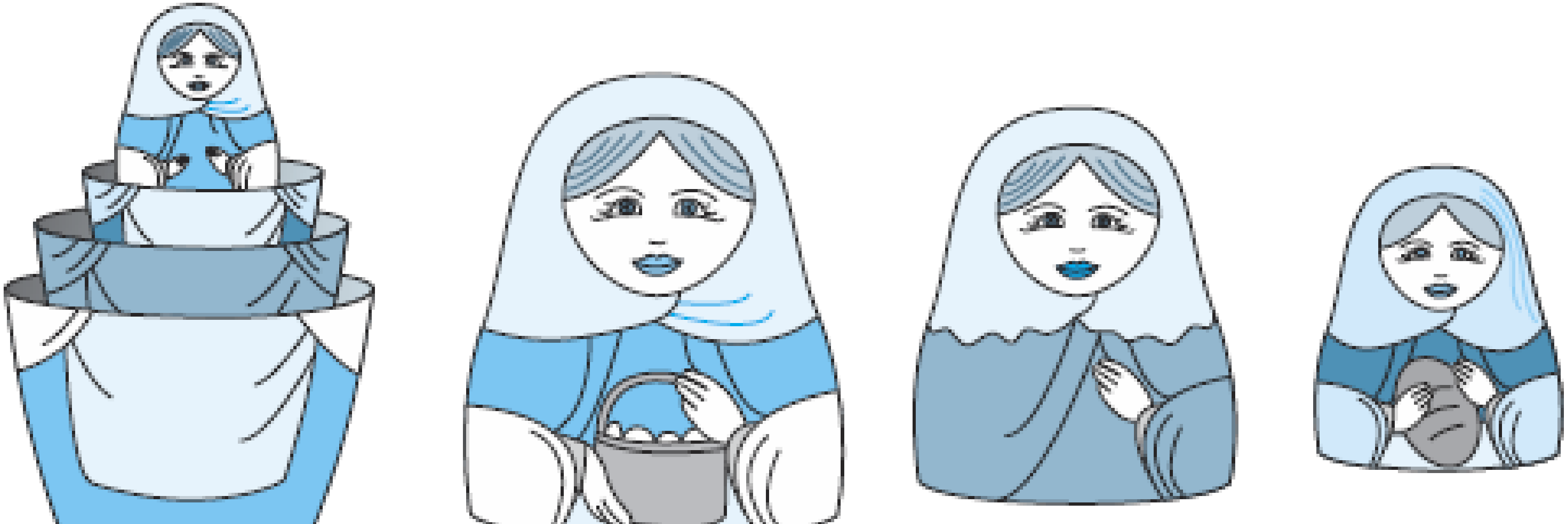
MÉTODOS PARA RESOLVER RECURRENCIAS



Métodos para resolver recurrencias

Recurrencias

Métodos para resolver recurrencias

- Método de ecuación característica (Sustitución)

Recurrencias

Recurrencias lineales y homogéneas con coeficientes constantes

Una relación lineal y homogénea **de orden k** es de la forma:

$$a_n = c_1 a_{n-1} + c_2 a_{n-2} + \ldots + c_k a_{n-k}$$

donde c_1, $c_2, \ldots, c_k$ son constantes reales y $c_k \neq 0$

Recurrencias

Recurrencias lineales y homogéneas con coeficientes constantes

Una relación lineal y homogénea de orden k es de la forma:

$$a_n = c_1 a_{n-1} + c_2 a_{n-2} + \dots + c_k a_{n-k}$$

donde $c_1, c_2, \dots, c_k$ son constantes reales y $c_k \neq 0$

$a_n = 3a_{n-1}$, $a_0=1$

$a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$, $a_0=0$, $a_1=1$

$a_n = 6a_{n-1} - 11a_{n-2} + 6a_{n-3}$, $a_0=2$, $a_1=5$, $a_2=15$

Recurrencias

Recurrencias lineales y homogéneas con coeficientes constantes

Una relación lineal y homogénea de orden k es de la forma:

$$a_n = c_1 a_{n-1} + c_2 a_{n-2} + \dots + c_k a_{n-k}$$

donde $c_1, c_2, \dots, c_k$ son constantes reales y $c_k \neq 0$

$a_n = 3a_{n-1}$, $a_0=1$ **orden 1**

$a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$, $a_0=0$, $a_1=1$ **orden 2**

