Matemáticas Discretas I

Lógica proposicional - Sintaxis y Semántica

Juan Francisco Díaz Frias

Profesor Titular (1993-hoy)
juanfco.diaz@correounivalle.edu.co
Edif. B3 - 4009
Universidad del Valle

Noviembre 2021

Plan

1. Motivación
2. Sintaxis
   - Gramática
   - Simplificación de expresiones
   - Árbol de sintaxis
3. Semántica
   - . . . de los operadores
   - Interpretación
   - Validez, satisfactibilidad y tablas de verdad
   - Aplicación: Corrección de la argumentación en LN

Plan

1. Motivación
2. Sintaxis
    - Gramática
    - Simplificación de expresiones
    - Árbol de sintaxis
3. Semántica
    - . . . de los operadores
    - Interpretación
    - Validez, satisfactibilidad y tablas de verdad
    - Aplicación: Corrección de la argumentación en LN

Plan

1. Motivación
2. Sintaxis
   - Gramática
   - Simplificación de expresiones
   - Árbol de sintaxis
3. Semántica
   - . . . de los operadores
   - Interpretación
   - Validez, satisfactibilidad y tablas de verdad
   - Aplicación: Corrección de la argumentación en LN

Motivación

Argumentación en lenguaje natural

Considere las siguientes frases en lenguaje natural:

- Si al final de la clase no hay preguntas, entonces el profesor hace un quiz.
- Hoy no hubo preguntas al final de la clase

¿Qué se puede concluir?

¿Cómo podríamos formalizarlo?

- Si $\underbrace{\text{al final de la clase no hay preguntas}}_{p}$, entonces $\underbrace{\text{el profesor hace un quiz}}_{q}$
- Hoy no hubo preguntas al final de la clase
- $$\frac{(p \implies q) \wedge p}{q}$$
- Clave: identificación de proposiciones, es decir, frases que se pueden valorar como ciertas o falsas.
- La lógica proposicional es el sistema formal que usaremos para ello.

Motivación

Argumentación en lenguaje natural

Considere las siguientes frases en lenguaje natural:

- Si al final de la clase no hay preguntas, entonces el profesor hace un quiz.
- Hoy no hubo preguntas al final de la clase

¿Qué se puede concluir?

¿Cómo podríamos formalizarlo?

- Si $\underbrace{\text{al final de la clase no hay preguntas}}_{p}$, entonces $\underbrace{\text{el profesor hace un quiz}}_{q}$
- Hoy no hubo preguntas al final de la clase
- $$\frac{(p \implies q) \wedge p}{q}$$
- Clave: identificación de proposiciones, es decir, frases que se pueden valorar como ciertas o falsas.
- La lógica proposicional es el sistema formal que usaremos para ello.

Motivación

Argumentación en lenguaje natural

Considere las siguientes frases en lenguaje natural:

- Si al final de la clase no hay preguntas, entonces el profesor hace un quiz.
- Hoy no hubo preguntas al final de la clase

¿Qué se puede concluir?

¿Cómo podríamos formalizarlo?

- Si $\underbrace{\text{al final de la clase no hay preguntas}}_{p}$, entonces $\underbrace{\text{el profesor hace un quiz}}_{q}$
- Hoy no hubo preguntas al final de la clase
- $$\frac{(p \implies q) \land p}{q}$$
- Clave: identificación de proposiciones, es decir, frases que se pueden valorar como ciertas o falsas.
- La lógica proposicional es el sistema formal que usaremos para ello.

Motivación

Argumentación en lenguaje natural

Considere las siguientes frases en lenguaje natural:

- Si al final de la clase no hay preguntas, entonces el profesor hace un quiz.
- Hoy no hubo preguntas al final de la clase

¿Qué se puede concluir?

¿Cómo podríamos formalizarlo?

- Si $\underbrace{\text{al final de la clase no hay preguntas}}_{p}$, entonces $\underbrace{\text{el profesor hace un quiz}}_{q}$
- Hoy no hubo preguntas al final de la clase
- $$\frac{(p \implies q) \wedge p}{q}$$
- Clave: identificación de proposiciones, es decir, frases que se pueden valorar como ciertas o falsas.
- La lógica proposicional es el sistema formal que usaremos para ello.

Motivación

Argumentación en lenguaje natural

Considere las siguientes frases en lenguaje natural:

- Si al final de la clase no hay preguntas, entonces el profesor hace un quiz.
- Hoy no hubo preguntas al final de la clase

¿Qué se puede concluir?

¿Cómo podríamos formalizarlo?

- Si $\underbrace{\text{al final de la clase no hay preguntas}}_{p}$, entonces $\underbrace{\text{el profesor hace un quiz}}_{q}$
- Hoy no hubo preguntas al final de la clase
- $$\frac{(p \implies q) \wedge p}{q}$$
- Clave: identificación de proposiciones, es decir, frases que se pueden valorar como ciertas o falsas.
- La lógica proposicional es el sistema formal que usaremos para ello.

Proposiciones

- Una proposición es una frase declarativa y, como tal, es una afirmación sobre algo que puede o no ser verdad.

Son proposiciones:

- Lima es la capital de Perú
- 2+2=5
- El carro de Juan es verde
- El carro de Juan es verde y el carro de Juan es viejo

No son proposiciones:

- ¿Qué hora es?
- $x + 1 = 3$
- Tráeme las llaves
- Tráeme las llaves y prende el carro verde

- Hay proposiciones simples (atómicas, que no se pueden dividir). Se denotan con letras como $p, q, r \dots$ llamadas variables proposicionales
- Y hay proposiciones complejas compuestas por otras proposiciones unidas gramaticalmente de alguna manera

Proposiciones

- Una proposición es una frase declarativa y, como tal, es una afirmación sobre algo que puede o no ser verdad.

Son proposiciones:

- Lima es la capital de Perú
- 2+2=5
- El carro de Juan es verde
- El carro de Juan es verde y el carro de Juan es viejo

No son proposiciones:

- ¿Qué hora es?
- $x + 1 = 3$
- Tráeme las llaves
- Tráeme las llaves y prende el carro verde

- Hay proposiciones simples (atómicas, que no se pueden dividir). Se denotan con letras como $p, q, r \ldots$ llamadas variables proposicionales
- Y hay proposiciones complejas compuestas por otras proposiciones unidas gramaticalmente de alguna manera.

Proposiciones

- Una proposición es una frase declarativa y, como tal, es una afirmación sobre algo que puede o no ser verdad.

Son proposiciones:

- Lima es la capital de Perú
- 2+2=5
- El carro de Juan es verde
- El carro de Juan es verde y el carro de Juan es viejo

No son proposiciones:

- ¿Qué hora es?
- $x + 1 = 3$
- Tráeme las llaves
- Tráeme las llaves y prende el carro verde

- Hay proposiciones simples (atómicas, que no se pueden dividir). Se denotan con letras como $p, q, r \ldots$ llamadas variables proposicionales
- Y hay proposiciones complejas compuestas por otras proposiciones unidas gramaticalmente de alguna manera.

Proposiciones

- Una proposición es una frase declarativa y, como tal, es una afirmación sobre algo que puede o no ser verdad.

Son proposiciones:

- Lima es la capital de Perú
- 2+2=5
- El carro de Juan es verde
- El carro de Juan es verde y el carro de Juan es viejo

No son proposiciones:

- ¿Qué hora es?
- $x + 1 = 3$
- Tráeme las llaves
- Tráeme las llaves y prende el carro verde

- Hay proposiciones simples (atómicas, que no se pueden dividir). Se denotan con letras como $p, q, r \dots$ llamadas variables proposicionales
- Y hay proposiciones complejas compuestas por otras proposiciones unidas gramaticalmente de alguna manera.

Proposiciones

- Una proposición es una frase declarativa y, como tal, es una afirmación sobre algo que puede o no ser verdad.

