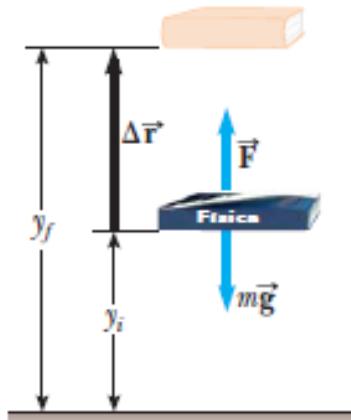


FISICA 1

Marisela Benitez Barahona

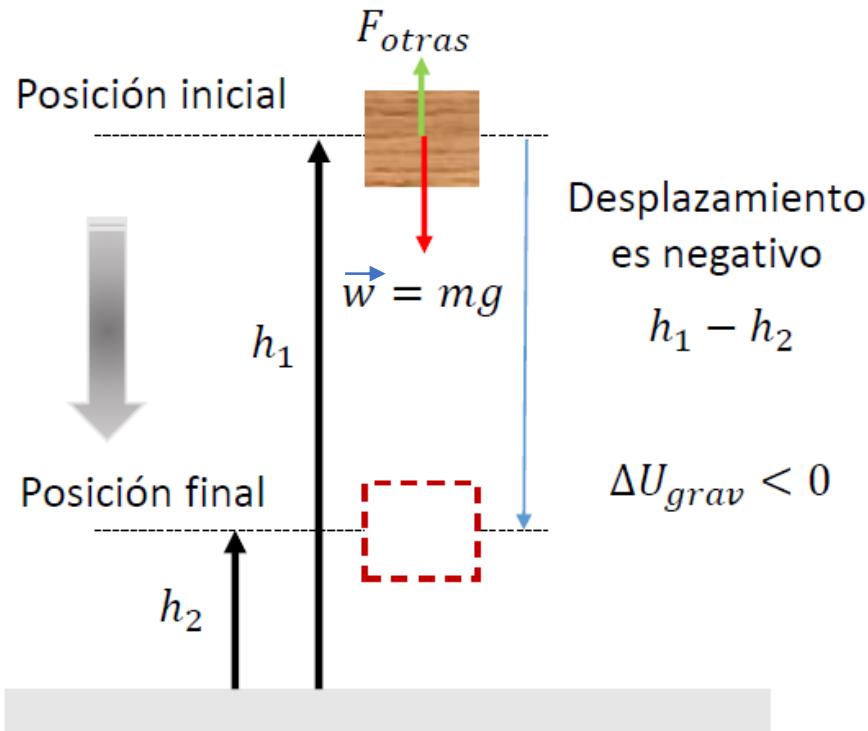
*Departamento de Física
Facultad de Ciencias Naturales y Exactas
Universidad del valle*



ENERGÍA POTENCIAL GRAVITACIONAL

La energía asociada con la posición se llama energía potencial. Existe una energía potencial asociada con el peso de un cuerpo y con su altura sobre el suelo: la energía potencial gravitacional

Consideremos un cuerpo de masa m que se mueve hacia abajo en el eje y (vertical). $W_{\text{neto}} = (\vec{F}_{\text{ap}}) \cdot \Delta \vec{r} = (mg\hat{j}) \cdot [(y_f - y_i)\hat{j}] = mg(y_f - y_i)$



El trabajo efectuado por el peso sobre el cuerpo será:

$$W_{\text{grav}} = |w| |h_1 - h_2| \cos 0^{\circ}$$

$$W_{\text{grav}} = mg(h_1 - h_2)$$

TRABAJO POSITIVO

$$h_2 < h_1$$

$$W_{\text{grav}} = \underbrace{mgh_1 - mgh_2}$$

ENERGÍA POTENCIAL GRAVITACIONAL

$$Ep = mgh$$

Por lo tanto;

$$E_{pi} = mgh_1 \quad \text{ENERGÍA POTENCIAL GRAVITACIONAL INICIAL}$$

$$E_{pf} = mgh_2 \quad \text{ENERGÍA POTENCIAL GRAVITACIONAL FINAL}$$

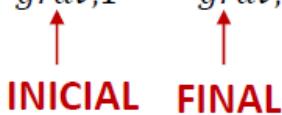
La energía potencial siempre se asocia con un *sistema* de dos o más objetos en interacción

ENERGÍA POTENCIAL GRAVITACIONAL

ENERGÍA POTENCIAL GRAVITACIONAL Y TRABAJO

$$W_{grav} = mgh_1 - mgh_2$$

$$W_{grav} = U_{grav,1} - U_{grav,2}$$


INICIAL FINAL

Reordenando los términos y escribiendo la expresión en términos del cambio de energía potencial

$$W_{grav} = -\underbrace{(U_{grav,2} - U_{grav,1})}_{\text{CAMBIO EN LA ENERGÍA POTENCIAL}}$$

CAMBIO EN LA ENERGÍA POTENCIAL

$$W_{grav} = -(\Delta U_{grav})$$

Si el cuerpo baja, *el desplazamiento vertical es negativo*, la fuerza gravitacional realiza trabajo positivo y la energía potencial gravitacional se reduce.

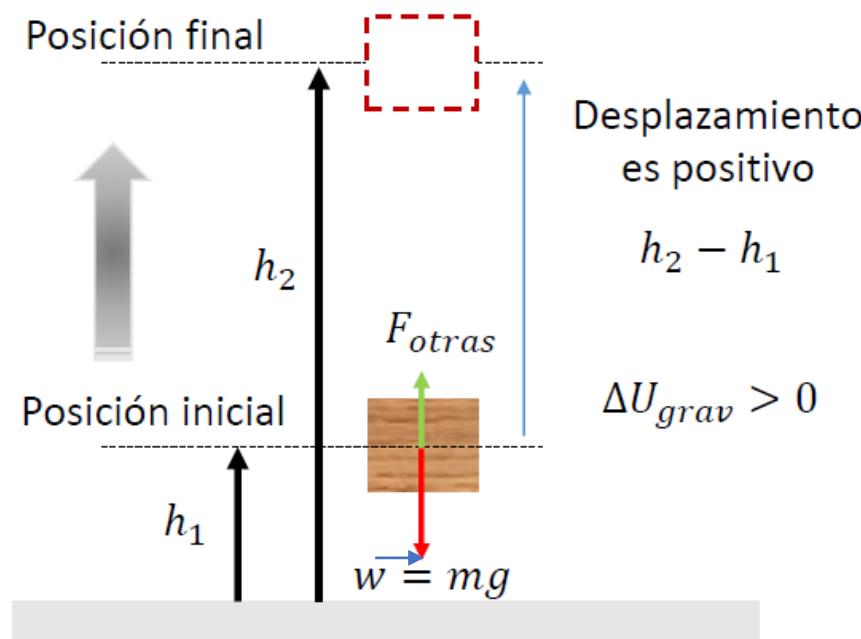
$$\Delta U_{grav} < 0$$

¿Qué sucede si el cuerpo sube?

