Ecuaciones Diferenciales

Jhovanny Muñoz Posso

Departamento de Matemáticas

Universidad del Valle

Mezclas

Consideraremos problemas que pueden imaginarse como una mezcla de una sustancia presente en un tanque en el que están saliendo entrando y entrando dicha sustancia.

Mezclas

Consideraremos problemas que pueden imaginarse como una mezcla de una sustancia presente en un tanque en el que están saliendo entrando y entrando dicha sustancia. Llamaremos $x(t)$ a la cantidad de una sustancia en el instante t.

Mezclas

Consideraremos problemas que pueden imaginarse como una mezcla de una sustancia presente en un tanque en el que están saliendo entrando y entrando dicha sustancia. Llamaremos $x(t)$ a la cantidad de una sustancia en el instante t.

Para un tiempo t, la velocidad de cambio de la sustancia en el tanque, $\dfrac{dx}{dt}$,

Mezclas

Consideraremos problemas que pueden imaginarse como una mezcla de una sustancia presente en un tanque en el que están saliendo entrando y entrando dicha sustancia. Llamaremos $x(t)$ a la cantidad de una sustancia en el instante t.

Para un tiempo t, la velocidad de cambio de la sustancia en el tanque, $\frac{dx}{dt}$, debe ser igual a la velocidad a la que dicha sustancia entra en el tanque menos la velocidad a la que sale, es decir, la ecuación diferencial que modela este problema viene dada por:

Mezclas

Consideraremos problemas que pueden imaginarse como una mezcla de una sustancia presente en un tanque en el que están saliendo entrando y entrando dicha sustancia. Llamaremos $x(t)$ a la cantidad de una sustancia en el instante t.

Para un tiempo t, la velocidad de cambio de la sustancia en el tanque, $\dfrac{dx}{dt}$, debe ser igual a la velocidad a la que dicha sustancia entra en el tanque menos la velocidad a la que sale, es decir, la ecuación diferencial que modela este problema viene dada por:

$$\frac{dx}{dt} = v_e - v_s \tag{1}$$

Consideraremos problemas que pueden imaginarse como una mezcla de una sustancia presente en un tanque en el que están saliendo entrando y entrando dicha sustancia. Llamaremos $x(t)$ a la cantidad de una sustancia en el instante t.

Para un tiempo t, la velocidad de cambio de la sustancia en el tanque, $\dfrac{dx}{dt}$, debe ser igual a la velocidad a la que dicha sustancia entra en el tanque menos la velocidad a la que sale, es decir, la ecuación diferencial que modela este problema viene dada por:

$$\frac{dx}{dt} = v_e - v_s \tag{1}$$

Donde v_e y v_s son las velocidades de entrada y de salida de la sustancia con unidades en $cantidad/t$.

Adicionalmente,

$$v_e = \begin{array}{llcll} \text{velocidad de} & \text{(vol/t)} & \times & \text{concentración} & \text{(cant /vol)} \\ \text{entrada del fluido} & & & \text{al entrar} & \end{array}$$

Adicionalmente,

$v_e =$	velocidad de entrada del fluido	(vol/t)	$\times$	concentración al entrar	(cant /vol)
$v_s =$	velocidad de salida del fluido	(vol/t)	$\times$	concentración al salir	(cant /vol)

Adicionalmente,

$v_e =$	velocidad de entrada del fluido	(vol/t)	$\times$	concentración al entrar	(cant /vol)
$v_s =$	velocidad de salida del fluido	(vol/t)	$\times$	concentración al salir	(cant /vol)

Notas:

a Suponemos que no hay transformación ni perdida de sustancia en el tanque.

Adicionalmente,

$v_e =$	velocidad de entrada del fluido	(vol/t)	$\times$	concentración al entrar	(cant /vol)
$v_s =$	velocidad de salida del fluido	(vol/t)	$\times$	concentración al salir	(cant /vol)

Notas:

a Suponemos que no hay transformación ni perdida de sustancia en el tanque.

b Si suponemos que la mezcla en el tanque es homogénea,

Adicionalmente,

$v_e =$	velocidad de entrada del fluido	(vol/t)	$\times$	concentración al entrar	(cant /vol)
$v_s =$	velocidad de salida del fluido	(vol/t)	$\times$	concentración al salir	(cant /vol)

Notas:

a Suponemos que no hay transformación ni perdida de sustancia en el tanque.

b Si suponemos que la mezcla en el tanque es homogénea, la concentración de salida es igual a la concentración del tanque

$$C(t) = \frac{x(t)}{V(t)},$$

Adicionalmente,

$v_e =$	velocidad de entrada del fluido	(vol/t)	$\times$	concentración al entrar	(cant /vol)
$v_s =$	velocidad de salida del fluido	(vol/t)	$\times$	concentración al salir	(cant /vol)

Notas:

a Suponemos que no hay transformación ni perdida de sustancia en el tanque.

b Si suponemos que la mezcla en el tanque es homogénea, la concentración de salida es igual a la concentración del tanque

$$C(t) = \frac{x(t)}{V(t)},$$

donde $x(t)$ es la cantidad de sustancia en t y $V(t)$ el volumen total en el tanque en dicho instante t.

