Teorema de Pitágoras

Conceito:

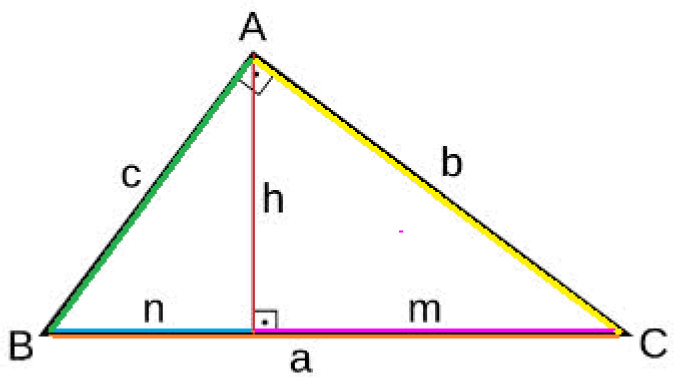
É a relação entre as medidas dos lados de um triângulo retângulo, de acordo com pitágoras, a hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos, dessa forma se os catetos medem **b** e **c** e a hipotenusa mede **a**, então $\mathbf{a^2 = b^2 + c^2}$.

Segundo diversas fontes de estudos, analisando fatores e práticas de povos antigos, como indianos, hindus, egípcios e babilônios, sugere-se que na verdade a ideia do teorema já era utilizada muito antes de sua demonstração por Pitágoras. Por exemplo, era usado pelos Hindus para desenhar triângulos e trapézios em altares, em reverência aos deuses.

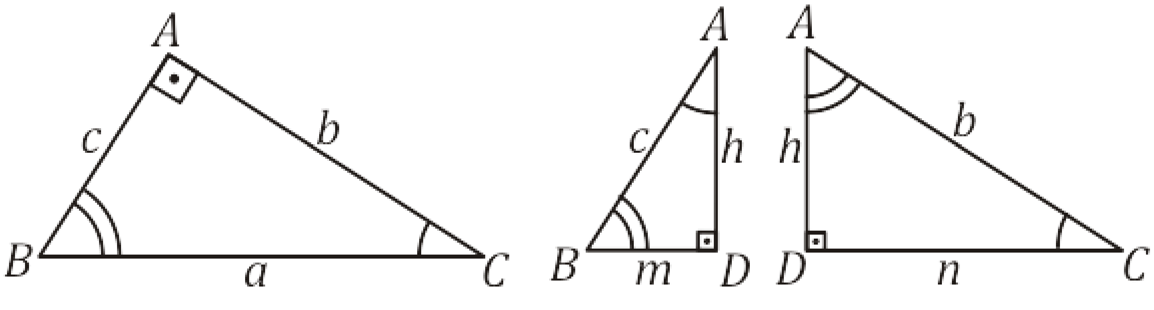
Porém, a maior prova de sua utilização foi dos babilônios, os quais gravaram centenas de números gravados alinhados de três em três, sendo que se aplicar a fórmula do teorema, um dos três números sempre é a soma dos quadrados dos outros dois números. Apesar de tudo isso, ainda quem foi o responsável por realizar a demonstração desse teorema foi Pitágoras.

Demonstração:

Dois triângulos são semelhantes, quando e somente quando existe uma correspondência biunívoca, o qual associa os vértices de um triângulo aos vértices de outro triângulo, onde, os ângulos com vértices correspondentes são congruentes e os lados opostos a vértices, correspondentes têm medidas proporcionais. Sendo assim, considerando um Triângulo retângulo ABC



Onde **h** é a altura do triângulo relativa à hipotenusa **a**, **e** **n** **é** a projeção ortogonal do cateto **c** sobre a hipotenusa, e **m** é a projeção ortogonal do cateto **b** sobre a hipotenusa, dessa forma, teremos 3 triângulos sendo ABC, DAB e DAC, conforme imagem abaixo:



Nesse caso os triângulos são semelhantes, pois há dois ângulos congruentes, dessa forma obtemos:

