JMÉNO A PŘÍJMENÍ: LUKÁŠ RUNT $\alpha = 5$; $\beta = 4$

ČÍSLO ÚLOHY: 3.1

ZADÁNÍ: Určete všechna řešení nelineární rovnice

$$\alpha \cdot \cosh x + (\alpha + \beta) \cdot \sinh x = 1$$

ŘEŠENÍ:

$$5 \cdot \cosh x + 9 \cdot \sinh x = 1$$

$$5 \cdot \frac{e^x + e^{-x}}{2} + 9 \frac{e^x - e^{-x}}{2} = 1 \quad / \cdot 2$$

$$5e^x + 5 \frac{1}{e^x} + 9e^x - 9 \frac{1}{e^x} = 2$$

Substituce: $p = e^x$; $p > 0$

$$5p + 5 \cdot \frac{1}{p} + 9p - 9\frac{1}{p} = 2$$

$$14p - 4\frac{1}{p} - 2 = 0 \quad / \cdot p$$

$$14p^2 - 2p - 4 = 0 \quad / : 2$$

$$7p^2 - p - 2 = 0$$

$$D = (-1)^2 - 4 \cdot 7 \cdot (-2) = 57$$

$$p_1 = \frac{1 + \sqrt{57}}{14}$$

$$p_2 = \frac{1 - \sqrt{57}}{14} < 0$$

$$\Rightarrow p = \frac{1 + \sqrt{57}}{14}$$

$$e^x = \frac{1 + \sqrt{57}}{14}$$

$$\underline{\underline{x = \ln \frac{1 + \sqrt{57}}{14}}} > 0$$

JMÉNO A PŘÍJMENÍ: LUKÁŠ RUNT $\alpha = 5,\ \beta = 4$

ČÍSLO ÚLOHY: 3.2

ZADÁNÍ: Najděte všechny body nespojitosti funkce f a určete jejich typ.

$$f(x) = \begin{cases} \pi + \operatorname{arctg}\frac{1}{-4-x} & \text{pro } x < -4, \\ 5 \cdot \frac{\pi}{4} + \arccos\frac{-x}{4} & \text{pro } -4 \leq x \leq 4, \\ \pi + \operatorname{arccotg}\frac{1}{4-x} & \text{pro } x > 4. \end{cases}$$

$-4 - x \neq 0 \quad \wedge \quad 4 - x \neq 0 \quad \wedge \quad -1 \leq \frac{-x}{4} \leq 1 \quad / \cdot 4$

$x \neq -4 \qquad\qquad x \neq 4 \qquad\qquad -4 \leq -x \leq 4 \quad / \cdot (-1)$

$4 \geq x \geq -4$

$D(f) = \mathbb{R} - \{\pm 4\}$

f je spojitá na $D(f)$

+4 a −4 jsou body nespojitosti.

$$\lim_{x \to -4^-} \pi + \underbrace{\operatorname{arctg}\overbrace{\frac{1}{\underbrace{-4-x}_{0+}}}^{+\infty}}_{\frac{\pi}{2}} = \frac{3}{2}\pi$$

$$\lim_{x \to -4^+} 5 \cdot \frac{\pi}{4} + \underbrace{\arccos \underbrace{\frac{-x}{4}}_{1}}_{0} = \frac{5}{4}\pi$$

I druh nespojitosti se skokem $-\frac{1}{4}\pi$

$$\lim_{x \to 4^-} 5 \cdot \frac{\pi}{4} + \underbrace{\arccos \underbrace{\frac{-x}{4}}_{-1}}_{\pi} = \frac{9}{4}\pi$$

$$\lim_{x \to 4^+} \pi + \underbrace{\operatorname{arccotg}\overbrace{\frac{1}{\underbrace{4-x}_{0-}}}^{-\infty}}_{\pi} = 2\pi$$

I. druh nespojitosti se skokem $-\frac{1}{4}\pi$

JMÉNO A PŘÍJMENÍ: LUKÁŠ RUNT $\alpha = 5;\ \beta = 4$

ČÍSLO ÚLOHY: 3.3

ZADÁNÍ: Mějme funkci f danou předpisem:

$$f(x) = \ln\left(\alpha + \frac{\beta}{x}\right)$$

a, Vypočítejte první derivaci f' funkce f.

b, Podle znaménka první derivace f' určete maximální intervaly, na kterých je funkce f monotónní.

ŘEŠENÍ: $$f(x) = \ln\left(5 + \frac{4}{x}\right)$$

$5 + \frac{4}{x} > 0 \quad /\cdot x > 0$

$5x + 4 > 0$

$5x > -4 \quad /:5$

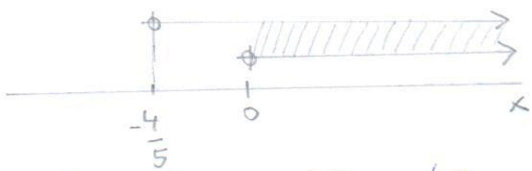
$x > -\frac{4}{5}$

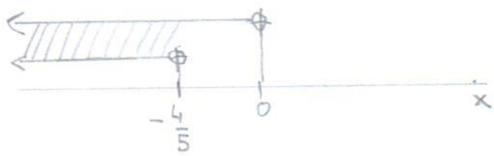
$5 + \frac{4}{x} > 0 \quad /\cdot x < 0$

$5x + 4 < 0$

$5x < -4 \quad /:5$

$x < -\frac{4}{5}$





$D(f) = \left(-\infty; -\frac{4}{5}\right) \cup (0; +\infty)$

$$f'(x) = \frac{1}{5+\frac{4}{x}} \cdot \left[5 \cdot \frac{4}{x}\right]' = \frac{1}{5+\frac{4}{x}} \cdot \left(-\frac{4}{x^2}\right) = -\frac{4}{5x^2+4x},\ x \in \mathbb{R} - \left\{-\frac{4}{5}; 0\right\}$$

$f'(x) = 0$

$-\frac{4}{5x^2+4x} = 0 \quad /\cdot(5x^2+4)$

$-4 \neq 0$

nemá řešení $\Rightarrow \nexists$ stacionární bod

x	$\left(-\infty; -\frac{4}{5}\right)$	$(0; +\infty)$
$f'(x)$	$-$	$-$
$f(x)$	$\searrow$	$\searrow$