$a_n = 6a_{n-1} - 11a_{n-2} + 6a_{n-3}$, $a_0=2$, $a_1=5$, $a_2=15$ **orden 3**

Recurrencias

Recurrencias lineales y homogéneas con coeficientes constantes

Una relación lineal y homogénea de orden k es de la forma:

$$a_n = c_1 a_{n-1} + c_2 a_{n-2} + \ldots + c_k a_{n-k}$$

donde c_1, $c_2, \ldots, c_k$ son constantes reales y $c_k \neq 0$

Para resolver la R.R suponemos una solución $a_n = r^n$, r constante.
$a_n = r^n$ es solución de $a_n = c_1 a_{n-1} + c_2 a_{n-2} + \ldots + c_k a_{n-k}$ **sii**

$$r^n = c_1 r^{n-1} + c_2 r^{n-2} + \ldots + c_k r^{n-k} \tag{1}$$

Recurrencias lineales y homogéneas con coeficientes constantes

Para resolver la R.R suponemos una solución $a_n = r^n$, r constante.
$a_n = r^n$ es solución de $a_n = c_1 a_{n-1} + c_2 a_{n-2} + \ldots + c_k a_{n-k}$ **sii**

$$r^n = c_1 r^{n-1} + c_2 r^{n-2} + \ldots + c_k r^{n-k} \qquad (1)$$

Dividimos por r^{n-k}

$$\frac{r^n}{r^{n-k}} = \frac{c_1 r^{n-1}}{r^{n-k}} + \frac{c_2 r^{n-2}}{r^{n-k}} + \ldots + \frac{c_k r^{n-k}}{r^{n-k}}$$

Recurrencias

Recurrencias lineales y homogéneas con coeficientes constantes

Para resolver la R.R suponemos una solución $a_n = r^n$, r constante.
$a_n = r^n$ es solución de $a_n = c_1 a_{n-1} + c_2 a_{n-2} + \ldots + c_k a_{n-k}$ **sii**

$$r^n = c_1 r^{n-1} + c_2 r^{n-2} + \ldots + c_k r^{n-k} \qquad (1)$$

Dividimos por r^{n-k}

$$\frac{r^n}{r^{n-k}} = \frac{c_1 r^{n-1}}{r^{n-k}} + \frac{c_2 r^{n-2}}{r^{n-k}} + \ldots + \frac{c_k r^{n-k}}{r^{n-k}}$$

$$\boxed{\begin{array}{lcl} r^k & = & c_1 r^{k-1} + c_2 r^{k-2} + \ldots + c_{k-1} r + c_k \\ r^k & - & c_1 r^{k-1} - c_2 r^{k-2} - \ldots - c_{k-1} r - c_k = 0 \end{array}}$$

Ecuación característica

Recurrencias

Teorema

Sean c_1 y c_2 reales, si la ecuación característica $r^2-c_1r-c_2=0$ tiene dos raíces reales distintas r_1 y r_2, entonces la sucesión $a_n = \alpha_1 r_1^n + \alpha_2 r_2^n$ es una solución de la recurrencia $a_n= c_1a_{n-1} + c_2a_{n-2}$