$$W_{\text{neto}} = (\vec{F}_{\text{ap}}) \cdot \Delta \vec{r} = (mg\hat{\mathbf{j}}) \cdot [(y_f - y_i)\hat{\mathbf{j}}] = mg y_f - mg y_i$$

El trabajo efectuado por el peso sobre el cuerpo será:

$$W_{\text{grav}} = |w| |h_2 - h_1| \cos$$



$$W_{\text{grav}} = -mg(h_2 - h_1)$$

TRABAJO NEGATIVO

En términos de la energía potencial:

$$W_{\text{grav}} = mgh_1 - mgh_2 \quad h_2 > h_1$$

$$W_{\text{grav}} = (U_{\text{grav},1} - U_{\text{grav},2})$$

CAMBIO EN LA ENERGÍA POTENCIAL

$$W_{\text{grav}} = (\Delta U_{\text{grav}})$$

Si el cuerpo sube, aumenta el desplazamiento vertical es positivo, la fuerza gravitacional realiza trabajo negativo y la energía potencial gravitacional aumenta.

$$\Delta U_{\text{grav}} > 0$$

Ejemplo

El bolichista y el dedo lastimado

Una bola de boliche sostenida por un bolichista descuidado se desliza de sus manos y cae sobre un dedo de su pie. Si elige el nivel del suelo como el punto $y = 0$ de su sistema coordenado, estime el cambio en energía potencial gravitacional del sistema bola–Tierra mientras cae la bola. Una bola de boliche tiene una masa de aproximadamente 7 kg, y la parte superior del dedo del pie de una persona esta aproximadamente a 0.03 m sobre el suelo. Además, se debe suponer que la bola cae desde una altura de 0.5 m.



$$U_i = mg y_i = (7 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2)(0.5 \text{ m}) = 34.3 \text{ J}$$

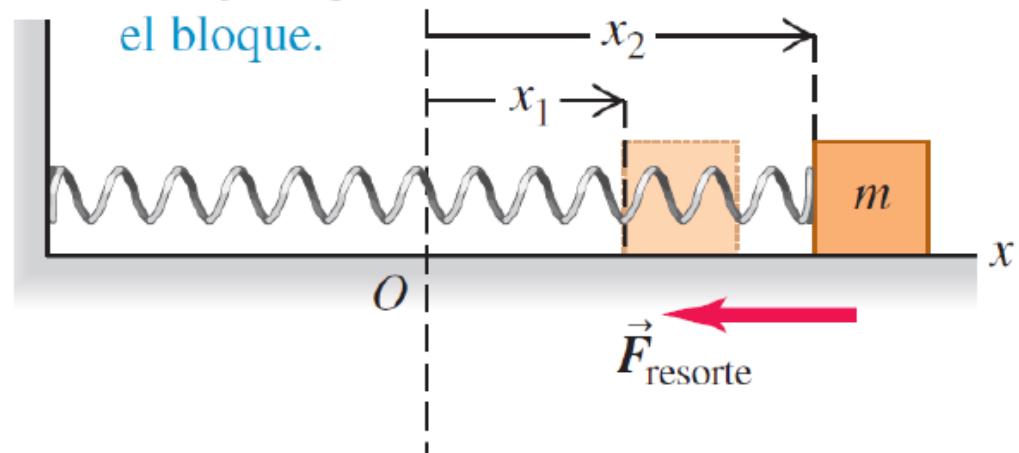
$$U_f = mg y_f = (7 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2)(0.03 \text{ m}) = 2.06 \text{ J}$$

$$\Delta U_g = 2.06 \text{ J} - 34.3 \text{ J} = -32.24 \text{ J}$$

ENERGÍA POTENCIAL ELÁSTICA

Es el proceso de almacenar energía en un cuerpo deformable, como un resorte o una banda de hule, en términos de energía potencial denominada “elástica”, si el cuerpo recupera su forma y tamaño originales después de deformarse.

Cuando el resorte se estira, efectúa trabajo negativo sobre el bloque.



El trabajo que debemos **efectuar sobre** el resorte para mover un extremo desde un alargamiento x_1 hasta otro alargamiento distinto x_2 es:

$$W_{el} = \underbrace{\frac{1}{2}Kx_2^2 - \frac{1}{2}Kx_1^2}_{\text{ENERGÍA POTENCIAL ELÁSTICA}}$$

$$E_{pe} = \frac{1}{2}Kx^2$$

Por lo tanto;

$$E_{pe,i} = \frac{1}{2}Kx_1^2 \quad \text{ENERGÍA POTENCIAL ELÁSTICA FINAL}$$

$$E_{pe,f} = \frac{1}{2}Kx_2^2 \quad \text{ENERGÍA POTENCIAL ELÁSTICA INICIAL}$$

ENERGÍA POTENCIAL ELÁSTICA

$$W_{el} = \frac{1}{2}Kx_2^2 - \frac{1}{2}Kx_1^2$$

ENERGÍA POTENCIAL ELÁSTICA

$$W_{el} = E_{pe,f} - E_{pe,i}$$

↑ ↑
FINAL INICIAL

TRABAJO REALIZADO SOBRE EL RESORTE

Reordenando los términos y escribiendo la expresión en términos del cambio de energía potencial

