JMÉNO A PŘIJMENÍ: LUKÁŠ RUNT $\alpha = 5$; $\beta = 4$

ČÍSLO ÚLOHY: 1.3

ZADÁNÍ: Rozhodněte, zda je posloupnost (a_n) monotónní a své rozhodnutí zdůvodněte: $a_n = -n^2 + (\alpha + \beta) n$

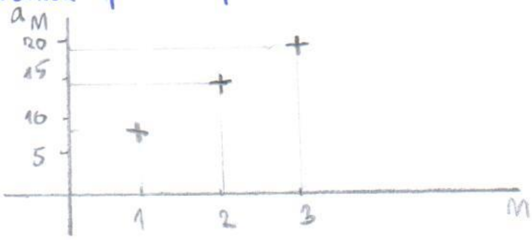
ŘEŠENÍ: $a_n = -n^2 + 9n$

• Vypočítám prvních pár členů posloupnosti.

$a_1 = -1^2 + 9 \cdot 1 = 8$

$a_2 = -2^2 + 9 \cdot 2 = 14$

$a_3 = -3^2 + 9 \cdot 3 = 18$



Zdá se že (a_n) je rostoucí

Ověření: $\forall n \in \mathbb{N} \quad a_{n+1} \geq a_n$

$$-(n+1)^2 + 9 \cdot (n+1) \geq -n^2 + 9n$$
$$-n^2 - 2n - 1 + 9n + 9 \geq -n^2 + 9n$$
$$8 \geq 2n \quad /:2$$
$$\underline{4 \geq n}$$

$\Rightarrow$ posloupnost a_n je rostoucí pro $n = \{1; 2; 3; 4\}$, poté už rostoucí není!

$$\Rightarrow \underbrace{a_3 < a_4}_{\text{není klesající}} = \underbrace{a_5 > a_6}_{\text{není rostoucí}}$$

ODPOVĚĎ: Posloupnost (a_n) není monotónní!

JMÉNO A PŘIJMENÍ: LUKÁŠ RUNT $\alpha=5$; $\beta=4$

ČÍSLO ÚLOHY: 1.5

ZADÁNÍ: Vypočítejte limitu

$$\lim_{m\to+\infty}\frac{2m^{\alpha}+\beta m+3}{3m^{\beta}+\alpha m+2}$$

ŘEŠENÍ: Limitu vypočítám pomocí algebry limit

$$\lim_{m\to+\infty}\frac{2m^5+4m+3}{3m^4+5m+2} = \text{"}\frac{+\infty}{+\infty}\text{"} = \lim_{m\to+\infty}\frac{m^5}{m^4}\cdot\frac{2+\frac{4}{m^4}+\frac{3}{m^5}}{3+\frac{5}{m^3}+\frac{2}{m^4}} =$$

$$= \lim_{m\to+\infty}\underbrace{m}_{\to+\infty}\cdot\underbrace{\frac{2+\overbrace{\frac{4}{m^4}}^{\to 0}+\overbrace{\frac{3}{m^5}}^{\to 0}}{3+\underbrace{\frac{5}{m^3}}_{\to 0}+\underbrace{\frac{2}{m^4}}_{\to 0}}}_{\to\frac{2}{3}} = \text{"}+\infty\cdot\frac{2}{3}\text{"} = \underline{\underline{+\infty}}$$

ODPOVĚĎ: limita diverguje k $+\infty$.