Son proposiciones:

- Lima es la capital de Perú
- 2+2=5
- El carro de Juan es verde
- El carro de Juan es verde y el carro de Juan es viejo

No son proposiciones:

- ¿Qué hora es?
- $x + 1 = 3$
- Tráeme las llaves
- Tráeme las llaves y prende el carro verde

- Hay proposiciones simples (atómicas, que no se pueden dividir). Se denotan con letras como $p, q, r \ldots$ llamadas variables proposicionales
- Y hay proposiciones complejas compuestas por otras proposiciones unidas gramaticalmente de alguna manera.

Plan

1. Motivación
2. Sintaxis
   - Gramática
   - Simplificación de expresiones
   - Árbol de sintaxis
3. Semántica
   - . . . de los operadores
   - Interpretación
   - Validez, satisfactibilidad y tablas de verdad
   - Aplicación: Corrección de la argumentación en LN

Sintaxis: expresiones booleanas

- Alfabeto: $\{true, false, (,), \equiv, \implies, \vee, \wedge, \neg, \langle variable \rangle\}$
- Gramática:

$$
\begin{array}{lcl}
\langle exprBooleana \rangle & \rightarrow & true| \\
 & & false| \\
 & & \langle variable \rangle \,| \\
 & & \neg(\langle exprBooleana \rangle)| \\
 & & (\langle exprBooleana \rangle\ \langle opBinBooleano \rangle \langle exprBooleana \rangle) \\
\langle opBinBooleano \rangle & \rightarrow & \equiv \,|\, \implies \,|\, \vee \,|\wedge \\
\langle variable \rangle & \rightarrow & \langle identificador \rangle
\end{array}
$$

- Ejemplos de expresiones:

- $true$
- $false$
- p
- q
- r
- $\neg(p)$
- $(p \wedge q)$
- $(\neg(q) \vee r)$
- $(r \implies p)$
- $\neg((q \equiv p))$

$((p \wedge q) \implies q)$

$((\neg(q) \vee r) \equiv (r \implies p))$

$((p \wedge (q \vee r)) \equiv ((p \wedge q) \vee (p \wedge r)))$

Sintaxis: expresiones booleanas

- Alfabeto: $\{true, false, (,), \equiv, \implies, \vee, \wedge, \neg, \langle variable \rangle\}$
- Gramática:

$$
\begin{array}{lcl}
\langle exprBooleana \rangle & \rightarrow & true| \\
 & & false| \\
 & & \langle variable \rangle \mid \\
 & & \neg(\langle exprBooleana \rangle)| \\
 & & (\langle exprBooleana \rangle \ \langle opBinBooleano \rangle \langle exprBooleana \rangle) \\
\langle opBinBooleano \rangle & \rightarrow & \equiv \mid \implies \mid \vee \mid \wedge \\
\langle variable \rangle & \rightarrow & \langle identificador \rangle
\end{array}
$$

- Ejemplos de expresiones:

- $true$
- $false$
- p
- q
- r
- $\neg(p)$
- $(p \wedge q)$
- $(\neg(q) \vee r)$
- $(r \implies p)$
- $\neg((q \equiv p))$
- $((p \wedge q) \implies q)$
- $((\neg(q) \vee r) \equiv (r \implies p))$
- $((p \wedge (q \vee r)) \equiv ((p \wedge q) \vee (p \wedge r)))$

Sintaxis: expresiones booleanas

- Alfabeto: $\{true, false, (,), \equiv, \implies, \vee, \wedge, \neg, \langle variable \rangle\}$
- Gramática:

$$\begin{array}{lcl} \langle exprBooleana \rangle & \rightarrow & true| \\ & & false| \\ & & \langle variable \rangle \;| \\ & & \neg(\langle exprBooleana \rangle)| \\ & & (\langle exprBooleana \rangle \; \langle opBinBooleano \rangle \langle exprBooleana \rangle) \\ \langle opBinBooleano \rangle & \rightarrow & \equiv | \implies | \vee | \wedge \\ \langle variable \rangle & \rightarrow & \langle identificador \rangle \end{array}$$

- Ejemplos de expresiones:

- $true$
- $false$
- p
- q
- r

- $\neg(p)$
- $(p \wedge q)$
- $(\neg(q) \vee r)$
- $(r \implies p)$
- $\neg((q \equiv p))$

- $((p \wedge q) \implies q)$
- $((\neg(q) \vee r) \equiv (r \implies p))$
- $((p \wedge (q \vee r)) \equiv ((p \wedge q) \vee (p \wedge r)))$

Sintaxis: expresiones booleanas

- Alfabeto: $\{true, false, (,), \equiv, \implies, \vee, \wedge, \neg, \langle variable \rangle\}$
- Gramática:

$$\begin{array}{lll}
\langle exprBooleana \rangle & \rightarrow & true| \\
& & false| \\
& & \langle variable \rangle \,| \\
& & \neg(\langle exprBooleana \rangle)| \\
& & (\langle exprBooleana \rangle\ \langle opBinBooleano \rangle \langle exprBooleana \rangle) \\
\langle opBinBooleano \rangle & \rightarrow & \equiv | \implies | \vee | \wedge \\
\langle variable \rangle & \rightarrow & \langle identificador \rangle
\end{array}$$

- Ejemplos de expresiones:

- $true$
- $false$
- p
- q
- r

- $\neg(p)$
- $(p \wedge q)$
- $(\neg(q) \vee r)$
- $(r \implies p)$
- $\neg((q \equiv p))$

- $((p \wedge q) \implies q)$
- $((\neg(q) \vee r) \equiv (r \implies p))$
- $((p \wedge (q \vee r)) \equiv ((p \wedge q) \vee (p \wedge r)))$

Sintaxis: expresiones booleanas

- Alfabeto: $\{true, false, (,), \equiv, \implies, \vee, \wedge, \neg, \langle variable\rangle\}$
- Gramática:

$$\begin{array}{lcl}
\langle exprBooleana\rangle & \rightarrow & true| \\
 & & false| \\
 & & \langle variable\rangle \; | \\
 & & \neg(\langle exprBooleana\rangle)| \\
 & & (\langle exprBooleana\rangle \; \langle opBinBooleano\rangle\langle exprBooleana\rangle) \\
\langle opBinBooleano\rangle & \rightarrow & \equiv | \implies | \vee | \wedge \\
\langle variable\rangle & \rightarrow & \langle identificador\rangle
\end{array}$$

- Ejemplos de expresiones:

- $true$
- $false$
- p
- q
- r

- $\neg(p)$
- $(p \wedge q)$
- $(\neg(q) \vee r)$
- $(r \implies p)$
- $\neg((q \equiv p))$

- $((p \wedge q) \implies q)$
- $((\neg(q) \vee r) \equiv (r \implies p))$
- $((p \wedge (q \vee r)) \equiv ((p \wedge q) \vee (p \wedge r)))$

Plan

1. Motivación
2. Sintaxis
   - Gramática
   - Simplificación de expresiones
   - Árbol de sintaxis
3. Semántica
   - . . . de los operadores
   - Interpretación
   - Validez, satisfactibilidad y tablas de verdad
   - Aplicación: Corrección de la argumentación en LN

Simplificación de expresiones

Eliminación de paréntesis, siempre que no sea ambiguo

- Eliminar paréntesis redundantes: $(\neg((r \vee \neg(q))) \implies p)$
  - Los más externos: $\neg((r \vee \neg(q))) \implies p$
  - los que rodean variables o constantes: $\neg((r \vee \neg q)) \implies p$
  - los duplicados por una misma expresión: $\neg(r \vee \neg q) \implies p$
- Precedencia de operadores $(\neg, (\wedge, \vee), \implies, \equiv)$: $((p \wedge q) \implies r)$ en $p \wedge q \implies r$
- Usando símbolos adicionales (símbolos tachados): $\not\equiv$, $\not\Longrightarrow$
- Por asociatividad:
  - Si el operador es asociativo: $((p \wedge q) \wedge r)$ en $p \wedge q \wedge r$
  - Si no lo es, se asocia a izquierda: $((p \implies q) \implies r)$ en $p \implies q \implies r$

