

Universidade Federal de São João Del-Rei
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais
Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica
Marcílio Queiroz de Melo

Operação em Regime Permanente de Linhas Aéreas de Transmissão Otimizadas

Orientador: Prof. Dr. Márcio Matias Afonso
Coorientador: Prof. Dr. Eduardo Gonzaga Silveira

Belo Horizonte
2021

Universidade Federal de São João Del-Rei
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais
Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica

Operação em Regime Permanente de Linhas Aéreas de Transmissão Otimizadas

Marcílio Queiroz de Melo

Dissertação submetida à Banca Examinadora
designada pelo Colegiado do Programa de Pós-
Graduação em Engenharia Elétrica do Centro
Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais e
da Universidade Federal de São João Del-Rei, como
requisito parcial para obtenção do título de Mestre
em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Márcio Matias Afonso
Coorientador: Prof. Dr. Eduardo Gonzaga Silveira

Belo Horizonte
2021

Melo, Marcílio Queiroz de
M528o Operação em regime permanente de linhas aéreas de transmissão otimizadas / Marcílio Queiroz de Melo. – 2021.
 xvii, 87 f.: il., gráfs, tabs.

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica em associação ampla entre a UFSJ e o CEFET-MG.

Orientador: Márcio Matias Afonso.
Coorientador: Eduardo Gonzaga Silveira.
Banca examinadora: Eduardo Gonzaga da Silveira, Márcio Matias Afonso, Aurélio Luiz Magalhães Coelho e Marco Aurélio de Oliveira Schroeder.

Dissertação (mestrado) – Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais.

1. Linhas elétricas – Teses. 2. Energia elétrica – Transmissão – Teses. 3. Ferranti, Efeito de – Teses. 4. Sistemas de energia elétrica – Controle – Teses. 5. Energia elétrica – Distribuição – Teses. I. Afonso, Márcio Matias. II. Silveira, Eduardo Gonzaga. III. Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais. IV. Universidade Federal de São João del-Rei. V. Título.

CDD 621.3191



ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO Nº 22 / 2021 - PPGEL (11.52.08)

Nº do Protocolo: 23062.033449/2021-68

Belo Horizonte-MG, 27 de julho de 2021.

Marcílio Queiroz de Melo

"Operação em Regime Permanente de Linhas Aéreas de Transmissão Otimizadas"

Dissertação nº 275 apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica - Associação Ampla entre a Universidade Federal de São João Del-Rei e o Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais em 16 de Julho de 2021 como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica, aprovada pela Banca Examinadora constituída pelos professores:

(Assinado digitalmente em 03/08/2021 08:17)

EDUARDO GONZAGA DA SILVEIRA
PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO
DEE (11.56.08)
Matrícula: 1225658

(Assinado digitalmente em 27/07/2021 12:27)

MARCIO MATIAS AFONSO
PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR
DEE (11.56.08)
Matrícula: 1459994

(Assinado digitalmente em 27/07/2021 11:22)

AURÉLIO LUIZ MAGALHÃES COELHO
ASSINANTE EXTERNO
CPF: 013.215.973-20

(Assinado digitalmente em 27/07/2021 13:02)

MARCO AURÉLIO DE OLIVEIRA SCHROEDER
ASSINANTE EXTERNO
CPF: 014.309.857-80

Para verificar a autenticidade deste documento entre em <https://sig.cefetmg.br/public/documentos/index.jsp> informando seu número: **22**, ano: **2021**, tipo: **ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO**, data de emissão: **27/07/2021** e o código de verificação: **f063d34f12**

Agradecimentos

A Deus pelo dom da vida e por ter me proporcionado saúde e perseverança durante essa trajetória.

À minha querida esposa, pelo incentivo a iniciar mais esta etapa de estudos, pelo apoio e carinho durante os momentos difíceis e pelo companheirismo nos momentos de superação.

À minha família pela paciência com que suportam minha ausência, especialmente, à minha querida mãe, que é a minha melhor amiga e confidente.

Aos meus professores, que compartilharam seus conhecimentos e experiências os quais foram fundamentais para o desenvolvimento deste trabalho. Ao meu orientador, professor Márcio Matias Afonso pela confiança depositada em mim e por todo tempo despendido em prol deste trabalho. Ao professor Eduardo Gonzaga Silveira por suas contribuições e orientações.

