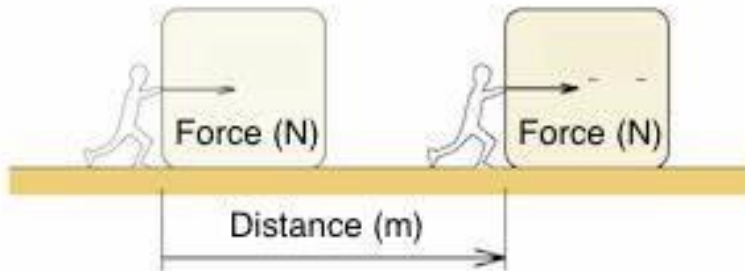


# FISICA 1

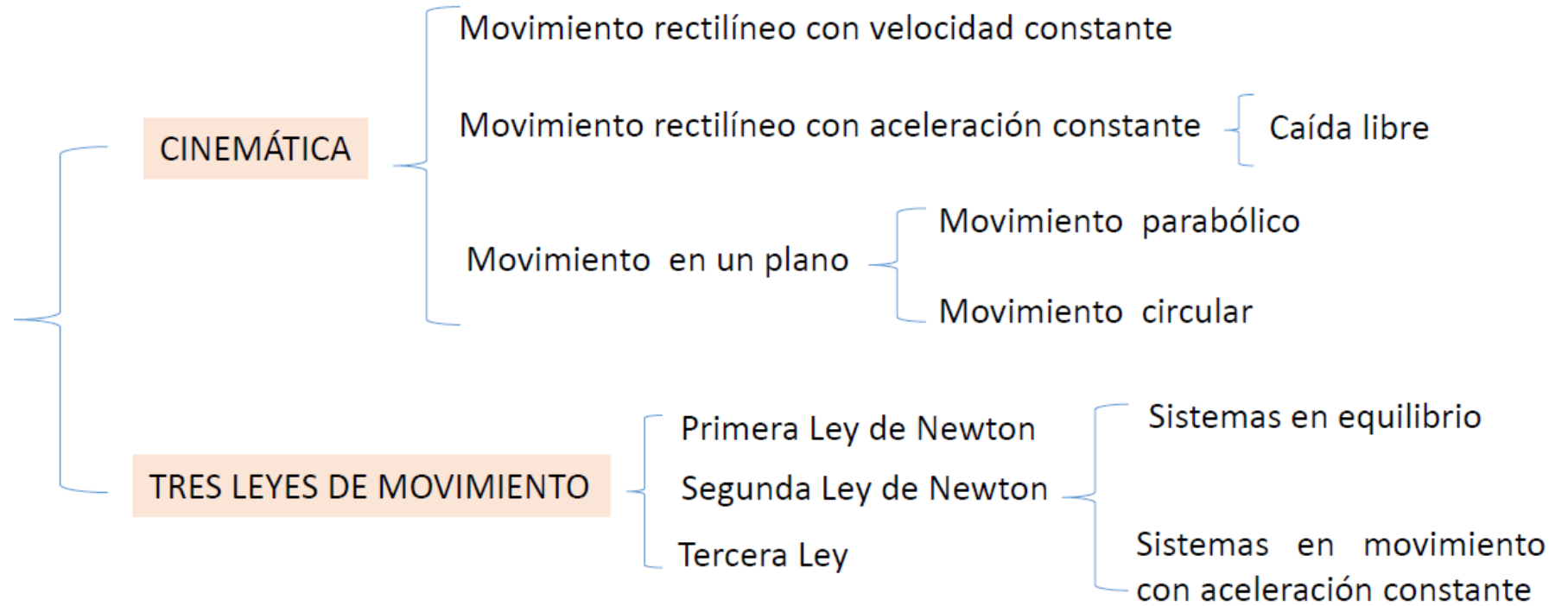
**Marisela Benitez Barahona**

*Departamento de Física  
Facultad de Ciencias Naturales y Exactas  
Universidad del valle*



# RECORDEMOS

El problema fundamental de la Mecánica es describir como se moverán los cuerpos si se conocen las fuerzas aplicadas sobre él



¿Qué sucede si la Fuerza no es constante?

