

JMÉNO A PŘÍJMENÍ: LUKAŠ RUNT

ČÍSLO ÚLOHY: 4.3.3

ZADÁNÍ: Určete matici X tak, aby platila rovnost
 $AXB = C$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

ŘEŠENÍ: $AXB = C \Rightarrow X = A^{-1} \cdot C \cdot B^{-1}$

Výpočet inverzní matice A :

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot [A_{ij}]^T = \frac{1}{22} \cdot \begin{bmatrix} 5 & -4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}^T = \frac{1}{22} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\det A = \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = 10 + 12 = 22$$

$$\begin{aligned} A_{11} &= (-1)^{1+1} \cdot 5 = 5 & A_{21} &= (-1)^{2+1} \cdot (-3) = 3 \\ A_{12} &= (-1)^{1+2} \cdot 4 = -4 & A_{22} &= (-1)^{2+2} \cdot 2 = 2 \end{aligned}$$

Výpočet inverzní matice B :

$$B^{-1} = \frac{1}{\det B} \cdot [A_{ij}]^T = \frac{1}{5} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}^T = \frac{1}{5} \cdot \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\det B = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} = 3 + 2 = 5$$

$$\begin{aligned} B_{11} &= (-1)^{11} \cdot 3 = 3 & B_{21} &= (-1)^{13} \cdot 1 = -1 \\ B_{12} &= (-1)^{12} \cdot (-2) = 2 & B_{22} &= (-1)^{14} \cdot 1 = 1 \end{aligned}$$

Výpočet X :

$$\begin{aligned} X &= A^{-1} \cdot C \cdot B^{-1} = \frac{1}{22} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{110} \cdot \begin{bmatrix} 7 & 14 \\ -10 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \\ &= \frac{1}{110} \cdot \begin{bmatrix} 49 & 7 \\ -26 & 12 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$5 \cdot 2 + 3 \cdot (-1) = 7$$

$$7 \cdot 3 + 14 \cdot 2 = 49$$

$$5 \cdot 1 + 3 \cdot 3 = 14$$

$$7 \cdot (-1) + 14 \cdot 1 = 7$$

$$-4 \cdot 2 + 2 \cdot (-1) = -10$$

$$(-10) \cdot 3 + 2 \cdot 2 = -26$$

$$-4 \cdot 1 + 2 \cdot 3 = 2$$

$$(-10) \cdot (-1) + 2 \cdot 1 = 12$$

// Pomocný výpočet k násobení matic výše.