Ejemplo:

Analizaremos un caso donde la velocidad de entrada y de salida del flujo es igual.

Ejemplo:

Analizaremos un caso donde la velocidad de entrada y de salida del flujo es igual.

Un tanque que contiene 1000 litros de agua pura. Supongamos que en el tanque entra una salmuera (mezcla de sal con agua) conteniendo $\frac{1}{10}$ kg de sal por litro, a razón de 10 litros/minuto y que la solución bien mezclada sale del tanque a la misma velocidad.

Ejemplo:

Analizaremos un caso donde la velocidad de entrada y de salida del flujo es igual.

Un tanque que contiene 1000 litros de agua pura. Supongamos que en el tanque entra una salmuera (mezcla de sal con agua) conteniendo $\frac{1}{10}$ kg de sal por litro, a razón de 10 litros/minuto y que la solución bien mezclada sale del tanque a la misma velocidad.

Sea $x(t)$ la cantidad de sal (en kg) en el tanque en el instante t.

Ejemplo:

Analizaremos un caso donde la velocidad de entrada y de salida del flujo es igual.

Un tanque que contiene 1000 litros de agua pura. Supongamos que en el tanque entra una salmuera (mezcla de sal con agua) conteniendo $\frac{1}{10}$ kg de sal por litro, a razón de 10 litros/minuto y que la solución bien mezclada sale del tanque a la misma velocidad.

Sea $x(t)$ la cantidad de sal (en kg) en el tanque en el instante t. Hallemos $x(t)$ y también una expresión que nos proporcione la concentración de sal en el tanque en cada instante t.

Tenemos que

$$v_e = 10\,\frac{l}{m} \times \frac{1}{10}\frac{kg}{l}$$

Tenemos que

$$v_e = 10\,\frac{l}{m} \times \frac{1}{10}\frac{kg}{l} = 1\frac{kg}{m}$$

Tenemos que

$$v_e = 10\,\frac{l}{m} \times \frac{1}{10}\frac{kg}{l} = 1\frac{kg}{m}$$

y

$$v_s = 10\,\frac{l}{m} \times \frac{x(t)}{1000}\frac{kg}{l}$$

Tenemos que

$$v_e = 10\,\frac{l}{m} \times \frac{1}{10}\frac{kg}{l} = 1\frac{kg}{m}$$

y

$$v_s = 10\,\frac{l}{m} \times \frac{x(t)}{1000}\frac{kg}{l} = \frac{x(t)}{100}\frac{kg}{m}.$$

Tenemos que

$$v_e = 10\,\frac{l}{m} \times \frac{1}{10}\frac{kg}{l} = 1\frac{kg}{m}$$

y

$$v_s = 10\,\frac{l}{m} \times \frac{x(t)}{1000}\frac{kg}{l} = \frac{x(t)}{100}\frac{kg}{m}.$$

Así, la ecuación diferencial que modela el problema anterior es

$$\frac{dx}{dt} = 1 - \frac{x}{100}.$$

Tenemos que

$$v_e = 10\,\frac{l}{m} \times \frac{1}{10}\,\frac{kg}{l} = 1\frac{kg}{m}$$

y

$$v_s = 10\,\frac{l}{m} \times \frac{x(t)}{1000}\,\frac{kg}{l} = \frac{x(t)}{100}\,\frac{kg}{m}.$$

Así, la ecuación diferencial que modela el problema anterior es

$$\frac{dx}{dt} = 1 - \frac{x}{100}.$$

Es decir, la ecuación lineal

$$\frac{dx}{dt} + \frac{x}{100} = 1.$$

Tenemos que

$$v_e = 10\,\frac{l}{m} \times \frac{1}{10}\frac{kg}{l} = 1\frac{kg}{m}$$

y

$$v_s = 10\,\frac{l}{m} \times \frac{x(t)}{1000}\frac{kg}{l} = \frac{x(t)}{100}\frac{kg}{m}.$$