La aceleración del sistema no es constante y se requerirá de un método alternativo para describir el movimiento.

# CONCEPTO DE TRABAJO

SIGNIFICADO COTIDIANO DE *TRABAJO*

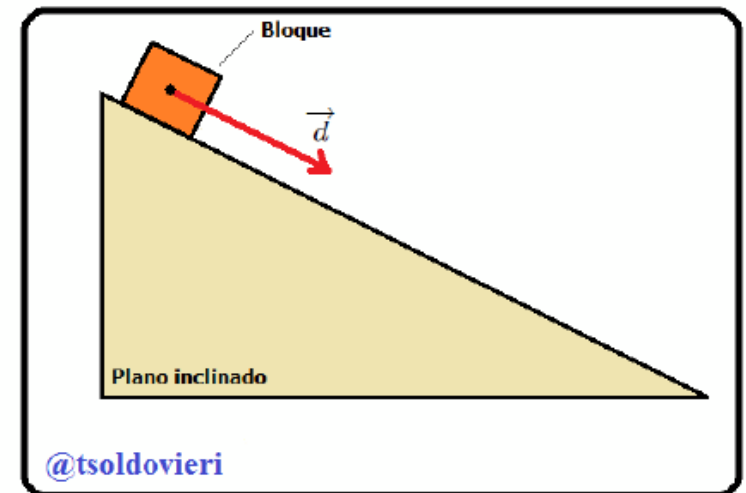
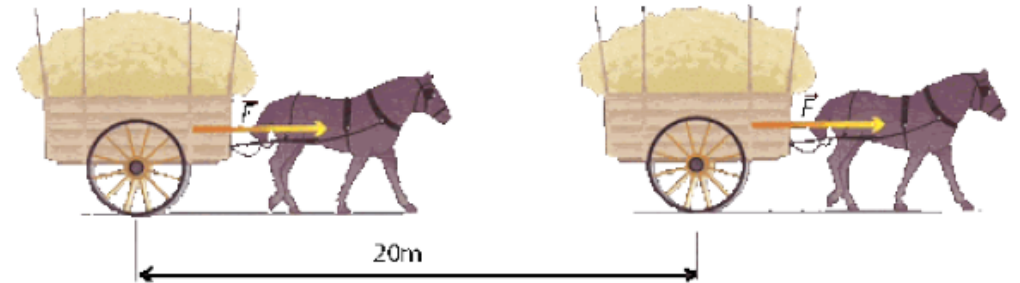


SIGNIFICADO DE *TRABAJO EN FÍSICA*

Cualquier actividad que requiere un esfuerzo muscular o mental.



Se realiza trabajo cuando se ejerce una fuerza sobre un cuerpo y éste experimenta un desplazamiento.



@tsoldovieri

# PRODUCTO ESCALAR DE VECTORES

Dados dos vectores cualesquiera  $\vec{a}$  y  $\vec{b}$  definimos el producto escalar

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

El producto escalar de dos vectores se representa poniendo un punto “.” entre los dos vectores

El resultado de esta operación es un escalar, es decir una cantidad que no tiene dirección.

Al producto escalar también se le conoce como producto interno, producto escalar o producto punto

# ÁLGEBRA VECTORIAL

## PROPIEDADES DEL PRODUCTO ESCALAR DE VECTORES

Propiedad conmutativa

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$$

Propiedad asociativa

$$\alpha(\vec{a} \cdot \vec{b}) = (\alpha\vec{a}) \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot (\alpha\vec{b})$$

