Ecuaciones Diferenciales

Jhovanny Muñoz Posso

Departamento de Matemáticas

Universidad del Valle

Leyes de enfriamiento

Si un cuerpo se esta enfriando bajo el supuesto que su temperatura es uniforme, él tiende a tomar la temperatura del ambiente T_a de acuerdo con la ley de enfriamiento de Newton:

Leyes de enfriamiento

Si un cuerpo se esta enfriando bajo el supuesto que su temperatura es uniforme, él tiende a tomar la temperatura del ambiente T_a de acuerdo con la ley de enfriamiento de Newton:

"La razón de cambio de la temperatura $T(t)$ de un cuerpo con respecto al tiempo t en un medio de temperatura constante T_a, es proporcional a la diferencia $T_a - T$".

Leyes de enfriamiento

Si un cuerpo se esta enfriando bajo el supuesto que su temperatura es uniforme, él tiende a tomar la temperatura del ambiente T_a de acuerdo con la ley de enfriamiento de Newton:

"La razón de cambio de la temperatura $T(t)$ de un cuerpo con respecto al tiempo t en un medio de temperatura constante T_a, es proporcional a la diferencia $T_a - T$".

Lo anterior nos da origen a la siguiente ecuación diferencial

$$\frac{dT}{dt} = k(T_a - T). \tag{1}$$

Si un cuerpo se esta enfriando bajo el supuesto que su temperatura es uniforme, él tiende a tomar la temperatura del ambiente T_a de acuerdo con la ley de enfriamiento de Newton:

"La razón de cambio de la temperatura $T(t)$ de un cuerpo con respecto al tiempo t en un medio de temperatura constante T_a, es proporcional a la diferencia $T_a - T$".

Lo anterior nos da origen a la siguiente ecuación diferencial

$$\frac{dT}{dt} = k(T_a - T). \tag{1}$$

donde $k > 0$ es la constante de transferencia de calor propia del sistema.

Ejemplo

Si una torta sale del horno a $150°C$ la temperatura ambiente es $25°C$ y después de tres minutos está a $100°C$, para poder empacarla necesitamos que esté a $30°C$. Queremos saber ¿cuánto tiempo debemos dejarla enfriar?.

Ejemplo

Si una torta sale del horno a $150°C$ la temperatura ambiente es $25°C$ y después de tres minutos está a $100°C$, para poder empacarla necesitamos que esté a $30°C$. Queremos saber ¿cuánto tiempo debemos dejarla enfriar?.

Tenemos que la ecuación (1) toma la forma

$$\frac{dT}{dt} = k(25 - T).$$

Ejemplo

Si una torta sale del horno a $150°C$ la temperatura ambiente es $25°C$ y después de tres minutos está a $100°C$, para poder empacarla necesitamos que esté a $30°C$. Queremos saber ¿cuánto tiempo debemos dejarla enfriar?.

Tenemos que la ecuación (1) toma la forma

$$\frac{dT}{dt} = k(25 - T).$$

Separando variables obtenemos

$$\frac{dT}{(T - 25)} = -kdt.$$

Ejemplo

Si una torta sale del horno a $150°C$ la temperatura ambiente es $25°C$ y después de tres minutos está a $100°C$, para poder empacarla necesitamos que esté a $30°C$. Queremos saber ¿cuánto tiempo debemos dejarla enfriar?.

