INTRODUCCION A LOS LABORATORIOS DE FISICA I

EXPERIMENTACION FISICA 1

EXPERIMENTOS DE FISICA 1

DEPARTAMENTO DE FISICA

Nota: estas guías de laboratorio para física 1, están en continuo proceso de mejora.

I. MEDICION

La medición es el proceso por el cual cuantificamos una propiedad o atributo del mundo sensible, esto es, intentamos representar dicha propiedad mediante un número real, acompañado de la especificación de la unidad de medida.

Las mediciones pueden ser de dos clases: directas e indirectas. En las primeras comparamos la magnitud con una magnitud, admitida como referencia patrón la cual debe ser homogénea y reproducible. En cualquier libro de física el lector encontrará las definiciones vigentes de los patrones para las magnitudes fundamentales, a saber: Longitud, tiempo, masa, intensidad de corriente, temperatura, intensidad luminosa, cantidad de sustancia. El conjunto de estas definiciones metrológicas, así como otras convenciones relacionadas, constituyen el llamado Sistema Internacional de Unidades (SI).

Las mediciones indirectas se obtienen como resultado de cálculos realizados a partir de medidas obtenidas directamente.

PROPAGACION DE INCERTIDUMBRES

Cifras significativas:

En física, cuando se escribe que la longitud de una barra es 1,26 m, se está diciendo que al tomar la medida de esa longitud tenemos certeza que los dos primeros dígitos, el “1” y el “2” fueron bien medidos pero, debido a las limitaciones del instrumento de medición o de los sentidos del observador, el último dígito, el “6”; podría ser 5 ó 7.

Se llaman ***cifras significativas*** de una medida al número de dígitos seguros o ciertos más el dígito dudoso incierto. En el ejemplo anterior, tenemos tres (3) cifras significativas. Si se hubiese reportado 1,260 m la duda o incertidumbre recaería en el “0”; la medida sería de cuatro (4) cifras significativas, y por lo tanto es más precisa.

Debe tenerse en cuenta que las cifras significativas es solamente un primer acercamiento a un manejo adecuado de la incertidumbre en las medidas.

Reglas a tener en cuenta:

1. Al reportar una medida sólo tiene sentido reportar las cifras significativas.

2. ¿Qué pasará en los cambios de las unidades?. Si se encuentra que la distancia entre dos ciudades es 245,7 km, tendremos cuatro (4) cifras significativas. ¿Y si escribimos la distancia en metros?. ¿Será 245.700 metros?. ¿Tendríamos ahora seis (6) cifras significativas y por tanto mayor precisión por un simple cambio de unidad?. Usar notación en potencia de 10 nos indica la manera correcta de escribir un dato experimental: $245,7 \times 10^3$ m ó $2,457 \times 10^5$ m. El número de cifras significativas da el número de dígitos que multiplica la potencia de 10. La posición de la coma no influye en el resultado.

3. En la suma o resta de datos experimentales, por ejemplo: 24,3 m + 2,59+107,862 m, varios de los dígitos (“9” en 2,59, “6” y “2” en 107,862) se suman a dígitos desconocidos (24,3 m = 24,3?? m y 2,59 m = 2,59? m) y por lo tanto darán dígitos desconocidos. Nuestra suma será:

$$24,3?? \text{ m} + 2,59? \text{ m} + 107,862 \text{ m} = 134,6?? \text{ m};$$

¿Cómo se debe reportar?

$$24,3?? \text{ m} + 2,59? \text{ m} + 107,862 \text{ m} = 134,752 \text{ m} \cong \boxed{\mathbf{134,8\ m}}$$

Para la suma se debe observar:

a. ¿Cuál es el dígito de menor significancia de cada sumando? (en 24,3 m es el “3” ; en 2,59 m es el “9” y en 107,862 es el “2”)

b. De los dígitos de menor significancia se escoge el que tenga el mayor orden de magnitud (“3” corresponde a 10^{-1}, “9” corresponde a 10^{-2} y “2” corresponde a 10^{-3}; obviamente el orden de magnitud del dígito “3” es de mayor orden que los de “9” y “2”)

c. El mayor orden de magnitud de los dígitos de menor significancia determina el dígito de menor significancia que debe tener la suma. En nuestro ejemplo el orden de magnitud de “3” es -1, en consecuencia se recorta por aproximación la suma al orden de las décimas (10^{-1}).

4. **Para las multiplicaciones y divisiones** es conveniente escribir los factores en potencia de 10. Por ejemplo:

$$354,6 \text{ kg } \times 24,5 \text{ m} = 3,546\times10^2 \times 2,45\times10^1 \text{ kg m} = 3,546 \times 2,45 \times 10^3 \text{ kg m}$$

Observe que los coeficientes (3,456 y 2,45) tienen respectivamente 4 y 3 cifras significativas; de tal manera que el coeficiente peor medido es 2,45 y es él quien restringe las cifras significativas del resultado, su cifra de menor significancia es el “5”, que corresponde a las centésimas y en consecuencia el producto:

$$3,564 \times 0,01 \cong 0,03$$

Conclusión: el resultado tendrá el mismo número de decimales que el número de menor precisión

Teniendo en cuenta esto, se realiza la multiplicación en la forma usual y el resultado se aproxima con tantas cifras significativas como cifras significativas tenía el factor con menor número de cifras significativas.

$$354,6 \text{ kg } \times 24,5 \text{ m} = 3,546 \times 2,45 \times 10^3 \text{ kg m} = 8,7318 \times 10^3 \text{ kg m} \cong \boxed{\mathbf{8,73 \times 10^3\ kg\ m}}$$

Observe que finalmente el resultado se reporta con 3 cifras significativas, tantas como el factor 24,5 m.

5. El resultado de las funciones como el seno, la arcotangente o la función exponencial, se escribe con el mismo número de cifras significativas que tenga el argumento (esto es debido a que todas estas funciones se pueden expresar como una expansión en series de potencias y se les aplica las reglas de suma y producto) . Ejemplos:

Sen 35,4=0,579

Sen 35 = 0,58

Ln 9,356 = 2,236

Ln 9,3 = 2,2

1. COMO EXPRESAR UN RESULTADO.

Definiciones:

a. ***Incertidumbre:*** Es la diferencia estimada entre el valor medido u obtenido por cálculo y el valor real de la magnitud. Como no se conoce este último lo que la medida nos da son los límites superior e inferior del valor real de la magnitud.

Por ejemplo, si medimos un objeto y encontramos una longitud de $\boldsymbol{l}$ = 92 cm con una regla dividida en mm y si podemos apreciar el ½ mm en cada extremo del objeto, diremos que la incertidumbre es $\Delta \boldsymbol{l}$ = 0,1 cm y que la verdadera longitud L está en el rango 92,0 - 0,1 < L < 92,0 + 0,1 cm.

$$L = \boldsymbol{l} \pm \Delta\boldsymbol{l} = 92{,}0 \pm 0{,}1 \text{ cm.}$$

b. ***Incertidumbre relativa:*** es la relación de la incertidumbre al valor medido de la magnitud.

En el ejemplo anterior, la incertidumbre relativa es:

$$\left|\frac{\Delta L}{L}\right| \cong \left|\frac{\Delta l}{l}\right| = \frac{0{,}1}{92} \cong \frac{0{,}1}{100}$$

Quedando el porcentaje de incertidumbre de 0,1%.

