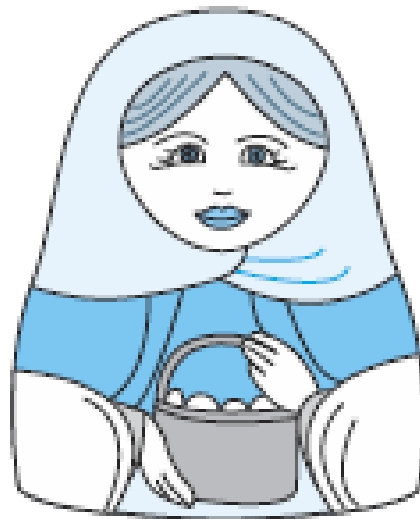


MÉTODO PARA SOLUCIÓN DE RECURRENCIAS LINEALES NO HOMOGÉNEAS



Solución a recurrencias No homogéneas

Sea $a_n = c_1 a_{n-1} + c_2 a_{n-2} + \cdots + c_k a_{n-k} + F(n)$, donde $F(n)$ no es nula y $a_n = c_1 a_{n-1} + c_2 a_{n-2} + \cdots + c_k a_{n-k}$ es la relación de recurrencia homogénea asociada.

Solución a recurrencias No homogéneas

Sea $a_n = c_1 a_{n-1} + c_2 a_{n-2} + \cdots + c_k a_{n-k} + F(n)$, donde $F(n)$ no es nula y $a_n = c_1 a_{n-1} + c_2 a_{n-2} + \cdots + c_k a_{n-k}$ es la relación de recurrencia homogénea asociada.

Ejemplo 1. $a_n = 2a_{n-1} + 1$ es una r.r no homogénea donde

- $a_n^h = 2a_{n-1} \qquad F(n) = 1$

Solución a recurrencias No homogéneas

Sea $a_n = c_1 a_{n-1} + c_2 a_{n-2} + \cdots + c_k a_{n-k} + F(n)$, donde $F(n)$ no es nula y $a_n = c_1 a_{n-1} + c_2 a_{n-2} + \cdots + c_k a_{n-k}$ es la relación de recurrencia homogénea asociada.

Ejemplo 1. $a_n = 2a_{n-1} + 1$ es una r.r no homogénea donde $F(n) = 1$

- $a_n^h = 2a_{n-1} \qquad F(n) = 1$

Ejemplo 2. $a_n = a_{n-1} + 2^n$ es una r.r no homogénea donde

- $a_n^h = a_{n-1} \qquad F(n) = 2^n$

Solución a recurrencias No homogéneas

Sea $a_n = c_1 a_{n-1} + c_2 a_{n-2} + \cdots + c_k a_{n-k} + F(n)$, donde $F(n)$ no es nula y $a_n = c_1 a_{n-1} + c_2 a_{n-2} + \cdots + c_k a_{n-k}$ es la relación de recurrencia homogénea asociada.

Ejemplo 1. $a_n = 2a_{n-1} + 1$ es una r.r no homogénea donde $F(n) = 1$

- $a_n^h = 2a_{n-1} \qquad F(n) = 1$

Ejemplo 2. $a_n = a_{n-1} + 2^n$ es una r.r no homogénea donde

- $a_n^h = a_{n-1} \qquad F(n) = 2^n$

Ejemplo 3. $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + n^2 + n + 1$

Solución a recurrencias No homogéneas

Sea $a_n = c_1 a_{n-1} + c_2 a_{n-2} + \cdots + c_k a_{n-k} + F(n)$, donde $F(n)$ no es nula y $a_n = c_1 a_{n-1} + c_2 a_{n-2} + \cdots + c_k a_{n-k}$ es la relación de recurrencia homogénea asociada.

Ejemplo 1. $a_n = 2a_{n-1} + 1$ es una r.r no homogénea donde $F(n) = 1$

- $a_n^h = 2a_{n-1} \qquad F(n) = 1$

Ejemplo 2. $a_n = a_{n-1} + 2^n$ es una r.r no homogénea donde

- $a_n^h = a_{n-1} \qquad F(n) = 2^n$

Ejemplo 3. $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + n^2 + n + 1$

- $a_n^h = a_{n-1} + a_{n-2} \qquad F(n) = n^2 + n + 1$

Teorema1

Si $\{a_n^{(p)}\}$ es una solución particular de $a_n = c_1 a_{n-1} + c_2 a_{n-2} + \cdots + c_k a_{n-k} + F(n)$ entonces toda la solución $\{a_n^{(p)} + a_n^{(h)}\}$ donde $\{a_n^{(h)}\}$ es solución de la homogénea asociada $a_n = c_1 a_{n-1} + c_2 a_{n-2} + \cdots + c_k a_{n-k}$.

Ejercicio 2. Determinar todas las soluciones de $a_n = 2a_{n-1} + 1$

$$a_1 = 1$$

Ejercicio 2. Determinar todas las soluciones de $a_n = 2a_{n-1} + 1$

sol. La solución de la relación de recurrencia es $a_n = \{a_n^{(p)} + a_n^{(h)}\}$ donde $a_n^{(h)}$ es la solución de la homogénea asociada y $a_n^{(p)}$ es la solución polinómica.

Ejercicio 2. Determinar todas las soluciones de $a_n = 2a_{n-1} + 1$

sol. La solución de la relación de recurrencia es $a_n = \{a_n^{(p)} + a_n^{(h)}\}$ donde $a_n^{(h)}$ es la solución de la homogénea asociada y $a_n^{(p)}$ es la solución polinómica.

Dada la recurrencia $a_n = 2a_{n-1} + 1$, $F(n) = 1$ estos son los pasos para resolverla:

- **PASO 1: Resolvemos RR. homogénea**

Ejercicio 2. Determinar todas las soluciones de $a_n = 2a_{n-1} + 1$

sol. La solución de la relación de recurrencia es $a_n = \{a_n^{(p)} + a_n^{(h)}\}$ donde $a_n^{(h)}$ es la solución de la homogénea asociada y $a_n^{(p)}$ es la solución polinómica.

Dada la recurrencia $a_n = 2a_{n-1} + 1$, $F(n) = 1$ estos son los pasos para resolverla:

- **PASO 1: Resolvemos RR. homogénea**

- 1 Calculamos $a_n^{(h)}$ resolviendo la ecuación homogénea asociada

- $a_n^h = 2a_{n-1}$

Ejercicio 2. Determinar todas las soluciones de $a_n = 2a_{n-1} + 1$

sol. La solución de la relación de recurrencia es $a_n = \{a_n^{(p)} + a_n^{(h)}\}$ donde $a_n^{(h)}$ es la solución de la homogénea asociada y $a_n^{(p)}$ es la solución polinómica.

