JMÉNO A PŘÍJMENÍ: LUKÁŠ RUNT

ČÍSLO ÚLOHY: 3.3.2

ZADÁNÍ: Rozhodněte, zda prvek $y \in V$. Pokud $y \in V$, určete $\hat{y}$ souřadnice prvku y v bázi prostoru V.

V je generován prvky: $p_1 = x^3 + 2x^2 - x + 5$, $p_2 = -2x^3 - x^2 - 1$, $p_3 = 3x^2 + 2x + 2$, $p_4 = x^3 - x^2 - 7x + 10$; $y = 5x^3 + 4x^2 + 3x - 2$

ŘEŠENÍ: Pokud $y \in V$

$$\lambda_1 \cdot p_1 + \lambda_2 \cdot p_2 + \lambda_3 \cdot p_3 + \lambda_4 \cdot p_4 = y$$

$$\lambda_1(x^3+2x^2-x+5) + \lambda_2(-2x^3-x^2-1) + \lambda_3(3x^2+2x+2) + \lambda_4(x^3-x^2-7x+10) = 5x^3+4x^2+3x-2$$

$$\lambda_1 x^3 + 2\lambda_1 x^2 - \lambda_1 x + 5\lambda_1 - 2\lambda_2 x^3 - \lambda_2 x^2 - \lambda_2 + 3\lambda_3 x^2 + 2\lambda_3 x + 2\lambda_3 + \lambda_4 x^3 - \lambda_4 x^2 - 7\lambda_4 x + 10\lambda_4 = 5x^3+4x^2+3x-2$$

$x^3: \lambda_1 - 2\lambda_2 + \lambda_4 = 5$

$x^2: 2\lambda_1 - \lambda_2 + 3\lambda_3 - \lambda_4 = 4$

$x^1: -\lambda_1 + 3\lambda_3 - 7\lambda_4 = 3$

$x^0: 5\lambda_1 - \lambda_2 + 2\lambda_3 + 10\lambda_4 = -2$

Soustavu zapíšeme do matice, matici odstupňujeme.

$$\begin{array}{c} \\ -2 \\ + \\ -5 \end{array}\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -2 & 0 & 1 & 5 \\ 2 & -1 & 3 & -1 & 4 \\ -1 & 0 & 2 & -7 & 3 \\ 5 & -1 & 2 & 10 & -2 \end{array}\right] \sim \begin{array}{c} \\ /3 \\ /2 \\ \\ \end{array}\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -2 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 3 & 3 & -3 & -6 \\ 0 & -2 & 2 & -6 & 8 \\ 0 & 9 & 2 & 5 & -23 \end{array}\right] \sim \begin{array}{c} \\ \\ + \\ -9 \end{array}\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -2 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & -2 \\ 0 & -1 & 1 & -3 & 4 \\ 0 & 9 & 2 & 5 & -23 \end{array}\right] \sim$$

$$\sim \begin{array}{c} \\ \\ /2 \\ \\ \end{array}\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -2 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 2 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & -7 & 14 & -5 \end{array}\right] \sim \begin{array}{c} \\ \\ \\ 7 \end{array}\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -2 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & -7 & 14 & -5 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -2 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \\ \boxed{0} & 0 & 0 & 0 & \boxed{2} \end{array}\right]$$

$\Rightarrow [0\,0\,0\,0\,|\,2] \rightarrow 0 \neq 2$

↯

nemá řešení $\Rightarrow$ $\underline{\underline{y \notin V}}$