La precisión de una medida depende de su incertidumbre. Se dice que dos medidas son hechas con la misma **precisión** cuando las incertidumbres relativas de cada una de ellas son iguales. Evidentemente, se puede deducir la incertidumbre, si se conoce la incertidumbre relativa. En el ejemplo anterior:

$$\Delta L \cong \frac{0{,}1}{100} L$$

2. PROPAGACION DE INCERTIDUMBRES

El cálculo de propagación de incertidumbres tiene por objetivo estimar o apreciar la incertidumbre sobre una medida indirecta cuando a la medida directa se ha **atribuido** incertidumbres.

Consideremos operaciones que se efectúen con dos magnitudes que son **independientes** una de la otra y que denominaremos:

$$X = x \pm \Delta x \qquad\qquad Y = y \pm \Delta y$$

Como no conocemos el signo de la incertidumbre, trataremos siempre el caso más desfavorable, o sea la máxima incertidumbre.

a. SUMA.

Sea $S = X + Y = (x \pm \Delta x) + (y \pm \Delta y)$
$= (x+y) \pm (|\Delta x| + |\Delta y|)$

Y notamos que la incertidumbre sobre S es:

$$\Delta S = |\Delta x| + |\Delta y|$$

Tomamos los valores absolutos para obtener la máxima incertidumbre.

b. RESTA.

Sea R = X – Y = (x±Δx) – (y±Δy)

= (x – y) ± (| Δx | + | Δy |)

y la incertidumbre sobre R es:

$$\Delta R = |\Delta x| + |\Delta y|$$

Como anteriormente, debemos escribir los valores absolutos para obtener la máxima incertidumbre. Esta adición de los valores absolutos puede sobrestimar la incertidumbre, pero es justamente esto lo que se pretende, cuando se busca un límite superior a la incertidumbre.

c. PRODUCTO.

Sea P = X Y = (x ± Δx) (y ± Δy) = x y + y | Δx | + x | Δy | + | Δx | | Δy |

La incertidumbre sobre P será, despreciando el término muy pequeño Δx Δy

$$\Delta P = y\, \Delta x + x\, \Delta y.$$

La *incertidumbre relativa* sobre P será:

$$\boxed{\left|\frac{\Delta P}{P}\right| \cong \left|\frac{\Delta P}{xy}\right| \cong \left|\frac{\Delta x}{x}\right| + \left|\frac{\Delta y}{y}\right|}$$

EJEMPLO: Si P= X^2 , P=(x±Δx) (x±Δx), ENTONCES $\left|\frac{\Delta P}{P}\right| \cong \left|\frac{\Delta P}{xx}\right| \cong 2\left|\frac{\Delta x}{x}\right|$, quedando ΔP = 2 x Δx

d. DIVISION.

Sea $D = \dfrac{X}{Y} = \dfrac{x \pm \Delta x}{y \pm \Delta y}$

La incertidumbre sobre D será.

$$\Delta D = D - \frac{x}{y} = \frac{x \pm \Delta x}{y \pm \Delta y} - \frac{x}{y} = \frac{y|\Delta x| + x|\Delta y|}{y^2 + y\,\Delta y} \approx \frac{y|\Delta x| + x|\Delta y|}{y^2},$$

Asumiendo, ***yΔy≈0.***

$$\Delta D = \approx \frac{y|\Delta x| + x|\Delta y|}{y^2}$$

La *incertidumbre relativa* será, si despreciamos en el denominador y Δy.

$$\boxed{\frac{\Delta D}{D} \cong \frac{\Delta D}{x/y} \cong \left|\frac{\Delta x}{x}\right| + \left|\frac{\Delta y}{y}\right|}$$

e. CASO GENERAL

Estos resultados pueden generalizarse por medio del cálculo diferencial. Si una cantidad U es función de varias variables, U = U(x, y, z) su diferencial total es:

$$dU = \left|\frac{\partial U}{\partial x}dx\right| + \left|\frac{\partial U}{\partial y}dy\right| + \left|\frac{\partial U}{\partial z}dz\right|$$

En donde $\partial U/\partial x$ (derivada parcial de U con respecto a x) quiere decir simplemente que estamos efectuando la derivada de U con respecto a x, mientras todas las demás variables se mantienen constantes. Similarmente, calculamos las derivadas parciales $\partial U/\partial y$ y $\partial U/\partial z$.

Si ahora, hacemos la aproximación de las diferenciales a incrementos pequeños o sea a las incertidumbres asociadas a las variables,

$dU = \Delta U$, $dx = \Delta x$, $dy = \Delta y$, $dz = \Delta z$.

Tendremos como valor máximo para la incertidumbre:

$$\boxed{\Delta U = \left|\frac{\partial U}{\partial x}\Delta x\right| + \left|\frac{\partial U}{\partial y}\Delta y\right| + \left|\frac{\partial U}{\partial z}\Delta z\right|}$$

y la incertidumbre relativa será:

$$\boxed{\frac{\Delta U}{U} = \frac{1}{U}\left|\frac{\partial U}{\partial x}\Delta x\right| + \frac{1}{U}\left|\frac{\partial U}{\partial y}\Delta y\right| + \frac{1}{U}\left|\frac{\partial U}{\partial z}\Delta z\right|}$$

Siendo esta última la derivada de la función LogU.

Por ejemplo, si tenemos:

$$U = \frac{x^m\, y^n}{z^p}$$

Calculemos el logaritmo de esta expresión.

$$\text{Log } U = m \log. x + n \log y - p \log z.$$

Su diferencia total es:

$$\frac{dU}{U} = m\frac{dx}{x} + n\frac{dy}{y} - p\frac{dz}{z}$$

Y la incertidumbre relativa es:

$$\boxed{\frac{\Delta U}{U} = \left|m\frac{\Delta x}{x}\right| + \left|n\frac{\Delta y}{y}\right| + \left|p\frac{\Delta z}{z}\right|}$$

Ejemplo:

Si

$$U = \frac{x^2}{z^3}$$

$$\boxed{\Delta U = \left|\frac{\partial \mathrm{U}}{\partial \mathrm{x}}\Delta x\right| + \left|\frac{\partial U}{\partial z}\Delta z\right|}$$

$$\boxed{\Delta U = \left|\frac{2x}{\mathrm{z}^3}\Delta x\right| + \left|\frac{-3a^2}{b^4}\Delta z\right|}$$

Quedando

$$\boxed{\Delta U = \frac{2x}{\mathrm{z}^3}\Delta x + \frac{3a^2}{b^4}\Delta z}$$

f. MEDIDAS DIGITALES:

Considere, un instrumento que da una lectura digital. Si un voltímetro digital indica que cierta diferencia de potencia es de 15.4 V, Quiere decir que es exactamente 15,400000...?. Por supuesto que no, pero, ¿Qué significa?. Si se lee 15,4 V significa que está entre 15,35 y 15,45. En el ejemplo de un reloj digital, el cual puede cambiar de 09:00 a 09:01, y en un momento determinado se lee 09:00, sabemos que la hora está entre las 9:00 y las 9:01, una interpretación diferente de la del voltímetro digital. De nuevo, cada situación debe juzgarse por sí misma.

