

## Método de sustitución hacia atrás

**Objetivo:** Dado un sistema de ecuaciones lineales consistente con “patrón escalonado”, encontrar su(s) solución(es).

- 1 Escriba la matriz aumentada del sistema de ecuaciones lineales (la cual es una matriz escalonada).
- 2 Identifique la columna del primer pivote, de derecha a izquierda (ó la del último pivote, de izquierda a derecha).
- 3 Aplique la operación elemental adecuada de Tipo Escalamiento para obtener uno (1) como pivote en esta columna.
- 4 Aplique sucesivamente operaciones elementales adecuadas del Tipo Eliminación para obtener ceros (0) encima del pivote de esta columna.
- 5 Repítale este procedimiento, comenzando con el Paso 2, al conjunto de filas de la matriz resultante en el paso anterior que están por encima de la fila donde estaba el pivote anterior, hasta agotar las filas.

Ejemplo.

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 2 & -4 & 6 & 18 \\ 0 & 3 & 9 & 15 \\ 0 & 0 & \boxed{1/2} & 1 \end{array} \right)$$

$$2F_3 \rightarrow F_3 \quad \left( \begin{array}{ccc|c} 2 & -4 & 6 & 18 \\ 0 & 3 & 9 & 15 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array} \right)$$

$$\begin{array}{l} F_2 - 9F_3 \rightarrow F_2 \\ F_1 - 6F_3 \rightarrow F_1 \end{array} \quad \left( \begin{array}{ccc|c} 2 & -4 & 0 & 6 \\ 0 & \boxed{3} & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array} \right)$$

$$\frac{1}{3}F_2 \rightarrow F_2 \quad \left( \begin{array}{ccc|c} 2 & -4 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array} \right)$$

$$\frac{1}{3}F_2 \rightarrow F_2 \quad \left( \begin{array}{ccc|c} 2 & -4 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array} \right)$$

$$F_1 + 4F_2 \rightarrow F_1 \quad \left( \begin{array}{ccc|c} 2 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array} \right)$$

$$\frac{1}{2}F_1 \rightarrow F_1 \quad \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array} \right) \text{ Matriz escalonada reducida.}$$

$$\begin{aligned} x &= 1 \\ y &= -1 \\ z &= 2 \end{aligned} \quad (1, -1, 2) \text{ es la única solución del sistema.}$$

Ejemplo.

$$\begin{aligned} 2x - y + 3z - w &= 1 \\ 5y - z + 5w &= 2 \\ \frac{2}{5}z &= -\frac{4}{5} \end{aligned} \quad \left( \begin{array}{cccc|c} 2 & -1 & 3 & -1 & 1 \\ 0 & 5 & -1 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & \frac{2}{5} & 0 & -\frac{4}{5} \end{array} \right)$$

$$\frac{5}{2}F_3 \rightarrow F_3 \quad \left( \begin{array}{cccc|c} 2 & -1 & 3 & -1 & 1 \\ 0 & 5 & -1 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \end{array} \right)$$

$$\begin{aligned} F_2 + F_3 &\rightarrow F_2 \\ F_1 - 3F_3 &\rightarrow F_1 \end{aligned} \quad \left( \begin{array}{cccc|c} 2 & -1 & 0 & -1 & 7 \\ 0 & 5 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \end{array} \right)$$

$$\frac{1}{5}F_2 \rightarrow F_2 \quad \left( \begin{array}{cccc|c} 2 & -1 & 0 & -1 & 7 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \end{array} \right)$$

$$\left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \end{array} \right)$$

$$F_1 + F_2 \rightarrow F_1 \quad \left( \begin{array}{cccc|c} 2 & 0 & 0 & 0 & 7 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \end{array} \right)$$

$$\frac{1}{2}F_1 \rightarrow F_1 \quad \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 7/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \end{array} \right) \quad \text{F.E. Reducida}$$

$$x = 7/2$$

$$y + w = 0 \Rightarrow y = -w = -t, \quad w = t \in \mathbb{R}.$$

$$z = -2.$$

Conjunto solución:  $\{ (7/2, -t, -2, t) : t \in \mathbb{R} \}$ .

Ejemplo (solución simultanea de SEL).

$$\begin{array}{rrcr} & & -z & -2w & = -2 \\ 3x & - & 6y & - & 3z & & = & 0 \\ -2x & + & 3y & & & - & 4w & = & 4 \\ 5x & - & 10y & - & 3z & + & 4w & = & 4 \end{array} \quad \text{S.1.}$$

$$\begin{array}{rclcl} & & - & r & - & 2s & = & -1 \\ 3p & - & 6q & - & 3r & & = & -3 \\ -2p & + & 3q & & & - & 4s & = & 0 \\ 5p & - & 10q & - & 3r & + & 4s & = & -3 \end{array} \quad \text{5.2}$$

$$\begin{array}{rclcl} & & -x_3 - 2x_4 & = & 2 \\ 3x_1 - 6x_2 - 3x_3 & & & = & 2 \\ -2x_1 + 3x_2 & & -4x_4 & = & 2 \\ 5x_1 - 10x_2 - 3x_3 + 4x_4 & = & 1 & & \end{array} \quad \text{S.3.}$$

$$\left( \begin{array}{cccc|c} 0 & 0 & -1 & -2 & 2 \\ 3 & -6 & -3 & 0 & 2 \end{array} \right)$$

$$\left( \begin{array}{cccc|ccc} 0 & 0 & -1 & -2 & -2 & -1 & 2 \\ 3 & -6 & -3 & 0 & 0 & -3 & 2 \\ -2 & 3 & 0 & -4 & 4 & 0 & 2 \\ 5 & -10 & -3 & 4 & 4 & -3 & 1 \end{array} \right)$$

↑  
S.1

↑  
S.2

↑  
S.3

Términos constantes.