PROBABILIDAD CONDICIONAL - BAYES

Cuantificando la posibilidad de que un evento ocurra

Probabilidad Condicional

Es la probabilidad de que ocurra un evento A, sabiendo que sucede otro evento B.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Se lee como: "Probabilidad de A dado B"

La probabilidad condicional permite una alteración de la probabilidad de un evento a la luz de mayor información.

Ahora, Si **A y B son independientes:**

$$P(A|B) = P(A)$$

$$P(B|A) = P(B)$$

Probabilidad Condicional

Ejercicios:

1. Dado que $P(A \cap B)=0.3$ y $P(B)=0.6$, encuentre $P(A|B)$

2. Suponga que hay dos eventos A y B con $P(A)=0.50$, $P(B)=0.60$ y $P(A \cap B)=0.40$, calcule:
   a. $P(A|B)$ b. $P(B|A)$
   c. Son independientes A y B? Porque si o no?

3. Dado que $P(E)=0.6$, $P(F)=0.7$, y $P(E \cup F)=0.8$, calcule $P(E|F)$

Probabilidad Condicional

En una encuesta entre alumnos de una universidad se obtuvieron los siguientes datos acerca de “el principal motivo del alumno para solicitar su ingreso a la institución”.

	Motivo de la Solicitud			
Tipo de Estudiante	**Calidad**	**Costo o Comodidad**	**Otros**	**Totales**
Tiempo Completo	421	393	76	
Tiempo Parcial	400	593	46	
Totales				1929

Si se selecciona un alumno de forma aleatoria:

a. Cual es la probabilidad que sea un estudiante de tiempo Completo?
b. Cual es la probabilidad que sea de tiempo completo y elija la institución por su calidad?
c. Si el alumno es de tiempo completo, ¿Cuál es la probabilidad de que elija la institución por su calidad?
d. Si el alumno es de tiempo parcial, ¿Cuál es la probabilidad de que elija la institución por su calidad?

Ejemplo

Supongamos que una prueba concreta tiene un **95%** de probabilidades de detectar la enfermedad si la persona la tiene, y el **90%** de probabilidades de indicar correctamente que la enfermedad esta ausente si la persona realmente no tiene dicha enfermedad. Suponga que el **8%** de la población tiene la enfermedad.

a. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona escogida aleatoriamente **de un resultado positivo**?.

b. **Si el resultado es negativo**, ¿Cuál es la probabilidad de que **realmente no este enferma**?

Ejemplo

Supongamos que una prueba concreta tiene un **95%** de probabilidades de detectar la enfermedad si la persona la tiene, y el **90%** de probabilidades de indicar correctamente que la enfermedad esta ausente si la persona realmente no tiene dicha enfermedad. Suponga que el **8%** de la población tiene la enfermedad.

a. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona escogida aleatoriamente **de un resultado positivo**?.

b. **Si el resultado es negativo**, ¿Cuál es la probabilidad de que **realmente no este enferma**?

Ejercicios

El 5% de las unidades producidas en una fábrica son defectuosas cuando el proceso de fabricación esta bajo control. Si el proceso se encuentra fuera de control, se produce 30% de unidades defectuosas. La Probabilidad de que el proceso se encuentre bajo control es de 0.92. Si se escoge una unidad y resulta ser defectuosa, ¿Cuál es la probabilidad de que el proceso se encuentre bajo control?

Ejercicios

Una compañía dedicada al transporte de carga explota tres líneas a nivel nacional, donde el 60% de los camiones cubren el servicio de carga pesada, el 30% cubre la carga media y el 10% cubre el servicio de carga ligera. Se sabe que la probabilidad de que, diariamente, un camión se averíe es del 1%, 4% y 8%, respectivamente, para cada línea.

a. ¿Cuál es la probabilidad de que, en un día, un camión se averié?

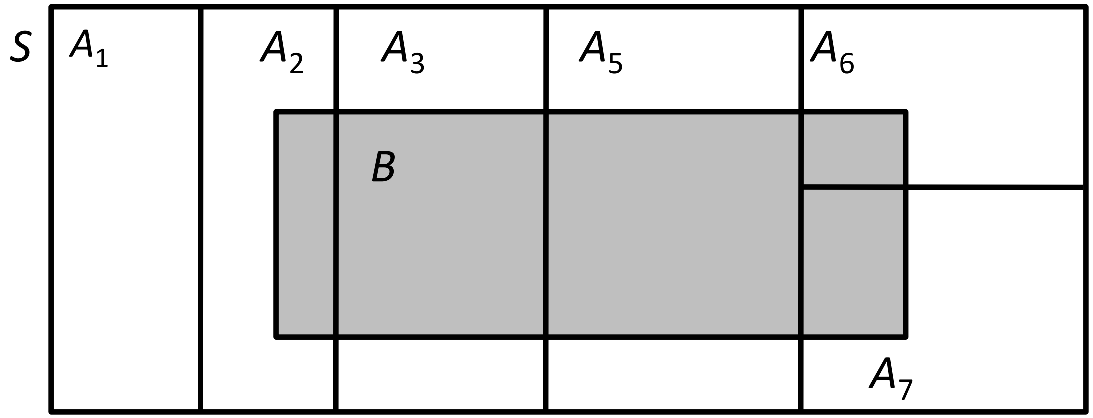
b. Dado que un camión se averió, ¿Cuál es la probabilidad que sea uno de carga pesada?

Probabilidad Total

Teorema de Probabilidad Total

Si los eventos A_1, A_2,..., A_k constituyen una división del espacio muestral S, de tal forma que $P(A_i)>0$ para i = 1, 2,..., k, entonces para cualquier evento B de S,

$$P(B)=\sum_{i=1}^{k}P(A_i\cap B)=\sum_{i=1}^{k}P(A_i)P(B|A_i)$$



Teorema: Regla deBayes

Si los eventos A_1, A_2,..., A_k constituyen una división del espacio muestral S, de tal forma que P(A_k)>0 para i = 1, 2,..., k, entonces para cualquier evento B en S es tal que P(B)>0,

$$P(A_r | B) = \frac{P(A_r \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A_r)P(B|A_r)}{\boxed{\sum_{i=1}^{k} P(A_i)P(B|A_i)}}$$

$P(B)$

En el ejemplo anterior, si un cliente vuelve a la tienda con una VC que necesite se haga válida la garantía, ¿Cuál es la probabilidad de que sea una VC de la marca 1? ¿Una VC de la marca 2? ¿ Una VC de la marca 3?

Ejemplo de probabilidad total:

Una cadena de tiendas de video vende tres marcas de videocámaras (VC). De sus ventas el 50% son de la marca 1, 20% de la marca 2 y 30% de la marca 3. Cada fabricante ofrece un año de garantía en las partes. Se sabe que el 25% de las VC de la marca 1 requieren trabajo de garantía, en tanto que los porcentajes correspondientes para las marcas 2 y 3 son 20% y 10% respectivamente.

Si un cliente compra una VC al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que requiera reparación mientras este en el tiempo de garantía?

Sea A_1 = Se compra la marca 1 $P(A_1)=0.5$

Sea A_2 = Se compra la marca 2 $P(A_2)=0.3$

Sea A_3 = Se compra la marca 3 $P(A_3)=0.2$

Sea R = La VC necesita reparación

La información suministrada implica que:

$P(R/A_1)=0.25$

Dado que se compro la VC de la marca 1, ¿cual es la probabilidad de que necesite reparación?

$P(R/A_2)=0.20$

$P(R/A_3)=0.10$