EJEMPLOS DE PROPAGACION DE INCERTIDUMBRES

1. **Area de un cuadrado si se midió un lado**

Si se midió $l = 4{,}0 \pm 0{,}2$ cm , cuál es el área del cuadrado?.

$$A = l\ .\ l$$

$$A \pm \Delta A = (l \pm \Delta l).(l \pm \Delta l)$$

$$A = 4{,}0\ cm$$

$$\frac{\Delta A}{A} = \frac{0{,}2}{4} + \frac{0{,}2}{4} = 0{,}1$$

Y entonces,

$$\Delta A = 1{,}6$$

El área se reporta:

$$A = 16{,}0 \pm 1{,}6 = 16 \pm 2\ cm^2$$

2. **Volumen de una esfera: reportar el volumen de una esfera si se midió el diámetro**

$$D = 4{,}23 \pm 0.01\, cm$$
$$V = \frac{4}{3}\pi\, R^3 = \frac{\pi}{6}\, D^3 = \frac{\pi}{6}\,(4{,}23)^3 = 39{,}6095\, cm^3 \cong 40\, cm^3$$
$$\frac{\Delta V}{V} = 3\,\frac{\Delta D}{D} = \frac{3 \quad 0{,}01}{4{,}23} \cong 0{,}07$$
$$\Delta V \cong 0.07 \quad 40 \cong 0{,}3\, cm^3$$
La medida se reporta así
$$V = (\,39{,}6 \pm 0{,}3\,)cm^3$$

3. *Energía cinética: Si se mide la masa y la velocidad*

Si m = 5,1 ±0,1 Kg y v= 10,2 ±0,5 m/s, cómo se reporta la energía cinética?.

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

Hay que reportar $E_k = E_k \pm \Delta E_k$

E_k= 265,302 J

$$\frac{\Delta E_k}{E_k} = \frac{\Delta m}{m} + 2\frac{\Delta v}{v} = 0{,}26$$

$$\Delta E_k = 31$$

La energía cinética se reporta,

E_k = 265±31 J

II. ESTADISTICA DE LA OBSERVACION

El análisis estadístico es una herramienta indispensable en el estudio de casi todos los sistemas de interés tecnológico, y la totalidad de los sistemas sociales. En tales sistemas, la relación entre la entrada y la salida puede describirse únicamente en términos de probabilidades. Pero también la estadística es indispensable al experimentar con los sistemas simples estudiados en la física, incluso en sistemas que es posible en principio predecir con seguridad dicha relación.

En efecto, cuando se repite varias veces una medición, disponiéndose de instrumentos de gran exactitud, sensibilidad y precisión, es corriente que los datos obtenidos se distribuyan azarosamente sobre intervalos mayores que la incertidumbre absoluta que afecta cada una de las mediciones efectuadas. Explicamos esta observación como presencia de fluctuaciones o errores aleatorios en el proceso de medición. Por ejemplo, si medimos con un microscopio la posición de la imagen formada por una lente delgada, cada vez que repetimos el experimento obtenemos un resultado distinto, a pesar de que las condiciones aparentes permanezcan invariables. Pero a la larga, dato por dato, se va obteniendo una pauta regular en la distribución de los resultados. Utilizando conceptos estadísticos, podemos obtener conclusiones que satisfacen los requisitos prácticos más exigentes. En este capítulo esbozaremos las ideas básicas sin demostración.

CONCEPTOS BASICOS DEL ANALISIS ESTADISTICO

POBLACION: Conjunto de elementos ó “individuos” de interés sobre los que se va a realizar el estudio estadístico

MUESTRA: Subconjunto de la población con el que se va a trabajar en el estudio estadístico.

LA MEDIA: Si $x_1, x_2, \ldots, x_N$ son los datos individuales, N el número de la población y n el número de datos tomados en la muestra, la media, denotada por el símbolo $\overline{\mu}$ para una población y $\overline{x}$ para una muestra: queda,

$$\overline{\mu} \equiv \frac{\sum_{i=1}^{N} x_1}{N} \quad \text{y} \quad \overline{x} \equiv \frac{\sum_{i=1}^{n} x_1}{n} \tag{2.1}$$

VARIANZA: suele representarse como σ^2(para la población) o S^2(para la muestra) es una medida de dispersión definida como la esperanza del cuadrado de la desviación de dicha variable respecto a su media.

$$\sigma^2 \equiv \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \overline{\mu})^2 \quad \text{y} \quad S^2 \equiv \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \overline{x})^2 \tag{2.2}$$

LA DESVIACION ESTÁNDAR: denotada con el símbolo σ (para la población) o S(para la muestra), es una medida de dispersión. Se define como la raíz cuadrada de la varianza.

$$\sigma \equiv \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \overline{\mu})^2}{N}} \quad \text{y} \quad S \equiv \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}{n-1}} \tag{2.3}$$

HISTOGRAMA:

El histograma está constituido por una serie de barras verticales, de anchura: igual a la incertidumbre de cada medida individual, y de altura: igual a la *frecuencia relativa* correspondiente, n_i/n (siendo n_i la frecuencia o número de veces en que se obtuvo cada intervalo.

DISTRIBUCION GAUSSIANA:

La variable X tiene una distribución normal o gaussiana sí y solo sí la función llamada ***“DENSIDAD DE PROBABILIDAD”*** (definida como el límite del contorno o envolvente del histograma, cuando el número de observaciones tiende a infinito y la anchura de cada barra tiende a cero), histograma o distribución frecuencial de los datos, a medida que el número de observaciones se incrementa, se va aproximando a la famosa curva conocida como “campana de Gauss”, o **curva de error.**
corresponde a la función:

$$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-(x-\bar{\mu})^2/2\sigma^2} \qquad (2.4)$$

Siendo μ, σ los parámetros "media" y "desviación estándar", que permiten ajustar la función a nuestro histograma o distribución frecuencial empírica.

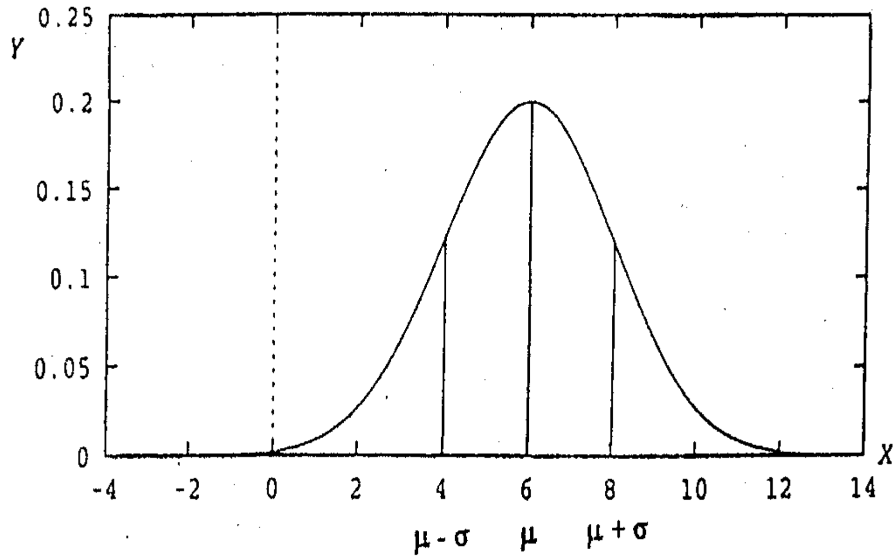

FIGURA. 2-1. *Distribución normal. En el eje vertical se gráfica la función densidad de probabilidad f(x).*

Los valores que toma una variable distribuida normalmente están agrupados alrededor de un valor central, igual a la <u>media</u>, para el cual la densidad de probabilidad alcanza su máximo. Aun que la densidad de probabilidad se extiende desde -∝ hasta +∝, se aproxima asintóticamente al valor cero, por lo cual tiene un valor apreciable sólo dentro de un intervalo de anchura igual a unas pocas veces la desviación estándar σ.

