

# Lenguajes Formales y Autómatas

---

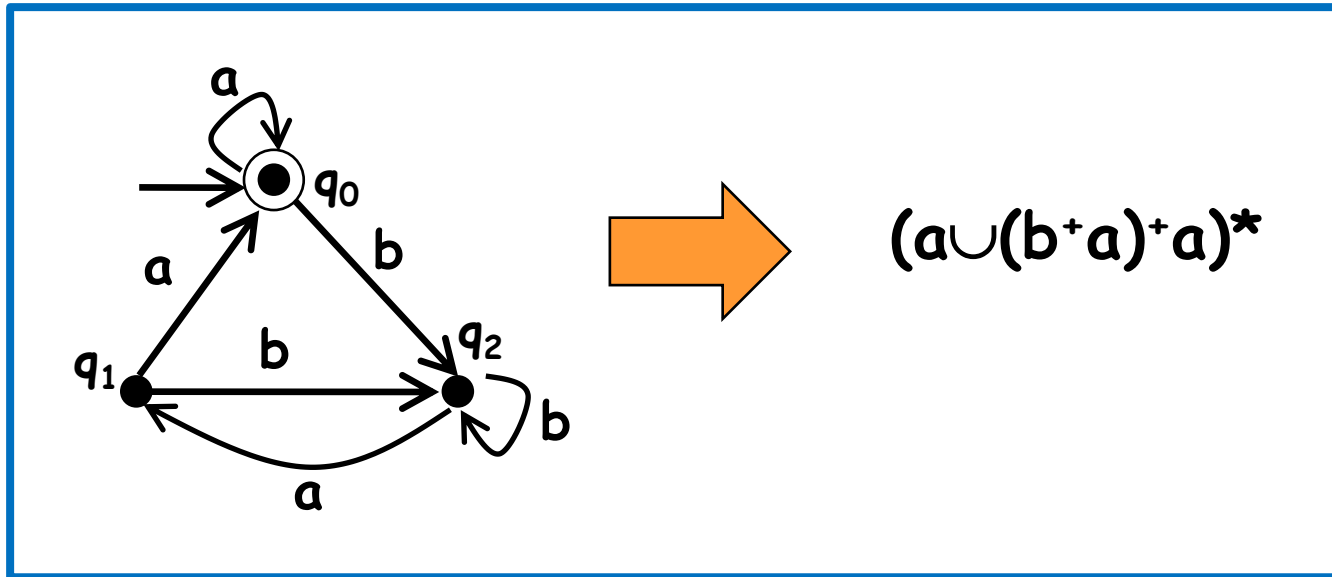
# Contenido

---

\* Lema de Arden

# Lenguajes regulares

**Problema.** Dado un autómata encontrar la expresión regular del lenguaje que acepta



# Lema de Arden

---

**Lema de Arden.** Una ecuación de la forma  $X = AX \cup B$ , donde  $A, B, X$  son lenguajes y  $\varepsilon \notin A$  ( $A$  no contiene la cadena vacía), tiene una solución única  $X = A^*B$



# Lema de Arden

---

El lema permite expresar de forma no recursiva un lenguaje

$$X = A \cdot X \cup B \quad \text{es equivalente a} \quad X = A^*B$$



# Lema de Arden

---

Dado un diagrama de transición se puede obtener una expresión regular de la siguiente forma:

1. **Escriba una ecuación por cada estado** del diagrama que represente el lenguaje generado a partir de ese nodo
2. **Resuelva las ecuaciones** recursivas por medio del lema de Arden
3. **Reemplace** las expresiones calculadas



# Lema de Arden

---

Dado un diagrama de transición se puede obtener una expresión regular de la siguiente forma:

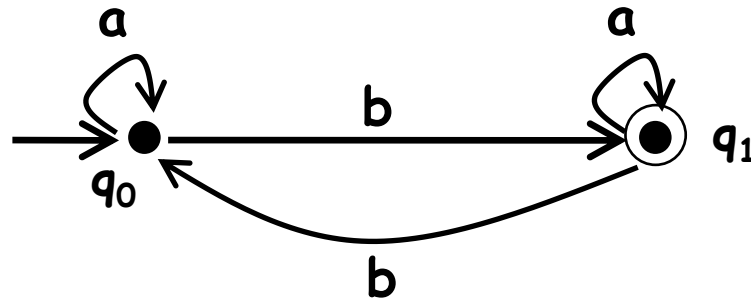
1. **Escriba una ecuación por cada estado** del diagrama que represente el lenguaje generado a partir de ese nodo
2. **Resuelva las ecuaciones** recursivas por medio del lema de Arden
3. **Reemplace** las expresiones calculadas

