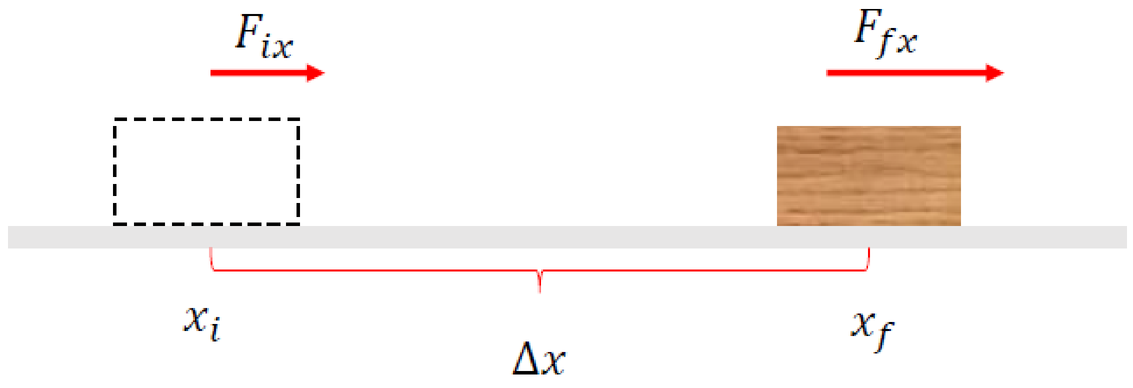
11.– $\int \frac{1}{1+x^2} dx = \arctan x + C \quad \forall x \in R.$

12.– $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C \quad \forall x \in (-1,1).$

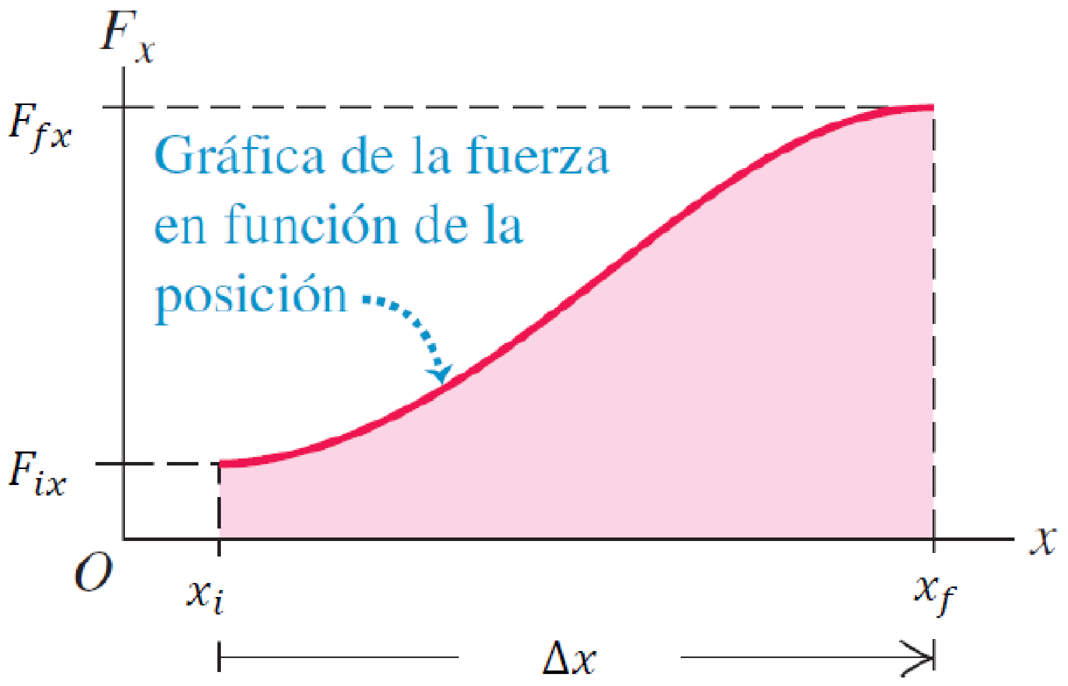
ENERGÍA CINÉTICA Y EL TEOREMA TRABAJO-ENERGÍA

FUERZA VARIABLE

Considere una partícula con masa m que se mueve en el eje x bajo la acción de una fuerza que varía en función del desplazamiento.