Simplificación de expresiones

Eliminación de paréntesis, siempre que no sea ambiguo

- Eliminar paréntesis redundantes: $(\neg((r \vee \neg(q))) \implies p)$
  - Los más externos: $\neg((r \vee \neg(q))) \implies p$
  - los que rodean variables o constantes: $\neg((r \vee \neg q)) \implies p$
  - los duplicados por una misma expresión: $\neg(r \vee \neg q) \implies p$
- Precedencia de operadores $(\neg, (\wedge, \vee), \implies, \equiv)$: $((p \wedge q) \implies r)$ en $p \wedge q \implies r$
- Usando símbolos adicionales (símbolos tachados): $\not\equiv$, $\not\Longrightarrow$
- Por asociatividad:
  - Si el operador es asociativo: $((p \wedge q) \wedge r)$ en $p \wedge q \wedge r$
  - Si no lo es, se asocia a izquierda: $((p \implies q) \implies r)$ en $p \implies q \implies r$

Simplificación de expresiones

Eliminación de paréntesis, siempre que no sea ambiguo

- Eliminar paréntesis redundantes: $(\neg((r \vee \neg(q))) \implies p)$
  - Los más externos: $\neg((r \vee \neg(q))) \implies p$
  - los que rodean variables o constantes: $\neg((r \vee \neg q)) \implies p$
  - los duplicados por una misma expresión: $\neg(r \vee \neg q) \implies p$
- Precedencia de operadores $(\neg, (\wedge, \vee), \implies, \equiv)$: $((p \wedge q) \implies r)$ en $p \wedge q \implies r$
- Usando símbolos adicionales (símbolos tachados): $\not\equiv$, $\not\Longrightarrow$
- Por asociatividad:
  - Si el operador es asociativo: $((p \wedge q) \wedge r)$ en $p \wedge q \wedge r$
  - Si no lo es, se asocia a izquierda: $((p \implies q) \implies r)$ en $p \implies q \implies r$

Simplificación de expresiones

Eliminación de paréntesis, siempre que no sea ambiguo

- Eliminar paréntesis redundantes: $(\neg((r \vee \neg(q))) \implies p)$
  - Los más externos: $\neg((r \vee \neg(q))) \implies p$
  - los que rodean variables o constantes: $\neg((r \vee \neg q)) \implies p$
  - los duplicados por una misma expresión: $\neg(r \vee \neg q) \implies p$
- Precedencia de operadores $(\neg, (\wedge, \vee), \implies, \equiv)$: $((p \wedge q) \implies r)$ en $p \wedge q \implies r$
- Usando símbolos adicionales (símbolos tachados): $\not\equiv$, $\not\Longrightarrow$
- Por asociatividad:
  - Si el operador es asociativo: $((p \wedge q) \wedge r)$ en $p \wedge q \wedge r$
  - Si no lo es, se asocia a izquierda: $((p \implies q) \implies r)$ en $p \implies q \implies r$

Plan

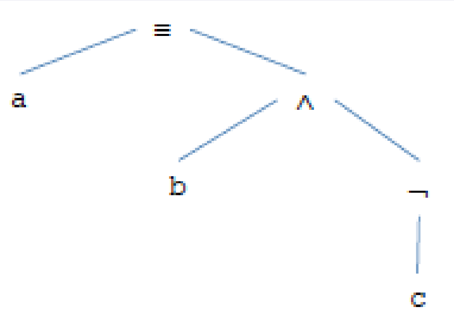
1. Motivación
2. Sintaxis
   - Gramática
   - Simplificación de expresiones
   - Árbol de sintaxis
3. Semántica
   - . . . de los operadores
   - Interpretación
   - Validez, satisfactibilidad y tablas de verdad
   - Aplicación: Corrección de la argumentación en LN

Árbol de sintaxis

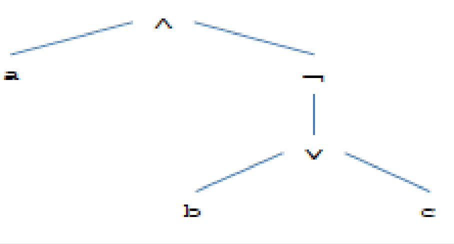
Cada expresión tiene un árbol de sintaxis asociado:

- El árbol tiene como raíz el símbolo del último operador que se debe evaluar.
- El árbol tiene como hijos, los árboles sintácticos de los operandos
- Si la expresión es una variable o un valor de verdad (no hay operadores), el árbol es, simplemente, un nodo raíz etiquetado con la variable o el valor en cuestión.

$a \equiv b \wedge \neg c$



$a \wedge \neg(b \vee c)$



Semántica: intuición

- La semántica de una fórmula de la lógica proposicional tiene que ver con valorar la verdad o falsedad de la proposición.
- Las proposiciones simples son:
  - *true*: esta proposición siempre significará verdadero(V)
  - *false*: esta proposición siempre significará falso(F)
  - p: Es una variable proposicional. Su valor de verdad puede ser verdadero(V) o falso(F)
- Las proposiciones complejas son:
  - $\neg E$: Su valor de verdad depende del valor de verdad de E.
  - $E_1 \bullet E_2$: donde E_1, E_2 son expresiones booleanas, y $\bullet$ representa un operador binario. Su valor de verdad depende del valor de verdad de E_1 y E_2 y del operador $\bullet$.
- Para poder pronunciarse sobre la verdad o falsedad de una proposición, es necesario entonces:
  - Dar un valor de verdad a cada variable proposicional: interpretación

Semántica: intuición

- La semántica de una fórmula de la lógica proposicional tiene que ver con valorar la verdad o falsedad de la proposición.
- Las proposiciones simples son:
  - *true*: esta proposición siempre significará verdadero(V)
  - *false*: esta proposición siempre significará falso(F)
  - p: Es una variable proposicional. Su valor de verdad puede ser verdadero(V) o falso(F)
- Las proposiciones complejas son:
  - $\neg E$: Su valor de verdad depende del valor de verdad de E.
  - $E_1 \bullet E_2$: donde E_1, E_2 son expresiones boolenas, y $\bullet$ representa un operador binario. Su valor de verdad depende del valor de verdad de E_1 y E_2 y del operador $\bullet$.
- Para poder pronunciarse sobre la verdad o falsedad de una proposición, es necesario entonces:
  - Dar un valor de verdad a cada variable proposicional: interpretación

Semántica: intuición

- La semántica de una fórmula de la lógica proposicional tiene que ver con valorar la verdad o falsedad de la proposición.
- Las proposiciones simples son:
  - *true*: esta proposición siempre significará verdadero(V)
  - *false*: esta proposición siempre significará falso(F)
  - p: Es una variable proposicional. Su valor de verdad puede ser verdadero(V) o falso(F)
- Las proposiciones complejas son:
  - $\neg E$: Su valor de verdad depende del valor de verdad de E.
  - $E_1 \bullet E_2$: donde E_1, E_2 son expresiones boolenas, y $\bullet$ representa un operador binario. Su valor de verdad depende del valor de verdad de E_1 y E_2 y del operador $\bullet$.
- Para poder pronunciarse sobre la verdad o falsedad de una proposición, es necesario entonces:
  - Dar un valor de verdad a cada variable proposicional: interpretación
  - A partir de allí calcular la verdad o falsedad de la proposición con respecto a esa interpretación.

Semántica: intuición

- La semántica de una fórmula de la lógica proposicional tiene que ver con valorar la verdad o falsedad de la proposición.
- Las proposiciones simples son:
  - *true*: esta proposición siempre significará verdadero(V)
  - *false*: esta proposición siempre significará falso(F)
  - p: Es una variable proposicional. Su valor de verdad puede ser verdadero(V) o falso(F)
- Las proposiciones complejas son:
  - $\neg E$: Su valor de verdad depende del valor de verdad de E.
  - $E_1 \bullet E_2$: donde E_1, E_2 son expresiones boolenas, y $\bullet$ representa un operador binario. Su valor de verdad depende del valor de verdad de E_1 y E_2 y del operador $\bullet$.
- Para poder pronunciarse sobre la verdad o falsedad de una proposición, es necesario entonces:
  - Dar un valor de verdad a cada variable proposicional: interpretación
  - A partir de allí calcular la verdad o falsedad de la proposición con respecto a esa interpretación.