Como obviamente no es posible repetir el experimento infinitas veces, podría uno preguntarse para qué sirve la función de distribución de Gauss. Nuestro histograma no representa más que una "historia" particular de una serie real de mediciones. Otro experimentador, haciendo el mismo número de observaciones n, obtendrá un histograma diferente. En cierto sentido, ninguno de los dos histogramas es representativo de la distribución de la variable, aunque desde otro punto de vista cada uno puede considerarse como una "muestra" de dicha distribución. La función de Gauss a la que ambos histogramas se aproximan sí es representativa de la distribución, y podemos utilizarla como instrumento de análisis. Ahora si preguntamos: <u>¿Cuál es la probabilidad de que la variable aleatoria X tome un valor en un intervalo dado?</u>
<u>La respuesta</u> es igual al área bajo la curva entre dos rectas verticales levantadas en los extremos del intervalo dado. Para la probabilidad de que la posición medida esté en cualquier intervalo puede calcularse con la función de Gauss. Por ejemplo para el intervalo ± σ para una distribución gaussiana es del 68%. Esto significa que de los datos observados, aproximadamente unos dos tercios, se encontrará en ese intervalo. Los datos se encontrarán en los siguientes intervalos:

valor	Área bajo la curva
μ ± σ	68,3%
μ ± 2σ	95,5%
μ ± 3σ	99,7%

Para valores menores de n menores de 10, es evidente que los intervalos para probabilidades del 68 o del 95% se vuelven tan grandes en comparación con el valor central que casi no tiene sentido intentar una estimación de S. Rara vez, pues vale la pena intentar cualquier clase de análisis estadístico con muestras que tengan menos de 10 observaciones.

Ejemplo: Supongamos que medimos varias veces una distancia. En la tabla 2-1 anotamos las medidas y la frecuencia con que se repite cada medida y en la figura 2.2 se muestra el histograma correspondiente a esta tabla, la cual reporta n mediciones de la variable x. El histograma que se obtuvo para cada intervalo, de acuerdo a la tabla 2-1 y n el número total de medidas.

Posición (cm)	**Frecuencia**
9.25	0
9.26	3
9.27	4
9.28	9
9.29	11
9.30	14
9.31	22
9.32	25
9.33	27
9.34	22
9.35	16
9.36	10
9.37	8
9.38	2
9.39	2

TABLA 2-1. *Frecuencia para cada distancia*.

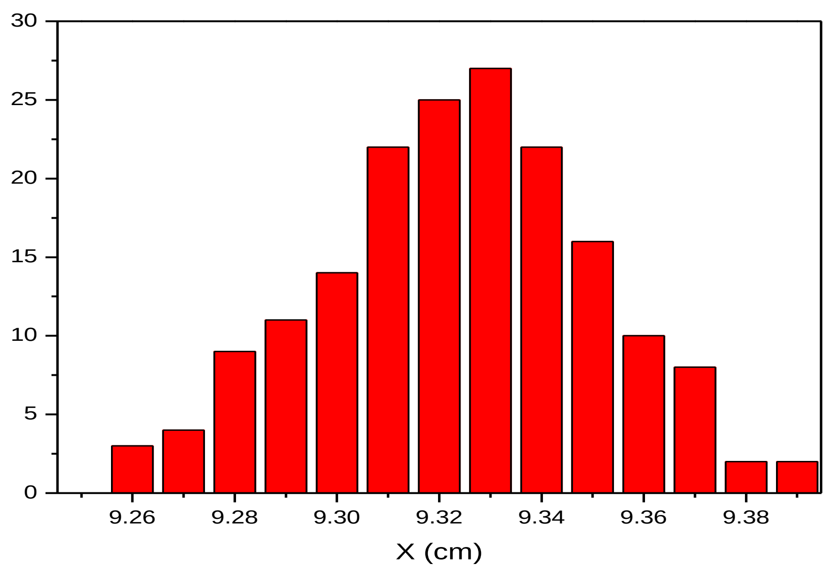

FIGURA 2-2. *Histograma correspondiente a la tabla 2-1*.

Se calcula la media muestral y la desviación estándar muestral. El resultado siguiente se obtuvo de manera inmediata utilizando las funciones estadísticas estándares incorporadas en las calculadoras científicas (la calculadora utilizada fue la Casio Fx-7200G):

x = 9,3239 cm	s = 0,0272 cm

Como n = 175 , el intervalo de confianza para μ se obtiene dividiendo la desviación estándar por la raíz cuadrada de n y multiplicando por 2:

$$L = 9{,}32 \pm 0{,}04 \text{ cm}$$

III. PLANEACION EXPERIMENTAL

3-1. PLANEACION:

El objeto de estudio de esta disciplina es el planteamiento metodológico que orienta la realización de las diversas clases de experimentos, en especial los que emplean herramientas estadísticas. Por el momento nos introduciremos en el diseño experimental básico, de tal modo que el estudiante esté en capacidad de tomar sus propias decisiones sobre la manera de conducir su experimento y analizar sus datos.

Los pasos del experimento son los siguientes:

a. Identificar el sistema:
   Tener claro desde el principio cual es el tema del experimento y los aparatos a utilizar
b. Elegir las variables:
   Cuáles son las magnitudes a medir.
c. Identificar la teoría correspondiente.
d. Elegir el alcance de las variables:
   Debemos escoger los intervalos en que haremos nuestras mediciones
e. Determinar la precisión del experimento:
   El objetivo de nuestro experimento establece la precisión que debemos lograr en el resultado final.
f. Elaborar el programa de medición:
   La planeación del experimento concluye elaborando una tabla de datos cuyas columnas están rotuladas con las magnitudes de entrada que deben controlarse y las magnitudes de salida que deben medirse. Es conveniente incluir también columnas para todas las cantidades por calcular, en el análisis de los datos.

3-2. ANALISIS DEL EXPERIMENTO

1. MEDIR.
2. REALIZAR LA GRAFICA CORRESPONDIENTE.
3. LINEALIZAR SI ES NECESARIO.
4. COMPARAR CON LA TEORIA
5. CONCLUIR

IV NORMAS PARA GRAFICAR

El arte de construir gráficas de un modo apropiado para los varios objetivos que se pueden perseguir con ellas se ha facilitado con el desarrollo de aplicaciones de computadora como GRAPHER™ , EXCEL y ORIGIN, etc. Estas incorporan los principios de diseño gráfico para obtener gráficas de alta calidad. Es altamente conveniente que el estudiante utilice estas aplicaciones. Las siguientes reglas deben tenerse en cuenta al elaborar gráficas:

1. Tanto en papel milimetrado o en computador la gráfica debe suficientemente grande, de modo que la precisión de trazado sea del mismo orden que la precisión de los datos a graficar.

