OPERADOR GRADIENTE

Operador gradiente

- A detecção de bordas/fronteiras é um exemplo de uso do operador gradiente;
- Trata-se da operação de identificação de mudanças locais significativas nos níveis de cinza dos objetos na imagem;

Operador gradiente

- As mudanças nas fronteiras dos objetos podem ser descritas pela taxa de variação do brilho de pixels (conceito de derivada);

- Como uma imagem depende de duas coordenadas espaciais, as fronteiras dos objetos podem ser expressas por derivadas parciais (orientadas na horizontal e na vertical);

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} \qquad \frac{\partial f(x,y)}{\partial y}$$

- O operador gradiente extrai da imagem um conjunto de vetores cujas direções indicam os locais de fronteira/borda de objetos, onde os níveis de cinza sofrem uma forte variação.

Operador gradiente

- A direção do gradiente é sempre perpendicular à direção tangente à borda do objeto na imagem.

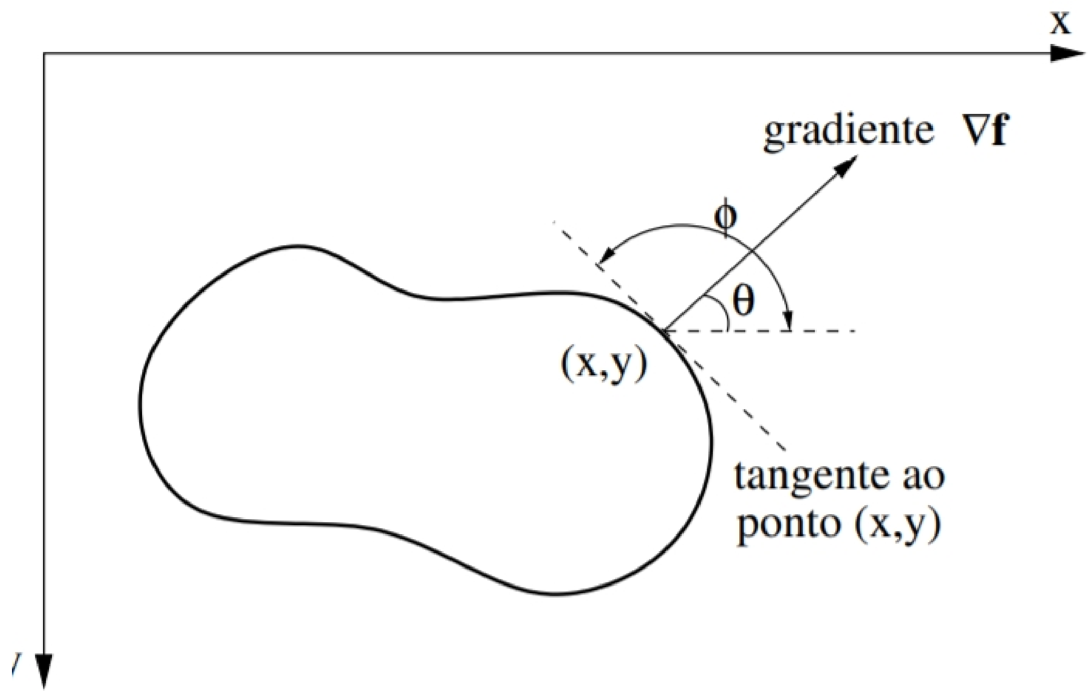


Figura: Gradiente em uma borda.

Hélio Pedrini

- A direção do gradiente é sempre perpendicular à direção tangente à borda do objeto na imagem.