Semántica: intuición

- La semántica de una fórmula de la lógica proposicional tiene que ver con valorar la verdad o falsedad de la proposición.
- Las proposiciones simples son:
  - *true*: esta proposición siempre significará verdadero(V)
  - *false*: esta proposición siempre significará falso(F)
  - p: Es una variable proposicional. Su valor de verdad puede ser verdadero(V) o falso(F)
- Las proposiciones complejas son:
  - $\neg E$: Su valor de verdad depende del valor de verdad de E.
  - $E_1 \bullet E_2$: donde E_1, E_2 son expresiones boolenas, y $\bullet$ representa un operador binario. Su valor de verdad depende del valor de verdad de E_1 y E_2 y del operador $\bullet$.
- Para poder pronunciarse sobre la verdad o falsedad de una proposición, es necesario entonces:
  - Dar un valor de verdad a cada variable proposicional: interpretación
  - A partir de allí calcular la verdad o falsedad de la proposición con respecto a esa interpretación.

Semántica: intuición

- La semántica de una fórmula de la lógica proposicional tiene que ver con valorar la verdad o falsedad de la proposición.
- Las proposiciones simples son:
  - *true*: esta proposición siempre significará verdadero(V)
  - *false*: esta proposición siempre significará falso(F)
  - p: Es una variable proposicional. Su valor de verdad puede ser verdadero(V) o falso(F)
- Las proposiciones complejas son:
  - $\neg E$: Su valor de verdad depende del valor de verdad de E.
  - $E_1 \bullet E_2$: donde E_1, E_2 son expresiones boolenas, y $\bullet$ representa un operador binario. Su valor de verdad depende del valor de verdad de E_1 y E_2 y del operador $\bullet$.
- Para poder pronunciarse sobre la verdad o falsedad de una proposición, es necesario entonces:
  - Dar un valor de verdad a cada variable proposicional: interpretación
  - A partir de allí calcular la verdad o falsedad de la proposición con respecto a esa interpretación.

Plan

1. Motivación
2. Sintaxis
   - Gramática
   - Simplificación de expresiones
   - Árbol de sintaxis
3. Semántica
   - . . . de los operadores
   - Interpretación
   - Validez, satisfactibilidad y tablas de verdad
   - Aplicación: Corrección de la argumentación en LN

Semántica de los operadores (1)

- El operador de negación ($\neg E$): Es verdadero cuando E es falso; y falso cuando E es verdadero.

E	$\neg E$
V	F
F	V

- El operador de conjunción ($E_1 \wedge E_2$): Es verdadero cuando E_1 y E_2 son verdaderos. En cualquier otro caso es falso.

E_1	E_2	$E_1 \wedge E_2$
F	F	F
F	V	F
V	F	F
V	V	V

Semántica de los operadores (1)

- El operador de negación ($\neg E$): Es verdadero cuando E es falso; y falso cuando E es verdadero.

E	$\neg E$
V	F
F	V

- El operador de conjunción ($E_1 \wedge E_2$): Es verdadero cuando E_1 y E_2 son verdaderos. En cualquier otro caso es falso.

E_1	E_2	$E_1 \wedge E_2$
F	F	F
F	V	F
V	F	F
V	V	V

Semántica de los operadores (2)

- El operador de disyunción inclusiva ($E_1 \vee E_2$): Es verdadero cuando E_1 o E_2 son verdaderos. En cualquier otro caso es falso.

E_1	E_2	$E_1 \vee E_2$
F	F	F
F	V	V
V	F	V
V	V	V

- El operador de implicación ($E_1 \implies E_2$): Es verdadero en cualquier caso, excepto cuando E_1 es verdadera y E_2 es falsa.

E_1	E_2	$E_1 \implies E_2$
F	F	V
F	V	V
V	F	F
V	V	V

Semántica de los operadores (2)

- El operador de disyunción inclusiva ($E_1 \vee E_2$): Es verdadero cuando E_1 o E_2 son verdaderos. En cualquier otro caso es falso.

E_1	E_2	$E_1 \vee E_2$
F	F	F
F	V	V
V	F	V
V	V	V

- El operador de implicación ($E_1 \implies E_2$): Es verdadero en cualquier caso, excepto cuando E_1 es verdadera y E_2 es falsa.

E_1	E_2	$E_1 \implies E_2$
F	F	V
F	V	V
V	F	F
V	V	V

Semántica de los operadores (3)

- El operador de equivalencia ($E_1 \equiv E_2$): Es verdadero cuando E_1 y E_2 tienen el mismo valor de verdad; falso cuando no.

E_1	E_2	$E_1 \equiv E_2$
F	F	V
F	V	F
V	F	F
V	V	V

- Hay otros operadores en la literatura, pero todos se pueden escribir en función de estos.
  - El operador de consecuencia ($E_1 \Longleftarrow E_2$): Corresponde a $E_2 \implies E_1$
  - El operador de disyunción exclusiva ($E_1 \oplus E_2$): Es una disyunción en la que los argumentos no son ambos verdaderos. Corresponde a $E_1 \not\equiv E_2$

Semántica de los operadores (3)

- El operador de equivalencia ($E_1 \equiv E_2$): Es verdadero cuando E_1 y E_2 tienen el mismo valor de verdad; falso cuando no.

E_1	E_2	$E_1 \equiv E_2$
F	F	V
F	V	F
V	F	F
V	V	V

- Hay otros operadores en la literatura, pero todos se pueden escribir en función de estos.
  - El operador de consecuencia ($E_1 \Longleftarrow E_2$): Corresponde a $E_2 \implies E_1$
  - El operador de disyunción exclusiva ($E_1 \oplus E_2$): Es una disyunción en la que los argumentos no son ambos verdaderos. Corresponde a $E_1 \not\equiv E_2$

Plan

1 Motivación

2 Sintaxis
- Gramática
- Simplificación de expresiones
- Árbol de sintaxis

3 Semántica
- . . . de los operadores
- Interpretación
- Validez, satisfactibilidad y tablas de verdad
- Aplicación: Corrección de la argumentación en LN

Semántica: Interpretación

Dada una expresión booleana E:

- Una interpretación I para E es una asignación de valores de verdad para cada variable proposicional en E.
- Para $E : (r \implies p)$, habría cuatro interpretaciones posibles:

I	p	r
I_1	V	V
I_2	V	F
I_3	F	V
I_4	F	F

- Dada una interpretación I para E se define $I(E)$, el valor de verdad de E según I así:
  - Si $E = true$, $I(E) = V$
  - Si $E = false$, $I(E) = F$
  - Si $E = \neg E_1$, $I(E) = \neg I(E_1)$
  - Si $E = E_1 \bullet E_2$, $I(E) = I(E_1) \bullet I(E_2)$
- ¿Cuántas interpretaciones posibles tiene una expresión booleana E cualquiera?

Semántica: Interpretación

Dada una expresión booleana E:

- Una interpretación I para E es una asignación de valores de verdad para cada variable proposicional en E.
- Para $E : (r \implies p)$, habría cuatro interpretaciones posibles:

I	p	r
I_1	V	V
I_2	V	F
I_3	F	V
I_4	F	F

- Dada una interpretación I para E se define $I(E)$, el valor de verdad de E según I así:
  - Si $E = true$, $I(E) = V$
  - Si $E = false$, $I(E) = F$
  - Si $E = \neg E_1$, $I(E) = \neg I(E_1)$
  - Si $E = E_1 \bullet E_2$, $I(E) = I(E_1) \bullet I(E_2)$
- ¿Cuántas interpretaciones posibles tiene una expresión booleana E cualquiera?