Aceleración del sistema no es constante



El trabajo realizado por la fuerza en el desplazamiento total de x_i a x_f es aproximadamente:

$$W_{TOTAL} = \int_{x_i}^{x_f} \sum F_x \; dx$$

Al aplicar la segunda ley de Newton, se sustituye para la magnitud de la fuerza neta: $\sum F_x = ma$

$$W_{TOTAL} = \int_{x_i}^{x_f} ma \, dx$$

Sabiendo que $a = \frac{dv}{dt}$ y utilizando la regla de la cadena, se tiene:

$$W_{TOTAL} = \int_{x_i}^{x_f} m \frac{dv}{dt} dx$$

$$W_{TOTAL} = \int_{x_i}^{x_f} m \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt} dx$$

$$W_{TOTAL} = \int_{v_i}^{v_f} mv \, dv$$

TEOREMA DEL TRABAJO Y LA ENERGÍA

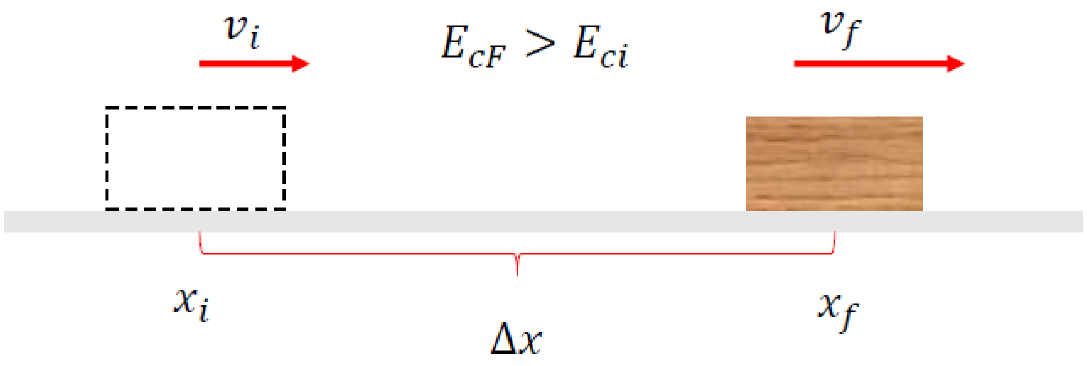
$$W_{TOTAL} = \frac{1}{2} m{v_f}^2 - \frac{1}{2} m{v_i}^2$$

En términos de la energía cinética:

$$W_{total} = E_{cF} - E_{ci}$$

No depende de los detalles de la trayectoria seguida entre dichos puntos

Indica que la rapidez de un sistema aumenta si el trabajo neto invertido sobre él es positivo porque la energía cinética final es mayor que la energía cinética inicial.

