

### 1. Objetivo

Estudo e codificação de algoritmos para resolução de problemas sobre integrais.

### 2. Trabalho em grupo.

Esse trabalho pode ser elaborado de forma individual ou por um grupo com no máximo 4 alunos.

### 3. Tarefas.

No item 4 são apresentadas algumas integrais para serem resolvidas. Cada grupo deve codificar um programa que use a teoria de integração por frações parciais para efetuar os cálculos (Veja a observação abaixo). Detalhes da codificação e a apresentação dos resultados devem ser organizados na forma de slides. Os slides devem conter os seguintes itens:

a) a representação computacional escolhida.

b) apresentar os detalhes de codificação.

d) apresentar os resultados das integrais.

### 4. Problemas

$$\text{a) } \int_0^1 \frac{3x}{(x+1)(x+2)} dx \quad \text{b) } \int \frac{2x}{x^2 - 5x + 6} dx \quad \text{c) } \int \frac{2x}{(x-1)(x-2)(x-4)} dx$$

**Observação:** Integrais de funções racionais por frações parciais

Considere a função racional

$$f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$$

onde  $P(x)$  e  $Q(x)$  são funções polinomiais reais com  $Q(x) \neq 0$ . Se o grau de  $P(x)$  for menor que o grau de  $Q(x)$ , dizemos que  $f(x)$  é uma fração racional própria. Caso contrário,  $f(x)$  é denominada fração imprópria.

**Caso 1**  $Q(x)$  possui fatores lineares distintos.

Cada fator linear da forma  $ax + b$  que aparece em  $Q(x)$  temos uma fração parcial da forma:

$$\frac{A}{ax + b}$$

onde  $A$  é uma constante a determinar.

**Exemplo:** Para calcular a integral

$$\int \frac{1}{x^2 - 4} dx$$

a) fatoro o denominador.

$$x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2)$$

b) determine as constantes.

$$\frac{1}{x^2 - 4} = \frac{1}{(x + 2)(x - 2)} = \frac{A}{x + 2} + \frac{B}{x - 2}$$

$$1 = A(x - 2) + B(x + 2)$$

$$A = -1/4 \quad B = 1/4$$

c) reescreva a integral em termos das frações achadas e calcule o seu valor.

$$\begin{aligned} \int \frac{1}{x^2 - 4} dx &= -\frac{1}{4} \int \frac{1}{x - 2} dx + \frac{1}{4} \int \frac{1}{x + 2} dx \\ &= -\frac{1}{4} \ln|x - 2| + \frac{1}{4} \ln|x + 2| + C \end{aligned}$$