Aos funcionários e colaboradores do CEFET, em especial aos membros da secretaria do PPGEL pela dedicação e resiliência com que atenderam minhas solicitações por diversas vezes.

Ao CEFET-MG, Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais pelo apoio financeiro durante o período de estudos como bolsista.

Enfim, agradeço a todos que, de alguma forma, contribuíram para o desenvolvimento do meu mestrado.

Resumo

A análise operacional das Linhas Aéreas de Transmissão (LTs) recapacitadas permite dimensionar os seus aspectos qualitativos e técnicos. Este trabalho dedica-se a avaliar as condições operacionais, em regime permanente, de linhas recapacitadas por técnica LNPE – Linha de Transmissão de Potência Natural Elevada. As técnicas de recapacitação LNPE buscam alterar os parâmetros elétricos das linhas, tais como resistência, capacitância e indutância, objetivando o aumento da potência natural. Estas condições são obtidas por meio da otimização da posição dos condutores de fase. Para isso, três linhas aéreas de transmissão otimizadas, de diferentes níveis de tensão e configuração geométrica de condutores, são eletromagneticamente modeladas e comparadas às suas configurações reais e originais. O processo de modelagem parte do cálculo dos parâmetros elétricos das LTs, tais como impedância, capacitância e indutância, mediante suas características físicas e geométricas. De posse dos parâmetros elétricos das LTs é possível obter a potência natural destas linhas e simular diferentes modos de operação em regime permanente. As condições de operação a vazio, em curto-circuito e com carga das LTs recapacitadas são simuladas e comparadas às LTs originais. A vazio, o efeito Ferranti é atenuado em todos os níveis de tensão. Nos demais modos de operação, a corrente de curto-circuito e a queda percentual de tensão junto ao receptor são reduzidas. Os índices de desempenho e os parâmetros qualitativos das linhas, tais como os coeficientes de reflexão, o rendimento da transmissão, o consumo de reativo e a regulação de tensão são calculados para validação da avaliação de desempenho da técnica LPNE. De forma geral, as linhas LPNE apresentam ganhos operativos em regime permanente com consequentes vantagens econômicas.

Palavras-chave: Linha de Transmissão de Potência Natural Elevada, Operação em Regime Permanente, Efeito Ferranti, Desempenho de Linhas de Transmissão de Potência Natural Elevada.

Abstract

The operational analysis of the retraining Transmission Lines (TLs) makes it possible to measure their qualitative and technical aspects. This work dedicates to evaluate the lines rebuilt by HSIL - High Surge Impedance Loading technique in a permanent regime operation. The HSIL retraining techniques seek to change the electrical parameters of the lines, such as resistance, capacitance and inductance. These conditions are obtained by optimizing the position of the phase conductors. For this, three optimized overhead transmission lines, with different voltage levels and geometric configuration of conductors, are electromagnetically modeled and compared to their real and original configurations. The modeling process starts from the calculation of the electrical parameters of the TLs, such as impedance, capacitance and inductance, based on their physical and geometric characteristics. With the electrical parameters of the TLs, it is possible to obtain the surge impedance of these lines and simulate different operation modes in steady state. The empty, short-circuit and loaded operating conditions of the TLs retraining are simulated and compared to the TLs original. When empty, the Ferranti effect is attenuated at all voltage levels. In the other operating modes, the short-circuit current and the percentage voltage drop at the receiver are reduced. The performance indexes and the qualitative parameters of the lines, such as the reflection coefficients, the transmission efficiency, the reactive consumption and the voltage regulation are calculated to validate the performance evaluation of the HSIL technique. In general, the HSIL lines show operating gains on a permanent regime with consequent economic advantages.

Keywords: High Surge Impedance Loading Transmission Line, Permanent Regime Operation, Effect Ferranti, Performance of High Surge Impedance Loading Transmission Line.

