Variables aleatorias continuas

CC3039

Variables aleatorias uniformes

Parámetros: **b:** límite derecho, **a:** límite izquierdo.
Modela: experimentos continuos donde cada resultado es igual de probable.
f(x):

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{if } a < x < b \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

F(x): (x - a) / (b - a)
E[X]: (a + b) / 2
V(X): ((b - a)^2)/12

Ejemplo: Math.random() genera "aleatorios" entre 0 (a) y 1 (b) uniformemente.

Variables aleatorias normales

Parámetros: **mu:** valor esperado, **sigma:** desviación std.

Modela: experimentos continuos comunes en la naturaleza.

f(x):

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}, \quad -\infty < x < \infty$$

fmáx: 1 / (sqrt(2*PI) * sigma)

E[X]: mu

V(X): sigma^2

Ejemplo: resultados de IQ.

Sean a y b cualesquiera reales, sea X una variable aleatoria normal.

$Y = aX + b$ es normal.

Variables aleatorias estándar (unidad)

Si tenemos Z = (X - mu_x) / $sigma_x$ .Sabemos que Z es normal, con E[Z] = 0 y Var(Z) = 1

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-x^2/2} dx, \quad -\infty < x < \infty$$

Para esta distribución tenemos tablas pre-computadas de **Fx**. Y para cualquier X con parámetros mu y sigma, podemos usar Z para calcular sus funciones probabilidad acumulada: **F(x) =**

$$\Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$$

Variables aleatorias exponenciales

Parámetros: lambda: expresa un promedio de eventos por unidad de tiempo.
Modela: tiempos entre dos eventos de Poisson

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}, \quad 0 < x < \infty$$

$$F(x) = \int_0^x \lambda e^{-\lambda x} dx = 1 - e^{-\lambda x}, \quad 0 < x < \infty$$

$$E[X] = \frac{1}{\lambda} \quad \text{and} \quad \mathrm{Var}(X) = \frac{1}{\lambda^2}$$

Variables aleatorias exponenciales

Las variables aleatorias exponenciales no tienen memoria:

$$P\{X > s + t \mid X > s\} = P\{X > t\} \quad \text{for all } s, t \geqslant 0$$

$$P\{X > s + t\} = P\{X > s\}P\{X > t\}$$

Variables aleatorias exponenciales

Podemos obtener otras variables aleatorias exponenciales a partir de una X exponencial:

$$P\{cX \leqslant x\} = P\left\{X \leqslant \frac{x}{c}\right\} = 1 - e^{-\lambda x/c}$$