Propiedad distributiva

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$$

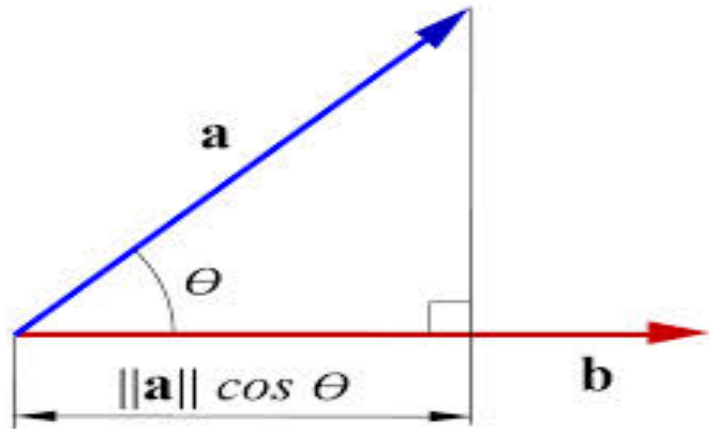
Producto escalar de los vectores de la base ortonormal canónica

$$\vec{i} \cdot \vec{i} = \vec{j} \cdot \vec{j} = \vec{k} \cdot \vec{k} = 1 \qquad \vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{j} \cdot \vec{k} = \vec{k} \cdot \vec{i} = 0$$

# ÁLGEBRA VECTORIAL

## DEFINICIÓN GEOMÉTRICA DEL PRODUCTO ESCALAR

$\vec{a} \cdot \vec{b}$  es el producto del módulo de  $\vec{a}$  por el módulo de  $\vec{b}$  por el coseno del ángulo que forman  $\vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cos \theta$



$\theta$  es el ángulo que forman los vectores

# CÁLCULO DEL PRODUCTO ESCALAR USANDO COMPONENTES

We can calculate the scalar product  $\vec{A} \cdot \vec{B}$  directly if we know the x-, y-, and z-components of  $\vec{A}$  and  $\vec{B}$ . To see how this is done, let's first work out the scalar products of the unit vectors.

$$\hat{i} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{j} = \hat{k} \cdot \hat{k} = (1)(1) \cos 0^\circ = 1$$

$$\hat{i} \cdot \hat{j} = \hat{i} \cdot \hat{k} = \hat{j} \cdot \hat{k} = (1)(1) \cos 90^\circ = 0$$

Now we express  $\vec{A}$  and  $\vec{B}$  in terms of their components, expand the product, and use these products of unit vectors:

$$\begin{aligned}\vec{A} \cdot \vec{B} &= (A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}) \cdot (B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}) \\&= A_x \hat{i} \cdot B_x \hat{i} + A_x \hat{i} \cdot B_y \hat{j} + A_x \hat{i} \cdot B_z \hat{k} \\&\quad + A_y \hat{j} \cdot B_x \hat{i} + A_y \hat{j} \cdot B_y \hat{j} + A_y \hat{j} \cdot B_z \hat{k} \\&\quad + A_z \hat{k} \cdot B_x \hat{i} + A_z \hat{k} \cdot B_y \hat{j} + A_z \hat{k} \cdot B_z \hat{k} \\&= A_x B_x \hat{i} \cdot \hat{i} + A_x B_y \hat{i} \cdot \hat{j} + A_x B_z \hat{i} \cdot \hat{k} \\&\quad + A_y B_x \hat{j} \cdot \hat{i} + A_y B_y \hat{j} \cdot \hat{j} + A_y B_z \hat{j} \cdot \hat{k} \\&\quad + A_z B_x \hat{k} \cdot \hat{i} + A_z B_y \hat{k} \cdot \hat{j} + A_z B_z \hat{k} \cdot \hat{k}\end{aligned}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z \quad (\text{scalar (dot) product in terms of components})$$

Thus the scalar product of two vectors is the sum of the products of their respective components.