Teorema para recurrencias de orden 2

Recurrencias

$a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2}$, $a_0=2,\ a_1=7$

Recurrencias

$a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2}$,　　　　$a_0=2,\ a_1=7$

Paso 1: hallar la ecuación característica de la ecuación dada

Recurrencias

$a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2}$, $a_0=2$, $a_1=7$

Paso 1: hallar la ecuación característica de la ecuación dada

- ✓ Sustituyo a_n por r^n

$r^n = r^{n-1} + 2r^{n-2}$,

Recurrencias

$a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2}$, $a_0=2,\ a_1=7$

Paso 1: hallar la ecuación característica de la ecuación dada

✓ Sustituyo a_n por r^n

$r^n = r^{n-1} + 2r^{n-2}$,

✓ Divido la ecuación por r^{n-k} como $k = 2$, por $\underline{r^{n-2}}$

Recurrencias

$a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2}$, $a_0=2$, $a_1=7$

Paso 1: hallar la ecuación característica de la ecuación dada

✓ Sustituyo a_n por r^n

$r^n = r^{n-1} + 2r^{n-2}$,

✓ Divido la ecuación por r^{n-k} como $k = 2$, por $\underline{r^{n-2}}$

$$\frac{r^n}{r^{n-2}} = \frac{r^{n-1}}{r^{n-2}} + \frac{2r^{n-2}}{r^{n-2}} ,$$

Recurrencias

$a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2}$, $a_0=2,\ a_1=7$

Paso 1: hallar la ecuación característica de la ecuación dada

✓ Sustituyo a_n por r^n

$r^n = r^{n-1} + 2r^{n-2}$,

✓ Divido la ecuación por r^{n-k} como $k = 2$, por $\underline{r^{n-2}}$

$$\frac{r^n}{r^{n-2}} = \frac{r^{n-1}}{r^{n-2}} + \frac{2r^{n-2}}{r^{n-2}},$$

$$\frac{r^n}{r^n r^{-2}} = \frac{r^n r^{-1}}{r^n r^{-2}} + \frac{2r^{n-2}}{r^{n-2}},$$

Recurrencias

$a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2}$, $a_0=2,\ a_1=7$

Paso 1: hallar la ecuación característica de la ecuación dada

✓ Sustituyo a_n por r^n

$r^n = r^{n-1} + 2r^{n-2}$,

✓ Divido la ecuación por r^{n-k} como $k = 2$, por $\underline{r^{n-2}}$

$$\frac{r^n}{r^{n-2}} = \frac{r^{n-1}}{r^{n-2}} + \frac{2r^{n-2}}{r^{n-2}},$$

$$\frac{\cancel{r^n}}{\cancel{r^n}r^{-2}} = \frac{\cancel{r^n}r^{-1}}{\cancel{r^n}r^{-2}} + \frac{2\cancel{r^{n-2}}}{\cancel{r^{n-2}}},$$

$$\mathbf{r^2 = r^1 + 2},$$

Recurrencias

$a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2}$, $a_0=2$, $a_1=7$

Paso 1: hallar la ecuación característica de la ecuación dada

✓ Sustituyo a_n por r^n

$r^n = r^{n-1} + 2r^{n-2}$,

✓ Divido la ecuación por r^{n-k} como k = 2, por $\underline{r^{n-2}}$

$$\frac{r^n}{r^{n-2}} = \frac{r^{n-1}}{r^{n-2}} + \frac{2r^{n-2}}{r^{n-2}},$$

$$\frac{\cancel{r^n}}{\cancel{r^n}r^{-2}} = \frac{\cancel{r^n}r^{-1}}{\cancel{r^n}r^{-2}} + \cancel{\frac{2r^{n-2}}{r^{n-2}}},$$

$r^2 = r + 2$,

La ecuación característica es:

$$r^2 - r - 2 = 0$$

Recurrencias

$a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2}$, $a_0=2$, $a_1=7$

$a_n - a_{n-1} - 2a_{n-2} = 0$

Paso 1: hallar La ecuación característica:

$r^2 - r - 2 = 0$

Recurrencias

$a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2}$, $a_0=2, a_1=7$

$a_n - a_{n-1} - 2a_{n-2} = 0$

Paso 1: hallar La ecuación característica :

$r^2 - r - 2 = 0$

Paso 2: Se resuelve la ecuación para hallar raíces:

$(r-2)(r+1)=0$

$r_1=2, r_2=-1$

Recurrencias

$a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2}$, $a_0=2$, $a_1=7$

$a_n - a_{n-1} - 2a_{n-2} = 0$

Paso 1: hallar La ecuación característica :

$r^2 - r - 2 = 0$

Paso 2: Se resuelve la ecuación para hallar raíces :

$(r-2)(r+1)=0$

$r_1=2$, $r_2=-1$

Paso 3: Expresar la solución según las raíces :

La sucesión $a_n = \alpha_1 r_1^n + \alpha_2 r_2^n$ es una solución

Recurrencias

$a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2}$, $a_0=2$, $a_1=7$

$a_n - a_{n-1} - 2a_{n-2} = 0$

Paso 1: hallar La ecuación característica :

$r^2 - r - 2 = 0$

Paso 2: Se resuelve la ecuación para hallar raíces :

$(r-2)(r+1)=0$

$r_1=2$, $r_2=-1$

Paso 3: Expresar la solución según las raíces :

La sucesión $a_n = \alpha_1 2^n + \alpha_2 (-1)^n$ es una solución

Recurrencias

$a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2}$, $a_0=2$, $a_1=7$

$a_n - a_{n-1} - 2a_{n-2} = 0$

Paso 1: hallar La ecuación característica :

$r^2 - r - 2 = 0$

Paso 2: Se resuelve la ecuación para hallar raíces :