Dada la recurrencia $a_n = 2a_{n-1} + 1$, $F(n) = 1$ estos son los pasos para resolverla:

- **PASO 1: Resolvemos RR. homogénea**

- 1 Calculamos $a_n^{(h)}$ resolviendo la ecuación homogénea asociada

- $a_n^h = 2a_{n-1}$

Ecuación característica: $r - 2 = 0$

Ejercicio 2. Determinar todas las soluciones de $a_n = 2a_{n-1} + 1$

sol. La solución de la relación de recurrencia es $a_n = \{a_n^{(p)} + a_n^{(h)}\}$ donde $a_n^{(h)}$ es la solución de la homogénea asociada y $a_n^{(p)}$ es la solución polinómica.

Dada la recurrencia $a_n = 2a_{n-1} + 1$, $F(n) = 1$ estos son los pasos para resolverla:

- **PASO 1: Resolvemos RR. homogénea**

- 1 Calculamos $a_n^{(h)}$ resolviendo la ecuación homogénea asociada

- $a_n^h = 2a_{n-1}$

Ecuación característica: $r - 2 = 0$

- $r = 2$

Ejercicio 2. Determinar todas las soluciones de $a_n = 2a_{n-1} + 1$

sol. La solución de la relación de recurrencia es $a_n = \{a_n^{(p)} + a_n^{(h)}\}$ donde $a_n^{(h)}$ es la solución de la homogénea asociada y $a_n^{(p)}$ es la solución polinómica.

Dada la recurrencia $a_n = 2a_{n-1} + 1$, $F(n) = 1$ estos son los pasos para resolverla:

- **PASO 1: Resolvemos RR. homogénea**

- 1 Calculamos $a_n^{(h)}$ resolviendo la ecuación homogénea asociada

- $a_n^h = 2a_{n-1}$

Ecuación característica: $r - 2 = 0$

- $r = 2$

- $a_n^h = c_1 \cdot 2^n$

- PASO 2: A partir de $F(n)$, igualamos un polinomio del mismo grado**

$F(n)$	$a_n^{(p)}$
C	A
n	$An + B$
n^2	$An^2 + Bn + C$
$n^t \quad t \in \mathbb{Z}^+$	$A_t n^t + A_{t-1} n^{t-1} + \dots + A_1 n + A_0$
$r^n, r \in \mathbb{R}$	Ar^n
$n^t r^n \quad t \in \mathbb{Z}^+, r \in \mathbb{R}$	$r^n (A_t n^t + A_{t-1} n^{t-1} + \dots + A_1 n + A_0)$

• **PASO 2: A partir de $F(n)$, igualamos un polinomio del mismo grado**

② Ahora resolvemos $a_n^{(p)}$ igualando $F(n) = 1$ con un polinomio de igual grado. entonces $a_n^{(p)} = A$ se iguala con la constante A por que $F(n)$ es igual a una constante 1.

$F(n)$	$a_n^{(p)}$
C	A
n	An + B
n ²	An ² + Bn + C
n ^t t ∈ Z ⁺	A _t n ^t + A _{t-1} n ^{t-1} + ... + A ₁ n + A ₀
r ⁿ , r ∈ R	Ar ⁿ
n ^t r ⁿ t ∈ Z ⁺ , r ∈ R	r ⁿ (A _t n ^t + A _{t-1} n ^{t-1} + ... + A ₁ n + A ₀)

- **PASO 3: Reemplazamos en la RR original el polinomio igualado en el paso 2**

- PASO 3: Reemplazamos en la RR original el polinomio igualado en el paso 2

- **R. R Original:** $a_n = 2a_{n-1} + 1$

- Reemplazamos $a_n^{(p)} = A$ en la relación de recurrencia Original

$$A = 2A + 1$$

- PASO 3: Reemplazamos en la RR original el polinomio igualado en el paso 2
 - R. R Original: $a_n = 2a_{n-1} + 1$
 - Reemplazamos $a_n^{(p)} = A$ en la relación de recurrencia Original
$$A = 2A + 1$$
- PASO 4: Resolvemos la ecuación para hallar los valores de las variables, en este caso de A:

- **PASO 3: Reemplazamos en la RR original el polinomio igualado en el paso 2**

- **R. R Original:** $a_n = 2a_{n-1} + 1$

- Reemplazamos $a_n^{(p)} = A$ en la relación de recurrencia Original

$$A = 2A + 1$$

- **PASO 4: Resolvemos la ecuación para hallar los valores de las variables, en este caso de A:**

$$A = 2A + 1$$

$$-1 = 2A - A$$

- **$A = -1$**

- **PASO 3: Reemplazamos en la RR original el polinomio igualado en el paso 2**

- **R. R Original:** $a_n = 2a_{n-1} + 1$

- Reemplazamos $a_n^{(p)} = A$ en la relación de recurrencia Original

$$A = 2A + 1$$

- **PASO 4: Resolvemos la ecuación para hallar los valores de las variables, en este caso de A:**

$$A = 2A + 1$$

$$-1 = 2A - A$$

- **$A = -1$**

- **PASO 5: Reemplazar el valor de las variables en $a_n^{(p)}$**

- **PASO 3: Reemplazamos en la RR original el polinomio igualado en el paso 2**

- **R. R Original:** $a_n = 2a_{n-1} + 1$

- Reemplazamos $a_n^{(p)} = A$ en la relación de recurrencia Original

$$A = 2A + 1$$

- **PASO 4: Resolvemos la ecuación para hallar los valores de las variables, en este caso de A:**

$$A = 2A + 1$$

$$-1 = 2A - A$$

- **$A = -1$**

- **PASO 5: Reemplazar el valor de las variables en $a_n^{(p)}$**

- $a_n^{(p)} = A$ **Quedando:** $a_n^{(p)} = -1$

- **PASO 6: Componemos la solución de la recurrencia**

como $a_n = \{a_n^{(p)} + a_n^{(h)}\}$ y $a_n^{(p)} = -1$ y $a_n^{(h)} = \alpha 2^n$

- $a_n = \mathcal{C} \cdot 2^n - 1$

- PASO 6: Componemos la solución de la recurrencia**

como $a_n = \{a_n^{(p)} + a_n^{(h)}\}$ y $a_n^{(p)} = -1$ y $a_n^{(h)} = \alpha 2^n$

- $a_n = \alpha \cdot 2^n - 1$

PASO 7: Con los valores iniciales hallamos los valores de los alfas

$$a_1 = 1$$

$$1 = \alpha \cdot 2^1 - 1$$

$$2 = 2\alpha$$

$$\alpha = 1$$

- **PASO 6: Componemos la solución de la recurrencia**

$$\text{como } a_n = \{a_n^{(p)} + a_n^{(h)}\} \text{ y } a_n^{(p)} = -1 \text{ y } a_n^{(h)} = \alpha 2^n$$

- $a_n = \alpha \cdot 2^n - 1$

PASO 7: Con los valores iniciales hallamos los valores de los alfas

$$a_1 = 1$$

$$1 = \alpha \cdot 2^1 - 1$$

$$2 = 2\alpha$$

$$\alpha = 1$$

- **Finalmente reemplazamos en solución Quedando:**

$$a_n = 2^n - 1$$

Ejercicio 2. Determinar todas las soluciones de la relación de recurrencia $a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2} + 7^n$ (a veces no hay muchas condiciones iniciales)

La solución de la relación de recurrencia es $a_n = \{a_n^{(p)} + a_n^{(h)}\}$ donde $a_n^{(h)}$ (homogénea) y $a_n^{(p)}$ (polinómica).

