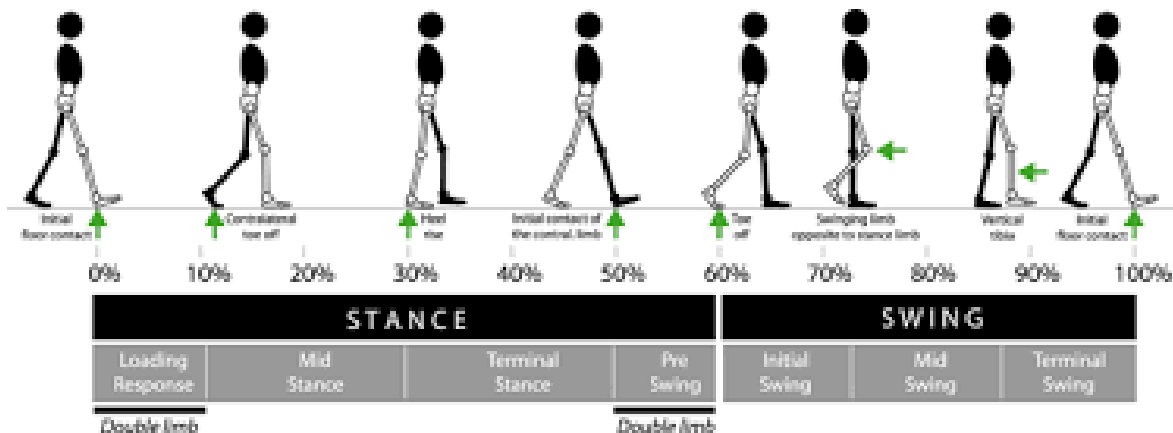


# 수치계산 2020 TERM PROJECT (2020.11.9)

## 휴머노이드 로봇의 계단 올라가는 보행패턴을 수치계산으로 생성하기

- 제출 마감 시각: 11 월 30 일(월) 23 시 59 분
- 제출 방법: 작성된 m file 을 이메일에 첨부하여 [jkhan@hanyang.ac.kr](mailto:jkhan@hanyang.ac.kr) 로 전송
- 과제 만점: 27 점 (코드 완성도 정성적 평가 17 점, 시간 점수 10 점)
  - 단, 수치계산을 수행하여 첫번째 답을 구한 후, 이 답을 수치계산 없이 다음에 그대로 또 사용하는 코드가 있을 경우 정성적 평가 점수는 0 점으로 채점됩니다.  
즉, 모든 답은 수치해석을 수행해서 찾은 답이어야 인정됩니다.

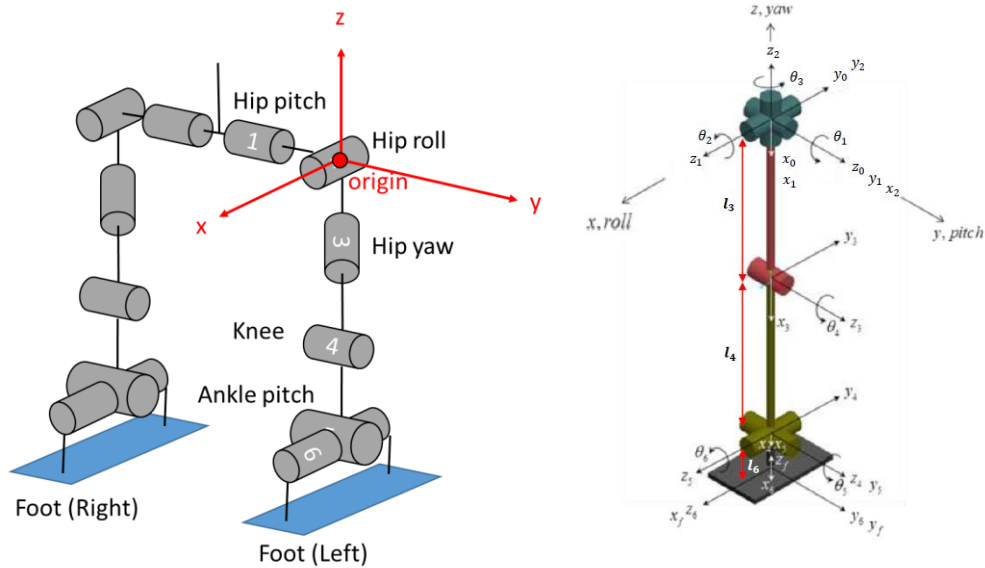
### ○ 휴머노이드 로봇 보행의 원리



- 휴머노이드 로봇의 보행 원리는 위 그림과 같이 다리의 적절한 모션을 만들어 반복적으로 실행하는 것이다.
- 이 반복적인 움직임을 패턴이라고 한다. 패턴을 생성하는 방법에 따라서 보행법의 종류가 달라지며 효과적인 보행법을 만들기 위한 연구가 활발히 진행되고 있다.