$$W_{el} = +(\Delta E_{el})$$

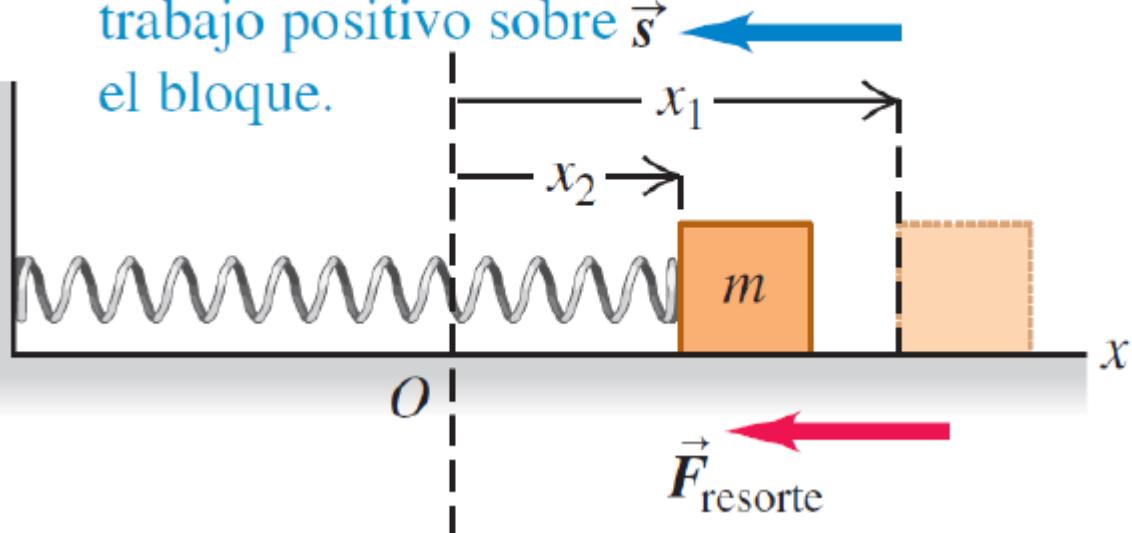

CAMBIO EN LA ENERGÍA POTENCIAL

Si el cuerpo se estira, aumenta el desplazamiento, la fuerza elástica del resorte realiza trabajo negativo y la energía potencial elástica aumenta.

$$\Delta E_{el} > 0$$

TRABAJO REALIZADO POR EL RESORTE

Cuando el resorte se relaja, efectúa trabajo positivo sobre \vec{s} el bloque.



El trabajo **efectuado por** el resorte para mover un extremo desde un alargamiento x_1 hasta otro alargamiento distinto x_2 es:

$$W_{el} = \frac{1}{2}Kx_1^2 - \frac{1}{2}Kx_2^2$$

ENERGÍA POTENCIAL ELÁSTICA

$$W_{el} = E_{pe,f} - E_{pe,i}$$

↑
FINAL INICIAL

Reordenando los términos y escribiendo la expresión en términos del cambio de energía potencial

$$W_{el} = -(\Delta E_{el})$$

CAMBIO EN LA ENERGÍA POTENCIAL

Si el cuerpo se relaja, disminuye el desplazamiento, la fuerza elástica del resorte realiza trabajo positivo y la energía potencial elástica disminuye.

$$\Delta E_{el} < 0$$

RESUMEN

$$W_{total} = E_{cf} - E_{ci}$$

$$W_{mov} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

$W_{mov} = -(\Delta E_c)$
Disminuye velocidad

$W_{mov} = +(\Delta E_c)$
Aumenta velocidad

$$W_{grav} = E_{pg,f} - E_{pg,i}$$

$$W_{grav} = mgh_f - mgh_i$$

$W_{grav} = -(\Delta U_{grav})$
Cuerpo cae

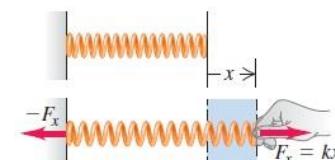
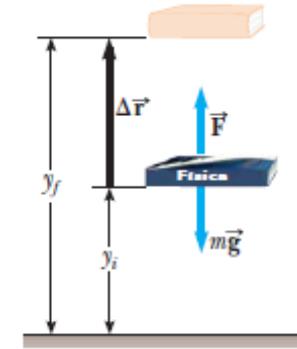
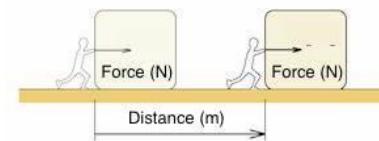
$W_{grav} = +(\Delta U_{grav})$
Cuerpo sube

$$W_{el} = E_{pe,f} - E_{pe,i}$$

$$W_{el} = \frac{1}{2}Kx_f^2 - \frac{1}{2}Kx_i^2$$

$W_{el} = -(\Delta E_{el})$
Realizado por el resorte
(Se comprime/Se relaja)

$W_{el} = +(\Delta E_{el})$
Realizado sobre el resorte
(se estira)

