
Departamento de Matemáticas

Cálculo I



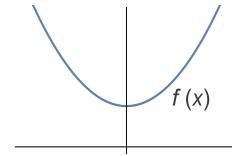
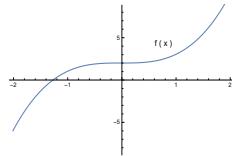
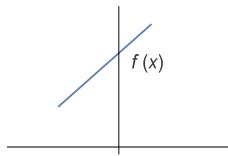
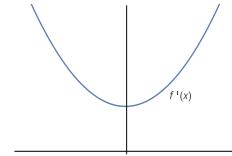
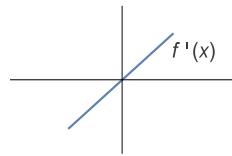
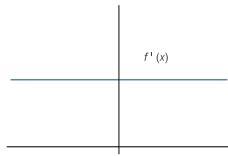
Taller N°13: Aplicaciones de la derivada

Profesoras: Martha Pinzón y Daniela Vásquez.

Septiembre 14 de 2021

1. Verifique las hipótesis del teorema de Rolle en el intervalo indicado y halle los números c que satisfacen la conclusión del teorema.
 - a) $f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3; \quad x \in [-1, 3].$
 - b) $f(x) = x\sqrt{x+6}; \quad x \in [-6, 0].$
2. Verifique las hipótesis del teorema del valor medio en el intervalo indicado y halle los números c que satisfacen la conclusión del teorema.
 - a) $f(x) = x^4 - 3x^2 + x; \quad x \in [-1, 1].$
 - b) $f(x) = \frac{x}{x+2}; \quad x \in [1, 4].$
3. Use el teorema del valor medio para determinar:
 - a) ¿Qué valor es probable para $f(2)$ si suponemos que $f(0) = -3$ y que $f'(x) \leq 5$?
 - b) ¿Cuán pequeña puede ser $f(4)$ si $f(1) = 10$ y $f'(x) \geq 2$ cuando $1 \leq x \leq 4$?
4. Muestre que la ecuación $x^9 + 5x - 3 = 0$ tiene solución única en los números reales.
5. Calcule $\frac{d^2y}{dx^2}$ si $x^2y^2 = x + y$.
6.
 - a) Encuentre el valor de las constantes a, b, c y d de tal forma que la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ tenga un máximo local igual a 5 en $x = -3$ y un mínimo local igual a 0 en $x = 2$.
 - b) Halle el valor de la constante c , para que la gráfica de $f(x) = cx^2 + \frac{1}{x^2}$ tenga un punto de inflexión en $(1, f(1))$.
7. Elabore una gráfica aproximada de una función $y = f(x)$ que satisface: Puntos críticos en $(-1, 1)$ y $(3, 2)$, punto de inflexión en $(4, 1)$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \infty$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$ y $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$.
8. Una caja cerrada con base cuadrada tiene un volumen de 2000 pulg³. El material de la tapa y de la base cuesta 3 centavos la pulgada cuadrada, mientras que el material para los lados cuesta 1,5 centavos la pulgada cuadrada. Encuentre las dimensiones de la caja de modo que el costo total del material sea mínimo.
9. Un granjero quiere cercar un terreno rectangular con área de 2400 pies cuadrados. También quiere usar algo de cerca para construir una división interna paralela a unos de los lados del corral. ¿Cuál es la longitud mínima total de cerca que requiere este proyecto?
10. Un triángulo rectángulo en el primer cuadrante está formado por los ejes coordenados x, y y una recta que pasa por el punto $P(2, 3)$. Halle las dimensiones del triángulo, para que su área sea mínima.

11. La base de un triángulo está en el eje x , un lado sobre la recta $y = 3x$ y el tercer lado pasa por el punto $P(1, 1)$. ¿Cuál es la pendiente del tercer lado si el área del triángulo ha de ser mínima?
12. ¿Qué puntos de la gráfica de $y^2 - x^2 = 1$ están más cerca del punto $P(2, 0)$?
13. A continuación se dà la gráfica de la derivada f' de una función f y la gráfica de f . Relacione la gráfica de f con la de su derivada.



14. Elabore la gráfica de las siguientes funciones indicando: Dominio, rango, intervalos de crecimiento y de decrecimiento, valores extremos, intervalos de concavidad hacia arriba, hacia abajo, puntos de inflexión, asíntotas horizontales y asíntotas verticales si existen.

$$a) \ f(x) = x^4 - x^2$$

$$c) \ f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 9}$$

$$b) \ f(x) = e^{-x^2}$$

$$d) \ f(x) = 5x^{2/3} - x^{5/3}$$