Así, la ecuación diferencial que modela el problema anterior es

$$\frac{dx}{dt} = 1 - \frac{x}{100}.$$

Es decir, la ecuación lineal

$$\frac{dx}{dt} + \frac{x}{100} = 1.$$

Tenemos que $P = \frac{1}{100}$, $Q = 1$

Tenemos que

$$v_e = 10\,\frac{l}{m} \times \frac{1}{10}\,\frac{kg}{l} = 1\frac{kg}{m}$$

y

$$v_s = 10\,\frac{l}{m} \times \frac{x(t)}{1000}\,\frac{kg}{l} = \frac{x(t)}{100}\,\frac{kg}{m}.$$

Así, la ecuación diferencial que modela el problema anterior es

$$\frac{dx}{dt} = 1 - \frac{x}{100}.$$

Es decir, la ecuación lineal

$$\frac{dx}{dt} + \frac{x}{100} = 1.$$

Tenemos que $P = \frac{1}{100}$, $Q = 1$ y $\mu(t) = e^{\int P dt} = e^{\frac{t}{100}}$.

La solución es

$$x(t) \quad = \mu^{-1}(\int \mu Q dt + C)$$

La solución es

$$\begin{aligned} x(t) &= \mu^{-1}\left(\int \mu Q dt + C\right) \\ &= e^{-\frac{t}{100}}\left(\int e^{\frac{t}{100}} dt + C\right) \end{aligned}$$

La solución es

$$
\begin{aligned}
x(t) &= \mu^{-1}\left(\int \mu Q dt + C\right) \\
&= e^{-\frac{t}{100}}\left(\int e^{\frac{t}{100}} dt + C\right) \\
&= e^{-\frac{t}{100}}\left(100 e^{\frac{t}{100}} + C\right)
\end{aligned}
$$

La solución es

$$\begin{aligned} x(t) &= \mu^{-1}(\int \mu Q dt + C) \\ &= e^{-\frac{t}{100}}(\int e^{\frac{t}{100}} dt + C) \\ &= e^{-\frac{t}{100}}(100e^{\frac{t}{100}} + C) \\ &= 100 + Ce^{-\frac{t}{100}}. \end{aligned}$$

La solución es

$$\begin{aligned} x(t) &= \mu^{-1}(\textstyle\int \mu Q dt + C) \\ &= e^{-\frac{t}{100}}(\textstyle\int e^{\frac{t}{100}} dt + C) \\ &= e^{-\frac{t}{100}}(100e^{\frac{t}{100}} + C) \\ &= 100 + Ce^{-\frac{t}{100}}. \end{aligned}$$

Dado que $x(0) = 0$ obtenemos que

$$x(t) = 100 - 100e^{-\frac{t}{100}}.$$

La solución es

$$\begin{aligned} x(t) &= \mu^{-1}\left(\int \mu Q dt + C\right) \\ &= e^{-\frac{t}{100}}\left(\int e^{\frac{t}{100}} dt + C\right) \\ &= e^{-\frac{t}{100}}\left(100e^{\frac{t}{100}} + C\right) \\ &= 100 + Ce^{-\frac{t}{100}}. \end{aligned}$$

Dado que $x(0) = 0$ obtenemos que

$$x(t) = 100 - 100e^{-\frac{t}{100}}.$$

Teniendo presente que el volumen del tanque es constante en todo instante $V = 1000$,

La solución es

$$\begin{aligned} x(t) &= \mu^{-1}(\textstyle\int \mu Q dt + C) \\ &= e^{-\frac{t}{100}}(\textstyle\int e^{\frac{t}{100}} dt + C) \\ &= e^{-\frac{t}{100}}(100e^{\frac{t}{100}} + C) \\ &= 100 + Ce^{-\frac{t}{100}}. \end{aligned}$$

Dado que $x(0) = 0$ obtenemos que

$$x(t) = 100 - 100e^{-\frac{t}{100}}.$$

Teniendo presente que el volumen del tanque es constante en todo instante $V = 1000$, la concentración es

$$C(t) = \frac{x(t)}{V}$$

La solución es

$$\begin{aligned} x(t) &= \mu^{-1}(\textstyle\int \mu Q dt + C) \\ &= e^{-\frac{t}{100}}(\textstyle\int e^{\frac{t}{100}} dt + C) \\ &= e^{-\frac{t}{100}}(100 e^{\frac{t}{100}} + C) \\ &= 100 + Ce^{-\frac{t}{100}}. \end{aligned}$$

Dado que $x(0) = 0$ obtenemos que

$$x(t) = 100 - 100e^{-\frac{t}{100}}.$$

Teniendo presente que el volumen del tanque es constante en todo instante $V = 1000$, la concentración es

$$C(t) = \frac{x(t)}{V} = 0,1 - 0,1e^{-\frac{t}{100}}$$

Ejemplo:

Un tanque que contiene 1000 litros de salmuera con x_0 kilogramos de sal disuelta.