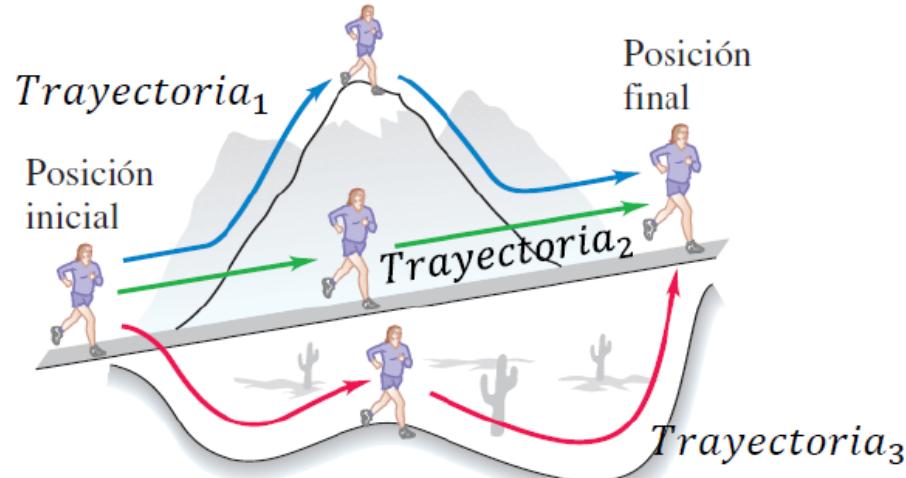


FUERZAS CONSERVATIVAS

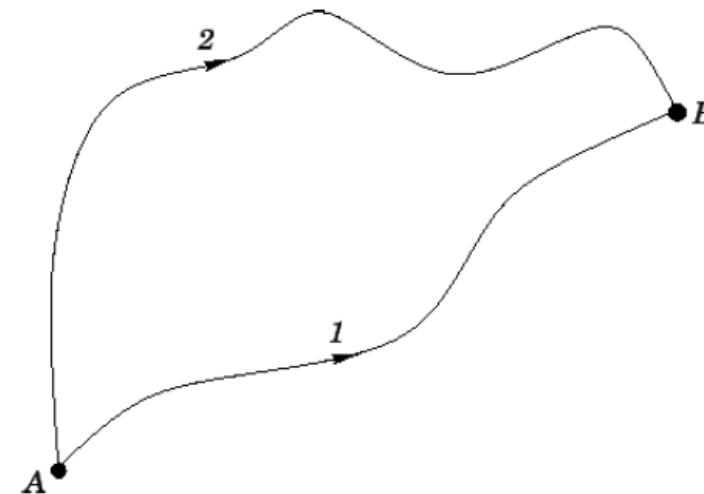
El trabajo realizado por una fuerza conservativa *siempre* tiene cuatro propiedades:

1. Puede expresarse como la diferencia entre los valores inicial y final de una función de *energía potencial*.
2. Es reversible.
3. Es independiente de la trayectoria del cuerpo y depende solo de los puntos inicial y final.
4. Si el punto inicial coincide con el punto final, el trabajo total es cero.

El trabajo efectuado por la fuerza gravitacional es el mismo en las tres trayectorias, porque esta fuerza es conservativa.



$$W_{\text{trayectoria}1} = W_{\text{trayectoria}2} = W_{\text{trayectoria}3}$$

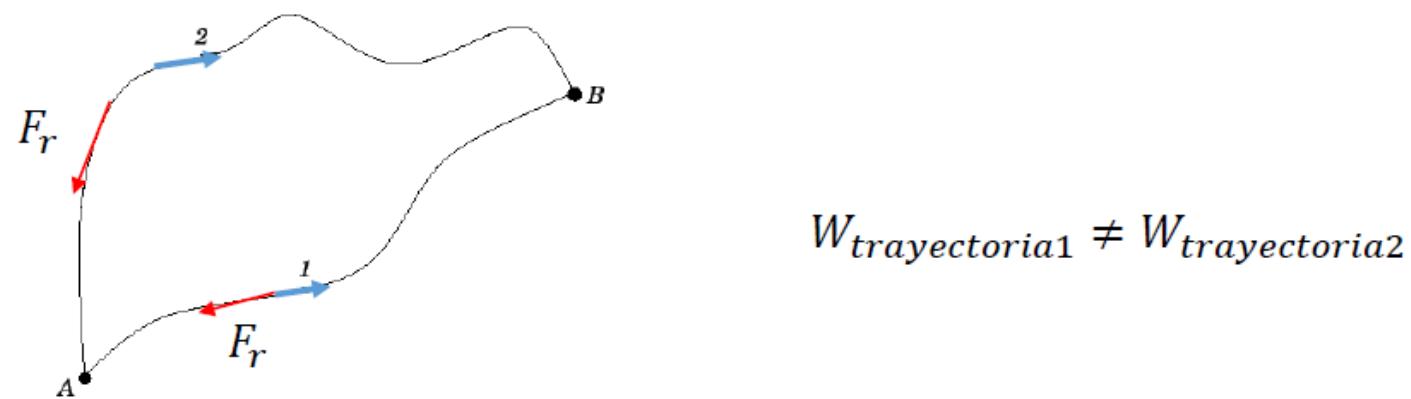


$$W_{\text{trayectoria}1} = W_{\text{trayectoria}2}$$

FUERZAS CONSERVATIVAS

son aquellas para las cuales el trabajo realizado por las fuerzas para mover una partícula entre dos puntos, depende de la trayectoria que se realice para unir los puntos.

Las fuerzas que dependen de la trayectoria no son conservativas, por ejemplo: la fuerza de rozamiento, las fuerzas disipativas.



El trabajo realizado por una fuerza no conservativa como la fricción tiene las siguientes propiedades:

2. Es irreversible.
3. Depende de la trayectoria del cuerpo y siempre será negativo.
4. Este tipo de fuerzas hace que la energía mecánica se pierda o se disipe.

LEY DE LA CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA-FUERZAS CONSERVATIVAS

Cuando una partícula se mueve por la acción de una fuerza conservativa, por el teorema del trabajo y la energía se tiene que el trabajo realizado por la fuerza es igual a la variación de energía cinética de la partícula:

$$W_F = E_{cf} - E_{ci}$$

$$W_F = \Delta E_c$$

Pero como la fuerza es conservativa, la energía cinética podrá transformarse en energía potencial, la cual podrá ser potencial gravitacional o elásticas:

$$W_F = -\underbrace{\Delta E_p}_{}$$

$$E_p = E_{pg} + E_{pe}$$

Energía potencial total del sistema podrá ser la suma de la energía potencial gravitacional y elásticas.

Por lo tanto, igualando ambas expresiones del trabajo se obtiene:

$$\Delta E_c = -\Delta E_p$$

LEY DE LA CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA

De esta expresión, se obtiene:

$$\Delta E_c + \Delta E_p = 0$$

La energía nunca se crea ni se destruye, solo cambia de forma.

$$\Delta (E_c + E_p) = 0$$

esta ecuación se puede escribir también de la siguiente forma:

$$(Ec_f - Ec_i) + (Ep_f - Ep_i) = 0$$

$$(Ec_f + Ep_f) - (Ec_i + Ep_i) = 0$$

$$(Ec_f + Ep_f) = (Ec_i + Ep_i)$$

ENERGÍA MECÁNICA FINAL

ENERGÍA MECÁNICA INICIAL

$$E_i = E_f$$

Establece que la energía mecánica total de un sistema permanece constante si las únicas fuerzas que realizan trabajo sobre el sistema son conservativas.

