

# **CONCEPTOS BASICOS DE PROBABILIDAD**

Cuantificando la posibilidad de que un evento ocurra

Ivan Mauricio Bermúdez Vera

Estadístico, M.Sc. en Ingeniería

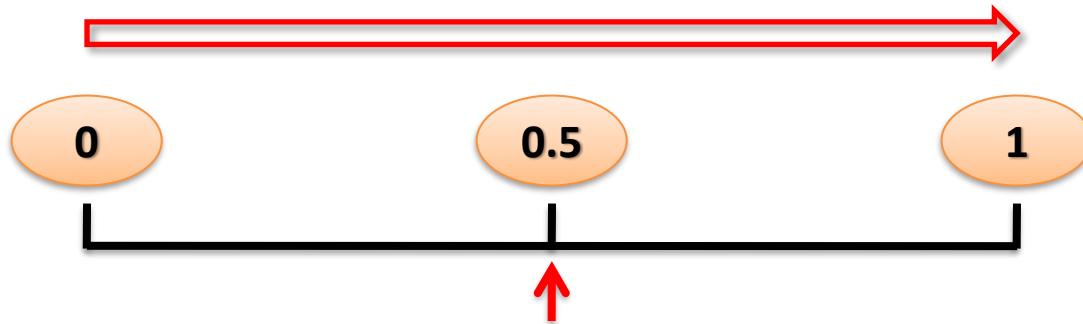
[mauricio.bermudez@correounivalle.edu.co](mailto:mauricio.bermudez@correounivalle.edu.co)

# ¿Qué es la probabilidad?

## Probabilidad

es una medida numérica de la posibilidad de que ocurra un evento.

### Mayor posibilidad de ocurrencia



La ocurrencia del evento es tan probable como improbable

- ✓ Las probabilidades se pueden usar como medidas del **grado de incertidumbre**.
- ✓ Si se tienen las probabilidades, se podría determinar la **posibilidad de cada evento**.
- ✓ Cuanto más alta es la probabilidad de un suceso, mayor es el **grado de certeza de que ocurrirá** al hacer el experimento aleatorio.

# Puntos de vista de la Probabilidad

Existen tres aproximaciones sujetas a la definición de probabilidad de un acontecimiento incierto:

- **Probabilidad clásica o *a priori***

$$\text{probabilidad de ocurrencia} = \frac{x}{n} = \frac{\text{número de formas en las que el evento ocurre}}{\text{número total de resultados posibles}}$$

- **Probabilidad empírica**

$$\text{probabilidad de ocurrencia} = \frac{\text{número de resultados favorables observados}}{\text{número total de resultados posibles}}$$

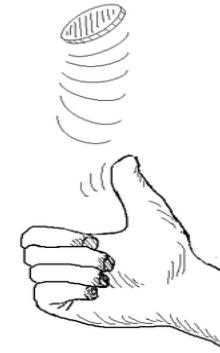
- **Probabilidad subjetiva**

una opinión o juicio individual sobre la probabilidad de ocurrencia de un evento.

# Tres Palabras Claves...

## Experimento

Un experimento aleatorio es aquel cuyo resultado no puede anticiparse aun cuando se busque repetirlo de la misma manera y bajo las mismas condiciones.



## Espacio Muestral (S)

Conjunto de todos los resultados posibles de un experimento estadístico.



$$S=\{\text{Cara, Sello}\}$$

## Evento

Cualquier resultado o conjunto de resultados de un experimento.

A: Que salga cara

B: Que salga sello

# Probabilidad Clásica

## Probabilidad clásica (Laplace):

Si un experimento que está sujeto al azar, puede ocurrir de  $n$  maneras mutuamente excluyentes e igualmente verosímiles y si  $n_A$  de estas poseen un atributo  $A$ , la probabilidad de  $A$  es la fracción  $n_A/n$

