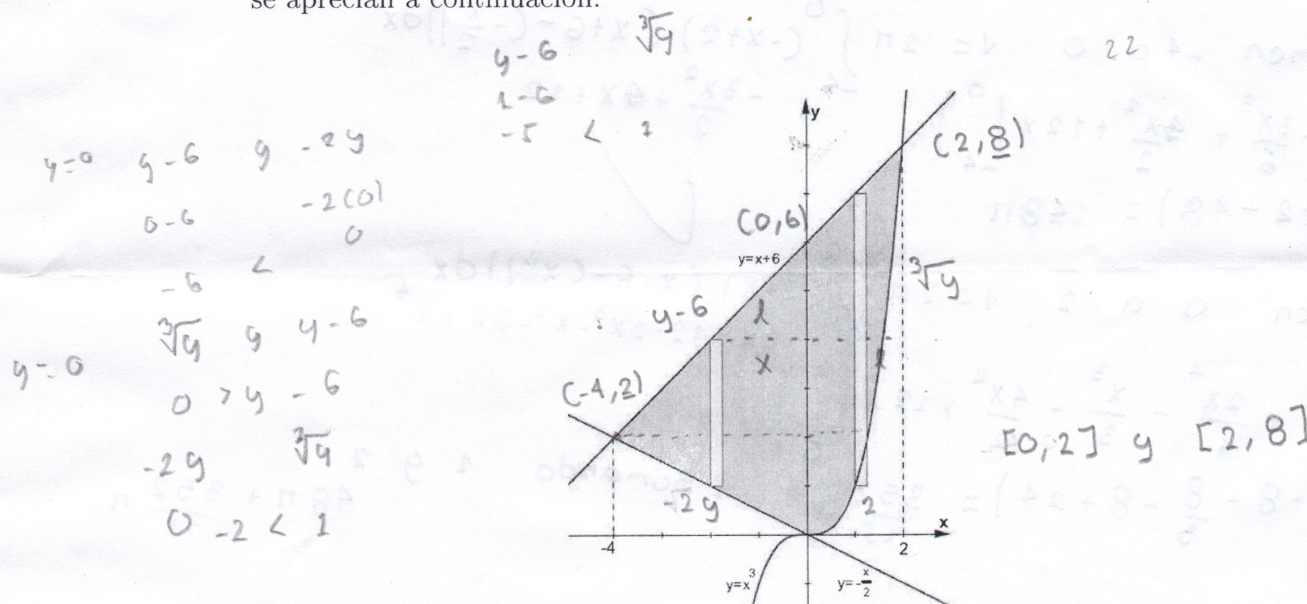


Instrucciones.

- Primero lea cuidadosa y detalladamente el examen, después, responda de manera clara y ordenada. **Justifique todas sus respuestas.** No se responden preguntas que estén relacionadas con el desarrollo del examen. Apague su teléfono celular.

1. [50 puntos] Resuelva los siguientes problemas.

- a) [40 ptos.] Considere las funciones $f(x) = x + 6$, $g(x) = x^3$ y $h(x) = -\frac{x}{2}$, cuyas gráficas se aprecian a continuación.



- 1) Plantee, pero no calcule, el área de la región R con respecto al eje y .
 - 2) Plantee, pero no calcule, el área de la región R con respecto al eje x .
 - 3) Determine el área de la región sombreada R .
 - 4) Si el eje de giro es la recta $x = 2$, calcule el volumen de la región R por el método que crea conveniente.
- b) [10 ptos.] Encuentre una función g tal que para $x > 0$,

$$4 \int_0^{x^2} t g(t) dt = 2x^3 + \int_{x^2}^4 g(t) dt$$

(Sug: usar el Teorema Fundamental del Cálculo).

Handwritten work for part b):

$$4x^2$$

$$+ (x^2 (g(x^2)))$$

$$2x^3 + (g(4) - g(x^2))$$

$$g(t)$$

$$g'(4) - g'(x^2)$$

1 Las relaciones quedan El area es la suma de las siguientes integrales

$$x = y - 6$$

$$x = \sqrt[3]{y}$$

$$x = -2y$$

$$1 \int_0^2 \sqrt[3]{y} - (-2y) dy$$

$$2 \int_2^8 \sqrt[3]{y} - (y-6) dy$$

El area es la suma de esas integrales

$$\text{Area} = \int_0^2 y-6+2y dy + \int_2^8 y-6+2y dy$$

2 El area esta dado por:

$$\int_{-4}^0 x+6-(-\frac{x}{2}) dx + \int_0^2 x+6-(x^3) dx$$

3

$$\frac{x^2}{2} + 6x + \frac{x}{4} \Big|_{-4}^0 + \frac{x^2}{2} + 6x - \frac{x^4}{4} \Big|_0^2$$

$$12$$

$$+$$

$$10$$

$$= 22$$

4 calculando 2 volúmenes

1 volumen -4 a 0 $V = 2\pi \int_{-4}^0 (-x+2) (x+6-(-\frac{x}{2})) dx$

$$2\pi \left(-\frac{3x^3}{6} + \frac{4x^2}{2} + 12x \right) \Big|_{-4}^0$$

$$2\pi (-32 - 32 - 48) = 148\pi$$

2 volumen 0 a 2 $V = 2\pi \int_0^2 (2-x) (x+6-(x^3)) dx$

$$2\pi \left(\frac{x^5}{5} - \frac{2x^4}{4} - \frac{x^3}{3} - \frac{4x^2}{2} + 12x \right) \Big|_0^2$$

$$2\pi \left(\frac{32}{5} - 8 - \frac{8}{3} - 8 + 24 \right) = \frac{352}{15} \pi$$

Sumando 1 y 2 $48\pi + \frac{352}{15} \pi$

b)