Ejercicio 2. Determinar todas las soluciones de la relación de recurrencia $a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2} + 7^n$ (a veces no hay muchas condiciones iniciales)

La solución de la relación de recurrencia es $a_n = \{a_n^{(p)} + a_n^{(h)}\}$ donde $a_n^{(h)}$ (homogénea) y $a_n^{(p)}$ (polinómica).

- **PASO 1: Resolvemos RR. homogénea**

Ejercicio 2. Determinar todas las soluciones de la relación de recurrencia $a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2} + 7^n$ (a veces no hay muchas condiciones iniciales)

La solución de la relación de recurrencia es $a_n = \{a_n^{(p)} + a_n^{(h)}\}$ donde $a_n^{(h)}$ (homogénea) y $a_n^{(p)}$ (polinómica).

- **PASO 1: Resolvemos RR. homogénea**
 - $a_n^h = 5a_{n-1} - 6a_{n-2}$

Ejercicio 2. Determinar todas las soluciones de la relación de recurrencia $a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2} + 7^n$ (a veces no hay muchas condiciones iniciales)

La solución de la relación de recurrencia es $a_n = \{a_n^{(p)} + a_n^{(h)}\}$ donde $a_n^{(h)}$ (homogénea) y $a_n^{(p)}$ (polinómica).

- **PASO 1: Resolvemos RR. homogénea**

- $a_n^h = 5a_{n-1} - 6a_{n-2}$

Ecuación característica: $r^2 - 5r + 6 = 0$

- $(r-3)(r-2)$

- $r_1 = 3 \quad r_2 = 2$

$$a_n^h = \alpha_1 3^n + \alpha_2 2^n$$

Ejercicio 2. Determinar todas las soluciones de la relación de recurrencia $a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2} + 7^n$ (a veces no hay muchas condiciones iniciales)

La solución de la relación de recurrencia es $a_n = \{a_n^{(p)} + a_n^{(h)}\}$ donde $a_n^{(h)}$ (homogénea) y $a_n^{(p)}$ (polinómica).

- **PASO 2: A partir de $F(n)$, igualamos un polinomio del mismo grado**
- $F(n) = 7^n$

$F(n)$	$a_n^{(p)}$
C	A
n	An + B
n^2	$An^2 + Bn + C$
$n^t \quad t \in \mathbb{Z}^+$	$A_t n^t + A_{t-1} n^{t-1} + \dots + A_1 n + A_0$
$r^n, r \in \mathbb{R}$	Ar^n
$n^t r^n \quad t \in \mathbb{Z}^+, r \in \mathbb{R}$	$r^n (A_t n^t + A_{t-1} n^{t-1} + \dots + A_1 n + A_0)$

Ejercicio 2. Determinar todas las soluciones de la relación de recurrencia $a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2} + 7^n$ (a veces no hay muchas condiciones iniciales)

La solución de la relación de recurrencia es $a_n = \{a_n^{(p)} + a_n^{(h)}\}$ donde $a_n^{(h)}$ (homogénea) y $a_n^{(p)}$ (polinómica).

- **PASO 2: A partir de $F(n)$, igualamos un polinomio del mismo grado**

- $F(n) = 7^n$

- $a_n^{(p)} = A7^n$

$F(n)$	$a_n^{(p)}$
C	A
n	An + B
n^2	$An^2 + Bn + C$
$n^t \quad t \in \mathbb{Z}^+$	$A_t n^t + A_{t-1} n^{t-1} + \dots + A_1 n + A_0$
$r^n, r \in \mathbb{R}$	Ar^n
$n^t r^n \quad t \in \mathbb{Z}^+, r \in \mathbb{R}$	$r^n (A_t n^t + A_{t-1} n^{t-1} + \dots + A_1 n + A_0)$

Ejercicio 2. Determinar todas las soluciones de la relación de recurrencia $a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2} + 7^n$ (a veces no hay muchas condiciones iniciales)

La solución de la relación de recurrencia es $a_n = \{a_n^{(p)} + a_n^{(h)}\}$ donde $a_n^{(h)}$ (homogénea) y $a_n^{(p)}$ (polinómica).

- **PASO 2: A partir de $F(n)$, igualamos un polinomio del mismo grado**
 - $F(n) = 7^n$
 - $a_n^{(p)} = A7^n$
- **PASO 3: Reemplazamos en la RR original el polinomio igualado en el paso 2**
 - $a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2} + 7^n$

Ejercicio 2. Determinar todas las soluciones de la relación de recurrencia $a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2} + 7^n$ (a veces no hay muchas condiciones iniciales)

La solución de la relación de recurrencia es $a_n = \{a_n^{(p)} + a_n^{(h)}\}$ donde $a_n^{(h)}$ (homogénea) y $a_n^{(p)}$ (polinómica).

