Departamento de Matemáticas
Cálculo I

Taller N°11:Derivación implícita y razones de cambio relacionadas.

Profesoras: Martha Pinzón y Daniela Vásquez. **Septiembre 3 de 2021**

Recuerde que:

- $\dfrac{d}{dx}(e^x) = e^x$, $\quad \dfrac{d}{dx}(a^x) = a^x \ln a$, $\quad x \in \mathbb{R}$
- $\dfrac{d}{dx}(\ln x) = \dfrac{1}{x}$; $\quad \dfrac{d}{dx}(\log_a x) = \dfrac{1}{x \ln a}$, $\quad x > 0$.
- $\dfrac{d}{dx}(arcsenx) = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$, $\quad \dfrac{d}{dx}(arccosx) = \dfrac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$, $\quad x \in (-1,1)$.
- $\dfrac{d}{dx}(arctanx) = \dfrac{1}{1+x^2}$, $\quad \dfrac{d}{dx}(arccotx) = \dfrac{-1}{1+x^2}$, $\quad x \in \mathbb{R}$.
- $\dfrac{d}{dx}(arcsecx) = \dfrac{1}{|x|\sqrt{x^2-1}}$, $\quad \dfrac{d}{dx}(arccscx) = \dfrac{-1}{|x|\sqrt{x^2-1}}$, $\quad |x| > 1$.

1. Halle $\dfrac{dy}{dx}$ si:

   a) $y = x\sqrt{(x^2-3)^3}$
   b) $y = x5^{6x+1}$
   c) $y = 3^{-2x} + \log_2(1-x^3)$
   d) $y = \ln(arctanx^2)$
   e) $y = arctan(x - \sqrt{1+x^2})$
   f) $y = x\, arccsc(\frac{1}{x})$

2. Usando derivación implícita, halle $\dfrac{dy}{dx}$ si:

   a) $xcosy + ycosx = 1$
   b) $x + y = cos(xy)$
   c) $x - y = arctan(x+y)$
   d) $e^{x^2}y - 3y = x^2 + 1$
   e) $\sqrt{xy} = 1 + x^2y$

3. Halle la ecuación de la recta tangente y normal a la curva $9x^3 - y^3 = 1$ en el punto $P(1,2)$. (Recuerde: La recta normal a la gráfica de una curva en un punto P, es la recta perpendicular a la recta tangente el en punto P).
4. Encuentre el punto sobre la curva $y = [\ln(x+4)]^2$ donde la recta tangente es horizontal.
5. Encuentre el punto donde se cortan las rectas tangentes a la gráfica de $x^2 + y^2 = 25$ en los puntos $P(-3,4)$ y $Q(-3,-4)$.
6. Halle $\dfrac{dy}{dx}$ si $x^y = y^x$.
7. Use derivación logarítmica para hallar la derivada de la función.

a) $y = (sen\, x)^{\ln x}$

b) $y = \dfrac{x^{3/4}\sqrt{x^2+1}}{(3x+2)^5}$

8. Cuando se arroja un piedra en un estanque se forma una onda circular. Halle la velocidad de crecimiento del radio de la onda cuando el radio es de 1 metro y el área del círculo limitado por el frente de onda crece a razón de $4\,m^2/seg$.

9. La altura de un cilindro circular recto decrece a razón de $3\,cm/seg$ mientras que su radio aumenta a razón de $1\,cm/seg$. Si el radio mide $4\,cm$ y la altura $5\,cm$ entonces ¿el volumen del cilindro crece o decrece?, ¿con qué razón?.

10. Un hombre se aleja de un edificio de 18 metros de altura, a una velocidad de $1,8\,m/seg$. Una persona en la azotea del edificio observa al hombre alejarse. ¿A qué razón varía el ángulo de depresión de la persona en la azotea hacia el hombre, cuando éste dista 24 metros de la base de la torre.?

11. Un abrevadero tiene una longitud de 5 metros y sus extremos son triángulos isósceles con una altura de 1 metro y 2 metros de base, estando el vértice opuesto a la base hacia abajo. Si se vierte agua en el abrevadero a razón de 2 m^3/min. ¿A qué velocidad aumenta el nivel del agua en el abrevadero cuando la profundidad del agua es de $0,4\,m$?.

12. Se tienen dos tanques llenos de agua, uno cónico invertido y uno cilíndrico con 3 pies de radio en el círculo de la base y 5 pies de altura. En el vértice del cono y en la base del cilindro hay una llave por donde salen 2 $pies^3/min$ de agua en cada caso. Calcule la rapidez de la variación de la altura en el momento en que $h = 2$ pies.

13. Una escalera de 10 pies de largo está apoyada contra una pared vertical, si el extremo inferior de la escalera resbala alejándose de la pared a razón de 1 pie/seg, ¿Con qué rapidez resbala hacia abajo su extremo superior cuando su extremo inferior está a 6 pies de la pared?