Tenemos que la ecuación (1) toma la forma

$$\frac{dT}{dt} = k(25 - T).$$

Separando variables obtenemos

$$\frac{dT}{(T - 25)} = -kdt.$$

Integrando obtenemos

$$\ln(T - 25) = -kt + C.$$

Despejando obtenemos

$$T(t) = Ce^{-kt} + 25.$$

Despejando obtenemos

$$T(t) = Ce^{-kt} + 25.$$

Usando $T(0) = 150$ obtenemos que

$$150 = Ce^{0} + 25.$$

Despejando obtenemos

$$T(t) = Ce^{-kt} + 25.$$

Usando $T(0) = 150$ obtenemos que

$$150 = Ce^{0} + 25.$$

Por tanto, $C = 125$ y

$$T(t) = 125e^{-kt} + 25.$$

Despejando obtenemos

$$T(t) = Ce^{-kt} + 25.$$

Usando $T(0) = 150$ obtenemos que

$$150 = Ce^{0} + 25.$$

Por tanto, $C = 125$ y

$$T(t) = 125e^{-kt} + 25.$$

Usando que $T(3) = 100$ obtenemos que $100 = 125e^{-k3} + 25$,

Despejando obtenemos

$$T(t) = Ce^{-kt} + 25.$$

Usando $T(0) = 150$ obtenemos que

$$150 = Ce^{0} + 25.$$

Por tanto, $C = 125$ y

$$T(t) = 125e^{-kt} + 25.$$

Usando que $T(3) = 100$ obtenemos que $100 = 125e^{-k3} + 25$,así

$$k = \frac{-\ln(\frac{3}{5})}{3}$$

Despejando obtenemos

$$T(t) = Ce^{-kt} + 25.$$

Usando $T(0) = 150$ obtenemos que

$$150 = Ce^{0} + 25.$$

Por tanto, $C = 125$ y

$$T(t) = 125e^{-kt} + 25.$$

Usando que $T(3) = 100$ obtenemos que $100 = 125e^{-k3} + 25$,así

$$k = \frac{-\ln(\frac{3}{5})}{3} = \frac{\ln(\frac{5}{3})}{3} \approx 0,17$$

Despejando obtenemos

$$T(t) = Ce^{-kt} + 25.$$

Usando $T(0) = 150$ obtenemos que

$$150 = Ce^{0} + 25.$$

Por tanto, $C = 125$ y

$$T(t) = 125e^{-kt} + 25.$$

Usando que $T(3) = 100$ obtenemos que $100 = 125e^{-k3} + 25$,así

$$k = \frac{-\ln(\frac{3}{5})}{3} = \frac{\ln(\frac{5}{3})}{3} \approx 0,17$$

concluimos que

$$T(t) = 125e^{-0.17t} + 25.$$

Si queremos encontrar t_0 tal que $T(t_0) = 30$

Si queremos encontrar t_0 tal que $T(t_0) = 30$ tenemos que

$$30 = 125e^{-0.17t_0} + 25$$

Si queremos encontrar t_0 tal que $T(t_0) = 30$ tenemos que

$$30 = 125e^{-0.17t_0} + 25$$

o equivalentemente

$$t_0 = \frac{-\ln(\frac{1}{25})}{0.17}$$

Si queremos encontrar t_0 tal que $T(t_0) = 30$ tenemos que

$$30 = 125e^{-0.17t_0} + 25$$

o equivalentemente

$$t_0 = \frac{-\ln(\frac{1}{25})}{0.17} = \frac{\ln(25)}{0.17} = 18.93.$$

Si queremos encontrar t_0 tal que $T(t_0) = 30$ tenemos que

$$30 = 125e^{-0.17t_0} + 25$$

o equivalentemente

$$t_0 = \frac{-\ln(\frac{1}{25})}{0.17} = \frac{\ln(25)}{0.17} = 18.93.$$

La torta demora en enfriar 18.93 min

Si queremos encontrar t_0 tal que $T(t_0) = 30$ tenemos que

$$30 = 125e^{-0.17t_0} + 25$$

o equivalentemente

$$t_0 = \frac{-\ln(\frac{1}{25})}{0.17} = \frac{\ln(25)}{0.17} = 18.93.$$

La torta demora en enfriar 18.93 min o aproximadamente 18 min y 56 seg.

Si queremos encontrar t_0 tal que $T(t_0) = 30$ tenemos que

$$30 = 125e^{-0.17t_0} + 25$$

o equivalentemente

$$t_0 = \frac{-\ln(\frac{1}{25})}{0.17} = \frac{\ln(25)}{0.17} = 18.93.$$

La torta demora en enfriar 18.93 min o aproximadamente 18 min y 56 seg.

