RELACIONES DE CONMUTACIÓN ENTRE OPERADORES

Se puede demostrar que los operadores que tienen *el mismo conjunto* de funciones propias en un espacio dado <u>conmutan</u> y los que tienen *diferentes conjuntos* de funciones propias <u>no</u> <u>conmutan</u>.

CASOS SIGNIFICATIVOS

Operadores de posición y de momento lineal (en cartesianas):

$$[\hat{x}, \hat{y}] = 0; [\hat{x}, \hat{z}] = 0; [\hat{z}, \hat{y}] = 0$$

$$[\hat{p}_x, \hat{p}_y] = 0; [\hat{p}_x, \hat{p}_z] = 0; [\hat{p}_z, \hat{p}_y] = 0$$

$$[\hat{x}, \hat{p}_x] = i\hbar; [\hat{y}, \hat{p}_y] = i\hbar; [\hat{z}, \hat{p}_z] = i\hbar$$

y en general, para este caso de los operadores de posición y momento lineal:

$$[\hat{r}_i, \hat{p}_k] = i\hbar \delta_{ik}$$
 donde $i, k = x, y, z$ y $\delta_{ik} = 0$ cuando $i \neq k$ $\delta_{ik} = 1$ cuando $i = k$

Operadores del momento angular (para sistemas en movimiento curvilíneo):

$$\begin{split} & \left[\hat{L}_{x}, \hat{L}_{y}\right] = -i\hbar\hat{L}_{z}; \left[\hat{L}_{y}, \hat{L}_{z}\right] = -i\hbar\hat{L}_{x}; \left[\hat{L}_{x}, \hat{L}_{z}\right] = -i\hbar\hat{L}_{y} \\ & \left[\hat{L}^{2}, \hat{L}_{x}\right] = 0; \left[\hat{L}^{2}, \hat{L}_{y}\right] = 0; \left[\hat{L}^{2}, \hat{L}_{z}\right] = 0 \end{split}$$

Operadores del momento angular con la posición y con el momento lineal:

$$\begin{split} & \left[\hat{L}_{x},\hat{x}\right] = 0; \left[\hat{L}_{y},\hat{y}\right] = 0; \left[\hat{L}_{z},\hat{z}\right] = 0 \\ & \left[\hat{L}_{x},\hat{p}_{x}\right] = 0; \left[\hat{L}_{y},\hat{p}_{y}\right] = 0; \left[\hat{L}_{z},\hat{p}_{z}\right] = 0 \\ & \left[\hat{L}_{x},\hat{y}\right] = i\hbar\hat{z}; \left[\hat{L}_{y},\hat{z}\right] = i\hbar\hat{x}; \left[\hat{L}_{z},\hat{x}\right] = i\hbar\hat{y} \\ & \left[\hat{L}_{x},\hat{p}_{y}\right] = i\hbar\hat{p}_{z}; \left[\hat{L}_{y},\hat{p}_{z}\right] = i\hbar\hat{p}_{x}; \left[\hat{L}_{x},\hat{p}_{z}\right] = i\hbar\hat{p}_{y} \end{split}$$