- 패턴의 반복적인 실행 중 외란에 의해서 안정성이 떨어지면 이를 감지하고 보정해야한다.  
이를 보정법이라고 하며 보정의 방법에 대한 연구가 활발하게 진행되고 있다.
- 효과적인 보행 패턴 생성과 효과적인 보정법에 대한 개발이 휴머노이드 로봇 보행에 대한 핵심 기술이다.

### ○ 휴머노이드 축구 로봇 다리의 모델링



- 다리를 좌우 각각 6 자유도를 가진 모터/링크로 간략하게 모델링
- 오른쪽 다리는 왼쪽 다리의 대칭형태이기 때문에 왼쪽 다리만 고려함
- Hip 은 3 자유도이며 순서대로 pitch 방향 각도는  $\theta_1$ , roll 방향 각도는  $\theta_2$ , yaw 방향 각도는  $\theta_3$
- Knee 는 1 자유도이며 pitch 방향 각도는  $\theta_4$
- Ankle 은 2 자유도이며 pitch 방향 각도는  $\theta_5$ , roll 방향 각도는  $\theta_6$
- Hip 관절 3 개의 모터 축이 모이는 점을 원점(origin) 으로 정한다.
- 각 모터의 축 정의는 위의 우측 그림과 같다.

○ 휴머노이드 로봇 다리의 기구학

- 좌표 변환 행렬 (DH-Matrix, 1 번 변환)

$$T = \begin{bmatrix} * & * & * & x \\ * & * & * & y \\ * & * & * & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta\cos\alpha & \sin\theta\sin\alpha & l\cos\theta \\ \sin\theta & \cos\theta\cos\alpha & -\cos\theta\sin\alpha & l\sin\theta \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- 좌표 변환 행렬을 이용하면 모터가 구동할 때 링크가 움직이는 좌표를 구할 수 있음
- 모터 2 개 이상이 구동하여 링크의 움직임이 연결되어 있는 경우, 연결된 링크의 좌표는 좌표 변환 행렬의 곱셈으로 구할 수 있음.
- 따라서 모터와 링크가 계속 연결되어 움직이는 로봇 링크의 좌표는 변환 행렬을 계속 곱하여 구한다.
- 예를 들어, 다리의 원점에서부터 발의 좌표를 구하고 싶을 경우 hip 의 좌표 변환 행렬, knee 의 좌표 변환 행렬, ankle 의 좌표 변환 행렬을 연속으로 곱하면 된다.
- 좌표 변환 행렬에서 1 행 1 열 ~ 3 행 3 열은 링크가 회전된 방향의 회전 벡터들을 의미한다
- 1 행 4 열은 이동한 물체의 x 좌표 값, 2 행 4 열은 y 좌표 값, 3 행 4 열은 z 좌표 값을 의미한다.
- $\theta$  는 모터가 회전한 각도
- $\alpha$  는 좌표축이 꼬여 있을 경우 꼬인 각
- d 는 좌표축의 이동 거리
- l 은 링크의 길이
- 위  $\alpha, d, l$  값을 결정하는 방법은 기구학참조. 이번 팀 프로젝트에서는  $\alpha, d, l$  값이 제공됨

○ 휴머노이드 로봇 다리의 좌표 변환 행렬 값

- 좌표 변환 행렬 (DH-Matrix, 1 번 변환)

$$T = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta\cos\alpha & \sin\theta\sin\alpha & l\cos\theta \\ \sin\theta & \cos\theta\cos\alpha & -\cos\theta\sin\alpha & l\sin\theta \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- 좌표 변환 행렬 (다리 원점에서 발까지 8 번 변환)

$$T = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = H_G^0 H_0^1 H_1^2 H_2^3 H_3^4 H_4^5 H_5^6 H_6^F$$

여기서,

$$H_G^0 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_0^1 = \begin{bmatrix} \cos\theta_1 & 0 & \sin\theta_1 & 0 \\ \sin\theta_1 & 0 & -\cos\theta_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_1^2 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_2 + \pi/2) & 0 & -\sin(\theta_2 + \pi/2) & 0 \\ \sin(\theta_2 + \pi/2) & 0 & \cos(\theta_2 + \pi/2) & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_2^3 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_3 - \pi/2) & 0 & -\sin(\theta_3 - \pi/2) & 0 \\ \sin(\theta_3 - \pi/2) & 0 & \cos(\theta_3 - \pi/2) & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -l_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_3^4 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_4 + \pi/2) & -\sin(\theta_4 + \pi/2) & 0 & l_4\cos(\theta_4 + \pi/2) \\ \sin(\theta_4 + \pi/2) & \cos(\theta_4 + \pi/2) & 0 & l_4\sin(\theta_4 + \pi/2) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_4^5 = \begin{bmatrix} \cos\theta_5 & 0 & \sin\theta_5 & 0 \\ \sin\theta_5 & 0 & -\cos\theta_5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_5^6 = \begin{bmatrix} \cos\theta_6 & -\sin\theta_6 & 0 & l_6\cos\theta_6 \\ \sin\theta_6 & \cos\theta_6 & 0 & l_6\sin\theta_6 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_6^F = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- 위 좌표 변환 행렬에 쓰인 다리의  $\theta, \alpha, d, l$  값은 아래와 같음