# UTILIZACIÓN DEL PRODUCTO ESCALAR PARA SABER SI DOS VECTORES SON ORTOGONALES ENTRE SÍ

Si el producto escalar de dos vectores es cero, y el módulo de los dos vectores es distinto de cero, entonces los dos vectores son perpendiculares entre sí.

$$\text{Si } \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \text{ y } |\vec{a}| \neq 0 \text{ y } |\vec{b}| \neq 0 \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$$

# ¿CÓMO HALLAR EL MÓDULO DE UN VECTOR?

Aplicando la definición de producto escalar, podemos calcular fácilmente el módulo de un vector

$$\vec{a} \cdot \vec{a} = a \cdot a \cdot \cos 0 = a^2 \Rightarrow a = \sqrt{\vec{a} \cdot \vec{a}}$$

## Vectores unitarios

Se denomina vector unitario a aquel vector que tiene por módulo la unidad. Podemos calcular un vector unitario en la dirección del vector  $\vec{a}$  sin más que dividir por su módulo

$$\vec{u}_{\vec{a}} = \frac{\vec{a}}{a} = \frac{\vec{a}}{\sqrt{\vec{a} \cdot \vec{a}}}$$

# MAGNITUDES FÍSICAS EN LAS QUE INTERVIENE EL PRODUCTO ESCALAR DE DOS VECTORES

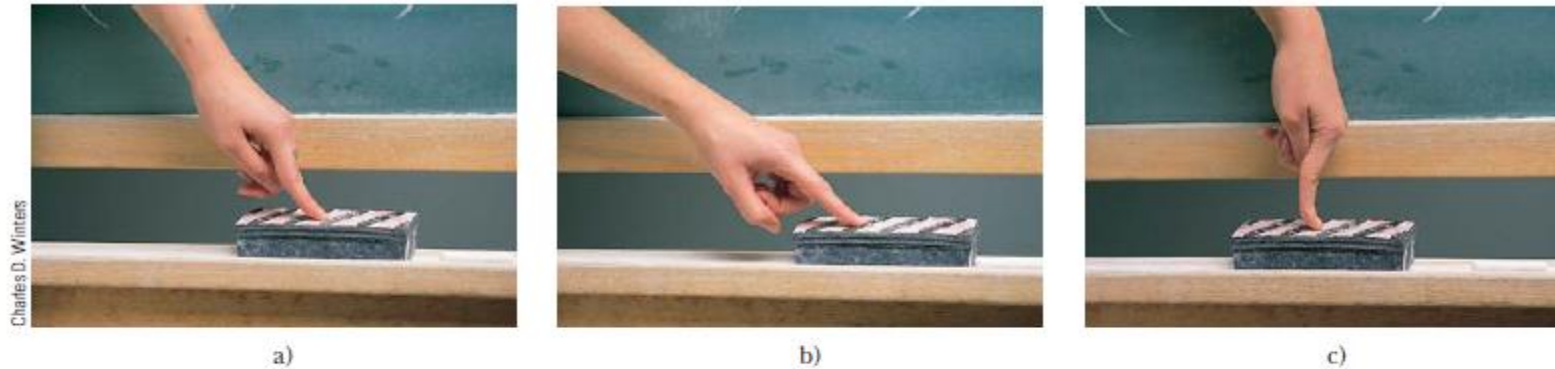
Trabajo

$$W_{ab} = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

Flujo de un campo vectorial

$$\int_S \vec{A} \cdot \vec{n} \, da$$

# TRABAJO EFECTUADO POR UNA FUERZA CONSTANTE



**Figura 7.1** Un borrador se empuja a lo largo de un riel del pizarrón mediante una fuerza que actúa a diferentes ángulos respecto de la dirección horizontal.