- $\theta = \varphi \pm \pi/2$

$$\nabla f(x, y) = \frac{\partial f(x,y)}{\partial x} i + \frac{\partial f(x,y)}{\partial y} j$$

Operador gradiente

- Uma borda sempre se apresenta como uma transição entre regiões;
- A intensidade da borda pode ser avaliada pela velocidade (taxa de variação) dessa transição;

Variações na horizontal…

e na vertical

Operador gradiente: $\nabla f(x, y)$

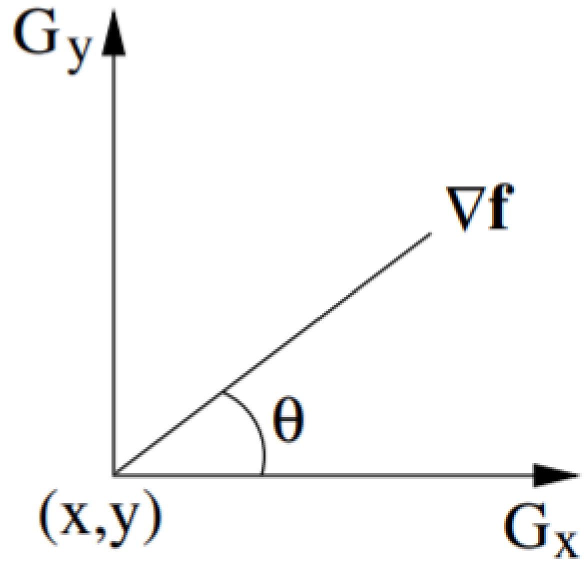
- O operador diferencial é eficiente na determinação da citada variação;
- *Abaixo: i* e *j* são versores nas direções dos eixos x e y;

$$\nabla f(x, y) = \frac{\partial f(x,y)}{\partial x}\, i + \frac{\partial f(x,y)}{\partial y}\, j = Gx\ \ i + Gy\ \ j$$

- Uma variação rápida de f (x, y) ao longo da direção x e lenta ao longo da direção y indica a presença de uma borda praticamente vertical.

Operador gradiente

- Em termos de imagens (tons de cinza) a aplicação do operador gradiente consiste em determinar para cada pixel a magnitude de $|\nabla f|$ e sua direção Ɵ:



Hélio Pedrini

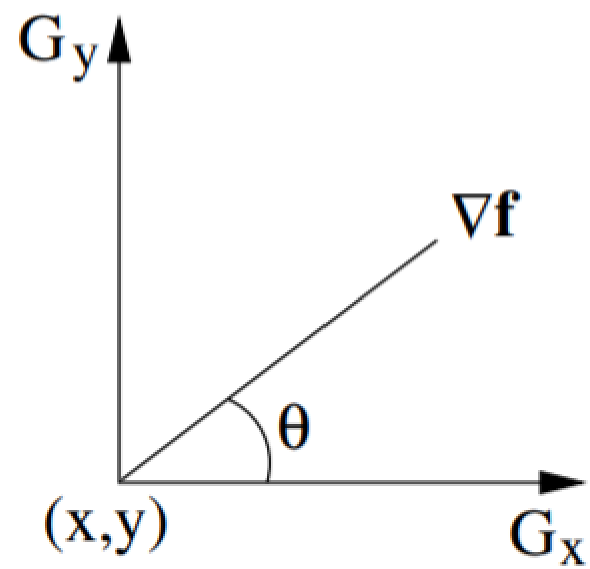
Operador gradiente

- Em termos de imagens (tons de cinza) a aplicação do operador gradiente consiste em determinar para cada pixel a magnitude de $|\nabla f|$ e sua direção Θ (medido em relação ao eixo horizontal):

$$\mathrm{G}x = \frac{\partial f(x,y)}{\partial x} \quad \mathrm{Gy} = \frac{\partial f(x,y)}{\partial y}$$

$$|\nabla f| = \sqrt{Gx^2 + Gy^2}$$

$$\theta = tan^{-1}\left(\frac{Gy}{Gx}\right)$$



Hélio Pedrini

Operador gradiente

- Existem máscaras (janelas deslizantes) que são aproximações discretas para a determinação de Gx e Gy;
- As mais conhecidas são os operadores de Roberts, Prewitt e Sobel:

Roberts:

$$G_x = \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 0 \\ \hline 0 & -1 \\ \hline \end{array} \qquad G_y = \begin{array}{|c|c|} \hline 0 & -1 \\ \hline 1 & 0 \\ \hline \end{array}$$

Prewitt:

$$G_x = \begin{array}{|c|c|c|} \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} \qquad G_y = \begin{array}{|c|c|c|} \hline -1 & -1 & -1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array}$$

Sobel:

$$G_x = \begin{array}{|c|c|c|} \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline -2 & 0 & 2 \\ \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} \qquad G_y = \begin{array}{|c|c|c|} \hline -1 & -2 & -1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 2 & 1 \\ \hline \end{array}$$

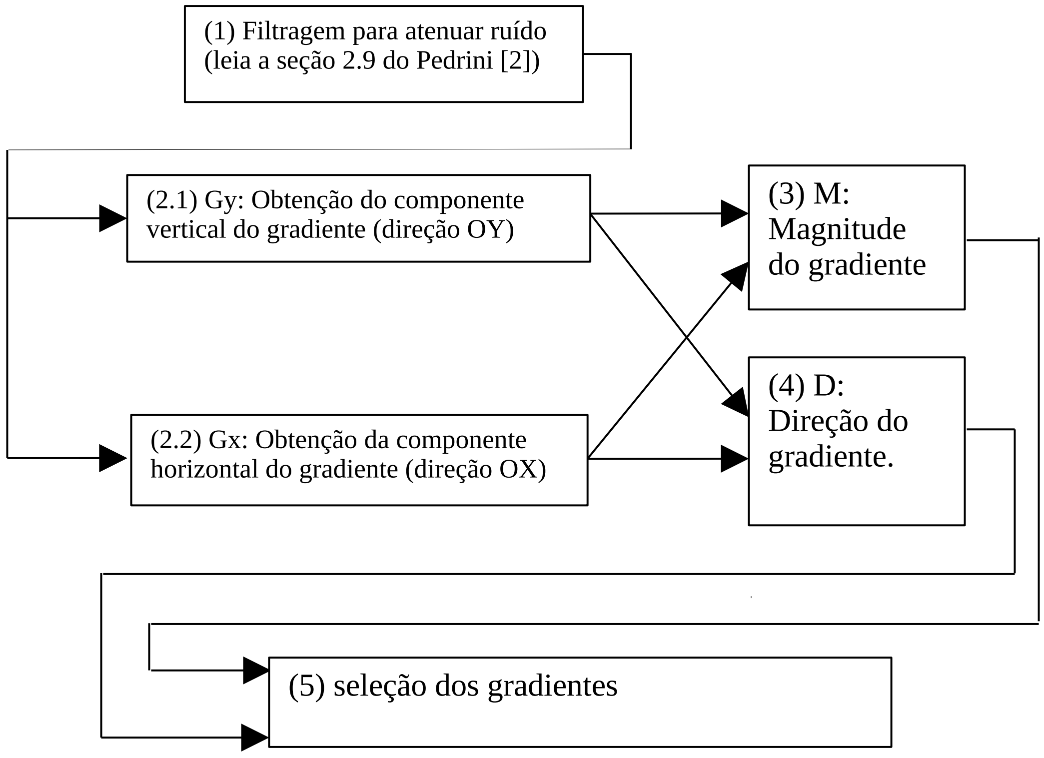
Operador gradiente

Uma mudança em intensidade pode ser detectada pela diferença entre os valores de pixels adjacentes;

Bordas verticais: detectadas pela diferença horizontal entre pontos;

Bordas horizontais: detectadas pela diferença vertical entre pontos adjacentes da imagem.

Operador gradiente - Esquema geral



(1) Filtros baseados em derivadas são sensíveis a ruídos. Por conta disso, pode ser necessário aplicar filtros para tratamento de ruídos anteriormente à aplicação do operador gradiente.