Semántica: Interpretación

Dada una expresión booleana E:

- Una interpretación I para E es una asignación de valores de verdad para cada variable proposicional en E.
- Para $E : (r \implies p)$, habría cuatro interpretaciones posibles:

I	p	r
I_1	V	V
I_2	V	F
I_3	F	V
I_4	F	F

- Dada una interpretación I para E se define $I(E)$, el valor de verdad de E según I así:
  - Si $E = true$, $I(E) = V$
  - Si $E = false$, $I(E) = F$
  - Si $E = \neg E_1$, $I(E) = \neg I(E_1)$
  - Si $E = E_1 \bullet E_2$, $I(E) = I(E_1) \bullet I(E_2)$
- ¿Cuántas interpretaciones posibles tiene una expresión booleana E cualquiera?

Semántica: Interpretación

Dada una expresión booleana E:

- Una interpretación I para E es una asignación de valores de verdad para cada variable proposicional en E.
- Para $E : (r \implies p)$, habría cuatro interpretaciones posibles:

I	p	r
I_1	V	V
I_2	V	F
I_3	F	V
I_4	F	F

- Dada una interpretación I para E se define $I(E)$, el valor de verdad de E según I así:
  - Si $E = true$, $I(E) = V$
  - Si $E = false$, $I(E) = F$
  - Si $E = \neg E_1$, $I(E) = \neg I(E_1)$
  - Si $E = E_1 \bullet E_2$, $I(E) = I(E_1) \bullet I(E_2)$
- ¿Cuántas interpretaciones posibles tiene una expresión booleana E cualquiera?

Plan

1. Motivación
2. Sintaxis
   - Gramática
   - Simplificación de expresiones
   - Árbol de sintaxis
3. Semántica
   - . . . de los operadores
   - Interpretación
   - Validez, satisfactibilidad y tablas de verdad
   - Aplicación: Corrección de la argumentación en LN

Semántica: Validez y satisfactibilidad

- Una expresión booleana E es satisfactible, si existe una interpretación I para E tal que $I(E) = V$
- Una expresión booleana E es válida, si para toda interpretación I para E se tiene que $I(E) = V$. También se dice que E es una tautología.
- Una expresión booleana E es insatisfactible o una contradicción, si para toda interpretación I para E se tiene que $I(E) = F$.
- Miremos la validez, satisfactibilidad o insatisfactibilidad de:
  $\neg q \vee r \equiv (r \implies q)$
  $p \wedge (p \implies q) \wedge \neg q$
  $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

Semántica: Validez y satisfactibilidad

- Una expresión booleana E es satisfactible, si existe una interpretación I para E tal que $I(E) = V$
- Una expresión booleana E es válida, si para toda interpretación I para E se tiene que $I(E) = V$. También se dice que E es una tautología.
- Una expresión booleana E es insatisfactible o una contradicción, si para toda interpretación I para E se tiene que $I(E) = F$.
- Miremos la validez, satisfactibilidad o insatisfactibilidad de:
  $\neg q \vee r \equiv (r \implies q)$
  $p \wedge (p \implies q) \wedge \neg q$
  $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

Semántica: Validez y satisfactibilidad

- Una expresión booleana E es satisfactible, si existe una interpretación I para E tal que $I(E) = V$
- Una expresión booleana E es válida, si para toda interpretación I para E se tiene que $I(E) = V$. También se dice que E es una tautología.
- Una expresión booleana E es insatisfactible o una contradicción, si para toda interpretación I para E se tiene que $I(E) = F$.
- Miremos la validez, satisfactibilidad o insatisfactibilidad de:
  $\neg q \vee r \equiv (r \implies q)$
  $p \wedge (p \implies q) \wedge \neg q$
  $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

Semántica: Validez y satisfactibilidad

- Una expresión booleana E es satisfactible, si existe una interpretación I para E tal que $I(E) = V$
- Una expresión booleana E es válida, si para toda interpretación I para E se tiene que $I(E) = V$. También se dice que E es una tautología.
- Una expresión booleana E es insatisfactible o una contradicción, si para toda interpretación I para E se tiene que $I(E) = F$.
- Miremos la validez, satisfactibilidad o insatisfactibilidad de:
  $\neg q \vee r \equiv (r \implies q)$
  $p \wedge (p \implies q) \wedge \neg q$
  $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

Semántica: Tablas de verdad (1)

$$G_1 : \neg q \vee r \equiv (r \implies q)$$

q	r	$\neg q$	$\neg q \vee r$	$r \implies q$	$\neg q \vee r \equiv (r \implies q)$
V	V	F	V	V	V
V	F	F	F	V	F
F	V	V	V	F	F
F	F	V	V	V	V

- ¿Qué se puede decir de G_1?
- G_1 es satisfactible

Semántica: Tablas de verdad (1)

$G_1 : \neg q \vee r \equiv (r \implies q)$

q	r	$\neg q$	$\neg q \vee r$	$r \implies q$	$\neg q \vee r \equiv (r \implies q)$
V	V	F	V	V	V
V	F	F	F	V	F
F	V	V	V	F	F
F	F	V	V	V	V

- ¿Qué se puede decir de G_1?
- G_1 es satisfactible

Semántica: Tablas de verdad (1)

$$G_1 : \neg q \vee r \equiv (r \implies q)$$

q	r	$\neg q$	$\neg q \vee r$	$r \implies q$	$\neg q \vee r \equiv (r \implies q)$
V	V	F	V	V	V
V	F	F	F	V	F
F	V	V	V	F	F
F	F	V	V	V	V

- ¿Qué se puede decir de G_1?
- G_1 es satisfactible

Semántica: Tablas de verdad (2)

$G_2 : p \wedge (p \implies q) \wedge \neg q$

p	q	$(p \implies q)$	$p \wedge (p \implies q)$	$\neg q$	$p \wedge (p \implies q) \wedge \neg q$
V	V	V	V	F	F
V	F	F	F	V	F
F	V	V	F	F	F
F	F	V	F	V	F

- ¿Qué se puede decir de G_2?
- G_2 es insatisfactible

Semántica: Tablas de verdad (2)

$$G_2 : p \wedge (p \implies q) \wedge \neg q$$

p	q	$(p \implies q)$	$p \wedge (p \implies q)$	$\neg q$	$p \wedge (p \implies q) \wedge \neg q$
V	V	V	V	F	F
V	F	F	F	V	F
F	V	V	F	F	F
F	F	V	F	V	F

- ¿Qué se puede decir de G_2?
- G_2 es insatisfactible

Semántica: Tablas de verdad (2)

$$G_2 : p \wedge (p \implies q) \wedge \neg q$$

p	q	$(p \implies q)$	$p \wedge (p \implies q)$	$\neg q$	$p \wedge (p \implies q) \wedge \neg q$
V	V	V	V	F	F
V	F	F	F	V	F
F	V	V	F	F	F
F	F	V	F	V	F

- ¿Qué se puede decir de G_2?
- G_2 es insatisfactible

Semántica: Tablas de verdad (3)

$G_3 : p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

p	q	r	$(q \vee r)$	$(p \wedge q)$	$(p \wedge r)$	$p \wedge (q \vee r)$	$(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	F
V	V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	F	V	V	V
V	F	V	V	F	V	V	V	V
V	F	F	F	F	F	F	F	V
F	V	V	V	F	F	F	F	V
F	V	F	V	F	F	F	F	V
F	F	V	V	F	F	F	F	V
F	F	F	F	F	F	F	F	V

- ¿Qué se puede decir de G_3?
- G_3 es válida o sea es una tautología

Semántica: Tablas de verdad (3)

$G_3 : p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

p	q	r	$(q \vee r)$	$(p \wedge q)$	$(p \wedge r)$	$p \wedge (q \vee r)$	$(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	F
V	V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	F	V	V	V
V	F	V	V	F	V	V	V	V
V	F	F	F	F	F	F	F	V
F	V	V	V	F	F	F	F	V
F	V	F	V	F	F	F	F	V
F	F	V	V	F	F	F	F	V
F	F	F	F	F	F	F	F	V