Lista de Figuras

1.1	Sistema Interligado Nacional e projeções de expansão até 2024	2
2.1	Linha trifásica com n múltiplos condutores por fase e retorno pelo solo.....	15
2.2	Correção da altura das linhas	16
2.3	Esquema de transposição de uma linha trifásica	19
2.4	Campo elétrico formado por (a) múltiplos condutores e por (b) condutor de RMG equivalente	22
2.5	Círculo equivalente capacitivo de uma linha trifásica simples.....	23
2.6	Círculo π equivalente de uma linha transmissão.....	28
3.1	LT 138 kV: (a) Posição dos condutores na torre da linha original e (b) configurações original e otimizada da posição dos condutores	35
3.2	LT 345 kV: (a) Posição dos condutores na torre da linha original e (b) configurações original e otimizada da posição dos condutores	35
3.3	LT 500 kV: (a) Posição dos condutores na torre da linha original e (b) configurações original e otimizada da posição dos condutores	36
3.4	Coeficiente de reflexão de tensão (k_{ru}) e de corrente (k_{ri}), na LT 345 kV em ambas configurações original e otimizada	38
3.5	Admitância a vazio (a) LT 138 kV, (b) LT 345 kV e (c) LT 500 kV.....	39
3.6	Efeito Ferranti na linha de transmissão de 345 kV obtido com ATPDraw®. Em verde, tensão na barra receptora e em vermelho, tensão no barramento emissor.....	40
3.7	Efeito Ferranti para (a) LT 138 kV, (b) LT 345 kV e (c) 500 kV	41
3.8	Percentual de redução do efeito Ferranti ao longo das linhas de transmissão em estudo devido à otimização da configuração dos condutores	41
3.9	Efeito Ferranti para (a) LT 138 kV, (b) LT 345 kV e (c) 500 kV com comprimento 1λ	42
3.10	Percentual de redução do efeito Ferranti ao longo das linhas de transmissão em estudo de comprimento 1λ devido à otimização da configuração dos condutores	43
3.11	Relação entre a corrente no emissor I_s e a corrente no receptor I_r para a (a) LT 138 kV, (b) LT 345 kV e (c) LT 500 kV em curto-círcuito no receptor	44

3.12	Percentual de redução da corrente de curto-círcuito ao longo das linhas de transmissão em estudo devido à otimização da configuração dos condutores	45
3.13	Queda percentual de tensão no receptor para a (a) LT 138 kV, (b) LT 345 kV e (c) LT 500 kV quando $Z_r = Z_c$	47
3.14	Rendimento da transmissão em casamento de impedância para a (a) LT 138 kV, (b) LT 345 kV e (c) LT 500 kV.....	48
3.15	Queda de tensão no receptor para LT 138 kV quando (a) $Z_r < Z_{c\text{orig}}$ e (b) $Z_r < Z_{c\text{otim}}$	49
3.16	Queda de tensão no receptor para LT 345 kV quando (a) $Z_r < Z_{c\text{orig}}$ e (b) $Z_r < Z_{c\text{otim}}$	49
3.17	Queda de tensão no receptor para LT 500 kV quando (a) $Z_r < Z_{c\text{orig}}$ e (b) $Z_r < Z_{c\text{otim}}$	50
3.18	Rendimento da transmissão a plena carga para a (a) LT 138 kV, (b) LT 345 kV e (c) LT 500 kV.....	51
3.19	Queda de tensão no receptor para LT 138 kV quando (a) $Z_r > Z_{c\text{orig}}$ e (b) $Z_r > Z_{c\text{otim}}$	52
3.20	Queda de tensão no receptor para LT 345 kV quando (a) $Z_r > Z_{c\text{orig}}$ e (b) $Z_r > Z_{c\text{otim}}$	52
3.21	Queda de tensão no receptor para LT 500 kV quando (a) $Z_r > Z_{c\text{orig}}$ e (b) $Z_r > Z_{c\text{otim}}$	53
3.22	Rendimento da transmissão em carga leve para a (a) LT 138 kV, (b) LT 345 kV e (c) LT 500 kV.....	54

Lista de Tabelas

3.1	Características das Linhas de Transmissão.....	33
3.2	Validação do Cálculo da Impedância de Sequência Positiva da Linha Original.....	34
3.3	Campo Elétrico Máximo em V/m.....	36
3.4	Potência Natural da Linha em MVA	37
3.5	Queda de Tensão no Receptor em kV para $Z_r = Z_c \text{orig.}$	47
3.6	Queda de Tensão no Receptor em kV para $Z_r = Z_c \text{otim.}$	47