Operador gradiente

Esquema pixel-a-pixel (simples) proposto por Pedrini:

Algoritmo 1 Determinação de pontos de borda em uma imagem

entradas: uma imagem de entrada $\mathbf{f}$ com dimensões $M \times N$ pixels e um limiar T.

for $x = 0$ até $M - 1$ **do**

  for $y = 0$ até $N - 1$ **do**

    // calcular a magnitude do gradiente $\nabla f(x, y)$

$$\nabla f(x,y) = \sqrt{\left(\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}\right)^2}$$

    // efetuar a limiarização

    if $\nabla f(x, y) > T$ **then**

      (x, y) é um ponto da borda

    end if

  end for

end for

Hélio Pedrini

Operador gradiente em imagens RGB

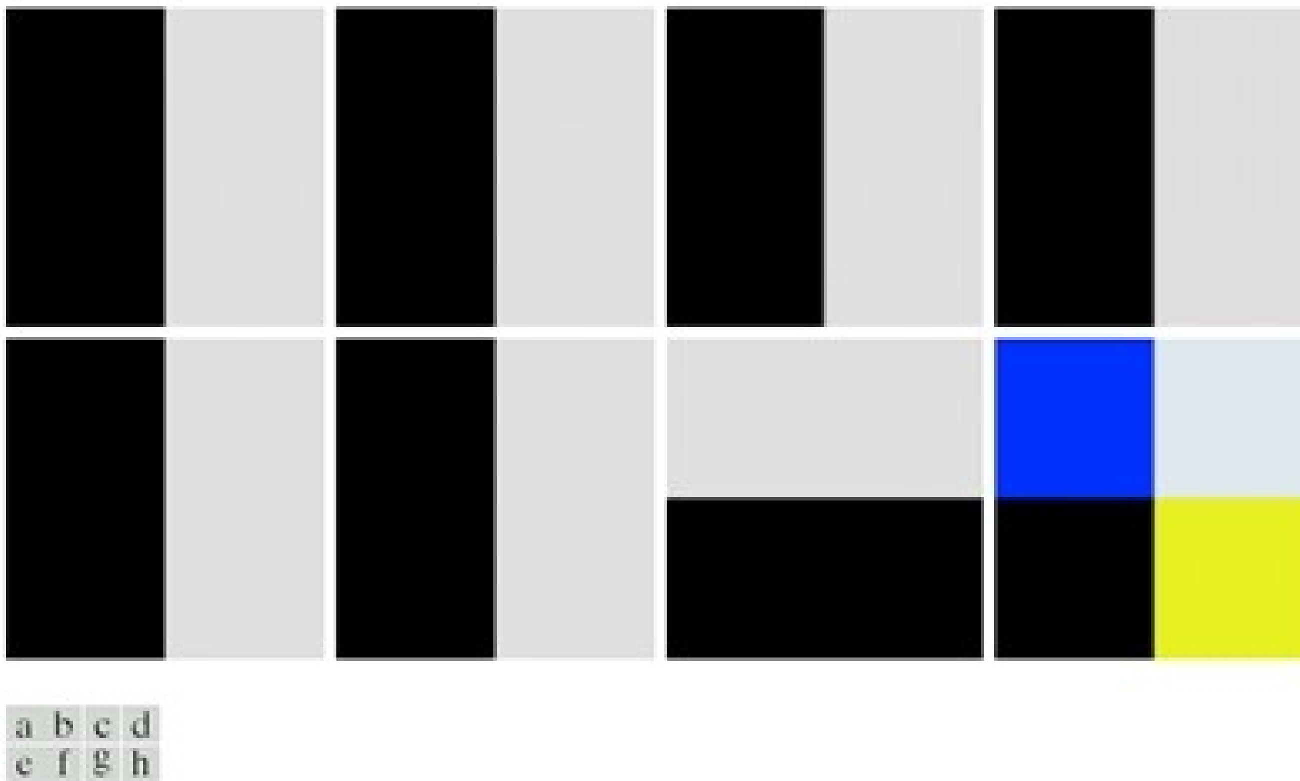


FIGURE 6.45 (a)–(c) *R*, *G*, and *B* component images and (d) resulting RGB color image. (f)–(g) *R*, *G*, and *B* component images and (h) resulting RGB color image.