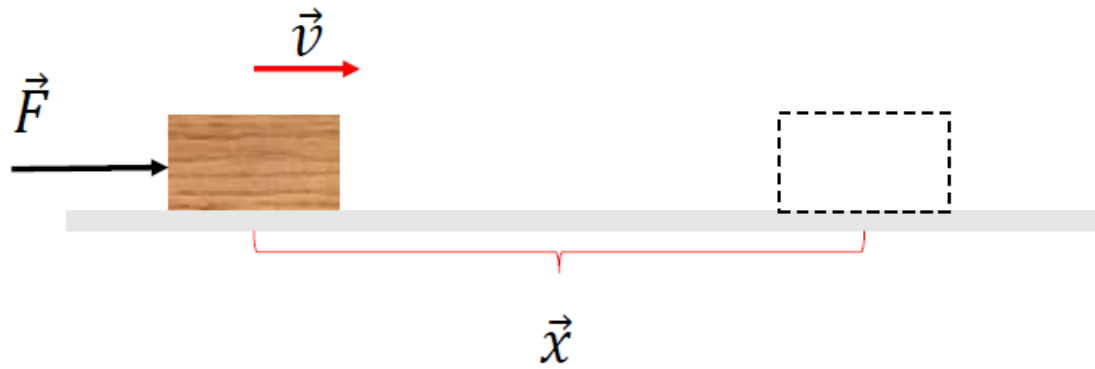
$$W = \vec{F} \cdot \vec{s}$$

El **trabajo**  $W$  invertido sobre un sistema por un agente que ejerce una fuerza constante sobre el sistema es el producto de la magnitud  $F$  de la fuerza, la magnitud  $\Delta r$  del desplazamiento del punto de aplicación de la fuerza y  $\cos \theta$ , donde  $\theta$  es el ángulo entre los vectores fuerza y desplazamiento:

$$W \equiv F \Delta r \cos \theta \quad (7.1)$$

# TRABAJO EFECTUADO POR UNA FUERZA CONSTANTE

Consideramos un cuerpo al cual se le aplica una fuerza horizontal hacia la derecha y que experimenta un desplazamiento de magnitud  $s$  en línea recta, en la misma dirección de la fuerza aplicada.



Definimos el **trabajo**  $W$  realizado por esta fuerza constante en dichas condiciones como el producto de la magnitud  $\vec{F}_1$  de la fuerza por la magnitud  $\vec{x}$  del desplazamiento:

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s}$$

ESCALAR

Producto escalar entre dos vectores

Utilizando el concepto de producto escalar, para este caso particular, la fuerza y el desplazamiento son paralelos, por lo tanto:

$$W = |F||s| \cos \theta = Fs \cos 0$$

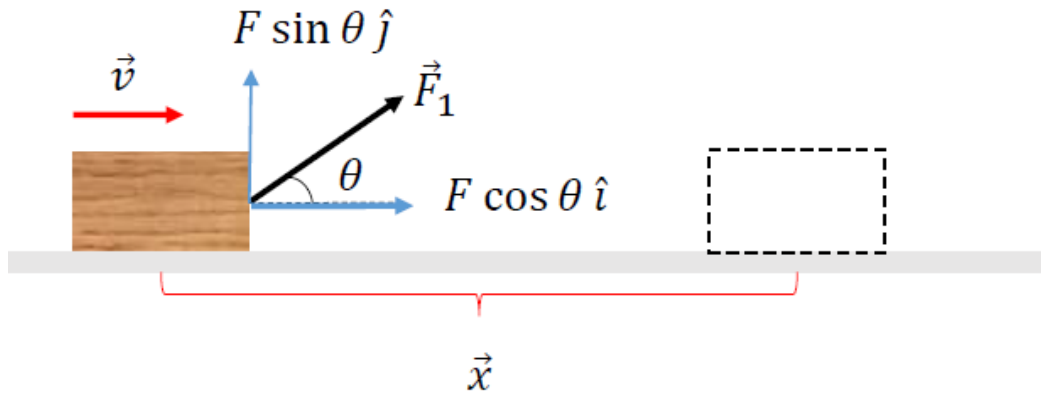
$$W = Fs$$

(Fuerza constante en dirección del desplazamiento rectilíneo)

NOTA: PARA DIFERENCIAR TRABAJO DE PESO, SE UTILIZARÁ  $W$  MAYÚSCULA PARA TRABAJO Y  $w$  MÍNUSCULA PARA PESO

# ¿QUÉ SUCEDE SI LA FUERZA FORMA UN ÁNGULO CON EL DESPLAZAMIENTO?

La fuerza tendrá dos componentes, una en dirección del desplazamiento y otra perpendicular al desplazamiento



Observe que la componente perpendicular, no realiza trabajo, debido a que el ángulo formado con el desplazamiento es  $90^\circ$

$$W_{\perp} = \vec{F}_{\perp} \cdot \vec{s} = 0$$

El trabajo realizado por la componente en la dirección del desplazamiento, será:

$$\begin{aligned} W_{\parallel} &= \vec{F}_{\parallel} \cdot \vec{s} \\ W &= F \cos \theta s \end{aligned}$$

Producto escalar entre el vector fuerza y el vector desplazamiento.