Ejemplo:

Un tanque que contiene 1000 litros de salmuera con x_0 kilogramos de sal disuelta. Supongamos que en el tanque entra una salmuera de conteniendo $\frac{1}{10}$ kg de sal por litro, a razón de 10 litros/minuto y que la solución bien mezclada sale del tanque a la misma velocidad.

Ejemplo:

Un tanque que contiene 1000 litros de salmuera con x_0 kilogramos de sal disuelta. Supongamos que en el tanque entra una salmuera de conteniendo $\frac{1}{10}$ kg de sal por litro, a razón de 10 litros/minuto y que la solución bien mezclada sale del tanque a la misma velocidad. Hallemos $x(t)$.

Ejemplo:

Un tanque que contiene 1000 litros de salmuera con x_0 kilogramos de sal disuelta. Supongamos que en el tanque entra una salmuera de conteniendo $\frac{1}{10}$ kg de sal por litro, a razón de 10 litros/minuto y que la solución bien mezclada sale del tanque a la misma velocidad. Hallemos $x(t)$.

En este caso obtenemos la misma ecuación diferencial e igualmente

$$x(t) = 100 + Ce^{-\frac{t}{100}}.$$

Ejemplo:

Un tanque que contiene 1000 litros de salmuera con x_0 kilogramos de sal disuelta. Supongamos que en el tanque entra una salmuera de conteniendo $\frac{1}{10}$ kg de sal por litro, a razón de 10 litros/minuto y que la solución bien mezclada sale del tanque a la misma velocidad. Hallemos $x(t)$.

En este caso obtenemos la misma ecuación diferencial e igualmente

$$x(t) = 100 + Ce^{-\frac{t}{100}}.$$

Usando $x(0) = x_0$ tenemos que $C = x_0 - 100$

Ejemplo:

Un tanque que contiene 1000 litros de salmuera con x_0 kilogramos de sal disuelta. Supongamos que en el tanque entra una salmuera de conteniendo $\frac{1}{10}$ kg de sal por litro, a razón de 10 litros/minuto y que la solución bien mezclada sale del tanque a la misma velocidad. Hallemos $x(t)$.

En este caso obtenemos la misma ecuación diferencial e igualmente

$$x(t) = 100 + Ce^{-\frac{t}{100}}.$$

Usando $x(0) = x_0$ tenemos que $C = x_0 - 100$ y así

$$x(t) = 100 + (x_0 - 100)e^{-\frac{t}{100}}$$

Ejemplo:

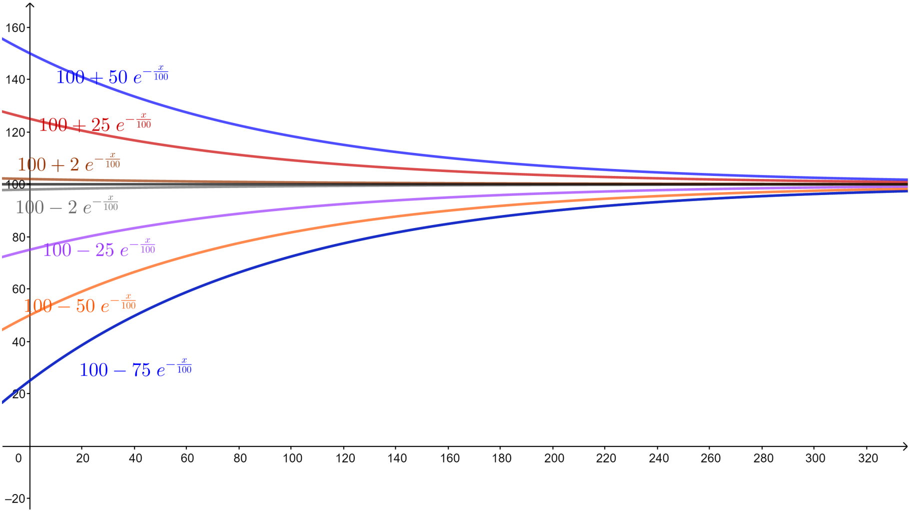
Un tanque que contiene 1000 litros de salmuera con x_0 kilogramos de sal disuelta. Supongamos que en el tanque entra una salmuera de conteniendo $\frac{1}{10}$ kg de sal por litro, a razón de 10 litros/minuto y que la solución bien mezclada sale del tanque a la misma velocidad. Hallemos $x(t)$.