- ¿Qué se puede decir de G_3?
- G_3 es válida o sea es una tautología

Semántica: Tablas de verdad (3)

$$G_3 : p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

p	q	r	$(q \vee r)$	$(p \wedge q)$	$(p \wedge r)$	$p \wedge (q \vee r)$	$(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	F
V	V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	F	V	V	V
V	F	V	V	F	V	V	V	V
V	F	F	F	F	F	F	F	V
F	V	V	V	F	F	F	F	V
F	V	F	V	F	F	F	F	V
F	F	V	V	F	F	F	F	V
F	F	F	F	F	F	F	F	V

- ¿Qué se puede decir de G_3?
- G_3 es válida o sea es una tautología

Plan

1. Motivación
2. Sintaxis
   - Gramática
   - Simplificación de expresiones
   - Árbol de sintaxis
3. Semántica
   - . . . de los operadores
   - Interpretación
   - Validez, satisfactibilidad y tablas de verdad
   - Aplicación: Corrección de la argumentación en LN

Argumentación en LN

Considere el siguiente razonamiento en LN:

> *Para la próxima fecha de la eliminatoria suramericana, si Colombia no le gana a Venezuela, Brasil la puede pasar. Además, si Brasil le gana a Ecuador, Brasil puede pasar a Colombia. Por lo tanto Colombia le gana a Venezuela o Brasil la puede pasar.*

¿Es correcta la conclusión?

Miremos cómo la lógica proposicional nos ayuda a resolver esta pregunta.

LN y operadores (1)

LN	Ejemplos	Op.	Traducción
y	Juan tiene 21 años y estudia medicina.	$\wedge$	$j21 \wedge m$ donde $j21$: Juan tiene 21 años m: Juan estudia medicina
pero	Está lloviendo, pero hace sol.	$\wedge$	$v \wedge s$ donde v : Está lloviendo m: Hace sol
o (inclusivo)	Juan estudia medicina o biología.	$\vee$	$m \vee b$ donde m : Juan estudia medicina b: Juan estudia biología
o (exclusivo)	Este anillo es de oro o es de plata.	$\not\equiv$	$au \not\equiv ag$ donde au : El anillo es de oro ag: El anillo es de plata
no	Este anillo no es de oro.	$\neg$	$\neg au$ donde au : El anillo es de oro
no es el caso	No es el caso que Juan estudie biología.	$\neg$	$\neg b$ donde b: Juan estudia biología

LN y operadores (2)

LN	Ejemplos	Op.	Traducción
si ...entonces ...	Si Colombia gana, salimos a festejar.	$\Longrightarrow$	$c \Longrightarrow f$ donde c: Colombia gana m: salimos a celebrar
...es suficiente para ...	Que Colombia gane es suficiente para que salgamos a festejar.	$\Longrightarrow$	$c \Longrightarrow f$ donde c: Colombia gana m: salimos a celebrar
...es necesario para ...	Que se usen frijoles es necesario para hacer una bandeja paisa.	$\Longleftarrow$	$f \Longleftarrow p$ donde f: Usar frijoles p: hacer una bandeja paisa
...si y solo si ...	Colombia clasifica al mundial si y solo si Colombia queda en uno de los primeros 4 puestos	$\equiv$	$cm \equiv c4$ donde cm: Colombia clasifica al mundial $c4$: Colombia queda en uno de los primeros 4 puestos
...es necesario y suficiente ...	Para que el sistema tenga solución es necesario y suficiente que la matriz sea invertible	$\equiv$	$ss \equiv minv$ donde ss: El sistema tiene solución $minv$: La matriz es invertible

¿Cómo decidir si un argumento es correcto/incorrecto?

Video1.1

Traducido un argumento a lógica proposicional, tiene la forma:

$$A : p_1 \land p_2 \land \ldots \land p_k \implies c$$

A es correcto si y solo si A es una tautología

¿Cómo traducir un argumento en LN a Lógica proposicional?

- Definición de variables proposicionales:
  - Representar proposiciones atómicas
  - Sin tener en cuenta tiempos gramaticales
  - Que representen frases positivas en lo posible
- Traducción a la lógica proposicional:
  - Cada oración en LN corresponde a una expresión booleana
  - Las premisas se unen por conjunciones
  - La conclusión está conectada por un luego, por tanto o similar
  - Definir el argumento a analizar: $A : p_1 \land p_2 \land \ldots \land p_k \implies c$
- Tablas de verdad: Si A es tautología, es correcto. Sino, es incorrecto y cada interpretación donde sea falsa es un contraejemplo

¿Cómo decidir si un argumento es correcto/incorrecto?

Video1.1

Traducido un argumento a lógica proposicional, tiene la forma:

$$A : p_1 \wedge p_2 \wedge \ldots \wedge p_k \implies c$$

A es correcto si y solo si *A* es una tautología

¿Cómo traducir un argumento en LN a Lógica proposicional?

- Definición de variables proposicionales:
  - Representar proposiciones atómicas
  - Sin tener en cuenta tiempos gramaticales
  - Que representen frases positivas en lo posible
- Traducción a la lógica proposicional:
  - Cada oración en LN corresponde a una expresión booleana
  - Las premisas se unen por conjunciones
  - La conclusión está conectada por un luego, por tanto o similar
  - Definir el argumento a analizar: $A : p_1 \wedge p_2 \wedge \ldots \wedge p_k \implies c$
- Tablas de verdad: Si *A* es tautología, es correcto. Sino, es incorrecto y cada interpretación donde sea falsa es un contraejemplo

¿Cómo decidir si un argumento es correcto/incorrecto?

Video1.1

Traducido un argumento a lógica proposicional, tiene la forma:

$$A : p_1 \wedge p_2 \wedge \ldots \wedge p_k \implies c$$

A es correcto si y solo si A es una tautología

¿Cómo traducir un argumento en LN a Lógica proposicional?

- Definición de variables proposicionales:
  - Representar proposiciones atómicas
  - Sin tener en cuenta tiempos gramaticales
  - Que representen frases positivas en lo posible
- Traducción a la lógica proposicional:
  - Cada oración en LN corresponde a una expresión booleana
  - Las premisas se unen por conjunciones
  - La conclusión está conectada por un luego, por tanto o similar
  - Definir el argumento a analizar: $A : p_1 \wedge p_2 \wedge \ldots \wedge p_k \implies c$
- Tablas de verdad: Si A es tautología, es correcto. Sino, es incorrecto y cada interpretación donde sea falsa es un contraejemplo

¿Cómo decidir si un argumento es correcto/incorrecto?

Video1.1

Traducido un argumento a lógica proposicional, tiene la forma:

$$A : p_1 \land p_2 \land \ldots \land p_k \implies c$$

A es correcto si y solo si A es una tautología
¿Cómo traducir un argumento en LN a Lógica proposicional?

- Definición de variables proposicionales:
  - Representar proposiciones atómicas
  - Sin tener en cuenta tiempos gramaticales
  - Que representen frases positivas en lo posible
- Traducción a la lógica proposicional:
  - Cada oración en LN corresponde a una expresión booleana
  - Las premisas se unen por conjunciones
  - La conclusión está conectada por un luego, por tanto o similar
  - Definir el argumento a analizar: $A : p_1 \land p_2 \land \ldots \land p_k \implies c$
- Tablas de verdad: Si A es tautología, es correcto. Sino, es incorrecto y cada interpretación donde sea falsa es un contraejemplo

Apliquemos esto al razonamiento inicial

Video1.2

Para la próxima fecha de la eliminatoria suramericana, si Colombia no le gana a Venezuela, Brasil la puede pasar. Además, si Brasil le gana a Ecuador, Brasil puede pasar a Colombia. Por lo tanto Colombia le gana a Venezuela o Brasil la puede pasar.