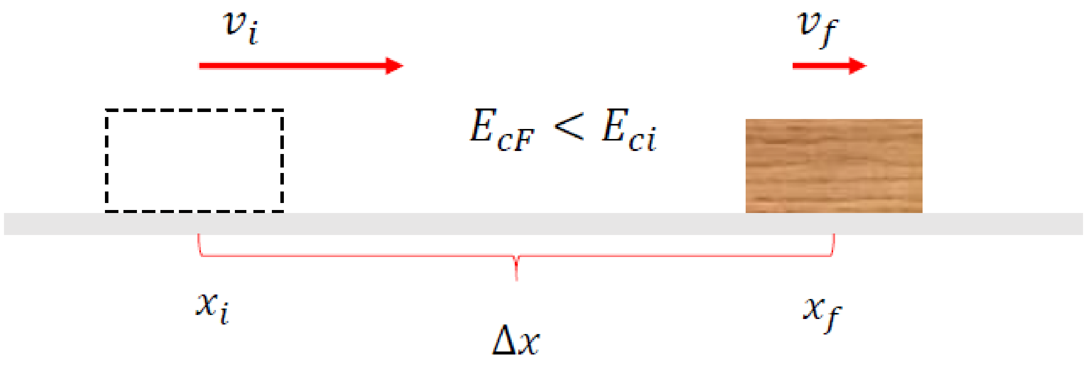


$v_f > v_i$

$$W_{total} > 0$$

POSITIVO

La rapidez disminuye si el trabajo neto es negativo porque la energía cinética final es menor que la energía cinética inicial.



$v_f < v_i$

$$W_{total} < 0$$

NEGATIVO

ENERGÍA CINÉTICA

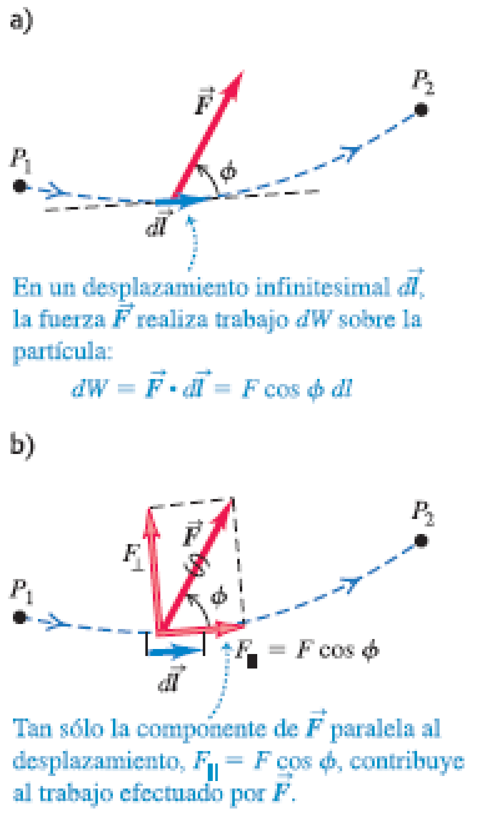
Energías cinéticas de diferentes objetos

Objeto	Masa (kg)	Rapidez (m/s)	Energía cinética (J)
Tierra que orbita el Sol	5.98×10^{24}	2.98×10^{4}	2.66×10^{33}
Luna que orbita la Tierra	7.35×10^{22}	1.02×10^{3}	3.82×10^{28}
Cohete que se mueve con rapidez de escape[a]	500	1.12×10^{4}	3.14×10^{10}
Automóvil a 65 mi/h	2 000	29	8.4×10^{5}
Atleta que corre	70	10	3 500
Piedra que se deja caer desde 10 m	1.0	14	98
Pelota de golf con rapidez terminal	0.046	44	45
Gota de lluvia con rapidez terminal	3.5×10^{-5}	9.0	1.4×10^{-3}
Molécula de oxígeno en aire	5.3×10^{-26}	500	6.6×10^{-21}

[a] Rapidez de escape es la rapidez mínima que un objeto debe lograr cerca de la superficie de la Tierra para alejarse infinitamente de ésta.