2. En cada eje indique explícitamente la magnitud que va a representarse con su símbolo y su unidad de medida.

3. Escoja las escalas de modo que la gráfica ocupe la mayor parte del espacio disponible; el rango de variación de cada variable diferencia entre el valor. máximo y el mínimo debe abarcar el respectivo eje, determinando (en parte) su escala.

4. El otro aspecto que determina cada escala es la facilidad para localizar sus divisiones: evite factores de escala que no permitan una lectura directa de la misma (por ejemplo, no tome 7 unidades de la magnitud representada por centímetro).

5. Coloque sobre los ejes un número moderado de "marcas de escala"(rayitas hacia afuera del área de datos: la región de la gráfica comprendida en el rectángulo delimitado por los ejes).

6. Coloque rótulos de división de escala debajo o al lado de algunas marcas de escala, sin sobrecargar la gráfica.

7. No es necesario que el origen sea el punto (0,0). No obstante, puede ser necesario incluir el origen en la gráfica si se quiere determinar gráficamente el intercepto con alguno de los ejes.

8. Señale los puntos experimentales de modo que sean claramente visibles, por ejemplo encerrándolos en un pequeño círculo.

9. Si se van a graficar varias series de datos sobre la misma hoja, use diversos símbolos además del círculo para destacar y distinguir los puntos correspondientes a cada curva. Por ejemplo, ◊, • , Θ, etc. Debe evitarse el empaquetar demasiada información en el mismo gráfico, haciéndolo ilegible.

10. Si gráfica una variable continua es imprescindible indicar su incertidumbre absoluta mediante barras de longitud proporcional al mismo, a menos que ésta no sea significativa, con relación al tamaño de la escala correspondiente.

11. No se debe aprovechar los espacios vacíos en el área de datos con cálculos aritméticos de pendientes, etc.

12. Use "líneas de referencia" cuando haya un valor importante que interese señalar a todo lo largo (o bien a todo lo ancho) de la gráfica, sin interferir con los datos[4].

13. La gráfica debe llevar un título que dé significado a los datos y una leyenda explicativa que detalle, entre otras cosas, el tipo de incertidumbre señalado en el gráfico.

La curva teórica, se suele superponer al conjunto de puntos experimentales. Los "puntos teóricos", de los cuales nos servimos para trazar esa curva, son simples auxiliares que no deben destacarse. La leyenda debe indicar el modelo del que procede dicha curva, o que se utilizó como orientación para la linealización de los datos. Si la curva es semi-empírica o empírica, indique el método de regresión o de correlación que utilizó para estimar los parámetros o ajustar su curva.

Las gráficas en escalas logarítmicas se hacen con normas análogas. Con un computador es sencillo generar una escala logarítmica en cualquier base (las más aconsejables son la base 2, la base 10 y la base e).

5 . TECNICAS DE LINEALIZACION

Estas técnicas de linealización se utilizan cuando se trabaja en papel milimetrado y se necesita una gráfica cuadrática convertirla en lineal. O una logarítmica en lineal o una cúbica en lineal etc. Por Excel en una computadora se puede es hacer la línea de tendencia y así se evitaría el proceso de linealización

GRAFICA LINEAL:

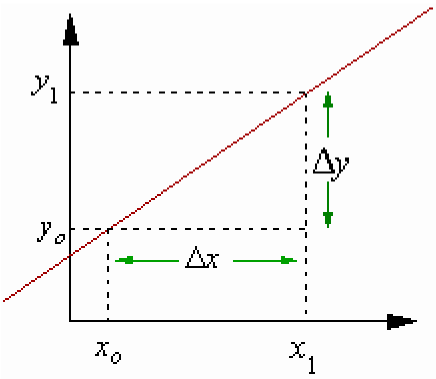

Figura 5.1. y en función de x.

Es muy fácil graficar manualmente una función del primer grado. La línea recta cumple con la siguiente ecuación,

$$y = mx + b$$

Basta conocer la pendiente *m* y el intercepto *b*. Donde, $m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ y b es el corte sobre el eje y.

Ejemplo: Supóngase que en un experimento del movimiento de un objeto se obtuvieron los siguientes datos, la posición en función del tiempo.

Tabla 1

t(s)	0,0	2,0	4,0	6,0	8,0	10,0	12,0
x(cm)	26	35	58	68	92	98	118

El gráfico de la Figura 5.2 se puede graficar una línea recta. Como primer ajuste una línea recta la cual, a simple vista y a juicio del experimentador, es la que mejor se ajusta a la distribución observada. Para el trazado de la recta se ha tenido en cuenta que los puntos se distribuyan de manera simétrica por encima y por debajo de la línea. El hecho de que no todos los puntos “caigan” sobre la recta es bastante frecuente y es consecuencia de que las coordenadas son mediciones experimentales, las cuales siempre tienen algún grado de incertidumbre. Existen otros métodos analíticos y estadísticos como la regresión lineal mínimos cuadrados, para determinar la mejor recta con mayor rigor.