- Variables proposicionales:
  p: Colombia le gana a Venezuela q:Brasil puede pasar a Colombia
  r: Brasil le gana a Ecuador
- Traducción:
  p_1: $\neg p \implies q$ p_2: $r \implies q$ $c : p \vee q (¿\, p \not\equiv q?)$ $A : p_1 \wedge p_2 \implies c$
- Tabla de verdad:

p	q	r	$\neg p$	p_1	p_2	$p_1 \wedge p_2$	c	A
V	V	V	F	V	V	V	V	V
V	V	F	F	V	V	V	V	V
V	F	V	F	V	F	F	V	V
V	F	F	F	V	V	V	V	V
F	V	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	V	V	V	V
F	F	V	V	F	F	F	F	V
F	F	F	V	F	V	F	F	V

Apliquemos esto al razonamiento inicial

Video1.2

Para la próxima fecha de la eliminatoria suramericana, si Colombia no le gana a Venezuela, Brasil la puede pasar. Además, si Brasil le gana a Ecuador, Brasil puede pasar a Colombia. Por lo tanto Colombia le gana a Venezuela o Brasil la puede pasar.

- Variables proposicionales:
  p: Colombia le gana a Venezuela q:Brasil puede pasar a Colombia
  r: Brasil le gana a Ecuador
- Traducción:
  p_1: $\neg p \implies q$ p_2: $r \implies q$ $c: p \vee q(¿\, p \not\equiv q?)$ $A: p_1 \wedge p_2 \implies c$
- Tabla de verdad:

p	q	r	$\neg p$	p_1	p_2	$p_1 \wedge p_2$	c	A
V	V	V	F	V	V	V	V	V
V	V	F	F	V	V	V	V	V
V	F	V	F	V	F	F	V	V
V	F	F	F	V	V	V	V	V
F	V	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	V	V	V	V
F	F	V	V	F	F	F	F	V
F	F	F	V	F	V	F	F	V

Apliquemos esto al razonamiento inicial

Video1.2

Para la próxima fecha de la eliminatoria suramericana, si Colombia no le gana a Venezuela, Brasil la puede pasar. Además, si Brasil le gana a Ecuador, Brasil puede pasar a Colombia. Por lo tanto Colombia le gana a Venezuela o Brasil la puede pasar.

- Variables proposicionales:
  p: Colombia le gana a Venezuela q:Brasil puede pasar a Colombia
  r: Brasil le gana a Ecuador
- Traducción:
  $p_1 \colon \neg p \implies q \qquad p_2 \colon r \implies q \qquad c : p \vee q (¿\ p \not\equiv q?) \qquad A : p_1 \wedge p_2 \implies c$
- Tabla de verdad:

p	q	r	$\neg p$	p_1	p_2	$p_1 \wedge p_2$	c	A
V	V	V	F	V	V	V	V	V
V	V	F	F	V	V	V	V	V
V	F	V	F	V	F	F	V	V
V	F	F	F	V	V	V	V	V
F	V	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	V	V	V	V
F	F	V	V	F	F	F	F	V
F	F	F	V	F	V	F	F	V

Apliquemos esto al razonamiento inicial

Video1.2

Para la próxima fecha de la eliminatoria suramericana, si Colombia no le gana a Venezuela, Brasil la puede pasar. Además, si Brasil le gana a Ecuador, Brasil puede pasar a Colombia. Por lo tanto Colombia le gana a Venezuela o Brasil la puede pasar.

- Variables proposicionales:
  p: Colombia le gana a Venezuela q:Brasil puede pasar a Colombia
  r: Brasil le gana a Ecuador
- Traducción:
  p_1: $\neg p \implies q$ $\quad p_2$: $r \implies q$ $\quad c : p \vee q(¿\ p \not\equiv q?)$ $\quad A : p_1 \wedge p_2 \implies c$
- Tabla de verdad:

p	q	r	$\neg p$	p_1	p_2	$p_1 \wedge p_2$	c	A
V	V	V	F	V	V	V	V	V
V	V	F	F	V	V	V	V	V
V	F	V	F	V	F	F	V	V
V	F	F	F	V	V	V	V	V
F	V	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	V	V	V	V
F	F	V	V	F	F	F	F	V
F	F	F	V	F	V	F	F	V

Otro ejemplo: ¿Superman existe?

Video1.3

Considere el siguiente razonamiento:
Si Supermán fuera capaz y quisiera prevenir el mal, él lo prevendría. Si Supermán fuera incapaz de prevenir el mal, sería impotente; si él no quisiera prevenir el mal, sería malévolo. Supermán no previene el mal. Si Supermán existe, no es impotente ni malévolo.
Entonces, Supermán no existe.

- Variables proposicionales:
  a: Supermán es capaz de prevenir el mal w: Supermán quiere prevenir el mal p: Supermán previene el mal
  i: Supermán es impotente m: Supermán es malévolo
  e: Supermán existe
- Traducción:
  p_0: $a \wedge w \implies p$ p_1: $(\neg a \implies i) \wedge (\neg w \implies m)$
  p_2: $\neg p$ p_3: $e \implies \neg i \wedge \neg m$
  p_4: $\neg e$
  $A : p_0 \wedge p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \implies p_4$
- Tabla de verdad: sería de $2^6 * 17 = 1088$ casillas!!!

Otro ejemplo: ¿Superman existe?

Video1.3

Considere el siguiente razonamiento:
Si Supermán fuera capaz y quisiera prevenir el mal, él lo prevendría. Si Supermán fuera incapaz de prevenir el mal, sería impotente; si él no quisiera prevenir el mal, sería malévolo. Supermán no previene el mal. Si Supermán existe, no es impotente ni malévolo.
Entonces, Supermán no existe.

- Variables proposicionales:
  a: Supermán es capaz de prevenir el mal w: Supermán quiere prevenir el mal p: Supermán previene el mal
  i: Supermán es impotente m: Supermán es malévolo
  e: Supermán existe
- Traducción:
  p_0: $a \wedge w \implies p$ p_1: $(\neg a \implies i) \wedge (\neg w \implies m)$
  p_2: $\neg p$ p_3: $e \implies \neg i \wedge \neg m$
  p_4: $\neg e$
  $A : p_0 \wedge p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \implies p_4$
- Tabla de verdad: sería de $2^6 * 17 = 1088$ casillas!!!

Otro ejemplo: ¿Superman existe?

Video1.3

Considere el siguiente razonamiento:
Si Supermán fuera capaz y quisiera prevenir el mal, él lo prevendría. Si Supermán fuera incapaz de prevenir el mal, sería impotente; si él no quisiera prevenir el mal, sería malévolo. Supermán no previene el mal. Si Supermán existe, no es impotente ni malévolo.
Entonces, Supermán no existe.

- Variables proposicionales:
  a: Supermán es capaz de prevenir el mal w: Supermán quiere prevenir el mal p: Supermán previene el mal
  i: Supermán es impotente m: Supermán es malévolo
  e: Supermán existe
- Traducción:
  p_0: $a \wedge w \implies p$ p_1: $(\neg a \implies i) \wedge (\neg w \implies m)$
  p_2: $\neg p$ p_3: $e \implies \neg i \wedge \neg m$
  p_4: $\neg e$
  $A : p_0 \wedge p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \implies p_4$
- Tabla de verdad: sería de $2^6 * 17 = 1088$ casillas!!!

Otro ejemplo: ¿Superman existe?

Video1.3

Considere el siguiente razonamiento:
Si Supermán fuera capaz y quisiera prevenir el mal, él lo prevendría. Si Supermán fuera incapaz de prevenir el mal, sería impotente; si él no quisiera prevenir el mal, sería malévolo. Supermán no previene el mal. Si Supermán existe, no es impotente ni malévolo.
Entonces, Supermán no existe.

- Variables proposicionales:
  a: Supermán es capaz de prevenir el mal w: Supermán quiere prevenir el mal p: Supermán previene el mal
  i: Supermán es impotente m: Supermán es malévolo
  e: Supermán existe
- Traducción:
  p_0: $a \wedge w \implies p$ p_1: $(\neg a \implies i) \wedge (\neg w \implies m)$
  p_2: $\neg p$ p_3: $e \implies \neg i \wedge \neg m$
  p_4: $\neg e$
  $A : p_0 \wedge p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \implies p_4$
- Tabla de verdad: sería de $2^6 * 17 = 1088$ casillas!!!

Ejercicio: ¿Cuál es la edad de Juan?