• La expresión asociada a  $q_0$  será la **expresión regular** del autómata



# Lema de Arden

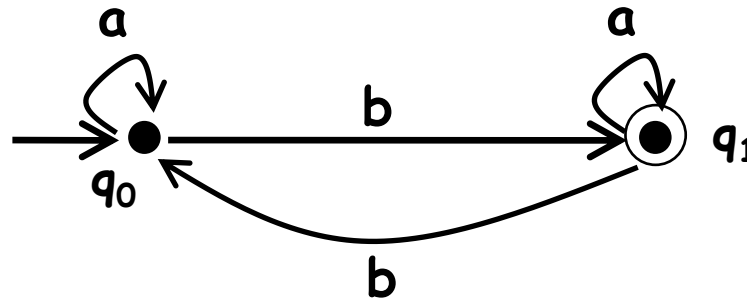
---





# Lema de Arden

---



$A_0 = aA_0 \cup bA_1$ , indica las cadenas generadas en  $q_0$

$A_1 = aA_1 \cup bA_0 \cup \varepsilon$ , indica las cadenas generadas en  $q_1$



# Lema de Arden

---

- Se aplica el lema de Arden para simplificar las ecuaciones:

$$A_0 = aA_0 \cup bA_1$$

$$A_1 = aA_1 \cup bA_0 \cup \varepsilon$$

# Lema de Arden

---

- Se aplica el lema de Arden para simplificar las ecuaciones:

$$A_0 = aA_0 \cup bA_1$$

$$\begin{aligned} A_1 &= aA_1 \cup bA_0 \cup \varepsilon = a^*(bA_0 \cup \varepsilon) \\ &= a^*bA_0 \cup a^* \end{aligned}$$

# Lema de Arden

- Se aplica el lema de Arden para simplificar las ecuaciones:

$$A_0 = aA_0 \cup bA_1$$

$$\begin{aligned} A_1 &= aA_1 \cup bA_0 \cup \varepsilon = a^*(bA_0 \cup \varepsilon) \\ &= a^*bA_0 \cup a^* \end{aligned}$$

- Se reemplaza  $A_1$  en  $A_0$  y se obtiene:

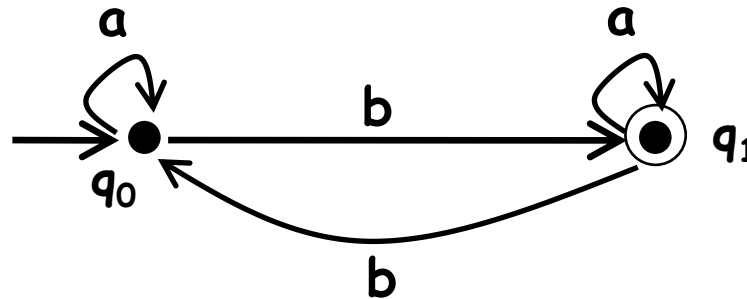
$$\begin{aligned} A_0 &= aA_0 \cup b(a^*bA_0 \cup a^*) \\ &= aA_0 \cup ba^*bA_0 \cup ba^* \\ &= (a \cup ba^*b)A_0 \cup ba^* \\ &= (a \cup ba^*b)^*ba^* \end{aligned}$$