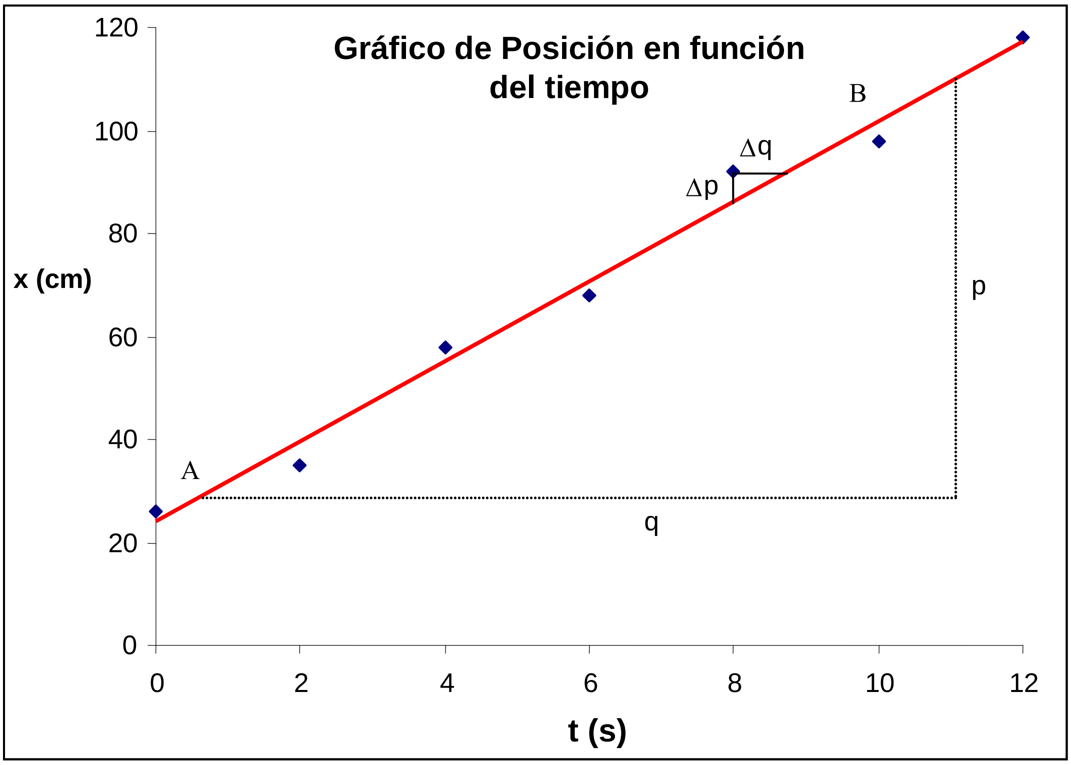

Fig. 5.2. Posición en función del tiempo

La pendiente que se encuentra para esta línea es,

$$m = \left(\frac{109{,}5 - 27{,}8}{11{,}1 - 0{,}7} \right) cm/s = \left(\frac{81{,}7}{10{,}4} \right) cm/s = 7{,}855769231 \ cm/s$$

si se emplea el criterio de las cifras significativas para reportar la incertidumbre de *m*, el resultado debe reportarse en la forma:

$$m = 7{,}86 \text{ m/s}$$

y la ecuación de la recta es:

x(t) = 7,86 (cm/s) t + 23,7 cm

Sí, por el contrario, se desea determinar explícitamente un valor para la incertidumbre se debe tener en cuenta que la pendiente se ha calculado como un cociente

$$m = p/q$$

Donde $p = (x_2 - x_1)$ y $q = (t_2 - t_1)$, son los segmentos punteados de la figura . Para determinar la incertidumbre en la pendiente se tendrá en cuenta la *incertidumbre relativa* de un cociente:

$$\Delta m/m = \Delta p/p + \Delta q/q$$

$$\Delta m/m = 3{,}4 / 81{,}7 + 0{,}5 / 10{,}4 = 0{,}08969259$$

de donde

$$\Delta m = (0{,}08969259)\, x(7{,}85576923) = 0{,}704604289 \ cm/s$$

Entonces,

$$m \pm \Delta m = (7{,}86 \pm 0{,}70) \ cm/s$$

En este método simple también se considera que un buen estimativo tipo B para la incertidumbre del intercepto *b,* es la distancia vertical Δp del punto más alejado a la recta. Según este lineamiento se tiene que Δb = 3.4 cm. Finalmente, la ecuación de la recta con los valores de sus parámetros y sus incertidumbres quedará:

$$x(t) = (7{,}86 \ cm/s \pm 0{,}70 \ cm/s)\, t + (23{,}7 \ cm \pm 3{,}4 \ cm)$$

PRINCIPIO DE MINIMOS CUADRADOS

El procedimiento descrito anteriormente, se basa en el discernimiento visual por parte del experimentador. Así, aunque los procedimientos se utilicen muy comúnmente y sean más accesibles, podemos tener errores en el resultado, el procedimiento de mínimos cuadrados es un procedimiento matemático para identificar la mejor línea para un conjunto de datos dados.

Este procedimiento se basa en el principio estadístico de los ***MINIMOS CUADRADOS*** (PARA MAS DETALLE VER **ANEXO B**).

POR COMPUTADOR:

Actualmente existen en el mercado, programas que realizan este análisis a través del computador. Se recomienda el EXCEL y ORIGIN que se utilizan bajo windows.

PROCESOS DE LINEALIZACION:

Si el modelo teórico establece una relación lineal entre las variables, la representación de los puntos experimentales (x_i, y_i) origina la recta de ajuste, pero no siempre los modelos teóricos establecen una relación lineal; sin embargo sigue siendo cierto que lo que podemos reconocer más fácilmente es un ajuste a una recta. Por eso se trata de convertir la gráfica en lineal (linealización).

Por ejemplo: si se suelta una masa en caída libre, el espacio recorrido (*y)*, es proporcional al cuadrado del tiempo (*t)*, si se representa (y, *t*) la gráfica sería una parábola, en cambio si se representa (y, t^2) se tendrá teóricamente una recta. Este laboratorio da la posibilidad de estimar el valor de la gravedad.

En general: si la teoría establece un tipo de función $y(x)$ no lineal, que incluya dos parámetros, se puede realizar una transformación que permita pasar de una manera simple a un ajuste lineal de variables diferentes.

La transformación puede realizarse de forma sencilla con la hoja de cálculo EXCEL.

Supongamos que en un ejemplo cualquiera se obtiene la figura, 5.3, como se puede observar no tiene un comportamiento lineal y es necesaria "linealizarla".

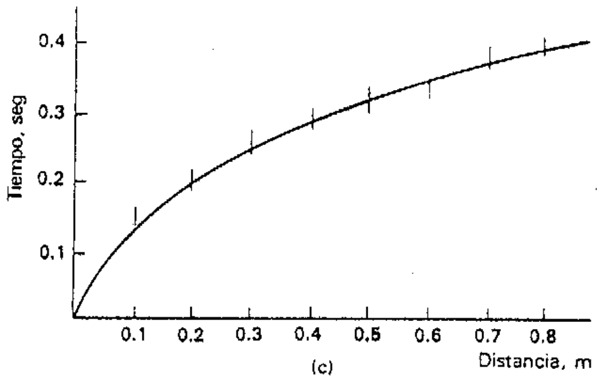

Fig. 5.3.

BIBLIOGRAFIA:

1. "EXPERIMENTACION", una introducción a la teoría de mediciones y al diseño de experimentos de D.C. Baird.
2. Experimentación física I, Universidad del Valle 2011. Diego Peña y Orlando Zuñiga
3. Laboratorio cero, pontificia Universidad Javeriana 2007, Luis A. Rodriguez

TAREA PARA INVESTIGAR EN CASA y entregar como trabajo

1. Cada estudiante va a manejar su correspondiente calculadora para encontrar la ecuación de una recta. Pendiente y corte.
2. Cada estudiante debe estudiar y entregar un resumen de cuál es el principio de MINIMOS CUADRADOS.
3. Cada estudiante debe aprender a manejar su correspondiente calculadora para encontrar en estadística la media y la dispersión standard.
4. Cada estudiante debe aprender a manejar el programa Excel. Cómo se grafica y obtener la línea de tendencia.

ANEXO A. (EJEMPLOS DE LINEALIZACION)

Consideremos uno ejemplos adicionales de linealización

1. FUERZA ELECTROMOTRIZ:

Sea nuestro sistema una batería de fuerza electromotriz. *E* dada conectada a una resistencia R. La ***"Ley de Ohm"*** establece que el producto de la corriente *I* en el circuito, por el valor de la resistencia *R*, es igual a la fuerza electromotriz constante *E*. Nuestro modelo nos proporciona la siguiente ecuación entre la variable de entrada (*R*), y la de salida *(I)*:

$$I = E/R \tag{A.1}$$

Al graficar I vs R, es una hipérbola equilátera. Se puede *"linealizar"* tomando una nueva variable

$$u = 1/R$$

se realiza una nueva tabla de corriente (I) y u, se grafica I vs u, la cual ya debe ser una línea recta y la pendiente debe ser E.