TEOREMA TRABAJO-ENERGÍA PARA MOVIMIENTOS EN UNA CURVA

6.23 Una partícula sigue una trayectoria curva de P_1 a P_2 bajo la acción de una fuerza $\vec{F}$ que varía en magnitud y dirección.



$$dW = F\cos\phi \, dl = F_\parallel \, dl = \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

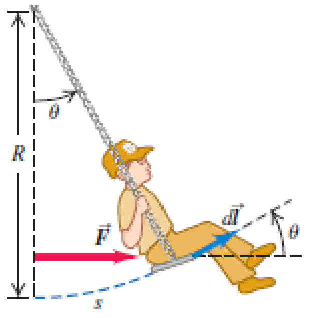
$$W = \int_{P_1}^{P_2} F\cos\phi \, dl = \int_{P_1}^{P_2} F_\parallel \, dl = \int_{P_1}^{P_2} \vec{F} \cdot d\vec{l}$$ (trabajo en una trayectoria curva)

$$W_{tot} = \Delta K = K_2 - K_1$$

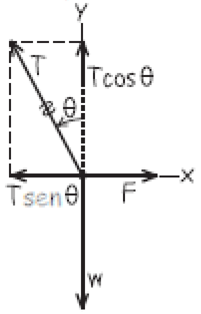
Ejemplo 4

En un día de campo familiar, le piden a usted empujar a su primo Morton en un columpio (figura). El peso de Morton es w, la longitud de las cadenas es R, y usted lo empuja hasta que las cadenas forman un ángulo θ_0 con la vertical. Para ello, usted ejerce una fuerza horizontal variable que comienza en cero y aumenta gradualmente apenas lo suficiente para que Morton y el columpio se muevan lentamente y permanezcan casi en equilibrio. ¿Qué trabajo efectúa usted aplicando la fuerza? (Ignore el peso de las cadenas y el asiento)

a)



b) Diagrama de cuerpo libre de Morton (se desprecia el peso de las cadenas y del asiento)



así que $\sum F_x = 0$ y $\sum F_y = 0$. De la figura 6.24b obtenemos

$$\sum F_x = F + (-T\operatorname{sen}\theta) = 0$$
$$\sum F_y = T\cos\theta + (-w) = 0$$

Eliminando T de estas dos ecuaciones:

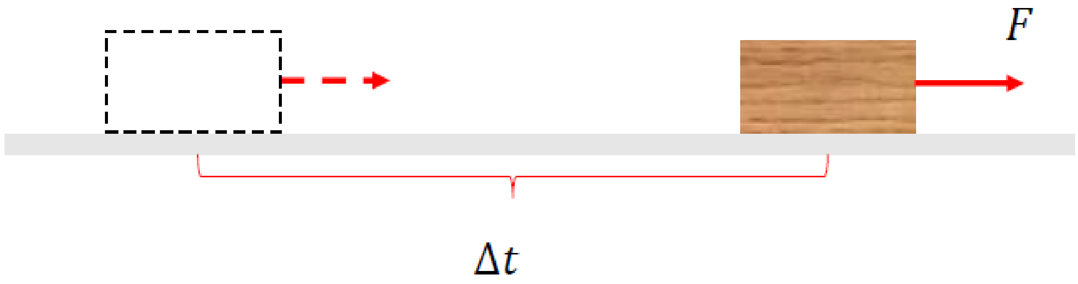
$$F = w\tan\theta \qquad dl = ds = R\,d\theta.$$

$$W = \int \vec{F}\cdot d\vec{l} = \int F\cos\theta\,ds \qquad W = \int_0^{\theta_0} (w\tan\theta)\cos\theta\,(R\,d\theta) = wR\int_0^{\theta_0} \operatorname{sen}\theta\,d\theta$$
$$= wR(1 - \cos\theta_0)$$

POTENCIA

Se define como la rapidez de transferencia de energía, o la rapidez con la cual se realiza trabajo.