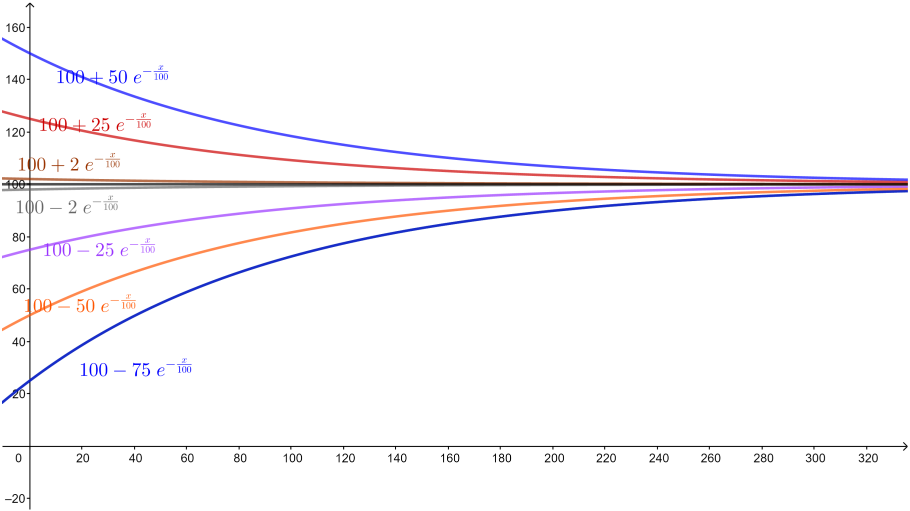
En este caso obtenemos la misma ecuación diferencial e igualmente

$$x(t) = 100 + Ce^{-\frac{t}{100}}.$$

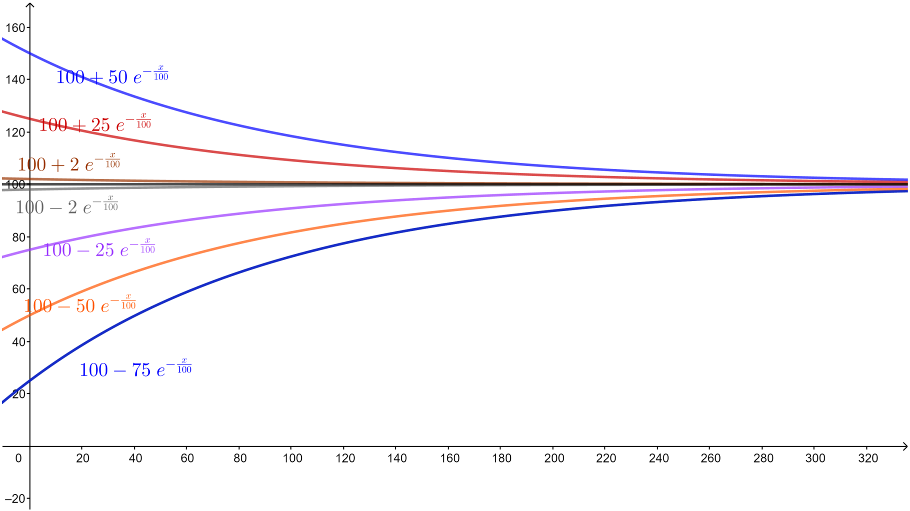
Usando $x(0) = x_0$ tenemos que $C = x_0 - 100$ y así

$$x(t) = 100 + (x_0 - 100)e^{-\frac{t}{100}} = 100(1 - e^{-\frac{t}{100}}) + x_0 e^{-\frac{t}{100}}.$$


$100 + 50\ e^{-\frac{x}{100}}$
$100 + 25\ e^{-\frac{x}{100}}$
$100 + 2\ e^{-\frac{x}{100}}$
$100 - 2\ e^{-\frac{x}{100}}$
$100 - 25\ e^{-\frac{x}{100}}$
$100 - 50\ e^{-\frac{x}{100}}$
$100 - 75\ e^{-\frac{x}{100}}$
160
140
120
100
80
60
40
20
−20
0
20
40
60
80
100
120
140
160
180
200
220
240
260
280
300
320



En la gráfica consideramos x_0 con valores $25, 50, 75, 98, 100, 102, 125$ y 150.