2. MOVIMIENTO RECTILINEO UNIFORMEMENTE ACELERADO CON VELOCIDAD INICIAL:

Sea v_o la velocidad inicial dada, y a la aceleración, también conocida. La posición en función del tiempo se escribe:

$$x = v_o t + \tfrac{1}{2} a t^2 \tag{A.2}$$

La transformación para la linealización:

$$u=x/t$$

asignación,

variable vertical	*u*
variable horizontal	t
pendiente	½ **a**
intercepto	v_o

3. PENDULO FISICO:

Una lámina rígida de forma arbitraria se deja oscilar bajo la acción de la gravedad alrededor de un eje perpendicular al plano de la lámina. Se puede mostrar que, para amplitudes pequeñas, el período de las oscilaciones está dado por :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{h^2 + k^2}{gh}} \qquad \text{(A.3)}$$

Donde,

Período de oscilación	T
Distancia del centro de masa al orificio de soporte (variable de entrada)	h
Aceleración de la gravedad	g
Radio de giro alrededor del centro de masa	k

Elevando al cuadrado la ecuación (5) y multiplicado por h, obtenemos:

$$T^2h = \frac{4\pi^2(h^2 + k)}{g} \qquad \text{(A.4)}$$

que es lineal, con

Variable vertical	T^2h
Variable horizontal	h^2
Pendiente	$4\pi^2/g$
Intercepto	$(4\pi^2k^2)/g$

4.) TRANSFORMACIONES LOGARITMAS:

Utilizando transformaciones logarítmicas podemos linealizar modelos que involucran la función exponencial y la función "potencia generalizada". Sea

$$y = ba^{mx} \qquad \text{(A.5)}$$

Siendo a, b, m constante dadas. Si igualamos el logaritmo en base n de ambos lados de la ecuación, obtenemos

$$\log_n y = \log_n b + (m \log_n a)\, x$$

que es asimilable a la estructura lineal con las siguientes asignaciones

Variable vertical	$\log_n$
Variable horizontal	x

Pendiente	$(m \log_n a)$
Intercepto	$\log_n b$

ANEXO B:

PRINCIPIOS ELEMENTALES DEL MÉTODO DE MÍNIMOS CUADRADOS.

Consideremos un conjunto de N datos obtenidos como resultado de una serie de mediciones de la variable y en función de la variable x. Supongamos que la incertidumbre en la medición de la variable x es mucho menor que la respectiva incertidumbre en la variable y. Supongamos además que un examen rápido a la distribución de los puntos nos permite afirmar que dicho conjunto de puntos se ajusta mediante una línea recta. Surge entonces la pregunta :¿Cómo elegir "la mejor recta" que ajusta a dicho conjunto de puntos ?.

La situación planteada se ilustra en la figura B.1.

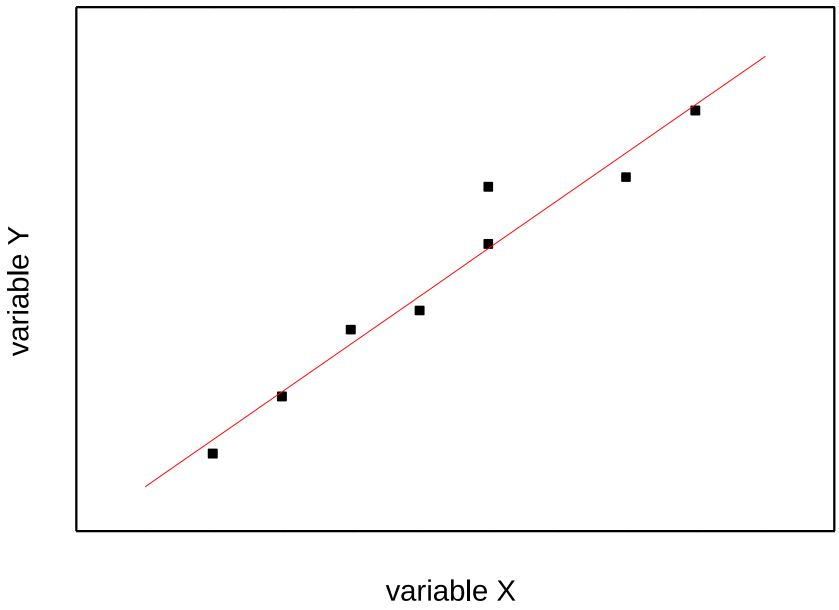

Figura B.1.

Supongamos que la recta de ajuste tiene la forma

$$y = mx + b \tag{B.1}$$

donde la pendiente m y el intercepto b son parámetros que deben ser determinados mediante un criterio que formularemos a continuación. Sea

$$\delta y_i = y_i - (mx_i + b), \quad i=1,2,...., N \tag{B.2}$$

la diferencia que existe entre el i-ésimo valor experimental $y_i(x_i)$ y la respectiva ordenada mx_i+b en la recta de ajuste. Entre todas las posibles rectas de pendiente m e intercepto b que ajusta al conjunto de datos dado, escogeremos aquella para la cual tiene lugar el siguiente criterio:

la suma de los cuadrados de las desviaciones δy_i debe ser mínima, es decir,

$$\sum_{i=1}^{N} (\delta\, y_i)^2 = \text{mín} . \qquad \text{(B.3)}$$

Este requerimiento forma la base del llamado *método de mínimos cuadrados.*

Si tenemos en cuenta la relación (2), tenemos

$$\sum_{i=1}^{N} (y_i - mx_i - b)^2 = \text{mín} . \qquad \text{(B.4)}$$

La condición de existencia del mínimo de esta expresión exige que sus derivadas parciales con respecto a los parámetros *m* y *b* se anulen, es decir

$$\frac{\partial}{\partial m}\left[\sum_{i=1}^{N} (y_i - mx_i - b)^2\right] = 0 , \qquad \frac{\partial}{\partial b}\left[\sum_{i=1}^{N} (y_i - mx_i - b)^2\right] = 0 .$$

Al realizar las operaciones indicadas, obtenemos

$$\sum_{i=1}^{N} (y_i - mx_i - b)x_i = 0 , \qquad \sum_{i=1}^{N} (y_i - mx_i - b) = 0 .$$

Llegamos así al siguiente sistema de ecuaciones lineales algebraicas con respecto a las variables *m* y *b* :

$$\left(\sum_{i=1}^{N} x_i^2\right) m + \left(\sum_{i=1}^{N} x_i\right) b = \sum_{i=1}^{N} (x_i\, y_i)$$

$$\left(\sum_{i=1}^{N} x_i\right) m + Nb = \sum_{i=1}^{N} y_i$$

La solución de este sistema de ecuaciones se encuentra fácilmente y tiene la forma

$$m = \frac{N\sum_{i=1}^{N}(x_i y_i) - \left(\sum_{i=1}^{N} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{N} y_i\right)}{N\left(\sum_{i=1}^{N} x_i^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{N} x_i\right)^2} , \quad b = \frac{\left(\sum_{i=1}^{N} x_i^2\right)\left(\sum_{i=1}^{N} y_i\right) - \left(\sum_{i=1}^{N} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{N} (x_i y_i)\right)}{N\left(\sum_{i=1}^{N} x_i^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{N} x_i\right)^2} \qquad \text{(B.5)}$$

De esta manera hemos encontrado la pendiente y el intercepto de la recta que minimiza la suma $\sum_{i=1}^{N} (\delta\, y_i)^2$.