Considere el siguiente razonamiento:
Juan tiene 20 ó 22 años. Si Juan tiene 22 años, entonces nació antes que pedro. Juan no nació antes que Pedro. Por lo tanto, Juan tiene 20 años.

- Defina las variables proposicionales para modelar el problema.
- Traduzca a la lógica proposicional el razonamiento.
- ¿Es correcto el argumento? Use `logictools.org` si le es útil.
- [Socrative]

Ejercicio: ¿Cuál es la edad de Juan?

Considere el siguiente razonamiento:
Juan tiene 20 ó 22 años. Si Juan tiene 22 años, entonces nació antes que pedro. Juan no nació antes que Pedro. Por lo tanto, Juan tiene 20 años.

- Defina las variables proposicionales para modelar el problema.
- Traduzca a la lógica proposicional el razonamiento.
- ¿Es correcto el argumento? Use `logictools.org` si le es útil.
- [Socrative]

Ejercicio: ¿Quién tiene la razón?

Considere el siguiente razonamiento:
La policía le está siguiendo el rastro a un posible delincuente que usó el transmilenio para escaparse. De acuerdo a sus investigaciones la policía ha podido establecer que el delincuente tomó rutas que pasaron por la estaciones Aguas, Cll26, Prado y Virrey, donde el delincuente pudo bajarse o no. Y se sabe lo siguiente:

1. *El delincuente se bajó en al menos una de esas estaciones.*
2. *El delincuente no se bajó en Virrey si se bajó antes en Aguas o Cll26.*
3. *Si el delincuente se bajó en Prado entonces también se bajó en Aguas*
4. *Si el delincuente no se bajó en Prado entonces tampoco se bajó en Cll26*
5. *El delincuente se bajó Prado y Virrey o no se bajó en ninguna de ellas.*

Un policía de inteligencia concluyó que el delincuente sólo se bajó en Aguas. Pero un testigo dijo que se había bajado en Aguas y en Cll26. **¿Quién tiene la razón?**

- Defina las variables proposicionales para modelar el problema.
- Traduzca a la lógica proposicional el razonamiento.
- ¿Es correcto el argumento? Use `logictools.org` si le es útil.
- [Socrative]

Ejercicio: ¿Quién tiene la razón?

Considere el siguiente razonamiento:
La policía le está siguiendo el rastro a un posible delincuente que usó el transmilenio para escaparse. De acuerdo a sus investigaciones la policía ha podido establecer que el delincuente tomó rutas que pasaron por la estaciones Aguas, Cll26, Prado y Virrey, donde el delincuente pudo bajarse o no. Y se sabe lo siguiente:

1. *El delincuente se bajó en al menos una de esas estaciones.*
2. *El delincuente no se bajó en Virrey si se bajó antes en Aguas o Cll26.*
3. *Si el delincuente se bajó en Prado entonces también se bajó en Aguas*
4. *Si el delincuente no se bajó en Prado entonces tampoco se bajó en Cll26*
5. *El delincuente se bajó Prado y Virrey o no se bajó en ninguna de ellas.*

Un policía de inteligencia concluyó que el delincuente sólo se bajó en Aguas. Pero un testigo dijo que se había bajado en Aguas y en Cll26. **¿Quién tiene la razón?**

- Defina las variables proposicionales para modelar el problema.
- Traduzca a la lógica proposicional el razonamiento.
- ¿Es correcto el argumento? Use `logictools.org` si le es útil.
- [Socrative]

Ejercicio: ¿Qué hay en cada caja?

Considere el siguiente acertijo:
En una mesa hay tres cajas etiquetadas A, B, y C. Dentro de cada caja, pero no visibles desde afuera, hay una ficha de plástico. Una ficha es roja, otra es blanca y la otra es azul. No se sabe qué ficha está en cada caja. Lo que si se sabe es que exáctamente una de las siguientes tres afirmaciones es cierta:

1. *La caja A contiene la ficha roja.*
2. *La caja B no contiene la ficha roja.*
3. *La caja C no contiene la ficha azul.*

A partir de la anterior información, determine cuál es el color de la ficha de cada una de las cajas.

- [Socrative]
- Defina las variables proposicionales para modelar el problema.
- Traduzca a la lógica proposicional los hechos conocidos.
- Construya la tabla de verdad del modelo (Use `logictools.org` o excel), analícela y solucione el acertijo.
- [Socrative]

Ejercicio: ¿Qué hay en cada caja?

Considere el siguiente acertijo:
En una mesa hay tres cajas etiquetadas A, B, y C. Dentro de cada caja, pero no visibles desde afuera, hay una ficha de plástico. Una ficha es roja, otra es blanca y la otra es azul. No se sabe qué ficha está en cada caja. Lo que si se sabe es que exáctamente una de las siguientes tres afirmaciones es cierta:

1. *La caja A contiene la ficha roja.*
2. *La caja B no contiene la ficha roja.*
3. *La caja C no contiene la ficha azul.*

A partir de la anterior información, determine cuál es el color de la ficha de cada una de las cajas.

- [Socrative]
- Defina las variables proposicionales para modelar el problema.
- Traduzca a la lógica proposicional los hechos conocidos.
- Construya la tabla de verdad del modelo (Use logictools.org o excel), analícela y solucione el acertijo.
- [Socrative]

Ejercicio: ¿Qué hay en cada caja?

Considere el siguiente acertijo:
En una mesa hay tres cajas etiquetadas A, B, y C. Dentro de cada caja, pero no visibles desde afuera, hay una ficha de plástico. Una ficha es roja, otra es blanca y la otra es azul. No se sabe qué ficha está en cada caja. Lo que si se sabe es que exáctamente una de las siguientes tres afirmaciones es cierta:

1. *La caja A contiene la ficha roja.*
2. *La caja B no contiene la ficha roja.*
3. *La caja C no contiene la ficha azul.*

A partir de la anterior información, determine cuál es el color de la ficha de cada una de las cajas.

- [Socrative]
- Defina las variables proposicionales para modelar el problema.
- Traduzca a la lógica proposicional los hechos conocidos.
- Construya la tabla de verdad del modelo (Use `logictools.org` o excel), analícela y solucione el acertijo.
- [Socrative]

Ejercicio: ¿Qué hay en cada caja?

Considere el siguiente acertijo:
En una mesa hay tres cajas etiquetadas A, B, y C. Dentro de cada caja, pero no visibles desde afuera, hay una ficha de plástico. Una ficha es roja, otra es blanca y la otra es azul. No se sabe qué ficha está en cada caja. Lo que si se sabe es que exáctamente una de las siguientes tres afirmaciones es cierta:

1. *La caja A contiene la ficha roja.*
2. *La caja B no contiene la ficha roja.*
3. *La caja C no contiene la ficha azul.*

A partir de la anterior información, determine cuál es el color de la ficha de cada una de las cajas.

- [Socrative]
- Defina las variables proposicionales para modelar el problema.
- Traduzca a la lógica proposicional los hechos conocidos.
- Construya la tabla de verdad del modelo (Use `logictools.org` o excel), analícela y solucione el acertijo.
- [Socrative]

Ejercicio: ¿Qué hay en cada caja?

Considere el siguiente acertijo:
En una mesa hay tres cajas etiquetadas A, B, y C. Dentro de cada caja, pero no visibles desde afuera, hay una ficha de plástico. Una ficha es roja, otra es blanca y la otra es azul. No se sabe qué ficha está en cada caja. Lo que si se sabe es que exáctamente una de las siguientes tres afirmaciones es cierta:

1. *La caja A contiene la ficha roja.*
2. *La caja B no contiene la ficha roja.*
3. *La caja C no contiene la ficha azul.*

A partir de la anterior información, determine cuál es el color de la ficha de cada una de las cajas.

- [Socrative]
- Defina las variables proposicionales para modelar el problema.
- Traduzca a la lógica proposicional los hechos conocidos.
- Construya la tabla de verdad del modelo (Use `logictools.org` o excel), analícela y solucione el acertijo.
- [Socrative]