ABC Semelhante a DAB, que é equivalente a $\mathbf{a/c = b/h = c/m}$

então, $\mathbf{a.h = b.c,}$

$\mathbf{b.m = h.c}$

$\mathbf{a.m = c^2}$

ABC Semelhante a DAC, que é equivalente a $\mathbf{a/b = c/h = b/n}$

então, $\mathbf{a.h = b.c}$

$\mathbf{b.h = c.n}$

$\mathbf{a.n = b^2}$

DAB Semelhante a DCA, que é equivalente a $\mathbf{c/b = h/n = m/h}$

então, $\mathbf{c.n = b.h}$

$\mathbf{h^2 = m.n}$

$\mathbf{b.m = c.h}$

Dessa forma, $\mathbf{a.m = c^2}$ e $\mathbf{a.n = b^2}$ **:**

$\mathbf{b^2 + c^2 = a.n + a.m = a.(m+n)}$

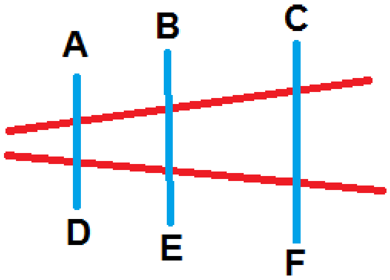
porém, $\mathbf{m+n = a}$ **,** então, $\mathbf{a.a = a^2}$

ou seja, $\mathbf{b^2 + c^2 = a^2}$**.**

Teorema de Tales

Conceito:

Desenvolvido por Tales Milano, o teorema demonstra que há proporcionalidade em segmentos de reta, das quais são cortadas por retas transversais, o teorema é amplamente utilizado para fins astronômicos e cálculos em triângulos. Para a demonstração em retas paralelas e retas transversais, utilizaremos de dois feixes de retas contendo vários segmentos, as quais são AB, BC, DE, EF, AC, DF.



Para compará-los, há duas formas, sendo uma delas comparar os segmentos cortados pela mesma transversal, por ex:

AB/BC = DE/EF

AB/AC = DE/DF

BC/AC = EF/DF

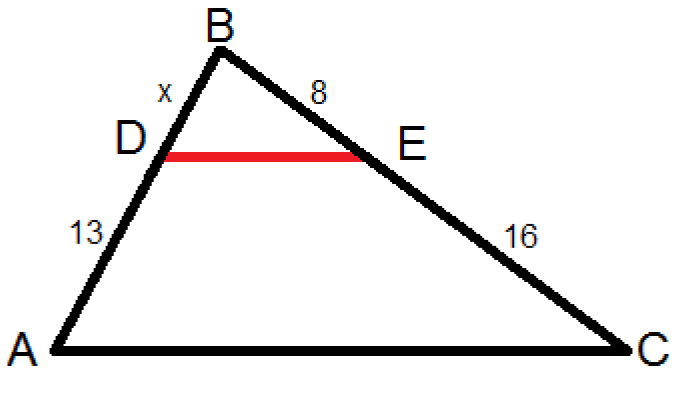
Outra forma seria comparando a razão entre o segmento de uma reta transversal sob o segmento equivalente, então:

AB/DE = BC/EF

AB/DE = AC/DF

BC/EF = AC/DF

Já para aplicação em triângulos, demonstramos traçando uma reta paralela a base, construindo assim um triângulo menor, semelhante ao triângulo principal. Os segmentos laterais também são proporcionais, o que possibilita o encontro de valores desconhecidos no triângulo.



Usando como exemplo o triângulo acima, temos as proporções, de X para 13 e 8 para 16, dessa forma para descobrirmos o valor de X, fazemos:

X/13 = 8/16

16X = 13 . 8

16X = 104

X = 104 / 16

X = 6,5

Crivo de Eratóstenes

Conceito:

Eratóstenes desenvolveu uma tabela no qual poderia descobrir todos os números primos em todos os intervalos de números naturais, a partir do número 2, usando algumas técnicas para a construção da mesma, sendo elas:

1. Retirar/Riscar todos os números múltiplos de 2, exceto o próprio 2, seguindo a regra de divisibilidade, onde qualquer número par é divisível por 2.
2. Retirar/Riscar todos os números múltiplos de 3, exceto o próprio 3, seguindo que todo o número é divisível por 3, se a soma de seus algarismos também for.
3. Retirar/Riscar todos os números múltiplos de 5, exceto o próprio 5, sabendo que todos os números divisíveis por 5 terminam em 0 ou 5.
4. Retirar/Riscar todos os números da tabuada do 7, exceto o próprio 7, levando em consideração que a tabela é infinita, então vai ser considerado 7x11, 7x12, assim por diante, conforme necessário no intervalo escolhido.

Por fim, os números que sobraram ou ficaram sem riscar, serão os números primos do intervalo escolhido.

Demonstração:

Números primos, no intervalo 2 a 100 é:

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~
~~51~~	~~52~~	53	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	67	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	~~75~~	~~76~~	~~77~~	~~78~~	79	~~80~~
~~81~~	~~82~~	83	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89	~~90~~
~~91~~	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~	~~100~~

Sendo os primos : {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97}