Queda sin embargo por resolver una pregunta: ¿Con qué exactitud se determinan la pendiente m y el intercepto b? Se puede demostrar (véase, p.ej., el Apéndice 2 del Texto de Baird D.C., Experimentación: Una introducción moderna a la teoría de mediciones y al diseño de experimentos, Prentice Hall Hispanoamericana, México, 1991, 207 p) que las desviaciones estándar de estos parámetros están dadas por las siguientes expresiones :

$$S_m = S_y \sqrt{\frac{N}{N\left(\sum_{i=1}^{N} x_i^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{N} x_i\right)^2}}\,, \qquad S_b = S_y \sqrt{\frac{\left(\sum_{i=1}^{N} x_i^2\right)}{N\left(\sum_{i=1}^{N} x_i^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{N} x_i\right)^2}}\,, \tag{B.6}$$

donde

$$S_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} (\delta\, y_i)^2}{N-2}}\,. \tag{B.7}$$

De esta forma, el método de mínimos cuadrados permite calcular de manera inequívoca las incertidumbres de la pendiente *m* y del intercepto *b* con base en los datos medidos y no en las apreciaciones basadas en las incertidumbres de los valores medios de los datos.

El análisis realizado se puede complementar mediante el cálculo del llamado *coeficiente de correlación*, el cual se define de la siguiente manera

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{N} (x_i y_i)}{\sqrt{\left(\sum_{i=1}^{N} x_i^2\right)\left(\sum_{i=1}^{N} y_i^2\right)}}\,. \tag{B.8}$$

Esta magnitud, en cierta medida caracteriza el grado de dependencia de la variable *y* con respecto a la variable *x*. En otras palabras, si de dos magnitudes medidas, una puede considerarse como causa de la otra, pero su efecto está encubierto por las fluctuaciones al azar, entonces entre estas magnitudes debe existir una cierta correlación, cuya característica numérica la determina la expresión (B.8).

ANEXO C.

MODELO DE INFORME TIPO ARTÍCULO CIENTÍFICO

De los factores que se deben tener en cuenta al escribir un informe científico, el más importante es la claridad; también es necesario tener presente en todo momento al lector, a quien va dirigido el trabajo para así determinar el nivel académico del lenguaje que se debe usar. El otro factor es la estructura del informe. Este consta, como primera aproximación de:

1. Título.
2. Autor(es).
3. Dirección (de la institución, programa, etc, al cual se pertenece).
4. Resumen
5. Introducción y discusión teórica
6. Métodos o procedimiento experimental y resultado
7. Análisis de resultados y discusión
8. Conclusiones.
9. Referencias bibliográficas o bibliografía.

A continuación se dan instrucciones acerca de la forma como debe elaborarse un artículo científico, resultado del trabajo realizado en el laboratorio.

Título
El título es la elaboración más resumida del trabajo ejecutado. La elección del título de un trabajo científico consiste en elegir aquel que describa lo más fiel y brevemente posible el contenido de este. Hay que evitar títulos demasiado generales, por ejemplo, ley de ohm, calor de fusión, tensión superficial, instrumentos de medición, etc., pues no proporcionan información alguna.

Autor(es)
Es el nombre como quiera ser reconocido en la comunidad científica, puede ser, p. ej., Nombres y apellidos completos, Iniciales de sus nombres y apellidos completos, entre otras alternativas.

Dirección
Todo autor debe pertenecer a una institución científica o no y, por tanto, se deben dar los respectivos créditos.

Resumen
En este se describen con brevedad los objetivos del trabajo (fenómeno, propiedad estudiada), el método (sustancia, sistema físico y técnicas experimentales) empleado y los resultados obtenidos. Sirve para que el lector decida si quiere leerlo completo.

Introducción
En esta parte se proporciona la información necesaria para situar el problema; es decir, se menciona el por qué se pensó que valía la pena resolverlo, cuáles son las ideas vigentes al respecto, los modelos aplicables al respecto y las consecuencias de su aplicación. También debe decirse cuál es el resultado que se busca y las técnicas o métodos experimentales que se utilizan en el experimento. Aquí se plantea la motivación y los objetivos del trabajo así como el contenido de cada aparte del mismo.

Discusión teórica
Se amplían y desarrollan las ideas presentadas en la introducción respecto a formas y modelos aplicables para afrontar o resolver el problema por la comunidad científica. En forma resumida se definen las cantidades que van a ser medidas así como el ”modelo”de las expresiones matemáticas a emplear y/o corroborar. Tenga en cuenta, si utiliza expresiones obtenidas de textos, artículos o guías de laboratorio hacer la correspondiente referencias bibliográficas. Si la deducción de las expresiones se hace extensa, realice un apéndice y traiga sólo las expresiones de interés.

Procedimientos experimentales y resultados
En la descripción del experimento se harán saber las partes que se consideren importantes del procedimiento experimental, con el fin de ayudar a otros investigadores a reproducirlo si lo consideran conveniente; se proporcionan también los datos necesarios para evaluar la precisión en las medidas y la concordancia del experimento con las suposiciones del modelo o hipótesis de trabajo. Sintetice el procedimiento experimental haciendo una descripción del equipo, y los pasos realizados.
Escriba los resultados en tablas y realice las gráficas (las tablas y las gráficas deben ir en un anexo debidamente identificado, así como el diagrama del montaje). Los resultados deben ser suficientemente exhaustivos para comparar con la hipótesis o modelo con el experimento; si los números obtenidos son resultado de diversas operaciones matemáticas y/o consideraciones estadísticas, se deben mencionar, aunque no es conveniente reportar todos los datos del experimento, porque podrían ocupar mucho espacio.

Análisis de resultados y discusión
En esta parte debe consignar la interpretación de los resultados obtenidos, su relación con lo esperado teóricamente y los errores así como la justificación de las discrepancias que surjan (si compara con otros autores debe citarlos para llevarlos a las referencias). Para lo anterior son útiles las preguntas que se formulan dentro de la guía.
En todos los casos debe incluirse la redacción de respuestas a las preguntas formuladas en la guía pero sin que aparezcan como una respuesta directa a una pregunta en particular. Las preguntas incluidas en la guía son orientadoras para el progreso del laboratorio, pero el autor del informe debe estar en libertad de hacerse sus propias preguntas y dar sus propias respuestas. Si necesita escribir una ecuación, ´esta debe ir numerada entre paréntesis ( ) y el reporte de datos
se debe usar el modelo de tablas con sus respectivos rótulos.

Conclusiones
En las conclusiones se debe contestar la pregunta planteada inicialmente o establecer por que no se puede responder. También se añadirá cualquier comentario que se juzgue conveniente. Las expresiones ”Los objetivos del laboratorios se cumplieron” no es una conclusión.

Referencias
Son las citaciones a libros, artículos o trabajos relacionados con el tema en cuestión. Como características generales, ´estas deben escribirse en paréntesis angulares [ ] y no necesariamente deben ir en un orden creciente.