La expresión asociada a  $A_0$  es la expresión que representa el autómata



# Lema de Arden

---

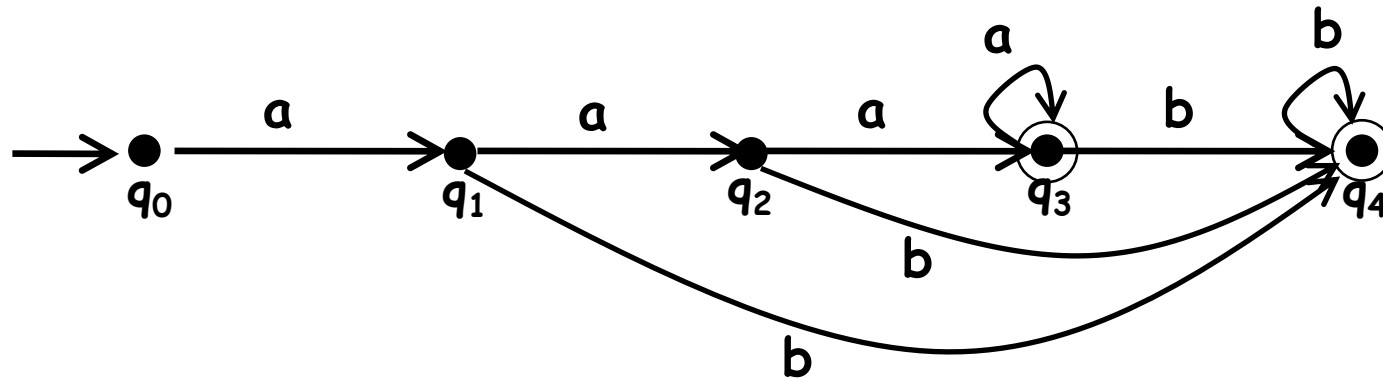


Autómata que representa  $(a \cup ba^*b)^*ba^*$



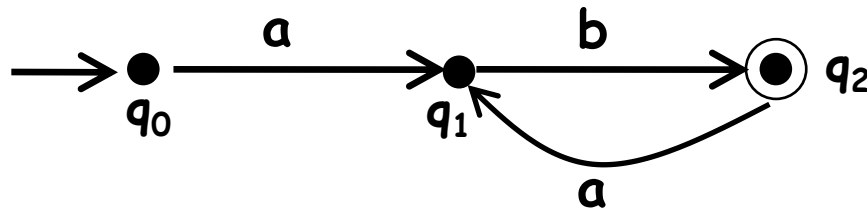
# Lema de Arden

Encuentre la expresión regular asociada al siguiente autómata



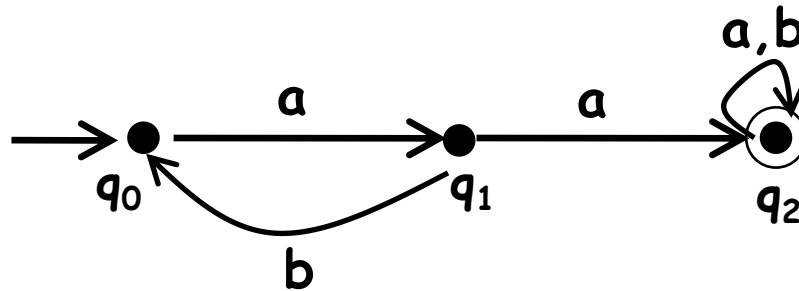
# Lema de Arden

Encuentre la expresión regular asociada al siguiente autómata



# Lema de Arden

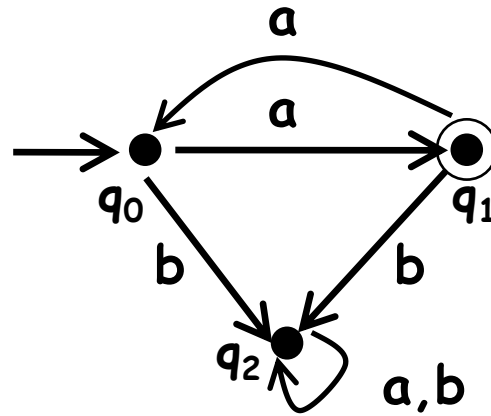
Encuentre la expresión regular asociada al siguiente autómata





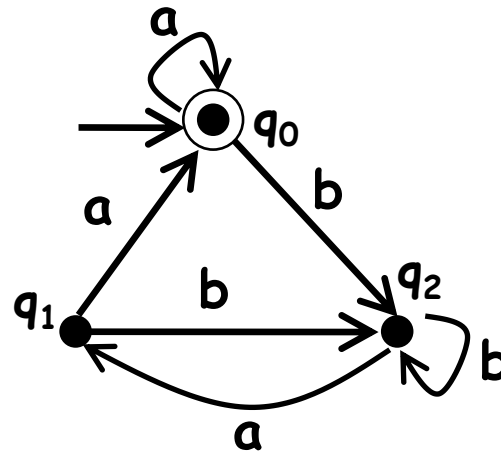
# Lema de Arden

Encuentre la expresión regular asociada al siguiente autómata



# Lema de Arden

Encuentre la expresión regular asociada al siguiente autómata



# Lema de Arden

---