- **PASO 2: A partir de $F(n)$, igualamos un polinomio del mismo grado**

- $F(n) = 7^n$
- $a_n^{(p)} = A7^n$

- **PASO 3: Reemplazamos en la RR original el polinomio igualado en el paso 2**

- $a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2} + 7^n$
 $A7^n = 5A7^{n-1} - 6A7^{n-2} + 7^n$

PASO 4: Resolvemos la ecuación para hallar los valores de las variables, en este caso de A:

$$A7^n = 5A7^{n-1} - 6A7^{n-2} + 7^n$$

PASO 4: Resolvemos la ecuación para hallar los valores de las variables, en este caso de A:

$$A7^n = 5A7^{n-1} - 6A7^{n-2} + 7^n$$

$$A7^n = 7^n[5A7^{-1} - 6A7^{-2} + 1]$$

PASO 4: Resolvemos la ecuación para hallar los valores de las variables, en este caso de A:

$$A7^n = 5A7^{n-1} - 6A7^{n-2} + 7^n$$

$$\cancel{A}7^n = \cancel{7}^n[5A7^{-1} - 6A7^{-2} + 1]$$

PASO 4: Resolvemos la ecuación para hallar los valores de las variables, en este caso de A:

$$A7^n = 5A7^{n-1} - 6A7^{n-2} + 7^n$$

$$\cancel{A}7^n = \cancel{7}^n[5A7^{-1} - 6A7^{-2} + 1]$$

$$A = 5A7^{-1} - 6A7^{-2} + 1$$

PASO 4: Resolvemos la ecuación para hallar los valores de las variables, en este caso de A:

$$A7^n = 5A7^{n-1} - 6A7^{n-2} + 7^n$$

$$\cancel{A7^n} = \cancel{7^n} [5A7^{-1} - 6A7^{-2} + 1]$$

$$A = 5A7^{-1} - 6A7^{-2} + 1$$

$$A = 5/7A - 6/49A + 1$$

PASO 4: Resolvemos la ecuación para hallar los valores de las variables, en este caso de A:

$$A7^n = 5A7^{n-1} - 6A7^{n-2} + 7^n$$

$$\cancel{A7^n} = \cancel{7^n} [5A7^{-1} - 6A7^{-2} + 1]$$

$$A = 5A7^{-1} - 6A7^{-2} + 1$$

$$A = 5/7A - 6/49A + 1$$

$$A - 5/7A + 6/49A = 1$$

PASO 4: Resolvemos la ecuación para hallar los valores de las variables, en este caso de A:

$$A7^n = 5A7^{n-1} - 6A7^{n-2} + 7^n$$

$$\cancel{A7^n} = \cancel{7^n}[5A7^{-1} - 6A7^{-2} + 1]$$

$$A = 5A7^{-1} - 6A7^{-2} + 1$$

$$A = 5/7A - 6/49A + 1$$

$$A - 5/7A + 6/49A = 1$$

$$A[1 - 5/7 + 6/49] = 1$$

PASO 4: Resolvemos la ecuación para hallar los valores de las variables, en este caso de A:

$$A7^n = 5A7^{n-1} - 6A7^{n-2} + 7^n$$

$$\cancel{A7^n} = \cancel{7^n}[5A7^{-1} - 6A7^{-2} + 1]$$

$$A = 5A7^{-1} - 6A7^{-2} + 1$$

$$A = 5/7A - 6/49A + 1$$

$$A - 5/7A + 6/49A = 1$$

$$A[1 - 5/7 + 6/49] = 1$$

$$20/49A = 1$$

PASO 4: Resolvemos la ecuación para hallar los valores de las variables, en este caso de A:

$$A7^n = 5A7^{n-1} - 6A7^{n-2} + 7^n$$

$$\cancel{A7^n} = \cancel{7^n}[5A7^{-1} - 6A7^{-2} + 1]$$

$$A = 5A7^{-1} - 6A7^{-2} + 1$$

$$A = 5/7A - 6/49A + 1$$

$$A - 5/7A + 6/49A = 1$$

$$A[1 - 5/7 + 6/49] = 1$$

$$20/49A = 1$$

$$\mathbf{A = 49/20}$$

PASO 5: Reemplazar el valor de las variables en a_n^p

$$a_n^p = A7^n$$

PASO 5: Reemplazar el valor de las variables en a_n^p

$$a_n^p = A7^n \quad \text{Quedando: } a_n^p = (49/20)7^n$$

PASO 5: Reemplazar el valor de las variables en $a_n^{(p)}$

$$a_n^{(p)} = A7^n \quad \text{Quedando: } a_n^{(p)} = (49/20)7^n$$

PASO 6: Componemos la solución de la recurrencia

$$a_n = \{a_n^{(p)} + a_n^{(h)}\}$$

PASO 5: Reemplazar el valor de las variables en $a_n^{(p)}$

$$a_n^{(p)} = A7^n \quad \text{Quedando: } a_n^{(p)} = (49/20)7^n$$

PASO 6: Componemos la solución de la recurrencia

$$a_n = \{a_n^{(p)} + a_n^{(h)}\}$$

Por lo tanto la solución general de $\{a_n\}$ es

$$a_n = \alpha_1 3^n + \alpha_2 2^n + (49/20)7^n$$

EJERCICIOS

Solucionar la recurrencia $a_n = 3a_{n-1} + 2^n$, $a_0 = 1$

$F(n)$	$a_n^{(p)}$
C	A
n	$An + B$
n^2	$An^2 + Bn + C$
$n^t \quad t \in \mathbb{Z}^+$	$A_t n^t + A_{t-1} n^{t-1} + \dots + A_1 n + A_0$
$r^n, r \in \mathbb{R}$	Ar^n
$n^t r^n \quad t \in \mathbb{Z}^+, r \in \mathbb{R}$	$r^n (A_t n^t + A_{t-1} n^{t-1} + \dots + A_1 n + A_0)$

EJERCICIOS

Solucionar la recurrencia $a_n = 3a_{n-1} + 2^n$, $a_0 = 1$

Resolvemos RR. homogénea

$$a_n^H = 3a_{n-1}$$

$$a_n^H = c3^n$$

Resolvemos RR. particular

$$F(n) = 2^n$$

$$a_n^p = A2^n$$

$$A2^n = 3A2^{n-1} + 2^n$$

$$A2^n = 2^n[3A2^{-1} + 1]$$

$$A = 3/2A + 1$$

$$A = -2$$

$$\text{Quedando } a_n^p = -2 \cdot 2^n$$

EJERCICIOS

Solucionar la recurrencia $a_n = 3a_{n-1} + 2^n$, $a_0 = 1$

Componemos la solución de la RR

$$a_n = a_n^H + a_n^p$$

$$a_n = \alpha 3^n - 2 \cdot 2^n$$

Con valores iniciales hallamos α

$$1 = \alpha 3^0 - 2 \cdot 2^0$$

$$1 = 3\alpha - 2$$

$$\alpha = 3$$

Quedando la solución:

$$a_n = 3 \cdot 3^n - 2 \cdot 2^n$$

$$a_n = 3^{n+1} - 2^{n+1}$$

EJERCICIOS

Dada la recurrencia $a_n = 2a_{n-1} + n + 5$ determine la solución para $a_0 = 4$

$F(n)$	$a_n^{(p)}$
C	A
n	$An + B$
n^2	$An^2 + Bn + C$
$n^t \quad t \in \mathbb{Z}^+$	$A_t n^t + A_{t-1} n^{t-1} + \dots + A_1 n + A_0$
$r^n, r \in \mathbb{R}$	Ar^n
$n^t r^n \quad t \in \mathbb{Z}^+, r \in \mathbb{R}$	$r^n (A_t n^t + A_{t-1} n^{t-1} + \dots + A_1 n + A_0)$