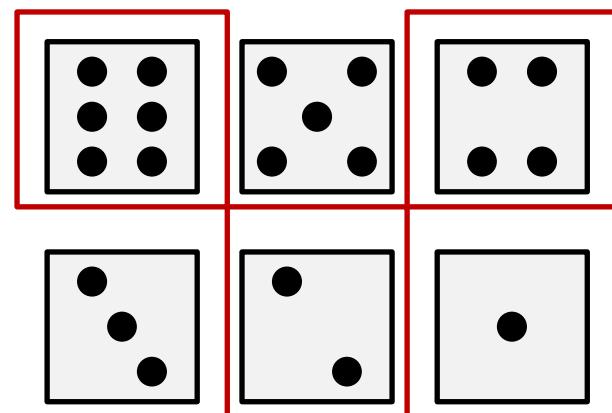
$$P(A) = \frac{n_A}{n} = \frac{\text{número de veces que ocurre } A}{\text{número de veces que se repite la operación}}$$

## Características:

- Conocer todos los casos posibles.
- Saber que todos esos casos posibles tienen la misma probabilidad de salir.

# Ejemplo:

- **Exp:** Se lanza un dado.
- **A:** Se observa un numero par.
- ¿Cual es la probabilidad de que el dado caiga en numero par?



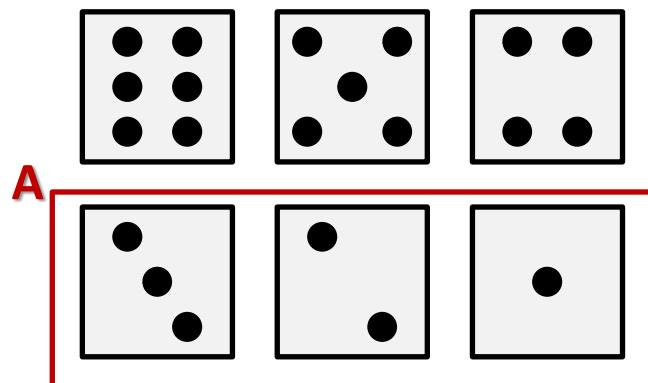
$$P(A) = \frac{n_A}{n}$$



$$P(A) = \frac{3}{6} = 0.5$$

# Ejemplo:

- **Exp:** Lanzamiento de un dado.
- **A:** El resultado es menor que 4
- ¿Cuál es la probabilidad de A?



$$P(A) = \frac{3}{6} = 0.5$$

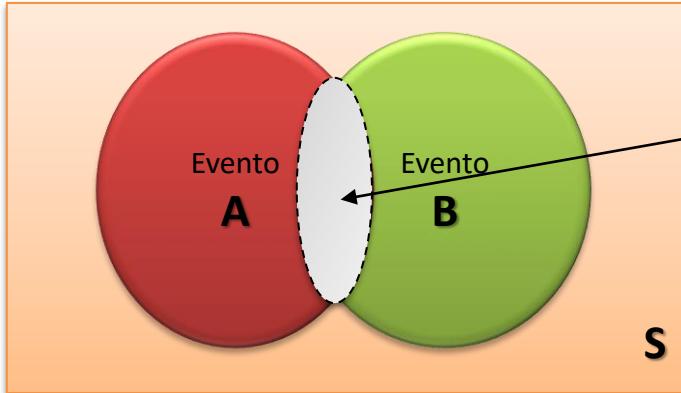
## Ejemplo:

- **Exp:** El lanzamiento de dos monedas.
- **A:** Se obtiene al menos una cara.
- ¿Cuál es la probabilidad de A?