En la gráfica consideramos x_0 con valores $25, 50, 75, 98, 100, 102, 125$ y 150. Notemos que cuando $t \to \infty$ tenemos que $x(t) \to 100$.

Ejemplo

Analizaremos un caso donde la velocidad de entrada y de salida del flujo son diferentes.

Ejemplo

Analizaremos un caso donde la velocidad de entrada y de salida del flujo son diferentes. En este caso el volumen $V(t)$ satisface que $\dfrac{dV}{dt}$ es igual a la velocidad de flujo entrada menos la velocidad de flujo de salida.

Ejemplo

Analizaremos un caso donde la velocidad de entrada y de salida del flujo son diferentes. En este caso el volumen $V(t)$ satisface que $\dfrac{dV}{dt}$ es igual a la velocidad de flujo entrada menos la velocidad de flujo de salida.

Consideremos un tanque que contiene $1000l$ de agua. Una salmuera empieza a fluir hacia el interior del tanque, a una velocidad de 6 l/min.

Ejemplo

Analizaremos un caso donde la velocidad de entrada y de salida del flujo son diferentes. En este caso el volumen $V(t)$ satisface que $\dfrac{dV}{dt}$ es igual a la velocidad de flujo entrada menos la velocidad de flujo de salida.

Consideremos un tanque que contiene $1000l$ de agua. Una salmuera empieza a fluir hacia el interior del tanque, a una velocidad de 6 l/min. La solución dentro del tanque se mantiene bien agitada y fluye hacia el exterior a una velocidad de 5 l/min.

Ejemplo

Analizaremos un caso donde la velocidad de entrada y de salida del flujo son diferentes. En este caso el volumen $V(t)$ satisface que $\dfrac{dV}{dt}$ es igual a la velocidad de flujo entrada menos la velocidad de flujo de salida.

Consideremos un tanque que contiene $1000l$ de agua. Una salmuera empieza a fluir hacia el interior del tanque, a una velocidad de 6 l/min. La solución dentro del tanque se mantiene bien agitada y fluye hacia el exterior a una velocidad de 5 l/min. Si la concentración de sal en la salmuera que entra en el tanque es de 1 kg/l,

Ejemplo

Analizaremos un caso donde la velocidad de entrada y de salida del flujo son diferentes. En este caso el volumen $V(t)$ satisface que $\dfrac{dV}{dt}$ es igual a la velocidad de flujo entrada menos la velocidad de flujo de salida.

Consideremos un tanque que contiene $1000l$ de agua. Una salmuera empieza a fluir hacia el interior del tanque, a una velocidad de 6 l/min. La solución dentro del tanque se mantiene bien agitada y fluye hacia el exterior a una velocidad de 5 l/min. Si la concentración de sal en la salmuera que entra en el tanque es de 1 kg/l, determinemos la concentración de sal en el tanque en función del tiempo.

Ejemplo

Analizaremos un caso donde la velocidad de entrada y de salida del flujo son diferentes. En este caso el volumen $V(t)$ satisface que $\dfrac{dV}{dt}$ es igual a la velocidad de flujo entrada menos la velocidad de flujo de salida.

Consideremos un tanque que contiene $1000l$ de agua. Una salmuera empieza a fluir hacia el interior del tanque, a una velocidad de 6 l/min. La solución dentro del tanque se mantiene bien agitada y fluye hacia el exterior a una velocidad de 5 l/min. Si la concentración de sal en la salmuera que entra en el tanque es de 1 kg/l, determinemos la concentración de sal en el tanque en función del tiempo.

En este caso

$$v_e = 1\frac{kg}{l} \times 6\frac{l}{m}$$

Ejemplo

Analizaremos un caso donde la velocidad de entrada y de salida del flujo son diferentes. En este caso el volumen $V(t)$ satisface que $\dfrac{dV}{dt}$ es igual a la velocidad de flujo entrada menos la velocidad de flujo de salida.

Consideremos un tanque que contiene $1000l$ de agua. Una salmuera empieza a fluir hacia el interior del tanque, a una velocidad de 6 l/min. La solución dentro del tanque se mantiene bien agitada y fluye hacia el exterior a una velocidad de 5 l/min. Si la concentración de sal en la salmuera que entra en el tanque es de 1 kg/l, determinemos la concentración de sal en el tanque en función del tiempo.

En este caso

$$v_e = 1\frac{kg}{l} \times 6\frac{l}{m} = 6\frac{kg}{m}$$

Ejemplo

Analizaremos un caso donde la velocidad de entrada y de salida del flujo son diferentes. En este caso el volumen $V(t)$ satisface que $\dfrac{dV}{dt}$ es igual a la velocidad de flujo entrada menos la velocidad de flujo de salida.