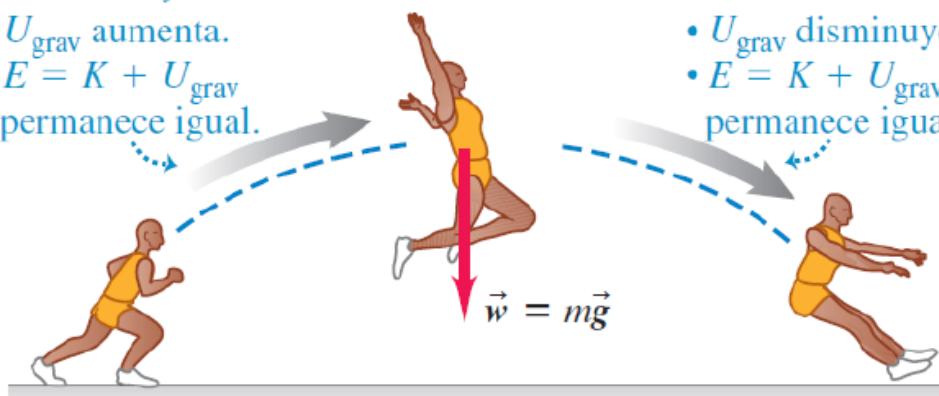
LEY DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA

SISTEMAS CON ENERGÍA CINÉTICA Y POTENCIAL GRAVITACIONAL

Si sobre un sistema **aislado** actúa la fuerza gravitacional, la ley de la conservación de la energía, se transforma en:

Al subir:

- K disminuye.
- U_{grav} aumenta.
- $E = K + U_{\text{grav}}$ permanece igual.



Al bajar:

- K aumenta.
- U_{grav} disminuye.
- $E = K + U_{\text{grav}}$ permanece igual.

$$E_f = E_i$$

$$(Ec_f + Epg_f) = (Ec_i + Epg_i)$$

$$\frac{1}{2}mv_f^2 + mgh_f = \frac{1}{2}mv_i^2 + mgh_i$$

cinética

Potencial
gravitacional

Si solo la fuerza de gravedad efectúa trabajo, la energía mecánica total es constante, es decir, se conserva. Este es nuestro primer ejemplo de la **conservación de la energía mecánica**.

SISTEMAS CON ENERGÍA CINÉTICA, POTENCIAL GRAVITACIONAL Y ELÁSTICA

Si sobre un sistema **aislado** actúa fuerza una gravitacional y una fuerza elástica, la ley de la conservación de la energía, se transforma en:



$$E_f = E_i$$

$$(Ec_f + Ep_f) = (Ec_i + Ep_i)$$

$$(Ec_f + Epg_f + Epe_f) = (Ec_i + Epg_i + Epe_i)$$

$$\frac{1}{2}mv_f^2 + mgh_f + \frac{1}{2}k_ex_f^2 = \frac{1}{2}mv_i^2 + mgh_i + \frac{1}{2}k_ex_i^2$$

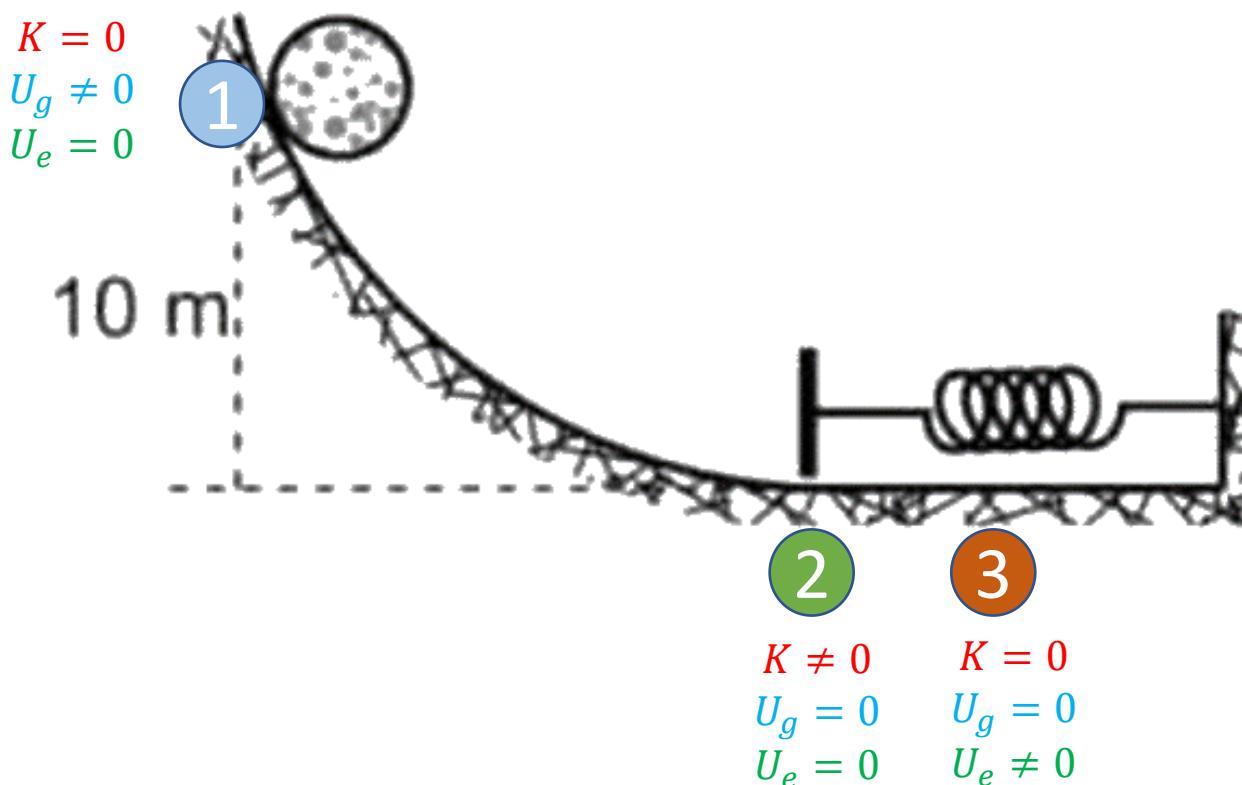
cinética

Potencial
gravitacional

Potencial
elástica

Ejemplo:

Una masa de 8 kg se deja libre a partir del reposo, sobre una rampa curva lisa, al pie de la rampa se instala un resorte de constante $K=400$ N/m. Calcule la deformación del resorte.