La **potencia promedio** durante este intervalo es:



$$\mathcal{P}_{prom} = \frac{W}{\Delta t}$$

ESCALAR

La **potencia instantánea** es el valor límite de la potencia promedio a medida que Δt tiende a cero:

$$\mathcal{P}_{ins} = \lim_{\Delta t} \frac{W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt}$$

Teniendo en cuenta que el trabajo se define como: $W = \vec{F} \cdot d\vec{r}$

La potencia instantánea será:

$$\mathcal{P}_{ins} = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\mathcal{P}_{ins} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

UNIDADES DE POTENCIA

En el SI la unidad de potencia es el **watt** (W):

$$1\,[W] = \frac{1\,[J]}{1\,[s]}$$

$$1\,kW = 10^3\,W$$

$$1\,MW = 10^6\,W$$

En el sistema británico,

Trabajo

$$[W] = [lb][ft]$$

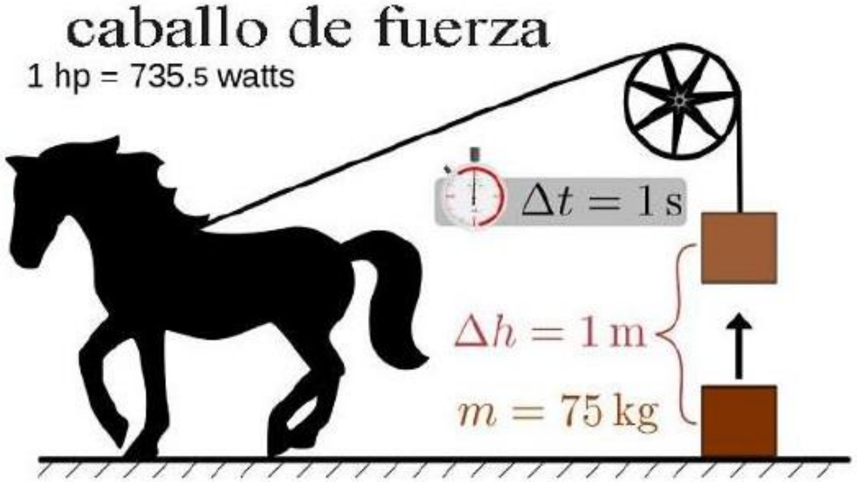
Tiempo

$$[s]$$

$$1\,[W] = \frac{1[lb][ft]}{1\,[s]}$$

$$1\,[hp] = 746\text{ W}$$

FACTOR DE CONVERSIÓN AL SISTEMA SI



El valor del caballo de potencia se dedujo de los experimentos de James Watt, quien midió que un caballo podría realizar 33,000 pie-libras de trabajo por minuto, al levantar carbón en una mina abierta.

$$1\,[hp] = Caballo\ de\ potencia = 550\,\frac{lb.ft}{s} = 33000\,\frac{lb.ft}{min}$$

UNIDADES DE ENERGÍA EN TERMINOS DE kW

El *kilowatt-hora* (kW h) es la unidad comercial usual de energía eléctrica.

$$1\ kW \cdot h = (10^3\ J/s)(3600\ s) = 3.6\ \times 10^6\ J$$

Unidad de trabajo o energía, no de potencia

Cuando usted paga el recibo de la electricidad, usted esta comprando energía, y la cantidad de energía transferida por la transmisión eléctrica hacia un hogar durante el periodo representado por el recibo se expresa en kilowatt horas.

EJEMPLO

Consumo de energía en un mes	$900\ kWh$
Costo por 1 KWh en Colombia	$124.34
Valor a pagar	$111870

Ejemplo 5

Fuerza y potencia

Cada uno de los dos motores a reacción de un avión Boeing 767 desarrolla un empuje (fuerza hacia adelante sobre el avión) de 197,000 N (44,300 lb). Cuando el avión está volando a 250 m/s (900 km/h o aproximadamente 560 mi/h), ¿cuántos caballos de potencia desarrolla cada motor?

a)

b)

$$P = F_{\parallel}v = (1.97 \times 10^5\ \text{N})(250\ \text{m/s}) = 4.93 \times 10^7\ \text{W}$$

$$= (4.93 \times 10^7\ \text{W})\frac{1\ \text{hp}}{746\ \text{W}} = 66{,}000\ \text{hp}$$