Nota: Podemos tener ejemplos similares

Si queremos encontrar t_0 tal que $T(t_0) = 30$ tenemos que

$$30 = 125e^{-0.17t_0} + 25$$

o equivalentemente

$$t_0 = \frac{-\ln(\frac{1}{25})}{0.17} = \frac{\ln(25)}{0.17} = 18.93.$$

La torta demora en enfriar 18.93 min o aproximadamente 18 min y 56 seg.

Nota: Podemos tener ejemplos similares con café,

Si queremos encontrar t_0 tal que $T(t_0) = 30$ tenemos que

$$30 = 125e^{-0.17t_0} + 25$$

o equivalentemente

$$t_0 = \frac{-\ln(\frac{1}{25})}{0.17} = \frac{\ln(25)}{0.17} = 18.93.$$

La torta demora en enfriar 18.93 min o aproximadamente 18 min y 56 seg.

Nota: Podemos tener ejemplos similares con café, empanadas,

Si queremos encontrar t_0 tal que $T(t_0) = 30$ tenemos que

$$30 = 125e^{-0.17t_0} + 25$$

o equivalentemente

$$t_0 = \frac{-\ln(\frac{1}{25})}{0.17} = \frac{\ln(25)}{0.17} = 18.93.$$

La torta demora en enfriar 18.93 min o aproximadamente 18 min y 56 seg.

Nota: Podemos tener ejemplos similares con café, empanadas, pandebono

Si queremos encontrar t_0 tal que $T(t_0) = 30$ tenemos que

$$30 = 125e^{-0.17t_0} + 25$$

o equivalentemente

$$t_0 = \frac{-\ln(\frac{1}{25})}{0.17} = \frac{\ln(25)}{0.17} = 18.93.$$

La torta demora en enfriar 18.93 min o aproximadamente 18 min y 56 seg.

Nota: Podemos tener ejemplos similares con café, empanadas, pandebono o la comida que te gusté.

Desintegración de una sustancia radiactiva

Supongamos que $P(t)$ es la cantidad de una sustancia radiactiva que está desintegrándose,

Desintegración de una sustancia radiactiva

Supongamos que $P(t)$ es la cantidad de una sustancia radiactiva que está desintegrándose, si la tasa de desintegración es proporcional a la cantidad presente de dicha sustancia tenemos la ecuación diferencial:

$$\frac{dP}{dt} = -kP, \tag{2}$$

Desintegración de una sustancia radiactiva

Supongamos que $P(t)$ es la cantidad de una sustancia radiactiva que está desintegrándose, si la tasa de desintegración es proporcional a la cantidad presente de dicha sustancia tenemos la ecuación diferencial:

$$\frac{dP}{dt} = -kP, \tag{2}$$

donde $k > 0$ es una constante de proporcionalidad que depende de la sustancia.

Desintegración de una sustancia radiactiva

Supongamos que $P(t)$ es la cantidad de una sustancia radiactiva que está desintegrándose, si la tasa de desintegración es proporcional a la cantidad presente de dicha sustancia tenemos la ecuación diferencial:

$$\frac{dP}{dt} = -kP, \tag{2}$$

donde $k > 0$ es una constante de proporcionalidad que depende de la sustancia.

La vida media, semivida o periodo de semidesintegración de una sustancia radioactiva es el tiempo necesario para que se desintegren la mitad de los núcleos de una cantidad inicial de dicha sustancia.

Desintegración de una sustancia radiactiva

Supongamos que $P(t)$ es la cantidad de una sustancia radiactiva que está desintegrándose, si la tasa de desintegración es proporcional a la cantidad presente de dicha sustancia tenemos la ecuación diferencial:

$$\frac{dP}{dt} = -kP, \tag{2}$$

donde $k > 0$ es una constante de proporcionalidad que depende de la sustancia.