Operador gradiente em imagens RGB

a b
c d

FIGURE 6.46
(a) RGB image.
(b) Gradient computed in RGB color vector space.
(c) Gradients computed on a per-image basis and then added.
(d) Difference between (b) and (c).

Operador gradiente em imagens RGB

Let $\mathbf{r}$, $\mathbf{g}$, and $\mathbf{b}$ be unit vectors along the R, G, and B axis of RGB color space (Fig. 6.7), and define the vectors

$$\mathbf{u} = \frac{\partial R}{\partial x}\mathbf{r} + \frac{\partial G}{\partial x}\mathbf{g} + \frac{\partial B}{\partial x}\mathbf{b} \tag{6.7-3}$$

and

$$\mathbf{v} = \frac{\partial R}{\partial y}\mathbf{r} + \frac{\partial G}{\partial y}\mathbf{g} + \frac{\partial B}{\partial y}\mathbf{b} \tag{6.7-4}$$

Let the quantities g_{xx}, g_{yy}, and g_{xy} be defined in terms of the dot product of these vectors, as follows:

$$g_{xx} = \mathbf{u}\cdot\mathbf{u} = \mathbf{u}^T\mathbf{u} = \left|\frac{\partial R}{\partial x}\right|^2 + \left|\frac{\partial G}{\partial x}\right|^2 + \left|\frac{\partial B}{\partial x}\right|^2 \tag{6.7-5}$$

$$g_{yy} = \mathbf{v}\cdot\mathbf{v} = \mathbf{v}^T\mathbf{v} = \left|\frac{\partial R}{\partial y}\right|^2 + \left|\frac{\partial G}{\partial y}\right|^2 + \left|\frac{\partial B}{\partial y}\right|^2 \tag{6.7-6}$$

and

$$g_{xy} = \mathbf{u}\cdot\mathbf{v} = \mathbf{u}^T\mathbf{v} = \frac{\partial R}{\partial x}\frac{\partial R}{\partial y} + \frac{\partial G}{\partial x}\frac{\partial G}{\partial y} + \frac{\partial B}{\partial x}\frac{\partial B}{\partial y} \tag{6.7-7}$$

Keep in mind that R, G, and B, and consequently the g's, are functions of x and y. Using this notation, it can be shown (Di Zenzo [1986]) that the direction of maximum rate of change of $\mathbf{c}(x, y)$ is given by the angle

$$\theta(x, y) = \frac{1}{2}\tan^{-1}\left[\frac{2g_{xy}}{g_{xx} - g_{yy}}\right] \tag{6.7-8}$$

and that the value of the rate of change at (x, y), in the direction of $\theta(x, y)$, is given by

$$F_\theta(x, y) = \left\{\frac{1}{2}\left[(g_{xx} + g_{yy}) + (g_{xx} - g_{yy})\cos 2\theta(x, y) + 2g_{xy}\sin 2\theta(x, y)\right]\right\}^{\frac{1}{2}} \tag{6.7-9}$$

Exercícios:

Leia sobre o operador de laplaciano. É possível implementar o filtro de reforço utilizando o operador laplaciano e a sua função de posicionamento de janela deslizante? Seção 6.6.2 [1]

Como seria o processamento do operador gradiente para uma imagem RGB? Veja a discussão na seção 6.7.3 Detecção de Bordas [1].

Como seria o processamento de ruídos para uma imagem RGB? Veja a discussão na seção 6.8 Ruídos em imagens coloridas [1]

[1]Gonzalez, R.C.; Woods, R.E. Digital Image Processing, 3a edição, Ed. Pearson, 2010.