Consideremos un tanque que contiene $1000l$ de agua. Una salmuera empieza a fluir hacia el interior del tanque, a una velocidad de 6 l/min. La solución dentro del tanque se mantiene bien agitada y fluye hacia el exterior a una velocidad de 5 l/min. Si la concentración de sal en la salmuera que entra en el tanque es de 1 kg/l, determinemos la concentración de sal en el tanque en función del tiempo.

En este caso

$$v_e = 1\frac{kg}{l} \times 6\frac{l}{m} = 6\frac{kg}{m} \quad \text{y} \quad v_s = \frac{x(t)}{V(t)}\frac{kg}{l} \times 5\frac{l}{m}$$

Ejemplo

Analizaremos un caso donde la velocidad de entrada y de salida del flujo son diferentes. En este caso el volumen $V(t)$ satisface que $\dfrac{dV}{dt}$ es igual a la velocidad de flujo entrada menos la velocidad de flujo de salida.

Consideremos un tanque que contiene $1000l$ de agua. Una salmuera empieza a fluir hacia el interior del tanque, a una velocidad de 6 l/min. La solución dentro del tanque se mantiene bien agitada y fluye hacia el exterior a una velocidad de 5 l/min. Si la concentración de sal en la salmuera que entra en el tanque es de 1 kg/l, determinemos la concentración de sal en el tanque en función del tiempo.

En este caso

$$v_e = 1\frac{kg}{l} \times 6\frac{l}{m} = 6\frac{kg}{m} \quad \text{y} \quad v_s = \frac{x(t)}{V(t)}\frac{kg}{l} \times 5\frac{l}{m} = \frac{5x(t)}{V(t)}\frac{kg}{m}.$$

Puesto que entran 6 l/m y salen 5 l/m, tenemos que

$$\frac{dV}{dt} = 1$$

Puesto que entran 6 l/m y salen 5 l/m, tenemos que

$$\frac{dV}{dt} = 1$$

y dado que $V(0) = 1000$ tenemos que $V(t) = 1000 + t$.

Puesto que entran 6 l/m y salen 5 l/m, tenemos que

$$\frac{dV}{dt} = 1$$

y dado que $V(0) = 1000$ tenemos que $V(t) = 1000 + t$.

Tenemos la ecuación diferencial

$$\frac{dx}{dt} = 6 - \frac{5x}{1000 + t}.$$

Puesto que entran 6 l/m y salen 5 l/m, tenemos que

$$\frac{dV}{dt} = 1$$

y dado que $V(0) = 1000$ tenemos que $V(t) = 1000 + t$.

Tenemos la ecuación diferencial

$$\frac{dx}{dt} = 6 - \frac{5x}{1000 + t}.$$

O equivalentemente, la ecuación lineal

$$\frac{dx}{dt} + \frac{5x}{1000 + t} = 6$$

Puesto que entran 6 l/m y salen 5 l/m, tenemos que

$$\frac{dV}{dt} = 1$$

y dado que $V(0) = 1000$ tenemos que $V(t) = 1000 + t$.

Tenemos la ecuación diferencial

$$\frac{dx}{dt} = 6 - \frac{5x}{1000 + t}.$$

O equivalentemente, la ecuación lineal

$$\frac{dx}{dt} + \frac{5x}{1000 + t} = 6$$

Tenemos que $P(x) = \dfrac{5}{1000 + t}$ y $Q(x) = 6$.

Puesto que entran 6 l/m y salen 5 l/m, tenemos que

$$\frac{dV}{dt} = 1$$

y dado que $V(0) = 1000$ tenemos que $V(t) = 1000 + t$.

Tenemos la ecuación diferencial

$$\frac{dx}{dt} = 6 - \frac{5x}{1000 + t}.$$

O equivalentemente, la ecuación lineal

$$\frac{dx}{dt} + \frac{5x}{1000 + t} = 6$$

Tenemos que $P(x) = \dfrac{5}{1000 + t}$ y $Q(x) = 6$. El factor integrante es

$$\mu(t) = e^{\int \frac{5}{1000+t} dt}$$

Puesto que entran 6 l/m y salen 5 l/m, tenemos que

$$\frac{dV}{dt} = 1$$

y dado que $V(0) = 1000$ tenemos que $V(t) = 1000 + t$.