$(r-2)(r+1)=0$

$r_1=2$, $r_2=-1$

Paso 3: Expresar la solución según las raíces :
La sucesión $a_n = \alpha_1 2^n + \alpha_2(-1)^n$ es una solución

Paso 4: Se reemplazan las condiciones iniciales $a_0=2$, $a_1=7$ en la solución para hallar los alfas

Recurrencias

La sucesión $a_n = \alpha_1 2^n + \alpha_2 (-1)^n$ es una solución $a_0=2$, $a_1=7$

a_0 : $\alpha_1 2^0 + \alpha_2(-1)^0 = 2$

a_1 : $\alpha_1 2^1 + \alpha_2(-1)^1 = 7$

Recurrencias

La sucesión $a_n = \alpha_1 2^n + \alpha_2 (-1)^n$ es una solución $a_0=2$, $a_1=7$

$\alpha_1 + \alpha_2 = 2$

$2\alpha_1 - \alpha_2 = 7$

Recurrencias

La sucesión $a_n = \alpha_1 2^n + \alpha_2(-1)^n$ es una solución

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 2$$

$$2\alpha_1 - \alpha_2 = 7$$

$\Rightarrow$

$$\alpha_1 = 3$$

$$\alpha_2 = -1$$

Recurrencias

La sucesión $a_n = \alpha_1 2^n + \alpha_2(-1)^n$ es una solución

$$\begin{aligned} \alpha_1 + \alpha_2 &= 2 \\ 2\alpha_1 - \alpha_2 &= 7 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} \alpha_1 &= 3 \\ \alpha_2 &= -1 \end{aligned}$$

Paso 5: Se reemplazan los alfas en la solución. para obtener la solución final: (fórmula cerrada)

$$\boxed{a_n = 3 \cdot 2^n - (-1)^n}$$

Recurrencias

Resolver la recurrencia:

$a_n = -4a_{n-1} + 5a_{n-2}$, $a_0=2$, $a_1=8$

Recurrencias

$a_n = -4a_{n-1} + 5a_{n-2}$, $a_0=2$, $a_1=8$

$a_n + 4a_{n-1} - 5a_{n-2} = 0$

Recurrencias

$a_n = -4a_{n-1} + 5a_{n-2}$, $a_0=2$, $a_1=8$

$a_n + 4a_{n-1} - 5a_{n-2} = 0$

La ecuación característica es:

$$r^2 + 4r - 5 = 0$$

Recurrencias

$a_n = -4a_{n-1} + 5a_{n-2}$, $a_0=2$, $a_1=8$

$a_n + 4a_{n-1} - 5a_{n-2} = 0$

La ecuación característica es:

$r^2 + 4r - 5 = 0$

Se resuelve la ecuación:

$(r+5)(r-1)=0$

$r_1=-5$, $r_2=1$

Recurrencias

$a_n = -4a_{n-1} + 5a_{n-2}$, $a_0=2$, $a_1=8$

$a_n + 4a_{n-1} - 5a_{n-2} = 0$

La ecuación característica es:

$r^2 + 4r - 5 = 0$

Se resuelve la ecuación:

$(r+5)(r-1)=0$

$r_1=-5$, $r_2=1$

La sucesión $a_n = \alpha_1 r_1^n + \alpha_2 r_2^n$ es una solución

Recurrencias

$a_n = -4a_{n-1} + 5a_{n-2}$, $a_0=2$, $a_1=8$

$a_n + 4a_{n-1} - 5a_{n-2} = 0$

La ecuación característica es:

$r^2 + 4r - 5 = 0$

Se resuelve la ecuación:

$(r+5)(r-1)=0$

$r_1=-5$, $r_2=1$

La sucesión $a_n = \alpha_1(-5)^n + \alpha_2 1^n$ es una solución

Recurrencias

$a_n = -4a_{n-1} + 5a_{n-2}$, $a_0=2$, $a_1=8$

$a_n + 4a_{n-1} - 5a_{n-2} = 0$

La ecuación característica es:

$r^2 + 4r - 5 = 0$

Se resuelve la ecuación:

$(r+5)(r-1)=0$

$r_1=-5$, $r_2=1$

La sucesión $a_n = \alpha_1(-5)^n + \alpha_2$ es una solución

Recurrencias

$a_n = -4a_{n-1} + 5a_{n-2}$, $a_0=2$, $a_1=8$

$a_n + 4a_{n-1} - 5a_{n-2} = 0$

La ecuación característica es:

$r^2 + 4r - 5 = 0$

Se resuelve la ecuación:

$(r+5)(r-1)=0$

$r_1=-5$, $r_2=1$

La sucesión $a_n = \alpha_1(-5)^n + \alpha_2$ es una solución

Se reemplazan las condiciones iniciales $a_0=2$, $a_1=8$

Recurrencias

La sucesión $a_n = \alpha_1(-5)^n + \alpha_2$ es una solución

$a_0 = \alpha_1(-5)^0 + \alpha_2 = 2$

$a_1 = \alpha_1(-5)^1 + \alpha_2 = 8$

Recurrencias

La sucesión $a_n = \alpha_1(-5)^n + \alpha_2$ es una solución

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 2$$

$$-5\alpha_1 + \alpha_2 = 8$$

Recurrencias

La sucesión $a_n = \alpha_1(-5)^n + \alpha_2$ es una solución

$$\begin{aligned} \alpha_1 + \alpha_2 &= 2 \\ -5\alpha_1 + \alpha_2 &= 8 \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} \alpha_1 &= -1 \\ \alpha_2 &= 3 \end{aligned}$$

Se obtiene como solución:

$$\boxed{a_n = -1 \cdot (-5)^n + 3}$$

Teorema

Sean c_1 y c_2 reales, si la ecuación característica $r^2-c_1r-c_2=0$ tiene una sola raíz r_1, entonces la sucesión $a_n = \alpha_1 r_1^n + \alpha_2 n r_1^n$ es una solución de la recurrencia $a_n= c_1a_{n-1} + c_2a_{n-2}$

Recurrencias

$a_n = 6a_{n-1} - 9a_{n-2}$, $a_0=1$, $a_1=6$

Recurrencias

$a_n = 6a_{n-1} - 9a_{n-2}$, $a_0=1$, $a_1=6$

$a_n - 6a_{n-1} + 9a_{n-2} = 0$

Recurrencias

$a_n = 6a_{n-1} - 9a_{n-2}$, $a_0=1$, $a_1=6$

$a_n - 6a_{n-1} + 9a_{n-2} = 0$

La ecuación característica es:

$$r^2 - 6r + 9 = 0$$

Recurrencias

$a_n = 6a_{n-1} - 9a_{n-2}$, $a_0=1$, $a_1=6$

$a_n - 6a_{n-1} + 9a_{n-2} = 0$

La ecuación característica es:

$r^2 - 6r + 9 = 0$

Se resuelve la ecuación:

$(r-3)(r-3)=0$

$r_1=3$

Recurrencias

$a_n = 6a_{n-1} - 9a_{n-2}$, $a_0=1$, $a_1=6$

$a_n - 6a_{n-1} + 9a_{n-2} = 0$

La ecuación característica es:

$r^2 - 6r + 9 = 0$

Se resuelve la ecuación:

$(r-3)(r-3)=0$

$r_1=3$

La sucesión $a_n = \alpha_1 r_1^n + \alpha_2 n r_1^n$ es una solución

Recurrencias

$a_n = 6a_{n-1} - 9a_{n-2}$, $a_0=1$, $a_1=6$

$a_n - 6a_{n-1} + 9a_{n-2} = 0$

La ecuación característica es:

$r^2 - 6r + 9 = 0$

Se resuelve la ecuación:

$(r-3)(r-3)=0$

$r_1=3$

La sucesión $a_n = \alpha_1 3^n + \alpha_2 n 3^n$ es una solución

Recurrencias

La sucesión $a_n = \alpha_1 3^n + \alpha_2 n 3^n$ es una solución

$$a_0 = \alpha_1 3^0 + \alpha_2 \cdot 0 \cdot 3^0 = 1$$

$$a_1 = \alpha_1 3^1 + \alpha_2 \cdot 1 \cdot 3^1 = 6$$

La sucesión $a_n = \alpha_1 3^n + \alpha_2 n 3^n$ es una solución

$$\alpha_1 = 1$$

$$3\alpha_1 + 3\alpha_2 = 6$$

Recurrencias

La sucesión $a_n = \alpha_1 3^n + \alpha_2 n 3^n$ es una solución

$\alpha_1 = 1$

$3\alpha_1 + 3\alpha_2 = 6$

$\Rightarrow$

$\alpha_1 = 1$

$\alpha_2 = 1$

Recurrencias

La sucesión $a_n = \alpha_1 3^n + \alpha_2 n 3^n$ es una solución

$$\alpha_1 = 1$$

$$3\alpha_1 + 3\alpha_2 = 6$$

$$\Rightarrow$$

$$\alpha_1 = 1$$
$$\alpha_2 = 1$$

Se obtiene como solución:

$$\boxed{a_n = 3^n + n3^n}$$

Recurrencias

$a_n = 4a_{n-1} - 4a_{n-2}$, $a_0=6$, $a_1=8$

Recurrencias

$a_n = 4a_{n-1} - 4a_{n-2}$, $a_0=6$, $a_1=8$

$a_n - 4a_{n-1} + 4a_{n-2} = 0$

Recurrencias

$a_n = 4a_{n-1} - 4a_{n-2}$, $a_0=6$, $a_1=8$

$a_n - 4a_{n-1} + 4a_{n-2} = 0$

La ecuación característica es:

$$r^2 - 4r + 4 = 0$$

Recurrencias

$a_n = 4a_{n-1} - 4a_{n-2}$, $a_0=6$, $a_1=8$

$a_n - 4a_{n-1} + 4a_{n-2} = 0$

La ecuación característica es:

$r^2 - 4r + 4 = 0$

Se resuelve la ecuación:

$(r-2)(r-2)=0$

$r_1=2$

Recurrencias

$a_n = 4a_{n-1} - 4a_{n-2}$, $a_0=6$, $a_1=8$

$a_n - 4a_{n-1} + 4a_{n-2} = 0$

La ecuación característica es:

$r^2 - 4r + 4 = 0$

Se resuelve la ecuación:

$(r-2)(r-2)=0$

$r_1=2$

La sucesión $a_n = \alpha_1 r_1^n + \alpha_2 n r_1^n$ es una solución

Recurrencias

$a_n = 4a_{n-1} - 4a_{n-2}$, $a_0=6$, $a_1=8$

$a_n - 4a_{n-1} + 4a_{n-2} = 0$

La ecuación característica es:

$r^2 - 4r + 4 = 0$

Se resuelve la ecuación:

$(r-2)(r-2)=0$

$r_1=2$

La sucesión $a_n = \alpha_1 2^n + \alpha_2 n 2^n$ es una solución

Recurrencias

La sucesión $a_n = \alpha_1 2^n + \alpha_2 n 2^n$ es una solución

$a_0 = \alpha_1 2^0 + \alpha_2 \cdot 0 \cdot 2^0 = 6$

$a_1 = \alpha_1 2^1 + \alpha_2 \cdot 1 \cdot 2^1 = 8$

Recurrencias

La sucesión $a_n = \alpha_1 2^n + \alpha_2 n 2^n$ es una solución

$\alpha_1 = 6$

$2\alpha_1 + 2\alpha_2 = 8$

Recurrencias

La sucesión $a_n = \alpha_1 2^n + \alpha_2 n 2^n$ es una solución

$$\alpha_1 = 6$$

$$2\alpha_1 + 2\alpha_2 = 8$$

$$\Rightarrow \quad \alpha_1 = 6, \quad \alpha_2 = -2$$

Recurrencias

La sucesión $a_n = \alpha_1 2^n + \alpha_2 n 2^n$ es una solución

$\alpha_1 = 6$

$2\alpha_1 + 2\alpha_2 = 8$

$\Rightarrow$

$\alpha_1 = 6$
$\alpha_2 = -2$

Se obtiene como solución:

$$\boxed{a_n = 6 \cdot 2^n - 2n \cdot 2^n}$$

Recurrencias

Resuelva:

- $a_n = 7a_{n-1} - 10a_{n-2}$, $a_0=2$, $a_1=1$

Recurrencias

- $\mathbf{a_n = 7a_{n-1} - 10a_{n-2}}$, $\mathbf{a_0=2,\ a_1=1}$

$a_n - 7a_{n-1} + 10a_{n-2} = 0$

La ecuación característica es:

$r^2 - 7r + 10 = 0$

Se resuelve la ecuación:

$(r-5)(r-2)=0$

$r_1=5,\ r_2=2$

La sucesión $a_n = \alpha_1 5^n + \alpha_2 2^n$ es una solución

Recurrencias

La sucesión $a_n = \alpha_1 5^n + \alpha_2 2^n$ es una solución

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 2$$

$$5\alpha_1 + 2\alpha_2 = 1$$

$\Rightarrow$

$$\alpha_1 = -1$$

$$\alpha_2 = 3$$

Se obtiene como solución:

$$\boxed{a_n = -5^n + 3 \cdot 2^n}$$

Recurrencias

Resuelva:

- $a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2}$, $a_0=1$, $a_1=0$

Recurrencias

Resuelva:

- $a_n = 10a_{n-1} - 25a_{n-2}$, $a_0=3$, $a_1=5$

Recurrencias

Método maestro

Permite resolver recurrencias de la forma:

$$T(n) = aT(n/b) + cn^d$$

Siempre que: $n = b^k$; k es un entero positivo; $a \geq 1$;

b es un entero mayor que 1 $b > 1$;

c y d son números reales: $c > 0$ y $d >= 0$

Recurrencias

```
public void misterio(int i, int j, int b){
  int medio=Math.round((i+j)/2);
  if (datos[medio]==b){
    System.out.println("Encontrado");
  }
  else{
       if (datos[medio]<b)
         misterio(medio,j,b);
       if (datos[medio]>b)
         misterio(i,medio,b);
   }
 }
```

$$T(n) = T(n/2) + 1$$

$$T(1) = 1$$

Recurrencias

Método maestro

$$T(n) = aT(n/b) + cn^d$$

$$T(n) = \begin{cases} O(n^d) & \text{si } a<b^d \\ O(n^d \cdot \log n) & \text{si } a=b^d \\ O(n^{\log_b a}) & \text{si } a>b^d \end{cases}$$

$$T(n) = T(n/2) + 1$$

Recurrencias

$$T(n) = 9T(n/3) + n$$

$$T(n) = aT(n/b) + cn^d$$

$$T(n) = \begin{cases} O(n^d) & \text{si } a<b^d \\ O(n^d \cdot \log n) & \text{si } a=b^d \\ O(n^{\log_b a}) & \text{si } a>b^d \end{cases}$$

Recurrencias

$T(n) = 9T(n/3) + n$

$a=9,\ b=3,\ c=1,\ d=1.$

$$T(n) = aT(n/b) + cn^d$$

$$T(n) = \begin{cases} O(n^d) & \text{si } a<b^d \\ O(n^d \cdot \log n) & \text{si } a=b^d \\ O(n^{\log_b a}) & \text{si } a>b^d \end{cases}$$

Recurrencias

$T(n) = 9T(n/3) + n$

$a=9$, $b=3$, $c=1$, $d=1$. Se cumple que **$a>b^d$ $(9>3^1)$.** Por lo tanto, se tiene que $T(n)=O(n^{\log_3 9})=\mathbf{O(n^2)}$

$T(n) = aT(n/b) + cn^d$

$$T(n) = \begin{cases} O(n^d) & \text{si } a<b^d \\ O(n^d \cdot \log n) & \text{si } a=b^d \\ O(n^{\log_b a}) & \text{si } a>b^d \end{cases}$$

Recurrencias

1. $T(n) = T(n-1) + n$
2. $T(n) = T(n-1) + 1$
3. $T(n) = 2T(n-1) + n$
4. $T(n) = 2T(n/2) + 1$
5. $T(n) = 2T(n/2) + n$
6. $T(n) = 3T(n/3) + n$
7. $T(n) = 2T(n/2) + n^2$

$T(n) = aT(n/b) + cn^d$

$$T(n) = \begin{cases} O(n^d) & \text{si } a<b^d \\ O(n^d \cdot \log n) & \text{si } a=b^d \\ O(n^{\log_b a}) & \text{si } a>b^d \end{cases}$$

Recurrencias

$$T(n) = 2T(n/2) + n$$

$T(n) = aT(n/b) + cn^d$

$$T(n) = \begin{cases} O(n^d) & \text{si } a<b^d \\ O(n^d \cdot \log n) & \text{si } a=b^d \\ O(n^{\log_b a}) & \text{si } a>b^d \end{cases}$$

Recurrencias

$T(n) = 2T(n/2) + n$

$a=2,\ b=2,\ c=1,\ d=1.$

$$T(n) = aT(n/b) + cn^d$$

$$T(n) = \begin{cases} O(n^d) & \text{si } a<b^d \\ O(n^d \cdot \log n) & \text{si } a=b^d \\ O(n^{\log_b a}) & \text{si } a>b^d \end{cases}$$