$$S = \{(c, c), (c, s), (s, c), (s, s)\}$$

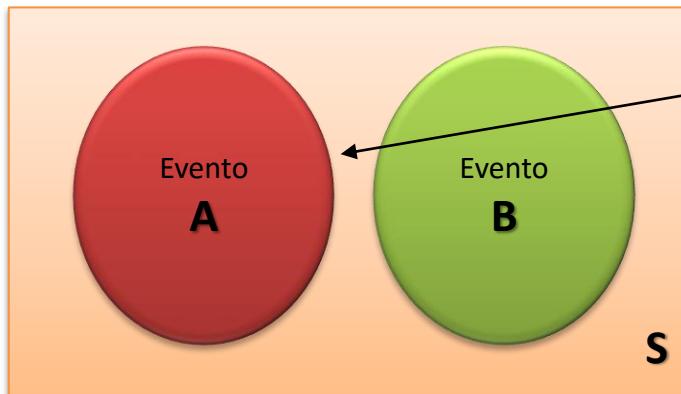
$$P(A) = \frac{3}{4} = 0.75$$

# Definición de Eventos



## Intersección ( $A \cap B$ )

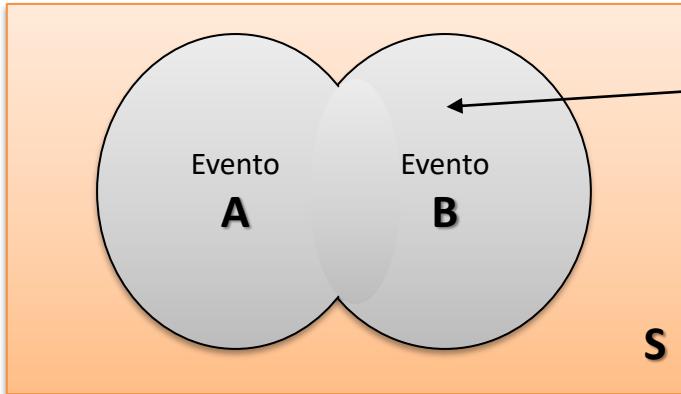
La intersección de dos eventos  $A$  y  $B$ , es el evento que contiene a todos los elementos comunes de  $A$  y  $B$



## Eventos mutuamente excluyentes o disjuntos ( $A \cap B = \varphi$ )

Dos eventos  $A$  y  $B$  son mutuamente excluyentes si estos eventos no tienen ningún elemento en común.

# Definición de Eventos



## Unión ( $A \cup B$ )

La unión de dos eventos  $A$  y  $B$ , es el evento que contiene a todos los elementos que pertenecen a  $A$  o a  $B$ , o a ambos.



## Complemento ( $A^*$ )

El complemento de un evento  $A$  con respecto a  $S$  es el conjunto de todos los elementos de  $S$  que no están en  $A$ .

# Reglas de Probabilidad

## Regla 1:

La probabilidad  $P(A)$  de cualquier evento  $A$  cumple que:

$$0 \leq P(A) \leq 1 \quad \text{"Cualquier probabilidad es un número entre 0 y 1"}$$

## Regla 2:

Si  $S$  es el espacio muestral de un modelo de probabilidad, entonces:

$$P(S) = 1$$

*"La probabilidad de todos los resultados posibles, considerados conjuntamente, tiene que ser 1"*

## Regla 3:

Para cualquier suceso  $A$ ,

$$P(A') = 1 - P(A)$$

*"La probabilidad de que un suceso ocurra es 1 menos la probabilidad de que este suceso no ocurra"*

## Ejemplo:

Espacio muestral del resultado del lanzamiento de un par de dados:

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

- **A:** Suma del resultado de los lanzamientos es mayor que 8

$$P(A) = \frac{10}{36} \approx 0.27$$

## Ejemplo:

Espacio muestral del resultado del lanzamiento de un par de dados:

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

B

- **B:** el resultado del segundo lanzamiento es un número par.

$$P(B) = \frac{18}{36} = 0.5$$

## Ejemplo:

Espacio muestral del resultado del lanzamiento de un par de dados:

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

- **C:** “Sale Par” (ambos dados con el mismo resultado)

$$P(C) = \frac{6}{36} \approx 0.16$$

## Ejemplo:

Espacio muestral del resultado del lanzamiento de un par de dados:

D

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

- D: ¿Cuál es la probabilidad de que la suma del resultado de ambos dados sea menor a 10?

# Regla de la Adición

- **Regla general de la adición**

Si A y B son dos eventos cualquiera, entonces:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

- **Regla especial de la adición**

Si A y B son mutuamente excluyentes, entonces:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

*“si dos sucesos **no tienen resultados en común**, la probabilidad de que ocurra alguno de los dos es la suma de sus respectivas probabilidades”*

**Ejemplo:** Al lanzar dos dados...

$A$ : la suma de los dos dados sea igual a 7

$B$ : el resultados de los dados sean menores que 5

¿Cuál es la probabilidad de que ocurra  $A$  o  $B$  ?