Ejemplo:

Datos:

$$m = 8 \text{ kg}$$

$$v_1 = 0 \text{ m/s}$$

$$K = 400 \text{ N/m}$$

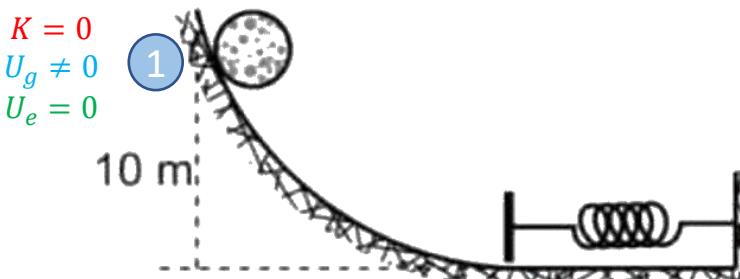
$$E_1 = E_2$$

$$K_1^0 + U_{g1}^0 + U_{e1}^0 = K_2 + U_{g2}^0 + U_{e2}^0$$

$$mgh = 1/2 mv^2$$

$$gh = 1/2 v^2$$

$$v = \sqrt{2gh}$$



$$E_2 = E_3$$

$$K_2 + U_{g2}^0 + U_{e2}^0 = K_3^0 + U_{g3}^0 + U_{e3}$$

$$1/2 m v^2 = 1/2 k \Delta x^2$$

$$k \Delta x^2 = m v^2$$

$$\Delta x = \sqrt{\frac{m v^2}{k}}$$

ENERGÍA-FUERZAS NO CONSERVATIVAS-SISTEMAS CON FUERZAS DE ROZAMIENTO

Si las fuerzas presentes en un sistema mecánico no son conservativas, como ocurre en los sistemas reales, la energía aparentemente no se conserva, porque se transforma en otro tipo de energía.

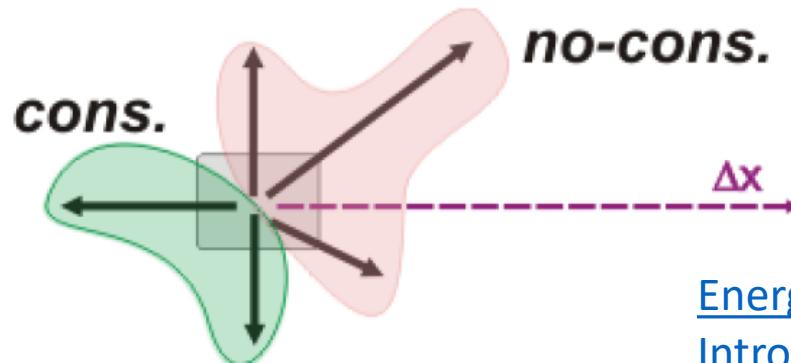
$$W_{Nc} + W_C = \Delta Ec$$

$$W_{Nc} - \Delta Ep = \Delta Ec$$

$$W_{Nc} = \Delta Ec + \Delta Ep$$

$$W_{Nc} = (Ec_f - Ec_i) + (Ep_f - Ep_i)$$

Se puede aplicar el teorema del trabajo y la energía tomando en cuenta la existencia de las fuerzas no conservativas.



Energía en la pista de patinaje:
Intro 1.1.30 (colorado.edu)

$$W_{Nc} = (Ec_f + Epg_f + Epe_f) - (Ec_i + Epg_i + Epe_i)$$

$$\Delta U_{int} = -W_{otras}$$

$$K_1 + U_1 - \Delta U_{int} = K_2 + U_2$$

$$\Delta K = K_2 - K_1 \text{ y } \Delta U = U_2 - U_1$$

Experimentos cuidadosos demuestran que el aumento en la energía interna es *exactamente* igual al valor absoluto del trabajo efectuado por la fricción.

$$\Delta K + \Delta U + \Delta U_{int} = 0 \quad (\text{ley de conservación de la energía})$$

Cuando se eleva la temperatura de un cuerpo, aumenta su energía interna; si se reduce su temperatura, disminuye su energía interna.

FUERZA Y ENERGÍA POTENCIAL

En situaciones donde se tiene una expresión de la *energía potencial* en función de la posición, es posible determinar la *fuerza* correspondiente.

El trabajo W efectuado por una fuerza conservativa es el negativo del cambio de la energía potencial:

$$W = -dE_p$$

Recordemos que la energía potencial de un sistema es igual al trabajo realizado por la fuerza sobre un objeto que se desplaza:

$$dE_p = \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

Debido a que son funciones de tres variables de posición (x, y, z):

$$\vec{F} \cdot d\vec{r} = -dE_p$$
$$F_x dx + F_y dy + F_z dz = -\frac{\partial E_p}{\partial x} dx - \frac{\partial E_p}{\partial y} dy - \frac{\partial E_p}{\partial z} dz$$

Si el trabajo es efectivamente independiente de la trayectoria seguida:

$$\left. \begin{array}{l} F_x dx = -\frac{\partial E_p}{\partial x} dx \\ F_y dy = -\frac{\partial E_p}{\partial y} dy \\ F_z dz = -\frac{\partial E_p}{\partial z} dz \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} F_x = -\frac{\partial E_p}{\partial x} \\ F_y = -\frac{\partial E_p}{\partial y} \\ F_z = -\frac{\partial E_p}{\partial z} \end{array}$$

FUERZA Y ENERGÍA POTENCIAL

Es decir, las componentes de una fuerza conservativa se obtienen derivando la función energía potencial.