Tenemos la ecuación diferencial

$$\frac{dx}{dt} = 6 - \frac{5x}{1000 + t}.$$

O equivalentemente, la ecuación lineal

$$\frac{dx}{dt} + \frac{5x}{1000 + t} = 6$$

Tenemos que $P(x) = \dfrac{5}{1000 + t}$ y $Q(x) = 6$. El factor integrante es

$$\mu(t) = e^{\int \frac{5}{1000+t} dt} = e^{5 \ln(1000+t)}$$

Puesto que entran 6 l/m y salen 5 l/m, tenemos que

$$\frac{dV}{dt} = 1$$

y dado que $V(0) = 1000$ tenemos que $V(t) = 1000 + t$.

Tenemos la ecuación diferencial

$$\frac{dx}{dt} = 6 - \frac{5x}{1000 + t}.$$

O equivalentemente, la ecuación lineal

$$\frac{dx}{dt} + \frac{5x}{1000 + t} = 6$$

Tenemos que $P(x) = \dfrac{5}{1000 + t}$ y $Q(x) = 6$. El factor integrante es

$$\mu(t) = e^{\int \frac{5}{1000+t} dt} = e^{5 \ln(1000+t)} = (1000 + t)^5.$$

Puesto que entran 6 l/m y salen 5 l/m, tenemos que

$$\frac{dV}{dt} = 1$$

y dado que $V(0) = 1000$ tenemos que $V(t) = 1000 + t$.

Tenemos la ecuación diferencial

$$\frac{dx}{dt} = 6 - \frac{5x}{1000 + t}.$$

O equivalentemente, la ecuación lineal

$$\frac{dx}{dt} + \frac{5x}{1000 + t} = 6$$

Tenemos que $P(x) = \dfrac{5}{1000 + t}$ y $Q(x) = 6$. El factor integrante es

$$\mu(t) = e^{\int \frac{5}{1000+t} dt} = e^{5 \ln(1000+t)} = (1000 + t)^5.$$

Usamos que $1000 + t \geq 0$ para no colocar valor absoluto en el logaritmo.

La solución es

$$x(t) = (1000+t)^{-5}\left(\int 6(1000+t)^5 dt + C\right)$$

La solución es

$$\begin{aligned} x(t) &= (1000+t)^{-5}(\int 6(1000+t)^5 dt + C) \\ &= (1000+t)^{-5}((1000+t)^6 + C) \end{aligned}$$

La solución es

$$\begin{aligned} x(t) &= (1000+t)^{-5}(\int 6(1000+t)^5 dt + C) \\ &= (1000+t)^{-5}((1000+t)^6 + C) \\ &= (1000+t) + \frac{C}{(1000+t)^5}. \end{aligned}$$

La solución es

$$\begin{aligned} x(t) &= (1000+t)^{-5}\left(\int 6(1000+t)^5 dt + C\right) \\ &= (1000+t)^{-5}\left((1000+t)^6 + C\right) \\ &= (1000+t) + \frac{C}{(1000+t)^5}. \end{aligned}$$

Dado que $x(0)=0$ obtenemos $C=-1000^6$

La solución es

$$\begin{aligned}
x(t) &= (1000+t)^{-5}(\textstyle\int 6(1000+t)^5 dt + C) \\
&= (1000+t)^{-5}((1000+t)^6 + C) \\
&= (1000+t) + \frac{C}{(1000+t)^5}.
\end{aligned}$$

Dado que $x(0) = 0$ obtenemos $C = -1000^6$ y

$$x(t) = (1000+t) - \frac{1000^6}{(1000+t)^5}.$$

La solución es

$$
\begin{aligned}
x(t) &= (1000+t)^{-5}(\int 6(1000+t)^5 dt + C) \\
&= (1000+t)^{-5}((1000+t)^6 + C) \\
&= (1000+t) + \frac{C}{(1000+t)^5}.
\end{aligned}
$$

Dado que $x(0)=0$ obtenemos $C=-1000^6$ y

$$x(t) = (1000+t) - \frac{1000^6}{(1000+t)^5}.$$

La concentración $C(t)$ es

$$C(t) = \frac{x(t)}{1000+t}$$

La solución es

$$\begin{aligned} x(t) &= (1000+t)^{-5}(\int 6(1000+t)^5 dt + C) \\ &= (1000+t)^{-5}((1000+t)^6 + C) \\ &= (1000+t) + \frac{C}{(1000+t)^5}. \end{aligned}$$

Dado que $x(0) = 0$ obtenemos $C = -1000^6$ y

$$x(t) = (1000+t) - \frac{1000^6}{(1000+t)^5}.$$

La concentración $C(t)$ es

$$C(t) = \frac{x(t)}{1000+t} = 1 - \frac{1000^6}{(1000+t)^6}.$$