Dada la recurrencia $a_n = 2a_{n-1} + n + 5$ determine la solución para $a_0 = 4$

- ① Una solución general es $a_n = \{a_n^{(h)} + a_n^{(p)}\}$
- ② La solución de la homogénea: $a_n^{(h)} = \alpha 2^n$
- ③ La solución polinómica: $a_n^{(p)} = An + B$ para $F(n) = n + 5$
- ④ Entonces por términos semejantes
 $An + B = 2(A(n - 1) + B) + n + 5$, $A = -1$ y $B = -7$
- ⑤ Por lo tanto $a_n = \alpha 2^n - n - 7$ es una **solución general** de la recurrencia.
- ⑥ Sea $a_n = \alpha 2^n - n - 7$, para $a_0 = 4$ entonces $\alpha = 11$. Por lo tanto la solución de la recurrencia:

$$a_n = 11 \cdot 2^n - n - 7$$

Teorema 6

Supongamos que $\{a_n\}$ es solución de la relación de recurrencia lineal no homogénea $a_n = c_1 a_{n-1} + c_2 a_{n-2} + \dots + c_k a_{n-k} + F(n)$, donde c_1, c_2, \dots, c_k son números reales y $F(n) = (b_t n^t + b_{t-1} n^{t-1} + \dots + b_1 n + b_0) S^n$ esto es cuando $F(n)$ es un polinomio multiplicando a S^n donde S es una constante. Entonces existe dos tipos de solución:

- Si S no es una raíz de la ecuación característica de la homogénea asociada, entonces existe una solución particular de la forma:

$$(p_t n^t + p_{t-1} n^{t-1} + \dots + p_1 n + p_0) S^n$$

- Cuando S es raíz de dicha ecuación característica y tiene multiplicidad m , existe una solución particular de la forma

$$n^m (p_t n^t + p_{t-1} n^{t-1} + \dots + p_1 n + p_0) S^n$$

Encontrar la solución a la relación de recurrencia

$$a_n = 3a_{n-1} + 3^n; \quad a_1 = 3$$

Encontrar la solución a la relación de recurrencia

$$a_n = 3a_{n-1} + 3^n; \quad a_1 = 3$$

1. Resolvemos RR. homogénea

$$a_n^H = 3a_{n-1}$$

Encontrar la solución a la relación de recurrencia

$$a_n = 3a_{n-1} + 3^n; \quad a_1 = 3$$

1. Resolvemos RR. homogénea

$$a_n^H = 3a_{n-1}$$

$$a_n^H = c3^n$$

Encontrar la solución a la relación de recurrencia

$$a_n = 3a_{n-1} + 3^n; \quad a_1 = 3$$

1. Resolvemos RR. homogénea

$$a_n^H = 3a_{n-1}$$

$$a_n^H = c3^n$$

2. Igualamos $F(n)$ a polinomio del mismo grado

$$F(n) = 3^n$$

Encontrar la solución a la relación de recurrencia

$$a_n = 3a_{n-1} + 3^n; \quad a_1 = 3$$

1. Resolvemos RR. homogénea

$$a_n^H = 3a_{n-1}$$

$$a_n^H = c3^n$$

2. Igualamos $F(n)$ a polinomio del mismo grado

$$F(n) = 3^n$$

Como $F(n)$ tiene la forma de un polinomio multiplicado por S^n y $S = 3$ y 3 es raíz de la parte homogénea. Aplicamos la segunda parte del teorema 6

Encontrar la solución a la relación de recurrencia

$$a_n = 3a_{n-1} + 3^n; \quad a_1 = 3$$

1. Resolvemos RR. homogénea

$$a_n^H = 3a_{n-1}$$

$$a_n^H = c3^n$$

2. Igualamos $F(n)$ a polinomio del mismo grado

$$F(n) = 3^n$$

Como $F(n)$ tiene la forma de un polinomio multiplicado por S^n y $S = 3$ y 3 es raíz de la parte homogénea. Aplicamos la segunda parte del teorema 6

- Cuando S es raíz de dicha ecuación característica y tiene multiplicidad m , existe una solución particular de la forma

$$n^m(p_t n^t + p_{t-1} n^{t-1} + \dots + p_1 n + p_0) S^n$$

Encontrar la solución a la relación de recurrencia

$$a_n = 3a_{n-1} + 3^n; \quad a_1 = 3$$

1. Resolvemos RR. homogénea

$$a_n^H = 3a_{n-1}$$

$$a_n^H = c3^n$$

2. Igualamos $F(n)$ a polinomio del mismo grado

$$F(n) = 3^n$$

$$a_n^p = nA3^n$$

Como $F(n)$ tiene la forma de un polinomio multiplicado por S^n y $S = 3$ y 3 es raíz de la parte homogénea. Aplicamos la segunda parte del teorema 6

- Cuando S es raíz de dicha ecuación característica y tiene multiplicidad m , existe una solución particular de la forma

