**Universidad del Valle**
**Escuela de Ingeniería de Sistemas y Computación**

**Simulación y Computación Numérica**
**Agosto-Diciembre**

# Práctica: Error

### Formulas

1. El Error Absoluto ($E_a$) se define como:
$$E_a = |p - p^*|$$
2. El Error Relativo ($E_r$) se define como:
$$E_r = \frac{|p - p^*|}{|p|}$$
donde $p$ representa el valor real y $p^*$ representa una aproximación de $p$. Solo si $p \neq 0$ se puede calcular el Error Relativo.

### Conceptos

En métodos numéricos, los errores de truncamiento y los errores de redondeo son dos tipos comunes de errores que afectan la precisión de los cálculos. En el ámbito de la computación, es crucial entender que los números en coma flotante se representan de forma finita, lo que introduce limitaciones inherentes en la precisión. Esta representación se basa en la norma IEEE 754, un estándar ampliamente adoptado que define cómo deben representarse y manipularse los números en coma flotante en los sistemas computacionales.

1. Errores de Corte: ocurren cuando se eliminan los dígitos adicionales de un número sin redondear el valor. Este tipo de error se introduce al truncar un número a una precisión fija sin ajustar el valor basado en los dígitos eliminados. En lugar de redondear, simplemente se eliminan los dígitos más allá del punto deseado.

   Ejemplo: Si el valor real es 3.14159y se realiza un corte a cuatro cifras decimales queda 3.1415

2. Errores de Redondeo: ocurren cuando se eliminan los dígitos adicionales de un número ajustando el valor basado en los dígitos eliminados.

   Ejemplo: Si el valor real es 3.14159y se realiza un redondeo a cuatro cifras decimales queda 3.1416

3. La expresión "usando aritmética de 3, 4 u otro número de dígitos" indica que los resultados se limitan a 3, 4 o al número de dígitos especificado.

   Ejemplo: Si se realiza la operación $\frac{123.4567}{3.4}$, el valor aproximado es 36.569 mientras el valor real es 36.5

### Ejercicios

1. Calcule el error absoluto y el error relativo en las aproximaciones de $p$ por $p^*$:
   (a) $p = \pi, p^* = 22.7$
   (b) $p = e, p^* = 2.718$
   (c) $p = \sqrt{2}, p^* = 1.414$

(d) $p = 9!, p^* = \sqrt{18\pi}\left(\frac{9}{e}\right)^9$

2. Encuentre el más grande intervalo en el cual $p^*$ debe encontrarse para aproximar $p$ con un error relativo máximo de $10^{-4}$:

   (a) $\pi$

   (b) $e$

   (c) $\sqrt{2}$

   (d) $7^{1/3}$

3. Suponga que $p^*$ debe aproximar $p$ con un error relativo máximo de $10^{-3}$. Encuentre el más grande intervalo en el cual $p^*$ debe encontrarse para cada valor de $p$:

   (a) 150

   (b) 900

   (c) 1500

   (d) 80

4. Realice los siguientes cálculos:

   (a) $\frac{4}{5} + \frac{1}{3}$

   (b) $\left(\frac{1}{3} - \frac{3}{11}\right) + \frac{3}{20}$

   (c) $\left(\frac{1}{3} - \frac{3}{11}\right) - \frac{3}{20}$

   Para cada uno de estos cálculos, determine:

   (a) El resultado exacto

   (b) El resultado usando aritmética de 3 dígitos con corte

   (c) El resultado usando aritmética de 3 dígitos con redondeo

   (d) Calcule los errores relativos para los datos de los numerales (b). y (c).

5. Utilice aritmética de 5 dígitos con corte para determinar las raíces de la siguiente ecuación:

$$x^2 - 5000.002x + 10 = 0$$

   Utilice las siguientes ecuaciones para el cálculo de las raíces.

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{y} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

   Calcule los errores relativos porcentuales de sus resultados.

6. Suponga que dos puntos $(x_0, y_0)$ y $(x_1, y_1)$ están en una línea recta con $y_1 \neq y_0$. Si se disponen de dos fórmulas para encontrar la intersección en el eje x de la línea:

$$x = \frac{x_0 y_1 - x_1 y_0}{y_1 - y_0}$$

   y

$$x = x_0 - \frac{(x_1 - x_0) y_0}{y_1 - y_0}$$

   a. Muestre que ambas fórmulas son equivalentes.

b. Use los datos $(x_0, y_0) = (1.31, 3.24)$ y $(x_1, y_1) = (1.93, 4.76)$ y aritmética de redondeo a tres dígitos para calcular la intersección en el eje x usando ambas formulas. ¿Cuál método es mejor y por qué?

7. Debe seleccionar la medición más confiable de una pieza de metal que idealmente debería tener 100 cm de longitud. Cada medición se realizó con un instrumento diferente con distintos niveles de precisión. A continuación se presentan las mediciones de la pieza de metal junto con el instrumento utilizado para cada una:

   (a) Medición A: 99.7 cm (Instrumento 1: $\pm 0.1$ cm)
   (b) Medición B: 100.2 cm (Instrumento 2: $\pm 0.05$ cm)
   (c) Medición C: 100.0 cm (Instrumento 3: $\pm 0.02$ cm)
   (d) Medición D: 99.9 cm (Instrumento 4: $\pm 0.03$ cm)
   (e) Medición E: 100.1 cm (Instrumento 5: $\pm 0.01$ cm)

   Justifique su respuesta considerando el error absoluto, el error relativo y la precisión del instrumento utilizado.

8. Un paralelepípedo rectangular tiene dimensiones de 3 cm, 4 cm y 5 cm, medidas con una precisión de $\pm 0.5$ cm. ¿Cuáles son los límites superior e inferior más precisos para el volumen de este paralelepípedo? ¿Cuáles son los límites superior e inferior más precisos para el área superficial?

   **Fórmulas:**

   - **Volumen** $(V)$:

   $$V = l \times w \times h$$

   donde $l$ es la longitud, $w$ es el ancho y $h$ es la altura.

   - **Área superficial** $(A)$:

   $$A = 2(lw + lh + wh)$$

   donde $l$ es la longitud, $w$ es el ancho y $h$ es la altura.

9. El número $e$ puede ser definido por la serie infinita:

$$e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}$$

donde $n!$ representa el factorial de $n$, con $0! = 1$.

Realice los cálculos del error absoluto y del error relativo para las siguientes aproximaciones de$e$:

- Aproximación usando los primeros 6 términos de la serie:

$$\sum_{n=0}^{5} \frac{1}{n!}$$

- Aproximación usando los primeros 11 términos de la serie:

$$\sum_{n=0}^{10} \frac{1}{n!}$$

Para cada aproximación, considera que el valor real de $e$ es aproximadamente 2.718281828. Calcula y compara el error absoluto y el error relativo de cada aproximación con respecto al valor real de $e$.