UNIVERSIDAD DEL VALLE
TALLER NO. 1. CÁLCULO II (111064M)
PROFESOR: REMIGIO DELGADO ESCOBAR
AGOSTO 2020

1. Determine la convergencia de las sucesiones cuyos términos n-ésimos son los siguientes:

$$(a)\ a_n = 1 - (0,2)^n \qquad (b)\ a_n = \frac{3+5n^2}{n+n^2} \qquad (c)\ a_n = (-1)^n \frac{3^{n+2}}{5^n}$$

$$(d)\ a_n = \cos(n/2) \qquad (e)\ a_n = \cos(2/n) \qquad (f)\ a_n = \frac{\cos(\sqrt{n})}{n^8}$$

2. Determine la convergencia o divergencia de las series dadas.

$$a)\ \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2^n-3^n}{4^n}\right) \qquad b)\ \sum_{n=1}^{\infty}\ln\left(\frac{n}{n+2}\right) \qquad c)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n^3+1}{2n^4+3n^3}$$

3. Determine la convergencia de las series siguientes y sus sumas (si es posible):

$$(a)\ \sum_{n=0}^{\infty}\frac{3}{2^n} \qquad (b)\ \sum_{n=4}^{\infty}\frac{3}{2^n} \qquad (c)\ \sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{3}{2}\right)^n$$

$$(d)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n}}{n^2+1} \qquad (e)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{n^2+1} \qquad (f)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2+1}$$

$$(g)\ \sum_{n=0}^{\infty}\frac{n!}{(2n+1)!} \qquad (h)\ \sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}\sqrt{n}}{n+2} \qquad (i)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}\cos(n\pi)}{n^4+2}$$

$$(j)\ \sum_{n=0}^{\infty}\frac{2^{n+1}n^2}{3^n} \qquad (k)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^n}{n!} \qquad (l)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{e^{2n}}{n^n}$$

$$(m)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n^4+3}{4n^4+3n} \qquad (n)\ \sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n\frac{n+1}{10n+3} \qquad (o)\ \sum_{n=3}^{\infty}\left(\frac{e}{\pi}\right)^n$$

$$(p)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{n!n} \qquad (q)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+1)(n+2)} \qquad (r)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n}+n^2}{n^3+n+1}$$

$$(s)\ \sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\ln n} \qquad (t)\ \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{\ln n}{n}\right)^n \qquad (u)\ \sum_{n=1}^{\infty}(5^{-n}-7^{-n})$$

4. De dos ejemplos de una serie convergente y de una seria divergente para los siguientes criterios. **No puede usar las series del ejercicio numero uno**

   a) Criterio de la Integral.

   b) Criterio de Comparación.

   c) Criterio del Cociente.

   d) Criterio de la Serie Geométrica.

   e) Criterio de la divergencia.

   f) Criterio de la raíz.

5. Verifique utilizando las series que $0,555555\ldots = 5/9$ y que $0,999999\ldots = 1$.

6. ¿Por qué si la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge entonces $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+a_n}$ y $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n}$ son series divergentes?

7. Un balón se deja caer de una altura de 6 pies y empieza a rebotar. La altura de cada salto es de tres cuartos de la altura del salto anterior. Encuentre la distancia vertical total recorrida por el balón. (Respuesta: 42 pies).

8. Explique porque el Criterio de la Raíz no decide sobre la convergencia o divergencia de la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1}\right)^3$ y luego aplique el Criterio que usted crea conveniente para decidir sobre la convergencia o divergencia de la serie.

9. Un tanque contiene inicialmente una masa M_0 de aire. Cada impulso de una bomba de vacío elimina $5\,\%$ del aire en el contenedor. Calcule la masa M_n de aire restante en el tanque después de n impulsos de la bomba y $\lim_{n\to\infty} M_n$.

10. Encuentre el radio y el intervalo de convergencia de las siguientes series de potencias:

    $(a)\ \displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(x-2)^n}{n\,10^n}$ $\quad (b)\ \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} 3(x-4)^n$ $\quad (c)\ \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}$

    $(d)\ \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}$ $\quad (e)\ \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n(x+1)^n}{2^n}$ $\quad (f)\ \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$

    $(g)\ \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \left(1+\frac{1}{2^n}\right) x^n$ $\quad (h)\ \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} n!x^n$ $\quad (i)\ \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!}$

11. Dé una aproximación de las siguientes integrales definida sumando los tres primeros términos de sus series de potencias asociadas:

    $(a)\ \displaystyle\int_0^{1/2} \frac{1}{1+x^5}\,dx$ $\quad (b)\ \displaystyle\int_0^{1} x^2\cos(\sqrt{x})\,dx$ $\quad (c)\ \displaystyle\int_{-0,2}^{0,1} \mathrm{e}^{-x^2}\,dx$