$$n^m(p_t n^t + p_{t-1} n^{t-1} + \dots + p_1 n + p_0) S^n$$

3. Resolvemos a_n^p

$$F(n) = 3^n$$

$$a_n^p = nA3^n$$

3. Resolvemos a_n^p

$$F(n) = 3^n$$

$$a_n^p = nA3^n$$

Reemplazamos a_n^p en RR Original

$$nA3^n = 3(n-1)A3^{n-1} + 3^n$$

3. Resolvemos a_n^p

$$F(n) = 3^n$$

$$a_n^p = nA3^n$$

Reemplazamos a_n^p en RR Original

$$nA3^n = 3(n-1)A3^{n-1} + 3^n$$

$$nA3^n = (n-1)A3^{n-1}3 + 3^n$$

3. Resolvemos a_n^p

$$F(n) = 3^n$$

$$a_n^p = nA3^n$$

Reemplazamos a_n^p en RR Original

$$nA3^n = 3(n-1)A3^{n-1} + 3^n$$

$$nA3^n = (n-1)A3^{n-1}3 + 3^n$$

$$nA3^n = (n-1)A3^n + 3^n$$

3. Resolvemos a_n^p

$$F(n) = 3^n$$

$$a_n^p = nA3^n$$

Reemplazamos a_n^p en RR Original

$$nA3^n = 3(n-1)A3^{n-1} + 3^n$$

$$nA3^n = (n-1)A3^{n-1}3 + 3^n$$

$$nA3^n = (n-1)A3^n + 3^n$$

$$nA3^n = 3^n[(n-1)A + 1]$$

3. Resolvemos a_n^p

$$F(n) = 3^n$$

$$a_n^p = nA3^n$$

Reemplazamos a_n^p en RR Original

$$nA3^n = 3(n-1)A3^{n-1} + 3^n$$

$$nA3^n = (n-1)A3^{n-1}3 + 3^n$$

$$nA3^n = (n-1)A3^n + 3^n$$

$$nA\cancel{3^n} = \cancel{3^n}[(n-1)A + 1]$$

3. Resolvemos a_n^p

$$F(n) = 3^n$$

$$a_n^p = nA3^n$$

Reemplazamos a_n^p en RR Original

$$nA3^n = 3(n-1)A3^{n-1} + 3^n$$

$$nA3^n = (n-1)A3^{n-1}3 + 3^n$$

$$nA3^n = (n-1)A3^n + 3^n$$

$$nA\cancel{3^n} = \cancel{3^n}[(n-1)A + 1]$$

$$nA = nA - A + 1$$

3. Resolvemos a_n^p

$$F(n) = 3^n$$

$$a_n^p = nA3^n$$

Reemplazamos a_n^p en RR Original

$$nA3^n = 3(n-1)A3^{n-1} + 3^n$$

$$nA3^n = (n-1)A3^{n-1}3 + 3^n$$

$$nA3^n = (n-1)A3^n + 3^n$$

$$nA\cancel{3^n} = \cancel{3^n}[(n-1)A + 1]$$

$$nA = nA - A + 1$$

$$0 = \cancel{nA} - A + 1 - \cancel{nA}$$

3. Resolvemos a_n^p

$$F(n) = 3^n$$

$$a_n^p = nA3^n$$

Reemplazamos a_n^p en RR Original

$$nA3^n = 3(n-1)A3^{n-1} + 3^n$$

$$nA3^n = (n-1)A3^{n-1}3 + 3^n$$

$$nA3^n = (n-1)A3^n + 3^n$$

$$nA\cancel{3^n} = \cancel{3^n}[(n-1)A + 1]$$

$$nA = nA - A + 1$$

$$0 = \cancel{nA} - A + 1 - \cancel{nA}$$

$$A = 1$$

$$\text{Quedando } a_n^p = n3^n$$

4. Componemos la solución general: $a_n^h + a_n^p$

$$a_n = c_1 3^n + n 3^n$$

4. Componemos la solución general: $a_n^h + a_n^p$

$$a_n = c_1 3^n + n 3^n$$

5. Hallamos alfas con valores iniciales $a_1=3$

4. Componemos la solución general: $a_n^h + a_n^p$

$$a_n = \alpha 3^n + n 3^n$$

5. Hallamos α con valores iniciales $a_1=3$

$$3 = 3\alpha + 3$$

4. Componemos la solución general: $a_n^h + a_n^p$

$$a_n = \alpha 3^n + n 3^n$$

5. Hallamos α con valores iniciales $a_1=3$

$$3 = 3\alpha + 3$$

$$3 - 3 = 3\alpha$$

4. Componemos la solución general: $a_n^h + a_n^p$

$$a_n = \alpha 3^n + n 3^n$$

5. Hallamos alfas con valores iniciales $a_1=3$

$$3 = 3\alpha + 3$$

$$3 - 3 = 3\alpha$$

$$0 = 3\alpha$$

4. Componemos la solución general: $a_n^h + a_n^p$

$$a_n = \alpha 3^n + n 3^n$$

5. Hallamos α con valores iniciales $a_1=3$

$$3 = 3\alpha + 3$$

$$3 - 3 = 3\alpha$$

$$0 = 3\alpha$$

$$\alpha = 0$$

Quedando la fórmula cerrada que da solución a la
recurrencia: $a_n = n 3^n$

Ej 2: Encontrar la solución a la relación de recurrencia

$$a_n = a_{n-1} + n; \quad a_1 = 1$$

Ej 2: Encontrar la solución a la relación de recurrencia

$$a_n = a_{n-1} + n; \quad a_1 = 1$$

1. Resolvemos RR. homogénea

$$a_n^H = a_{n-1}$$

Ej 2: Encontrar la solución a la relación de recurrencia

$$a_n = a_{n-1} + n; \quad a_1 = 1$$

1. Resolvemos RR. homogénea

$$a_n^H = a_{n-1}$$

$$a_n^H = c \cdot 1^n$$

2. Igualamos F(n) a polinomio del mismo grado

Ej 2: Encontrar la solución a la relación de recurrencia

$$a_n = a_{n-1} + n; \quad a_1 = 1$$

1. Resolvemos RR. homogénea

$$a_n^H = a_{n-1}$$

$$a_n^H = \textcolor{red}{1}^n$$

2. Igualamos $F(n)$ a polinomio del mismo grado

$$F(n) = n$$

Como $F(n) = n$ que es lo mismo que tener: $F(n) = n1^n$ tiene la forma de un polinomio multiplicado por S^n donde $S = 1$ y 1 es raíz de la parte homogénea. Aplicamos la segunda parte del teorema 6

Ej 2: Encontrar la solución a la relación de recurrencia

$$a_n = a_{n-1} + n; \quad a_1 = 1$$

1. Resolvemos RR. homogénea

$$a_n^H = a_{n-1}$$

$$a_n^H = \alpha 1^n$$

2. Igualamos $F(n)$ a polinomio del mismo grado

$$F(n) = n$$

Como $F(n) = n$ que es lo mismo que tener: $F(n) = n1^n$ tiene la forma de un polinomio multiplicado por S^n donde $S = 1$ y 1 es raíz de la parte homogénea. Aplicamos la segunda parte del teorema 6

- Cuando S es raíz de dicha ecuación característica y tiene multiplicidad m , existe una solución particular de la forma

$$n^m(p_t n^t + p_{t-1} n^{t-1} + \dots + p_1 n + p_0) S^n$$

Ej 2: Encontrar la solución a la relación de recurrencia

$$a_n = a_{n-1} + n; \quad a_1 = 1$$

1. Resolvemos RR. homogénea

$$a_n^H = a_{n-1}$$

$$a_n^H = \textcolor{red}{\varnothing} 1^n$$

2. Igualamos $F(n)$ a polinomio del mismo grado

$$F(n) = n$$

$$a_n^p = n(An+B)$$

Como $F(n) = n$ que es lo mismo que tener: $F(n) = n1^n$ tiene la forma de un polinomio multiplicado por S^n donde $S = 1$ y 1 es raíz de la parte homogénea. Aplicamos la segunda parte del teorema 6

