Departamento de Matemáticas
Cálculo I
Taller: Repaso

Profesoras: Martha Pinzón y Daniela Vásquez. **Agosto 17 de 2021**

1. Determine si la función f es continua en $x=-1$.

$$f(x)=\begin{cases} 4x+8 & \text{si } x<-1 \\ 2 & \text{si } x=-1 \\ (3x+1)^2 & \text{si } x>-1 \end{cases}$$

2. Halle los valores de la constante a para que la función

$$f(x)=\begin{cases} (a^2-2)x & \text{si } x\leq 2 \\ \dfrac{a}{1-x} & \text{si } x>2 \end{cases}$$

sea continua en $x=2$

3. Halle el valor o valores de la constante c para que la función

$$f(x)=\begin{cases} x-4 & \text{si } x\leq c \\ \dfrac{-6}{x+3} & \text{si } x>c \end{cases}$$

sea continua en $x=c$.

4. *a*) Pruebe que la función $f(x)=senx+x^2-1$ tiene un cero real.

   b) Pruebe que la ecuación $x^3+\ln x=2$ tiene solución.

5. Sea $f(x)=\dfrac{x}{x-1}$

   a) Use la definición de derivada para mostrar que $f'(x)=\dfrac{-1}{(x-1)^2}$

   b) Halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en $x=3$.

   c) Halle la ecuación de la recta normal a la gráfica de f en $x=-1$.

   d) Encuentre las ecuaciones de las recta tangentes a la gráfica de f que pasan por el punto $(4,0)$.

6. Halle $\dfrac{dy}{dx}$ si:

   a) $y=(2x^5-3x+1)^6$

   b) $y=\dfrac{-3}{4x^3-2x^2}$

   c) $y=\left(\dfrac{2x^3-3}{4x^4-2x}\right)^5$

   d) $y=\dfrac{secx}{1+secx}$

   e) $y=\sqrt{\dfrac{1+senx}{1-senx}}$

   f) $y=tan^2(3x-2)$

$g)$ $y = (x-a)\sqrt{2ax - x^2}$

$h)$ $y = (3x^2 - 2)^3(4x+1)^6$

$i)$ $y = x^3\sqrt{(2x+1)^5}$

$j)$ $y = \dfrac{sen^2(3x)}{(x^3+1)^2}$

$k)$ $y = \dfrac{x-2}{\sqrt{3x+1}} - \dfrac{4}{x^3}$

7. Sea $y = 2u^3 - u^2 + 5u$ y $u = senx - cosx$. Halle $\dfrac{dy}{dx}$ en $x = \dfrac{\pi}{4}$.

8. Sea f una función derivable. Halle $g'(x)$ si

   $a)$ $g(x) = x^3 f(\sqrt{x^2+1})$ $\quad b)$ $g(x) = f^4\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$ $\quad c)$ $g(x) = \dfrac{f^2(\sqrt{x})}{2x-1} + f(-x)$

9. Si f y g son funciones diferenciables tales que $g(x) = xf^2\left(\frac{x-1}{x-2}\right)$, $f(2) = -4$ y $f'(2) = -2$, calcule $g'(3)$.

10. Halle los puntos sobre la gráfica de $f(x) = \dfrac{2x^2 - x}{x+1}$ donde la recta tangente es paralela a la recta $5x - 4y + 1 = 0$.

11. Halle los valores de las constantes a y b para que la función

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 - 3bx + 2 & \text{si} \quad x \leq 2 \\ \dfrac{a}{1-x} & \text{si} \quad x > 2 \end{cases}$$

    sea derivable en $x = 2$.

12. En la figura 1 se muestra la gráfica de la función $y = f(x)$. Calcule de manera aproximada $f'(-1,4)$ y $f'(2,4)$.

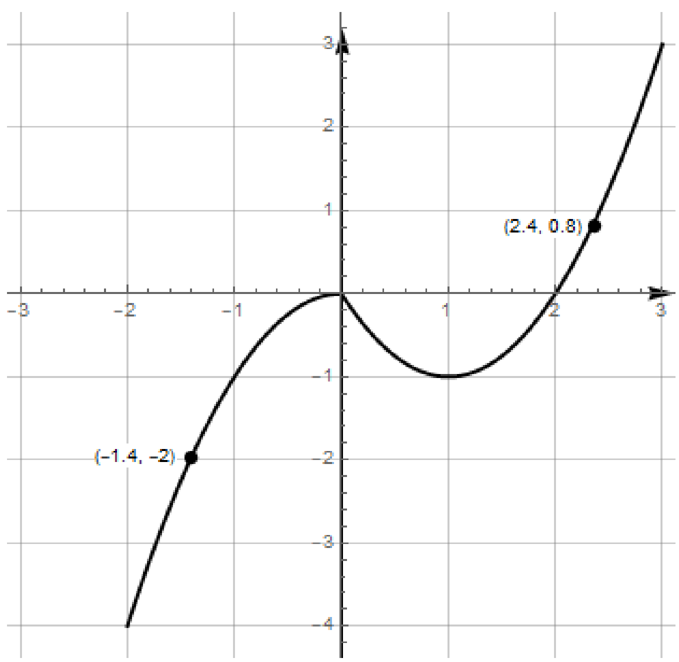

Figura 1: Gráfica de la función $y = f(x)$