En general la componente paralela al desplazamiento será la única que contribuye al trabajo realizado por la fuerza, por lo tanto en general, el trabajo se puede definir como:

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s}$$

# TRABAJO EFECTUADO POR UNA FUERZA CONSTANTE

De la expresión general, determinada para el trabajo realizado por una fuerza constante, se puede definir las unidades de trabajo:

$$W = |F_1||x| \longrightarrow [W] = [N][m] = [J] \longrightarrow \text{Joule}$$

Unidades de trabajo en sistemas a nivel atómico

$$1 \text{ eV} = 1.602 \times 10^{-19} \text{ J}$$

En el sistema británico,

$$\text{Fuerza} \longrightarrow \text{Libra (lb) (Fuerza)} \longrightarrow 1 \text{ lb} = 4.44822 \text{ N}$$

$$\text{Desplazamiento} \longrightarrow \text{pie (ft)} \longrightarrow 1 \text{ ft} = 0.3048 \text{ m}$$

$$\text{Trabajo} \quad [W] = [\text{lb}][\text{ft}]$$

FACTOR DE CONVERSIÓN AL SISTEMA SI

$$1[\text{lb}][\text{ft}] = 1.356 \text{ J}$$

En el sistema cgs

$$\text{Fuerza} \longrightarrow \text{dina (dyn)} \longrightarrow 1 \text{ dyn} = 10^{-5} \text{ N}$$

$$\text{Desplazamiento} \longrightarrow \text{centímetro (cm)} \longrightarrow 1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m}$$

$$\text{Trabajo} \quad [W] = [\text{dyn}][\text{cm}] = [\text{erg}] = \text{Ergio}$$

FACTOR DE CONVERSIÓN AL SISTEMA SI

$$1[\text{erg}] = 10^{-7} \text{ J}$$

# TRABAJO POSITIVO, NEGATIVO Y CERO

Si el ángulo  $\theta$  es agudo ( $0 \leq \theta < 90^\circ$ ), el trabajo es positivo.