- Cuando S es raíz de dicha ecuación característica y tiene multiplicidad m , existe una solución particular de la forma

$$n^m(p_t n^t + p_{t-1} n^{t-1} + \dots + p_1 n + p_0) S^n$$

Ej 2: Encontrar la solución a la relación de recurrencia

$$a_n = a_{n-1} + n; \quad a_1 = 1$$

1. Resolvemos RR. homogénea

$$a_n^H = a_{n-1}$$

$$a_n^H = c1^n$$

2. Igualamos $F(n)$ a polinomio del mismo grado

$$F(n) = n$$

$$a_n^p = n(An+B)$$

$$a_n^p = An^2+Bn$$

Como $F(n) = n$ que es lo mismo que tener: $F(n) = n1^n$ tiene la forma de un polinomio multiplicado por S^n donde $S = 1$ y 1 es raíz de la parte homogénea. Aplicamos la segunda parte del teorema 6

- Cuando S es raíz de dicha ecuación característica y tiene multiplicidad m , existe una solución particular de la forma

$$n^m(p_t n^t + p_{t-1} n^{t-1} + \dots + p_1 n + p_0) S^n$$

3. Resolvemos a_n^p

$$a_n^p = An^2 + Bn$$

3. Resolvemos a_n^p

$$a_n^p = An^2 + Bn$$

Reemplazamos a_n^p en RR Original $a_n = a_{n-1} + n;$

3. Resolvemos a_n^p

$$a_n^p = An^2 + Bn$$

Reemplazamos a_n^p en RR Original $a_n = a_{n-1} + n$;

$$An^2 + Bn = A(n-1)^2 + B(n-1) + n$$

3. Resolvemos a_n^p

$$a_n^p = An^2 + Bn$$

Reemplazamos a_n^p en RR Original $a_n = a_{n-1} + n$;

$$An^2 + Bn = A(n-1)^2 + B(n-1) + n$$

$$An^2 + Bn = A(n^2 - 2n + 1) + B(n-1) + n$$

3. Resolvemos a_n^p

$$a_n^p = An^2 + Bn$$

Reemplazamos a_n^p en RR Original $a_n = a_{n-1} + n$;

$$An^2 + Bn = A(n-1)^2 + B(n-1) + n$$

$$An^2 + Bn = A(n^2 - 2n + 1) + B(n-1) + n$$

$$An^2 + Bn = An^2 - 2An + A + Bn - B + n$$

3. Resolvemos a_n^p

$$a_n^p = An^2 + Bn$$

Reemplazamos a_n^p en RR Original $a_n = a_{n-1} + n$;

$$An^2 + Bn = A(n-1)^2 + B(n-1) + n$$

$$An^2 + Bn = A(n^2 - 2n + 1) + B(n-1) + n$$

$$\cancel{An^2} + Bn = \cancel{An^2} - 2An + A + Bn - B + n$$

3. Resolvemos a_n^p

$$a_n^p = An^2 + Bn$$

Reemplazamos a_n^p en RR Original $a_n = a_{n-1} + n$;

$$An^2 + Bn = A(n-1)^2 + B(n-1) + n$$

$$An^2 + Bn = A(n^2 - 2n + 1) + B(n-1) + n$$

$$\cancel{An^2} + Bn = \cancel{An^2} - 2An + A + Bn - B + n$$

$$Bn = -2An + A + Bn - B + n$$

3. Resolvemos a_n^p

$$a_n^p = An^2 + Bn$$

Reemplazamos a_n^p en RR Original $a_n = a_{n-1} + n$;

$$An^2 + Bn = A(n-1)^2 + B(n-1) + n$$

$$An^2 + Bn = A(n^2 - 2n + 1) + B(n-1) + n$$

$$\cancel{An^2} + Bn = \cancel{An^2} - 2An + A + Bn - B + n$$

$$\cancel{Bn} = -2An + A + \cancel{Bn} - B + n$$

3. Resolvemos a_n^p

$$a_n^p = An^2 + Bn$$

Reemplazamos a_n^p en RR Original $a_n = a_{n-1} + n$;