순번	$\theta$	$\alpha$	d	l
1	$\theta_1$	$\pi/2$	0	0
2	$\theta_2 + \pi/2$	$-\pi/2$	0	0
3	$\theta_3 - \pi/2$	$-\pi/2$	$-l_3$	0
4	$\theta_4 + \pi/2$	0	0	$l_4$
5	$\theta_5$	$\pi/2$	0	0
6	$\theta_6$	0	0	$l_6$

○ 팀 프로젝트 과제:

로봇이 50 개의 계단을 올라가기 위해서 오른쪽 다리 모터에 적절한 각도 명령을 인가 하시오.

(단, 오른쪽 다리만 적용, 왼쪽 다리는 생략함)



1 번

=>

2 번

=>

3 번

=>

4 번



5 번

=>

6 번

=>

7 번

=>

1 번



- 초기값에서 목표 위치인 1 번으로 가기 위한 모터 각도를 수치해석으로 구함
- 수치해석으로 구한 모터 각도를 로봇에 인가함 (본 팀 프로젝트에서는 시뮬레이션 그림을 그리는 것으로 로봇에게 모터 명령을 내렸다고 여김)
- 발의 위치 1 번에서 시작해서 발의 목표 위치를 2 번으로 가기 위한 모터 각도를 수치해석으로 구함.
- 수치해석으로 구한 모터 각도를 로봇에 인가함.
- 발의 위치 2 번에서 시작해서 발의 목표 위치를 3 번으로 가기 위한 모터 각도를 수치해석으로 구함.
- 수치해석으로 구한 모터 각도를 로봇에 인가함.
- 발의 위치 3 번에서 시작해서 발의 목표 위치를 4 번으로 가기 위한 모터 각도를 수치해석으로 구함.
- 수치해석으로 구한 모터 각도를 로봇에 인가함.
- 발의 위치 4 번에서 시작해서 발의 목표 위치를 5 번으로 가기 위한 모터 각도를 수치해석으로 구함.
- 수치해석으로 구한 모터 각도를 로봇에 인가함.
- 발의 위치 5 번에서 시작해서 발의 목표 위치를 6 번으로 가기 위한 모터 각도를 수치해석으로 구함.
- 수치해석으로 구한 모터 각도를 로봇에 인가함.
- 발의 위치 6 번에서 시작해서 발의 목표 위치를 7 번으로 가기 위한 모터 각도를 수치해석으로 구함.
- 수치해석으로 구한 모터 각도를 로봇에 인가함.
- 발의 위치 7 번에서 시작해서 발의 목표 위치를 1 번으로 가기 위한 모터 각도를 수치해석으로 구함.
- 수치해석으로 구한 모터 각도를 로봇에 인가함.
- 위와 같이 발의 목표위치가 1=>2=>3=>4=>5=>6=>7=>1 로 되돌아오면 보행 패턴이 완료되어 계단 1 개를 올라갈 수 있음.
- 위의 보행 패턴을 50 번 반복하여 50 개의 계단을 올라가면 동작을 멈춤

<예시> (초기값) =>1=>2=>3=>4=>5=>6=>7=>1=>2=>3=>4=>5=>6=>7 .....  


---

=>1 =>2=>3=>4=>5=>6=>7=>1 (끝)

○ 킁을 위한 발의 초기값, 링크의 길이, 허용오차, 목표 위치 값

- 초기값

$$\theta_1 = 0, \quad \theta_2 = 0, \quad \theta_3 = 0, \quad \theta_4 = 0, \quad \theta_5 = 0, \quad \theta_6 = 0$$

- 링크의 길이

$$\text{허벅지 길이: } l_3 = 0.225m, \text{ 종아리 길이: } l_4 = 0.225m, \text{ 발목 길이: } l_6 = 0.15m$$

- 허용오차

$$\text{허용 거리 오차: } 0.001 \text{ m, 허용 각도 오차: } 0.001 \text{ rad}$$

- 목표위치 1 번

$$T = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 & -0.5400 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- 목표위치 2 번

$$T = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 & -0.1200 \\ 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 & -0.5400 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- 목표위치 3 번

$$T = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 & -0.1400 \\ 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 & -0.4500 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- 목표위치 4 번

$$T = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.1500 \\ 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 & -0.1400 \\ 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 & -0.4500 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- 목표위치 5 번

$$T = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.1500 \\ 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 & -0.4500 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



- 목표위치 6 번

$$T = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.1500 \\ 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 & 0.1200 \\ 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 & -0.5000 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- 목표위치 7 번

$$T = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 & 0.1200 \\ 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 & -0.5400 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$