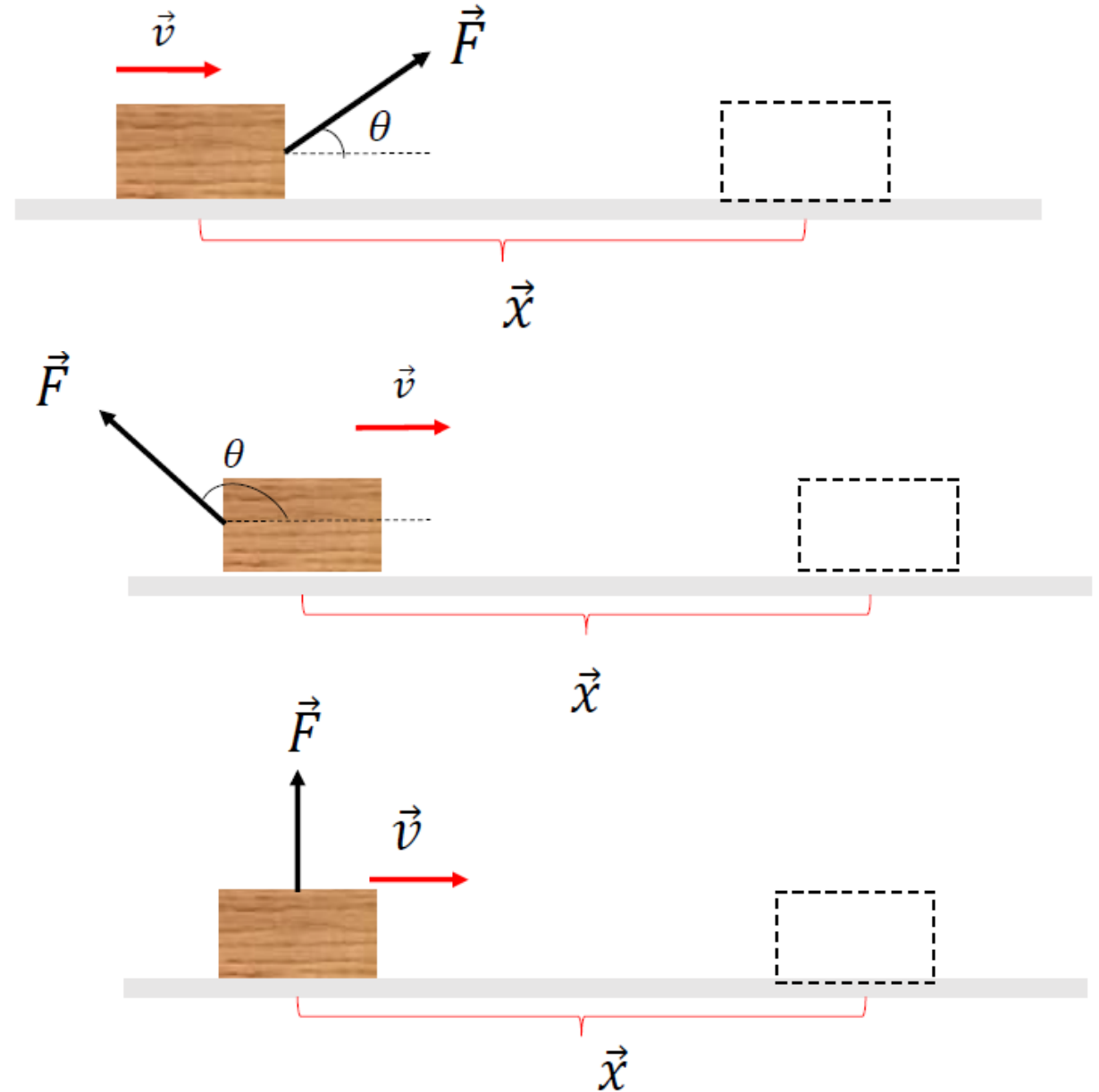
$$W_{\parallel} = \vec{F}_{\parallel} \cdot \vec{s} = Fs \cos \theta$$

Si el ángulo  $\theta$  es obtuso ( $90^\circ < \theta < 180^\circ$ ), el trabajo es negativo.

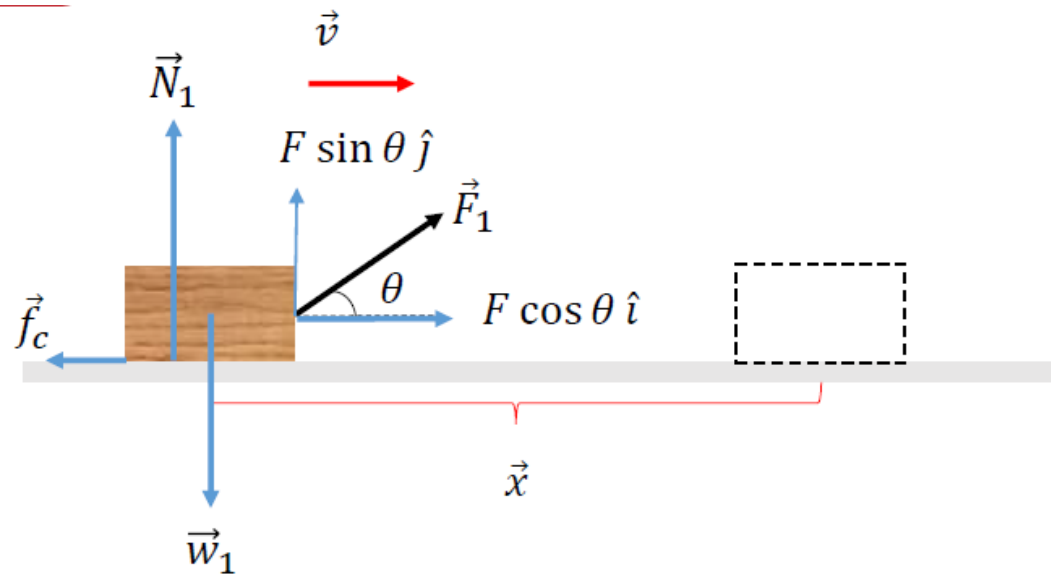
$$W_{\parallel} = \vec{F}_{\parallel} \cdot \vec{s} = Fs \cos \theta$$