La vida media, semivida o periodo de semidesintegración de una sustancia radioactiva es el tiempo necesario para que se desintegren la mitad de los núcleos de una cantidad inicial de dicha sustancia. La vida media del elemento es un indicador de que tan estable es.

Ejemplo

En una planta nuclear se transforma el Uranio 238, que es relativamente estable, en el isótopo Plutonio 239.

Ejemplo

En una planta nuclear se transforma el Uranio 238, que es relativamente estable, en el isótopo Plutonio 239. Después de 14 años se determina que se ha desintegrado el 0.939% de la cantidad inicial P_0 de Plutonio.

Ejemplo

En una planta nuclear se transforma el Uranio 238, que es relativamente estable, en el isótopo Plutonio 239. Después de 14 años se determina que se ha desintegrado el 0.939% de la cantidad inicial P_0 de Plutonio.

Determinemos la semivida de este isótopo si la tasa de desintegración es proporcional a la cantidad sustancia.

Ejemplo

En una planta nuclear se transforma el Uranio 238, que es relativamente estable, en el isótopo Plutonio 239. Después de 14 años se determina que se ha desintegrado el 0.939% de la cantidad inicial P_0 de Plutonio.

Determinemos la semivida de este isótopo si la tasa de desintegración es proporcional a la cantidad sustancia.

Sea $P(t)$ la cantidad de Plutonio existente en el instante t, donde t está dado en años.

Ejemplo

En una planta nuclear se transforma el Uranio 238, que es relativamente estable, en el isótopo Plutonio 239. Después de 14 años se determina que se ha desintegrado el 0.939% de la cantidad inicial P_0 de Plutonio.

Determinemos la semivida de este isótopo si la tasa de desintegración es proporcional a la cantidad sustancia.

Sea $P(t)$ la cantidad de Plutonio existente en el instante t, donde t está dado en años. Sabemos que $P(t)$ satisface la ecuación (2) donde $P(0) = P_0$ y $P(14) = P_0 - \frac{0.939}{100}P_0$

Ejemplo

En una planta nuclear se transforma el Uranio 238, que es relativamente estable, en el isótopo Plutonio 239. Después de 14 años se determina que se ha desintegrado el 0.939% de la cantidad inicial P_0 de Plutonio.

Determinemos la semivida de este isótopo si la tasa de desintegración es proporcional a la cantidad sustancia.

Sea $P(t)$ la cantidad de Plutonio existente en el instante t, donde t está dado en años. Sabemos que $P(t)$ satisface la ecuación (2) donde $P(0) = P_0$ y $P(14) = P_0 - \frac{0.939}{100}P_0 = \frac{99.061}{100}P_0$.

Ejemplo

En una planta nuclear se transforma el Uranio 238, que es relativamente estable, en el isótopo Plutonio 239. Después de 14 años se determina que se ha desintegrado el 0.939% de la cantidad inicial P_0 de Plutonio.

Determinemos la semivida de este isótopo si la tasa de desintegración es proporcional a la cantidad sustancia.

Sea $P(t)$ la cantidad de Plutonio existente en el instante t, donde t está dado en años. Sabemos que $P(t)$ satisface la ecuación (2) donde $P(0) = P_0$ y $P(14) = P_0 - \frac{0.939}{100}P_0 = \frac{99.061}{100}P_0$.

Separando variables obtenemos $\frac{1}{P}dP = -kdt$

Ejemplo

En una planta nuclear se transforma el Uranio 238, que es relativamente estable, en el isótopo Plutonio 239. Después de 14 años se determina que se ha desintegrado el 0.939% de la cantidad inicial P_0 de Plutonio.

Determinemos la semivida de este isótopo si la tasa de desintegración es proporcional a la cantidad sustancia.