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

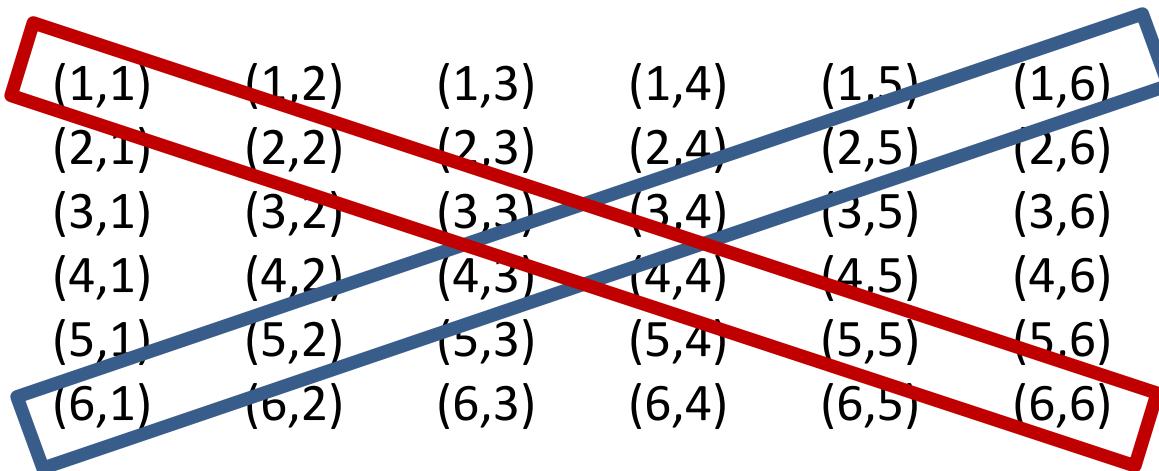
$$P(A \cup B) \approx 0.55$$

**Ejemplo:** Al lanzar dos dados...

$A$ : la suma de los dos dados sea igual a 7

$C$ : el resultado de ambos dados es igual

¿Cuál es la probabilidad de que ocurra  $A \cup C$  ?



$$P(A \cup C) \approx 0.33$$

## Ejercicio

Si  $A$  y  $B$  son eventos mutuamente excluyentes,  
y  $P(A)=0.3$  y  $P(B)=0.5$ , encuentre:

- a.  $P(A \cup B)$
- b.  $P(A^c)$
- c.  $P(A^c \cap B)$

# Ejercicio

Los alumnos de Estadística Básica tienen que realizar dos pruebas, una teórica (**T**) y otra práctica (**P**). La probabilidad de que un estudiante apruebe la parte teórica es de 0.6, la probabilidad de que apruebe la parte práctica es de 0.8 y la probabilidad de que apruebe ambas pruebas es 0.5.

Si se escoge un alumno al azar, cual es la probabilidad de que:

- a. ¿apruebe la parte Teórica?
- b. ¿no apruebe la parte Teórica?
- c. ¿apruebe alguna de las dos pruebas?
- d. ¿solo apruebe la Teórica?

# Ejercicio

Una empresa necesita aportes de sus socios para dos proyectos. La probabilidad de que los socios aporten al proyecto A es del 30%, de que aporten al proyecto B es del 60% y de que aporten en ambos es del 8%

- a. ¿Qué probabilidad hay de que aporten al menos en un proyecto?
- b. ¿Qué probabilidad hay de que no aporten al proyecto A?
- c. ¿Qué probabilidad hay de que aporten al proyecto B y no al A?

# Ejercicio

En la ciudad se publican 3 periódicos (A, B, C). Realizada una encuesta, se estima que en la población: un 20% lee A, 16% lee B, 14% lee C, 8% lee A y B, 5% lee A y C, 4% lee B y C, y el 2% lee los tres.

Que porcentaje de las personas lee:

- a. El periódico A?
- b. No lee el periódico B?
- c. Lee el periódico A y no el B?
- d. lee al menos un periódico?

# Ejercicio

De las 100 personas que asisten a un congreso 40 hablan francés, 40 inglés, 51 castellano, 11 francés e inglés, 12 francés y castellano, 13 inglés y castellano y 5 las tres. Se elige al azar una persona y se desea saber:

- a. ¿Cuál es la probabilidad de que hable castellano?
- b. ¿Cuál es la probabilidad de que no hable francés?
- c. ¿Cuál es la probabilidad de que se entienda sólo en castellano?
- d. ¿Cuál es la probabilidad de que hable los tres idiomas?
- e. ¿Cuál es la probabilidad de que sólo hable un idioma?