Si el ángulo  $\theta$  es  $90^\circ$ , el trabajo es cero.

$$W_{\perp} = \vec{F}_{\perp} \cdot \vec{s} = 0$$



# TRABAJO NETO



$$W_N = W_{\vec{F}_1} + W_{\vec{N}_1} + W_{\vec{w}_1} + W_{\vec{f}_c}$$

Solo la componente  $\vec{F}_{\parallel}$  realiza trabajo.

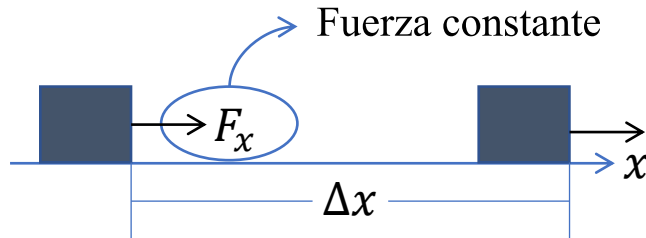
Cero, porque ambas fuerzas son perpendiculares al desplazamiento.

El trabajo total sobre un cuerpo como resultado de que varias fuerzas actúan sobre un el, es la suma algebraica de los trabajos realizados por las fuerzas individuales.

$$W_N = W_1 + W_2 + W_3 + \cdots + W_4$$

# TRABAJO

## TRABAJO Y ENERGÍA



En física el trabajo se denota  
"W"

$$W = F_x \Delta x$$

**Unidades [W]**

□  $N \cdot m = J \rightarrow \text{Joule}$

□  $ft \cdot lb \rightarrow \text{libra} - \text{pie}$

$1J = 0.7376 \text{ ft} \cdot \text{lb}$

### Requisitos para realizar un trabajo:

- ✓ Debe haber una fuerza aplicada.
- ✓ La fuerza debe actuar a través de cierta distancia, llamada desplazamiento.
- ✓ La fuerza debe tener una componente a lo largo del desplazamiento.

«Un Joule es igual al trabajo realizado por una fuerza de un newton al mover un objeto a lo largo de una distancia paralela de un metro»

# Ejemplo 1

## Trabajo consumido por una fuerza constante

Una partícula se mueve en el plano xy se somete a un desplazamiento conocido por  $\Delta\vec{r} = (2.0\hat{i} + 3.0\hat{j})m$  cuando una fuerza constante  $\vec{F} = (5.0\hat{i} + 2.0\hat{j})N$  actúa sobre la partícula.

A) Calcule las magnitudes de la fuerza y el desplazamiento de la partícula.

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(5.0)^2 + (2.0)^2} = 5.4 \text{ N}$$

$$\Delta r = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} = \sqrt{(2.0)^2 + (3.0)^2} = 3.6 \text{ m}$$

# Ejemplo 1

## Trabajo consumido por una fuerza constante

B) Calcule el trabajo consumido por  $\vec{F}$  en la partícula.

$$\begin{aligned} W &= \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = [(5.0\hat{i} + 2.0\hat{j}) \text{ N}] \cdot [(2.0\hat{i} + 3.0\hat{j}) \text{ m}] \\ &= (5.0\hat{i} \cdot 2.0\hat{i} + 5.0\hat{i} \cdot 3.0\hat{j} + 2.0\hat{j} \cdot 2.0\hat{i} + 2.0\hat{j} \cdot 3.0\hat{j}) \text{ N} \cdot \text{m} \\ &= [10 + 0 + 0 + 6] \text{ N} \cdot \text{m} = 16 \text{ J} \end{aligned}$$