$$F_x + F_y + F_z = -\frac{\partial E_p}{\partial x} - \frac{\partial E_p}{\partial y} - \frac{\partial E_p}{\partial z}$$

$$F_x + F_y + F_z = -\left(\frac{\partial E_p}{\partial x} + \frac{\partial E_p}{\partial y} + \frac{\partial E_p}{\partial z}\right)$$

$$F = -\nabla E_p$$

 *Operador nabla.*
Gradiente

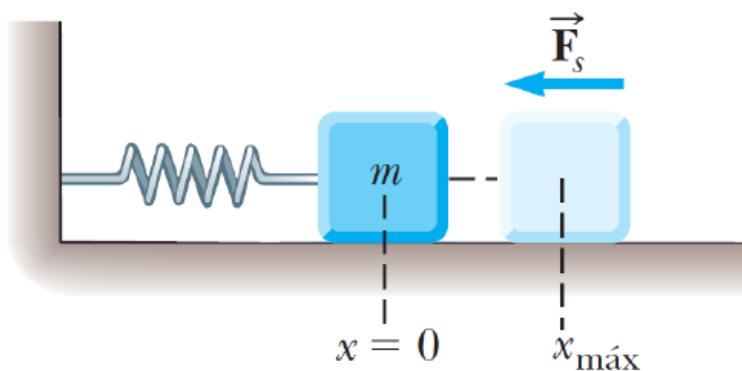
El significado físico de la ecuación es que una fuerza conservativa siempre trata de llevar el sistema a una energía potencial menor.

Fuerza a partir de la energía potencial, en una dimensión:

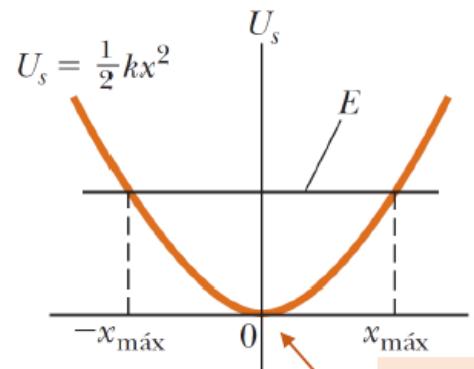
$$F_x = -\frac{\partial E_p}{\partial x}$$

EJEMPLO 3

Consideremos la función energía potencial para un sistema bloque–resorte, dada por:



$$\rightarrow E_p = \frac{1}{2} K_e x^2 \rightarrow$$



Posición de equilibrio estable, la energía potencial es un mínimo.

La fuerza F_x que ejerce el resorte en el bloque se relaciona con E_p a través de la ecuación:

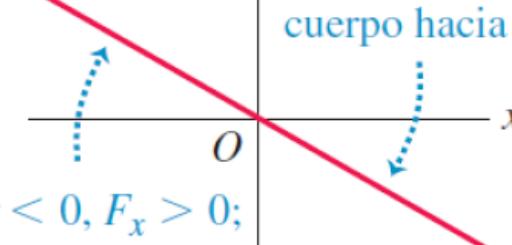
$$F_x = -\frac{\partial E_p}{\partial x}$$

$$F_x = -\frac{\partial \left(\frac{1}{2} K_e x^2\right)}{\partial x}$$

$$F_x = -K_e x$$

En este caso, se obtiene la fuerza:

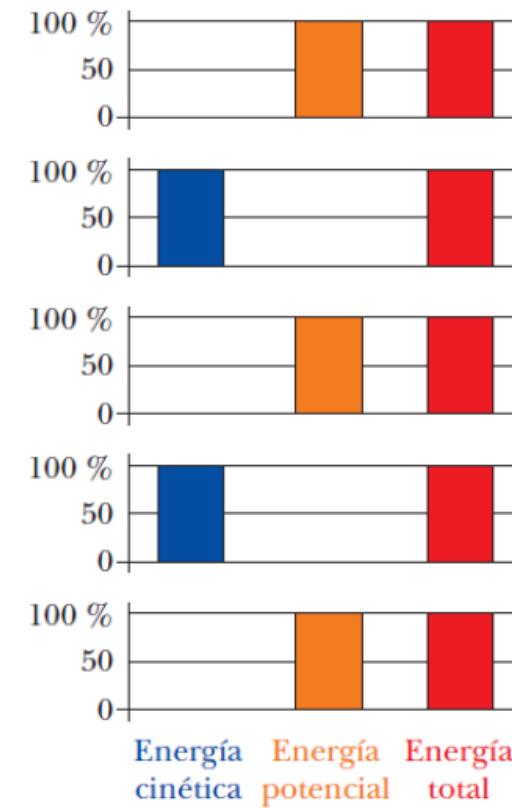
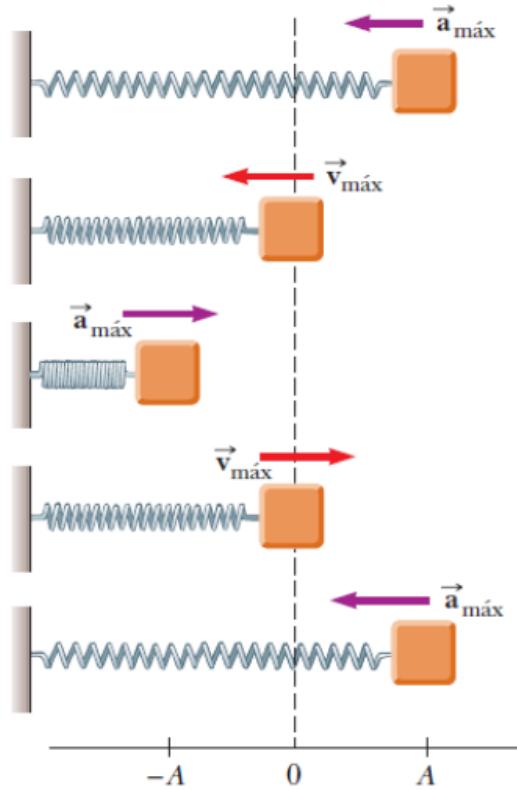
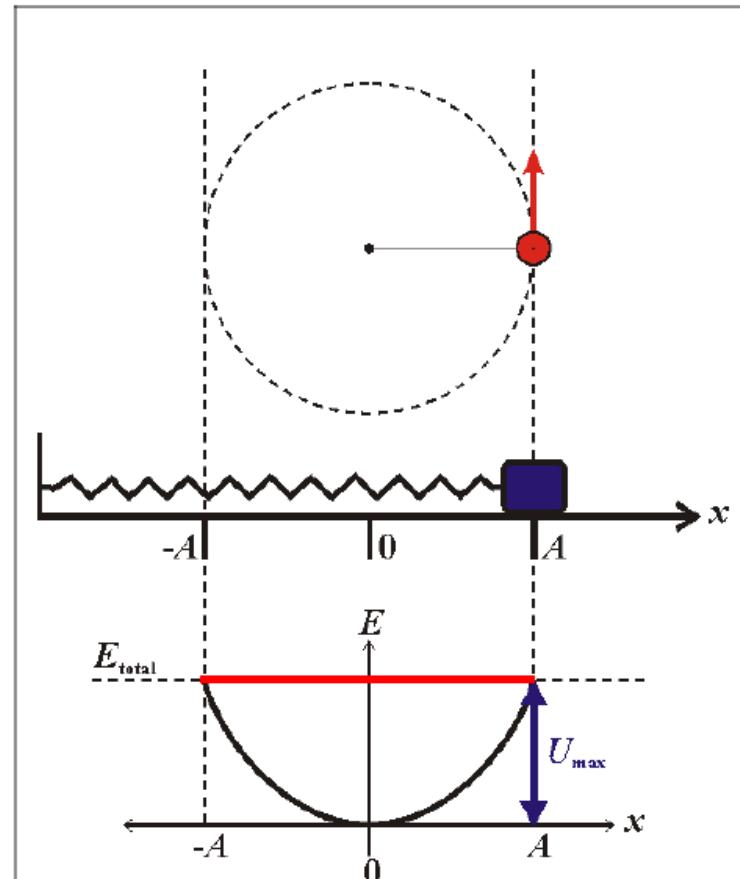
$$F_x = -K_e x$$



