

TECNICAS DE CONTEO

Determinar sin numeración directa el numero de resultados posibles de un experimento



Técnicas de Conteo

$$P(A) = \frac{\text{Numero de eventos favorables al evento } A}{\text{Numero Total de Eventos}}$$

Cuantos eventos son favorables?

Cual es el total de eventos?

Métodos para determinar sin numeración directa el numero de resultados posibles de un experimento, o de un conjunto en particular.

Técnicas de Conteo

Ejemplo:

- Se lanzan 2 dados.
- Se lanzan 3 dados.
- Se lanzan 4 dados.

| | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| (1,1) | (1,2) | (1,3) | (1,4) | (1,5) | (1,6) |
| (2,1) | (2,2) | (2,3) | (2,4) | (2,5) | (2,6) |
| (3,1) | (3,2) | (3,3) | (3,4) | (3,5) | (3,6) |
| (4,1) | (4,2) | (4,3) | (4,4) | (4,5) | (4,6) |
| (5,1) | (5,2) | (5,3) | (5,4) | (5,5) | (5,6) |
| (6,1) | (6,2) | (6,3) | (6,4) | (6,5) | (6,6) |

Las técnicas de conteo permiten contar grandes números sin la numeración directa.

Regla del Producto

Si el primer elemento de un **par** ordenado se puede escoger de entre n_1 elementos y el segundo elemento pude ser escogido de entre n_2 elementos, entonces el numero de pares que se pueden formar será $n_1 * n_2$

Ejemplo:

Se realiza el lanzamiento de 3 dados.

a. ¿de cuantas formas posibles pueden caer los dados?

$$n_1 = 6, n_2 = 6, n_3 = 6 \rightarrow n_1 * n_2 * n_3 = 6 * 6 * 6 = 216$$

b. ¿y si el primer lanzamiento debe ser un número par?

$$n_1 = 3, n_2 = 6, n_3 = 6 \rightarrow n_1 * n_2 * n_3 = 3 * 6 * 6 = 108$$

Regla del Producto

En general, si deseamos formar una r-upla ordenada, en donde cada una de las celdas de esta r-upla puede ser conformada de n_i formas ($i=1, 2, 3, 4, \dots, r$), el numero de formas como puedo conformar la r-upla seria:

$$n_1 * n_2 * n_3 * \dots * n_r$$

Técnicas de Conteo

¿El orden de aparición importa?

Si

Permutación

No

Combinación

¿Con reemplazo?

- Si $\rightarrow n P^* r = n^r$

- No $\rightarrow n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$

Función en Excel

- Si $\rightarrow {}_n C'_r = \binom{n+r-1}{r} = \frac{(n+r-1)!}{r!(n-1)!}$

- No $\rightarrow {}_n C_r = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$

Función en Excel

Permutaciones

Permutación

Cualquier distribución de r objetos seleccionados de un solo grupo de n posibles.

Ejemplo:

Considere el conjunto de letras {a, b, c, d}

bdca, dcba, acdb

→ Son permutaciones de las 4 letras tomadas todas a la vez.

bad, adb, abd, bca

→ Son permutaciones de las 4 letras tomadas 3 a la vez.

ad, cb, da, bd

→ Son permutaciones de las 4 letras tomadas 2 a la vez.

Permutaciones

Permutaciones con Sustitución:

Si un elemento puede ser escogido mas de una vez recibe el nombre de permutaciones con sustitución, y el numero de r-uplas que se pueden formar será:

$$n P'^r = n \times n \times n \times n \cdots \times n = n^r$$

Permutaciones sin Sustitución:

Si un elemento puede ser escogido solo una vez recibe el nombre de permutación sin sustitución, y el numero de r-uplas que se pueden formar será:

$$n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Permutaciones

Ejemplo:

- Hallar el número de permutaciones de 6 objetos (a,b,c,d,e,f) tomados 3 a la vez.

$$6 * 5 * 4 = 120 \rightarrow {}_6 P_3 = 120 \text{ conjuntos}$$

- De cuántas maneras se pueden escoger 3 cartas de una baraja de 52 cartas.

$${}_{52} P'_3 = 52^3 = 140.608$$

Con Sustitución

$${}_{52} P_3 = \frac{52!}{(52-3)!} = 132.600$$

Sin Sustitución

Permutaciones

Ejemplos:

1. Suponga que hay cinco personas que siempre estacionan sus coches en el mismo lado de la acera en la misma calle cada noche.
¿Cuántos cambios en el orden pueden hacerse con los cinco autos estacionados en la calle ?

2. Una placa de automóvil consta de 3 letras diferentes seguidas de 3 números de los cuales el primero no es cero.
 - a. ¿Cuántas placas diferentes pueden grabarse?
 - b. ¿Cuántas si la primera letra es consonante y el último número además es impar?
 - c. ¿Cuántas si todas las letras y números son diferentes?

Combinación

Supongamos ahora que cuando conformamos la r-upla, la posición que ocupa cada elemento **carece de importancia**. Este ordenamiento recibe el nombre de **combinación**.

Ejemplo:

- Hallar el número de Combinaciones y el número de Permutaciones con las letras a,b,c.

| Combinación | Permutación |
|-------------|---|
| a, b, c | (a,b,c) (a,c,b) (b,a,c) (b,c,a) (c,a,b) (c,b,a) |

La diferencia entre una permutación y una combinación es que en la primera el interés se centra en contar todas las posibles selecciones y todos los posibles arreglos entre éstas, mientras la segunda el interés es contar las selecciones diferentes.

Combinación

Ejemplo:

- Hallar el número de Combinaciones y el número de Permutaciones con 3 de las siguientes letras a, b, c, d.

| Combinación | Permutación |
|-------------|-------------------------------|
| a, b, c | abc, acb, bac, bca, cab, cba |
| a, b, d | abd, adb, bad, bda, dab, dba |
| a, c, d | acd, adc, cad, cda, dac, dca |
| b, c, d | bcd, bdc, cbd, cdb, dbc, dcba |

Combinación

Combinaciones sin sustitución:

Si un elemento puede ser escogido solo una vez, el numero de r-uplas diferentes que se pueden formar será:

$${}_n C_r = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Combinaciones con sustitución:

Si un elemento puede ser escogido mas de una vez, el numero de ruplas diferentes que se pueden formar sera:

$${}_n C' _r = \binom{n+r-1}{r} = \frac{(n+r-1)!}{r!(n-1)!}$$

Combinación

Ejemplos:

1. ¿De cuantas formas puede formar un equipo de futbol cinco con 8 jugadores que pueden ocupar cualquier posición?
2. ¿Cuántos comités de 3 personas se pueden formar con 8 personas?
3. ¿De cuántas maneras puede escogerse un comité compuesto por 3 hombres y 2 mujeres de un grupo de 7 hombres y 5 mujeres?

Ejercicios

1. Un cargamento de 12 televisores contiene tres defectuosos.
 - a. De cuantas maneras un hotel puede comprar cinco de estas unidades y recibir dos defectuosas?
 - b. Cual es la probabilidad de recibir al menos dos televisores defectuosos?

Ejercicios

5. El juego del BALOTO consiste en acertar en cualquier orden 6 números en una matriz de números del 1 al 45
- ¿Cuál es la probabilidad de ganar el premio mayor?
 - Si también se dan premios por acertar 5, 4 ó 3 números
¿Cuál es la probabilidad de que gane algún premio de estos?
 - ¿Cuál es la probabilidad de que no gane ningún premio?