Recurrencias

$T(n) = 2T(n/2) + n$

a=2, b=2, c=1, d=1. Se cumple que **$a=b^d$ ($2=2^1$).** Por lo tanto, $T(n)=$**$O(n \cdot \log n)$**

$T(n) = aT(n/b) + cn^d$
$$T(n) = \begin{cases} O(n^d) & \text{si } a<b^d \\ O(n^d \cdot \log n) & \text{si } a=b^d \\ O(n^{\log_b a}) & \text{si } a>b^d \end{cases}$$

Recurrencias

$$T(n) = 2T(n/2) + 1$$

$T(n) = aT(n/b) + cn^d$
$$T(n) = \begin{cases} O(n^d) & \text{si } a<b^d \\ O(n^d \cdot \log n) & \text{si } a=b^d \\ O(n^{\log_b a}) & \text{si } a>b^d \end{cases}$$

Recurrencias

$T(n) = 2T(n/2) + 1$

$a=2$, $b=2$, $c=1$, $d=0$. Se cumple que $a>b^d$ $(2>2^0)$. Por lo tanto, $T(n)=O(n^{\log_2 2})=\mathbf{O(n)}$

$$T(n) = aT(n/b) + cn^d$$

$$T(n) = \begin{cases} O(n^d) & \text{si } a<b^d \\ O(n^d \cdot \log n) & \text{si } a=b^d \\ O(n^{\log_b a}) & \text{si } a>b^d \end{cases}$$

Recurrencias

$T(n) = 5T(n/2) + 3$

$$T(n) = aT(n/b) + cn^d$$

$$T(n) = \begin{cases} O(n^d) & \text{si } a<b^d \\ O(n^d \cdot \log n) & \text{si } a=b^d \\ O(n^{\log_b a}) & \text{si } a>b^d \end{cases}$$

Recurrencias

$T(n) = 5T(n/2) + 3$

a=5, b=2, c=3, d=0. Se cumple que **$a>b^d$ $(5>2^0)$.** Por lo tanto, $T(n)=\mathbf{O(n^{\log_2 5})}$

$T(n) = aT(n/b) + cn^d$
$$T(n) = \begin{cases} O(n^d) & \text{si } a<b^d \\ O(n^d \cdot \log n) & \text{si } a=b^d \\ O(n^{\log_b a}) & \text{si } a>b^d \end{cases}$$

Recurrencias

$T(n) = 3T(n/3) + n$

$T(n) = aT(n/b) + cn^d$
$$T(n) = \begin{cases} O(n^d) & \text{si } a<b^d \\ O(n^d \cdot \log n) & \text{si } a=b^d \\ O(n^{\log_b a}) & \text{si } a>b^d \end{cases}$$

Recurrencias

$T(n) = 3T(n/3) + n$

$a=3$, $b=3$, $c=1$, $d=1$. Se cumple que **$a=b^d$ $(3=3^1)$.** Por lo tanto, $T(n)=$**$O(n \cdot \log n)$**

$T(n) = aT(n/b) + cn^d$

$$T(n) = \begin{cases} O(n^d) & \text{si } a<b^d \\ O(n^d \cdot \log n) & \text{si } a=b^d \\ O(n^{\log_b a}) & \text{si } a>b^d \end{cases}$$

Recurrencias

Resolver por el método maestro

$T(n) = 4T(n/2) + n$

$T(n) = 4T(n/2) + n^2$

$T(n) = 4T(n/2) + n^3$

$$T(n) = aT(n/b) + cn^d$$

$$T(n) = \begin{cases} O(n^d) & \text{si } a<b^d \\ O(n^d \cdot \log n) & \text{si } a=b^d \\ O(n^{\log_b a}) & \text{si } a>b^d \end{cases}$$

Recurrencias

- **$T(n)=4T(n/2) + n$**

a=4, b=2, c=1, d=1. Se cumple que $a>b^d$ $(4>2^1)$. Por lo tanto, $T(n)=O(n^{\log_2 4})=$**$O(n^2)$**

- **$T(n)=4T(n/2) + n^2$**

a=4, b=2, c=1, d=2. Se cumple que $a=b^d$ $(4=2^2)$. Por lo tanto, $T(n)=$**$O(n^2 \cdot \log n)$**

- **$T(n)=4T(n/2) + n^3$**

a=4, b=2, c=1, d=3. Se cumple que $a<b^d$ $(4<2^3)$. Por lo tanto, $T(n)=$**$O(n^3)$**