Para $x > 0$, $F_x < 0$; la fuerza empuja el cuerpo hacia $x = 0$.

DIAGRAMAS DE ENERGÍA Y EQUILIBRIO DE UN SISTEMA

Con frecuencia el movimiento de un sistema se puede entender cualitativamente mediante una grafica de su energía potencial en función de la posición de un integrante del sistema.



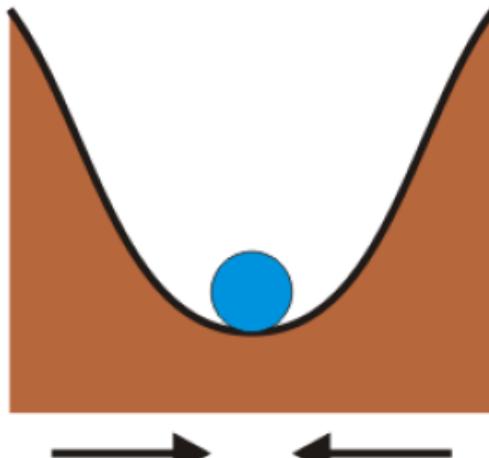
<i>K</i>	<i>U</i>
0	$\frac{1}{2}kA^2$
$\frac{1}{2}kA^2$	0
0	$\frac{1}{2}kA^2$
$\frac{1}{2}kA^2$	0
0	$\frac{1}{2}kA^2$

PUNTOS DE EQUILIBRIO

Estables

Ante una pequeña perturbación, tienden a retornar a la posición de equilibrio.

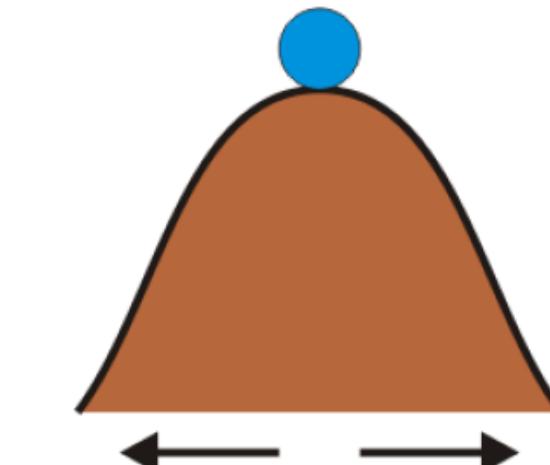
La energía potencial es mínima.



Inestables

Una pequeña perturbación separa a la masa del equilibrio, y ésta tiende a alejarse de esta posición.

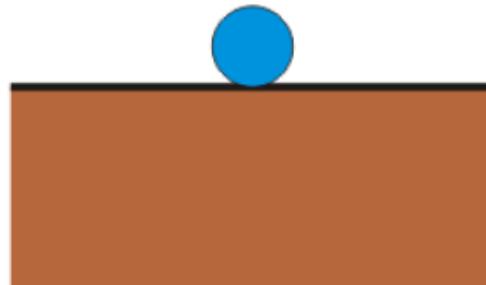
La energía potencial es máxima.



Indiferente (neutro)

La partícula no tiende a retornar a la posición de equilibrio, pero tampoco a alejarse de ella.

La energía potencial es constante.



FUERZAS CONSERVATIVAS Y NO CONSERVATIVAS

Las **fuerzas conservativas** tienen estas dos propiedades equivalentes:

1. El trabajo invertido por una fuerza conservativa sobre una partícula móvil entre dos puntos cualesquiera es independiente de la trayectoria tomada por la partícula.
2. El trabajo invertido por una fuerza conservativa en una partícula móvil a lo largo de cualquier trayectoria cerrada es cero. (Una trayectoria cerrada es aquella en la que el punto de partida y el punto final son idénticos.)

La fuerza gravitacional y la fuerza elástica son ejemplos de fuerzas conservativas.

Una fuerza es **no conservativa** si no satisface las propiedades 1 y 2 para las fuerzas conservativas.

Como por ejemplo todas las fuerzas de fricción.