$$An^2 + Bn = A(n-1)^2 + B(n-1) + n$$

$$An^2 + Bn = A(n^2 - 2n + 1) + B(n-1) + n$$

$$\cancel{An^2} + Bn = \cancel{An^2} - 2An + A + Bn - B + n$$

$$\cancel{Bn} = -2An + A + \cancel{Bn} - B + n$$

$$0 = n(-2A + 1) + (A - B)$$

3. Resolvemos a_n^p

$$a_n^p = An^2 + Bn$$

Reemplazamos a_n^p en RR Original

$$An^2 + Bn = A(n-1)^2 + B(n-1) + n$$

$$An^2 + Bn = A(n^2 - 2n + 1) + B(n-1) + n$$

$$\cancel{An^2} + Bn = \cancel{An^2} - 2An + A + Bn - B + n$$

$$\cancel{Bn} = -2An + A + \cancel{Bn} - B + n$$

$$0 = n(-2A + 1) + (A - B)$$

$$0 = n(-2A + 1)$$

$$A - B = 0$$

3. Resolvemos a_n^p

$$a_n^p = An^2 + Bn$$

Reemplazamos a_n^p en RR Original

$$An^2 + Bn = A(n-1)^2 + B(n-1) + n$$

$$An^2 + Bn = A(n^2 - 2n + 1) + B(n-1) + n$$

$$\cancel{An^2} + Bn = \cancel{An^2} - 2An + A + Bn - B + n$$

$$\cancel{Bn} = -2An + A + \cancel{Bn} - B + n$$

$$0 = n(-2A + 1) + (A - B)$$

$$0 = n(-2A + 1) \Rightarrow 0 = -2A + 1$$

$$A - B = 0$$

3. Resolvemos a_n^p

$$a_n^p = An^2 + Bn$$

Reemplazamos a_n^p en RR Original

$$An^2 + Bn = A(n-1)^2 + B(n-1) + n$$

$$An^2 + Bn = A(n^2 - 2n + 1) + B(n-1) + n$$

$$\cancel{A}n^2 + Bn = \cancel{A}n^2 - 2An + A + Bn - B + n$$

$$\cancel{B}n = -2An + A + \cancel{B}n - B + n$$

$$0 = n(-2A + 1) + (A - B)$$

$$0 = n(-2A + 1) \Rightarrow 0 = -2A + 1 \Rightarrow A = 1/2$$

$$A - B = 0$$

3. Resolvemos a_n^p

$$a_n^p = An^2 + Bn$$

Reemplazamos a_n^p en RR Original

$$An^2 + Bn = A(n-1)^2 + B(n-1) + n$$

$$An^2 + Bn = A(n^2 - 2n + 1) + B(n-1) + n$$

$$\cancel{A}n^2 + Bn = \cancel{A}n^2 - 2An + A + Bn - B + n$$

$$\cancel{B}n = -2An + A + \cancel{B}n - B + n$$

$$0 = n(-2A + 1) + (A - B)$$

$$0 = n(-2A + 1) \Rightarrow 0 = -2A + 1 \Rightarrow A = 1/2$$

$$A - B = 0 \Rightarrow B = A \Rightarrow B = 1/2$$

3. Resolvemos a_n^p

$$a_n^p = An^2 + Bn$$

Reemplazamos a_n^p en RR Original

$$An^2 + Bn = A(n-1)^2 + B(n-1) + n$$

$$An^2 + Bn = A(n^2 - 2n + 1) + B(n-1) + n$$

$$\cancel{An^2} + Bn = \cancel{An^2} - 2An + A + Bn - B + n$$

$$\cancel{Bn} = -2An + A + \cancel{Bn} - B + n$$

$$0 = n(-2A + 1) + (A - B)$$

$$0 = n(-2A + 1) \Rightarrow 0 = -2A + 1 \Rightarrow A = 1/2$$

$$A - B = 0 \Rightarrow B = A \Rightarrow B = 1/2$$

$$\text{Quedando } a_n^p = n^2/2 + n/2 \Rightarrow n(n+1)/2$$

4. Componemos la solución general: $a_n^h + a_n^p$

$$a_n = c + n(n+1)/2$$

4. Componemos la solución general: $a_n^h + a_n^p$

$$a_n = c + n(n+1)/2$$

5. Hallamos alfas con valores iniciales $a_1=1$

4. Componemos la solución general: $a_n^h + a_n^p$

$$a_n = \alpha + n(n+1)/2$$

5. Hallamos α con valores iniciales $a_1=1$

$$1 = \alpha + 1(1+1)/2$$

$$1 = \alpha + 1$$

$$\alpha = 0$$

4. Componemos la solución general: $a_n^h + a_n^p$

$$a_n = \alpha + n(n+1)/2$$

5. Hallamos α con valores iniciales $a_1=1$

$$1 = \alpha + 1(1+1)/2$$

$$1 = \alpha + 1$$

$$\alpha = 0$$

Quedando la fórmula cerrada que da solución a la
recurrencia: $a_n = n(n+1)/2$

Encontrar la solución general de la recurrencia

$$a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2} + 2^n + 3n$$

➊ Una solución general es $a_n = \{a_n^{(h)} + a_n^{(p)}\}$

Encontrar la solución general de la recurrencia

$$a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2} + 2^n + 3n$$

- 1 Una solución general es $a_n = \{a_n^{(h)} + a_n^{(p)}\}$
- 2 La solución de la homogénea: $a_n^{(h)} = \alpha 3^n + \beta 2^n$

Encontrar la solución general de la recurrencia

$$a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2} + 2^n + 3n$$

- ① Una solución general es $a_n = \{a_n^{(h)} + a_n^{(p)}\}$
- ② La solución de la homogénea: $a_n^{(h)} = \alpha 3^n + \beta 2^n$

Como $F(n) = 2^n + 3n$, tenemos que: 2^n es un polinomio de grado 0 por un S^n , y como $S = 2$ y 2 es raíz de la parte homogénea. Aplicamos la segunda parte del teorema 2:

- Cuando S es raíz de dicha ecuación característica y tiene multiplicidad m , existe una solución particular de la forma

$$n^m (p_t n^t + p_{t-1} n^{t-1} + \dots + p_1 n + p_0) S^n$$

Encontrar la solución general de la recurrencia

$$a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2} + 2^n + 3n$$

- ① Una solución general es $a_n = \{a_n^{(h)} + a_n^{(p)}\}$
- ② La solución de la homogénea: $a_n^{(h)} = \alpha 3^n + \beta 2^n$

Como $F(n) = 2^n + 3n$, tenemos que: 2^n es un polinomio de grado 0 por un S^n , y como $S = 2$ y 2 es raíz de la parte homogénea. Aplicamos la segunda parte del teorema 2

- Cuando S es raíz de dicha ecuación característica y tiene multiplicidad m , existe una solución particular de la forma

$$n^m (p_t n^t + p_{t-1} n^{t-1} + \dots + p_1 n + p_0) S^n$$

Por lo tanto,

- ③ La solución polinómica: $a_n^{(p)} = nC2^n + An + B$ para $F(n) = 2^n + 3n$

Encontrar la solución general de la recurrencia

$$a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2} + 2^n + 3n$$

- 1 Una solución general es $a_n = \{a_n^{(h)} + a_n^{(p)}\}$
- 2 La solución de la homogénea: $a_n^{(h)} = \alpha 3^n + \beta 2^n$
- 3 La solución polinómica: $a_n^{(p)} = nC2^n + An + B$ para $F(n) = 2^n + 3n$

- 4 Entonces por términos semejantes

$$nC2^n + An + B = 5[(n-1)C2^{n-1} + A(n-1) + B] - 6[(n-2)C2^{n-2} + A(n-2) + B] + 2^n + 3n$$

Encontrar la solución general de la recurrencia

$$a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2} + 2^n + 3n$$

- 1 Una solución general es $a_n = \{a_n^{(h)} + a_n^{(p)}\}$
- 2 La solución de la homogénea: $a_n^{(h)} = \alpha 3^n + \beta 2^n$
- 3 La solución polinómica: $a_n^{(p)} = nC2^n + An + B$ para $F(n) = 2^n + 3n$

- 4 Entonces por términos semejantes

$$nC2^n + An + B = 5[(n-1)C2^{n-1} + A(n-1) + B] - 6[(n-2)C2^{n-2} + A(n-2) + B] + 2^n + 3n$$

- 5 Por términos semejantes tenemos:

$$nC2^n = 5C(n-1)2^{n-1} - 6C(n-2)2^{n-2} + 2^n$$

$$nC = 5/2C(n-1) - 6/4C(n-2) + 1; 3C - 5/2C + 1 = 0, C = -2$$

$$An + B = 5A(n - 1) + 5B(n - 1) + 5B - 6A(n - 2) - 6B + 3n$$

$$An - 5An + 6An - 3n = 0; n(A - 5A + 6A - 3) = 0 \rightarrow 2A - 3 = 0, A = 3/2,$$

$B = -5A + 5B + 12A - 6B; B = 21/4$ La solución general de la
 recurrencia: $a_n = \alpha 3^n + \beta 2^n - n 2^{n+1} + 3/2n + 21/4$



EJERCICIO

. Resuelva las siguientes relaciones de recurrencia:

a) $a_n = -5 a_{n-1} - 6 a_{n-2} + 42 * 4^n$ con: $a_1 = 56$ y $a_2 = 278$