Sea $P(t)$ la cantidad de Plutonio existente en el instante t, donde t está dado en años. Sabemos que $P(t)$ satisface la ecuación (2) donde $P(0) = P_0$ y $P(14) = P_0 - \frac{0.939}{100}P_0 = \frac{99.061}{100}P_0$.

Separando variables obtenemos $\frac{1}{P}dP = -kdt$ e integrando obtenemos

$$P(t) = Ce^{-kt}.$$

Ejemplo

En una planta nuclear se transforma el Uranio 238, que es relativamente estable, en el isótopo Plutonio 239. Después de 14 años se determina que se ha desintegrado el 0.939% de la cantidad inicial P_0 de Plutonio.

Determinemos la semivida de este isótopo si la tasa de desintegración es proporcional a la cantidad sustancia.

Sea $P(t)$ la cantidad de Plutonio existente en el instante t, donde t está dado en años. Sabemos que $P(t)$ satisface la ecuación (2) donde $P(0) = P_0$ y $P(14) = P_0 - \frac{0.939}{100}P_0 = \frac{99.061}{100}P_0$.

Separando variables obtenemos $\frac{1}{P}dP = -kdt$ e integrando obtenemos

$$P(t) = Ce^{-kt}.$$

Usando $P(0) = P_0$ obtenemos que

$$P(t) = P_0e^{-kt}.$$

Teniendo en cuenta que $P(14) = 0.99061P_0$ obtenemos que

$$0.99061P_0 = P_0e^{-k14}.$$

Teniendo en cuenta que $P(14) = 0.99061P_0$ obtenemos que

$$0.99061P_0 = P_0e^{-k14}.$$

Despejando $k = -\frac{\ln 0.99061}{14} \approx 6.7388 \times 10^{-4}$.

Teniendo en cuenta que $P(14) = 0.99061P_0$ obtenemos que

$$0.99061P_0 = P_0e^{-k14}.$$

Despejando $k = -\frac{\ln 0.99061}{14} \approx 6.7388 \times 10^{-4}$.

Luego

$$P(t) = P_0e^{-6.7388\times 10^{-4}t}.$$

Teniendo en cuenta que $P(14) = 0.99061 P_0$ obtenemos que

$$0.99061 P_0 = P_0 e^{-k14}.$$

Despejando $k = -\frac{\ln 0.99061}{14} \approx 6.7388 \times 10^{-4}$.

Luego

$$P(t) = P_0 e^{-6.7388 \times 10^{-4} t}.$$

Tenemos que la semivida μ satisface

$$\frac{P_0}{2} = P_0 e^{-6.7388 \times 10^{-4} \mu}.$$

Teniendo en cuenta que $P(14) = 0.99061P_0$ obtenemos que

$$0.99061P_0 = P_0e^{-k14}.$$

Despejando $k = -\frac{\ln 0.99061}{14} \approx 6.7388 \times 10^{-4}$.

Luego

$$P(t) = P_0e^{-6.7388\times10^{-4}t}.$$

Tenemos que la semivida μ satisface

$$\frac{P_0}{2} = P_0e^{-6.7388\times10^{-4}\mu}.$$

Así $\mu = \frac{\ln 2}{6.7388\times10^{-4}} \approx 1028, 6$ años.

Teniendo en cuenta que $P(14) = 0.99061P_0$ obtenemos que

$$0.99061P_0 = P_0e^{-k14}.$$

Despejando $k = -\frac{\ln 0.99061}{14} \approx 6.7388 \times 10^{-4}$.

Luego

$$P(t) = P_0e^{-6.7388\times10^{-4}t}.$$

Tenemos que la semivida μ satisface

$$\frac{P_0}{2} = P_0e^{-6.7388\times10^{-4}\mu}.$$

Así $\mu = \frac{\ln 2}{6.7388\times10^{-4}} \approx 1028, 6$ años.

Nota: En general tenemos que la vida media μ y la constante de desintegración radioactiva k satisfacen $k\mu = \ln 2$.

Determinación de edades por el método del carbono 14

El isótopo radioactivo carbono-14 (^{14}C) se descompone en nitrógeno, y puede ser usado para determinar la edad de materiales.

Determinación de edades por el método del carbono 14

El isótopo radioactivo carbono-14 (^{14}C) se descompone en nitrógeno, y puede ser usado para determinar la edad de materiales. El ^{14}C tiene una vida media de 5730 años, la cual es corta comparada con otros isótopos usados en datación radiométrica.

Determinación de edades por el método del carbono 14

El isótopo radioactivo carbono-14 (^{14}C) se descompone en nitrógeno, y puede ser usado para determinar la edad de materiales. El ^{14}C tiene una vida media de 5730 años, la cual es corta comparada con otros isótopos usados en datación radiométrica.

A diferencia del resto de los métodos de datación radiométrica lo que Con el carbono 14 se data la muerte de un ser vivo y no el nacimiento de una mineral o otra sustancia.

Determinación de edades por el método del carbono 14

El isótopo radioactivo carbono-14 (^{14}C) se descompone en nitrógeno, y puede ser usado para determinar la edad de materiales. El ^{14}C tiene una vida media de 5730 años, la cual es corta comparada con otros isótopos usados en datación radiométrica.

A diferencia del resto de los métodos de datación radiométrica lo que Con el carbono 14 se data la muerte de un ser vivo y no el nacimiento de una mineral o otra sustancia. Entre otros se puede datar materiales como madera, huesos, etc, hasta unos 50 000 años, aunque después de los 30,000 años el margen de error de la datación se hace demasiado grande.

El método se basa en que el cociente de la cantidad de ^{14}C y la cantidad de carbono ordinario ^{12}C presentes en la atmósfera es constante debido a las colisiones de los neutrones generados por los rayos cósmicos con el nitrógeno en la atmósfera superior.

El método se basa en que el cociente de la cantidad de ^{14}C y la cantidad de carbono ordinario ^{12}C presentes en la atmósfera es constante debido a las colisiones de los neutrones generados por los rayos cósmicos con el nitrógeno en la atmósfera superior. Por tanto, la proporción de ^{14}C en los organismos vivos es la misma que en la atmósfera.

El método se basa en que el cociente de la cantidad de ^{14}C y la cantidad de carbono ordinario ^{12}C presentes en la atmósfera es constante debido a las colisiones de los neutrones generados por los rayos cósmicos con el nitrógeno en la atmósfera superior. Por tanto, la proporción de ^{14}C en los organismos vivos es la misma que en la atmósfera. Cuando un organismo muere no hay más absorción del ^{14}C.

El método se basa en que el cociente de la cantidad de ^{14}C y la cantidad de carbono ordinario ^{12}C presentes en la atmósfera es constante debido a las colisiones de los neutrones generados por los rayos cósmicos con el nitrógeno en la atmósfera superior. Por tanto, la proporción de ^{14}C en los organismos vivos es la misma que en la atmósfera. Cuando un organismo muere no hay más absorción del ^{14}C. Finalmente, comparando la proporción de ^{14}C que hay en un fósil con la proporción de la atmósfera se estima su edad.

Ejemplo

Un hueso fosilizado contiene 1/100 de la cantidad original de carbono 14. Determinemos la edad del fósil.

Ejemplo

Un hueso fosilizado contiene $1/100$ de la cantidad original de carbono 14. Determinemos la edad del fósil.

Sea $t = 0$ el instante de la muerte del ser vivo al que pertenecía el hueso fosilizado,

Ejemplo

Un hueso fosilizado contiene 1/100 de la cantidad original de carbono 14. Determinemos la edad del fósil.

Sea $t = 0$ el instante de la muerte del ser vivo al que pertenecía el hueso fosilizado, P_0 la cantidad inicial de ^{14}C

Ejemplo

Un hueso fosilizado contiene 1/100 de la cantidad original de carbono 14. Determinemos la edad del fósil.

Sea $t = 0$ el instante de la muerte del ser vivo al que pertenecía el hueso fosilizado, P_0 la cantidad inicial de ${}^{14}C$ y $P(t)$ la cantidad de dicha sustancia en el instante t medida en años.

Ejemplo

Un hueso fosilizado contiene 1/100 de la cantidad original de carbono 14. Determinemos la edad del fósil.

Sea $t = 0$ el instante de la muerte del ser vivo al que pertenecía el hueso fosilizado, P_0 la cantidad inicial de ${}^{14}C$ y $P(t)$ la cantidad de dicha sustancia en el instante t medida en años.

Tenemos que $P(t)$ satisface la ecuación (2) donde $k = \frac{\ln 2}{5730}$.

Ejemplo

Un hueso fosilizado contiene 1/100 de la cantidad original de carbono 14. Determinemos la edad del fósil.

Sea $t = 0$ el instante de la muerte del ser vivo al que pertenecía el hueso fosilizado, P_0 la cantidad inicial de ${}^{14}C$ y $P(t)$ la cantidad de dicha sustancia en el instante t medida en años.

Tenemos que $P(t)$ satisface la ecuación (2) donde $k = \frac{\ln 2}{5730}$. Por tanto,

$$P(t) = P_0 e^{-\frac{\ln 2}{5730}t}$$

Ejemplo

Un hueso fosilizado contiene 1/100 de la cantidad original de carbono 14. Determinemos la edad del fósil.

Sea $t = 0$ el instante de la muerte del ser vivo al que pertenecía el hueso fosilizado, P_0 la cantidad inicial de ^{14}C y $P(t)$ la cantidad de dicha sustancia en el instante t medida en años.

Tenemos que $P(t)$ satisface la ecuación (2) donde $k = \frac{\ln 2}{5730}$. Por tanto,

$$P(t) = P_0 e^{-\frac{\ln 2}{5730}t}$$

Dado que se tiene $1/100P_0$ de ^{14}C, despejando el tiempo transcurrido t_0 tenemos que

$$1/100P_0 = P_0 e^{-\frac{\ln 2}{5730}t_0}.$$

Ejemplo

Un hueso fosilizado contiene 1/100 de la cantidad original de carbono 14. Determinemos la edad del fósil.

Sea $t = 0$ el instante de la muerte del ser vivo al que pertenecía el hueso fosilizado, P_0 la cantidad inicial de ^{14}C y $P(t)$ la cantidad de dicha sustancia en el instante t medida en años.

Tenemos que $P(t)$ satisface la ecuación (2) donde $k = \frac{\ln 2}{5730}$. Por tanto,

$$P(t) = P_0 e^{-\frac{\ln 2}{5730}t}$$

Dado que se tiene $1/100P_0$ de ^{14}C, despejando el tiempo transcurrido t_0 tenemos que

$$1/100P_0 = P_0 e^{-\frac{\ln 2}{5730}t_0}.$$

Obtenemos que

$$t_0 = \frac{\ln 100}{\ln 2}5730$$

Ejemplo

Un hueso fosilizado contiene 1/100 de la cantidad original de carbono 14. Determinemos la edad del fósil.

Sea $t = 0$ el instante de la muerte del ser vivo al que pertenecía el hueso fosilizado, P_0 la cantidad inicial de ^{14}C y $P(t)$ la cantidad de dicha sustancia en el instante t medida en años.

Tenemos que $P(t)$ satisface la ecuación (2) donde $k = \frac{\ln 2}{5730}$. Por tanto,

$$P(t) = P_0 e^{-\frac{\ln 2}{5730}t}$$

Dado que se tiene $1/100 P_0$ de ^{14}C, despejando el tiempo transcurrido t_0 tenemos que

$$1/100 P_0 = P_0 e^{-\frac{\ln 2}{5730}t_0}.$$

Obtenemos que

$$t_0 = \frac{\ln 100}{\ln 2} 5730 \approx 38.069$$