Lista de Abreviaturas e Siglas

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnica
AG	Algoritmo Genético
CEFC	<i>Conference on Electromagnetic Field Computation</i>
CEMIG	Companhia Energética de Minas Gerais
ED	Algoritmo de Evolução Diferencial
EDP	Equação Diferencial Parcial
IEEE	<i>Institute of Electrical and Electronic Engineers</i>
LPNE	Linha Potência Natural Elevada
LPNE-FEX	Linha de Potência Natural Elevada com Feixe Expandido
LT	Linha de Transmissão
ONS	Operador Nacional do Sistema
SBSE	Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos
SEP	Sistema Elétrico de Potência
SIN	Sistema Interligado Nacional
HSIL	<i>High Surge Impedance Loading</i>
RMG	Raio Médio Geométrico
SIL	<i>Surge Impedance Loading</i>
TLs	<i>Transmission Lines</i>

Lista de Símbolos

α	Constante de atenuação
β	Constante de fase
γ	Constante de propagação da linha transmissão
ϵ	Permissividade elétrica
λ	Comprimento de onda da linha de transmissão
μ	Permeabilidade magnética
η	Rendimento da linha
ϕ	Fluxo magnético
ω	Frequência angular
Φ_1	Constante com dimensão de tensão
Φ_2	Constante com dimensão de tensão
ΔP	Diferença potência emissor e receptor
ΔQ	Consumo de Reativo
ΔV	Queda percentual de tensão
A	Constante generalizada do quadripolo <u>Subscrito:</u> referente à constante generalizada do quadripolo A
B	Constante generalizada do quadripolo <u>Subscrito:</u> referente à constante generalizada do quadripolo B
C	Constante generalizada do quadripolo <u>Subscrito:</u> referente à constante generalizada do quadripolo C
D	Constante generalizada do quadripolo

Subscrito: referente à constante generalizada do quadripolo \mathbf{D}

\vec{B}	Vetor indução magnética
C	Capacitância
C_0	Capacitância de sequência zero
C_s	Capacitância de sequência positiva
D	Distância entre os condutores fase e imagens
\vec{D}	Vetor deslocamento elétrico
D_m	Distância média geométrica entre os condutores e imagens
D_s	Raio médio geométrico de um conjunto de condutores
\vec{E}	Vetor campo elétrico
FL	<u>Subscrito:</u> plena carga (Full Load)
G	Cofator da matriz de potenciais de Maxwell
H	Altura do condutor sobre o solo
\vec{H}	Vetor intensidade de campo magnético
I	Corrente elétrica
\vec{J}	Vetor densidade de corrente elétrica
L	Indutância
L_s	Indutância de sequência positiva
N	Número de espiras
NL	<u>Subscrito:</u> à vazio (No Load)
P	Matriz de potenciais de Maxwell
P_s	Potência ativa no emissor
P_r	Potência ativa no receptor
Q	Carga elétrica

Q_s	Potência reativa no emissor
Q_r	Potência reativa no receptor
R	Raio médio geométrico de um único condutor
S	Superfície
S_0	Potência natural da linha
Reg	Regulação de tensão
U	Tensão
U_s	Tensão nominal no emissor
U_r	Tensão nominal no receptor
V	Volume
Y	Admitância total
Z	Impedância total
Z_c	Impedância característica
Z_0	Impedância natural
Z_r	Impedância de carga no receptor
a	Fase a
	<u>Subscrito:</u> Referente à fase a
b	Fase b
	<u>Subscrito:</u> Referente à fase b
c	Fase c
	<u>Subscrito:</u> Referente à fase c
d	Distância
d_{1n}	Distância entre o subcondutor 1 e o subcondutor n

d_{ij}	Distância entre o centro do conjunto de condutores da fase i e o centro do conjunto de condutores da fase j
d_m	Distância média geométrica entre os condutores
e	Energia
f_i	Flecha de um condutor ou cabo genérico i
f	Frequência da fonte alimentadora
g	Condutância elétrica
h_i	Altura entre o centro do conjunto de condutores da fase i e o solo
h_m	Altura média geométrica entre os condutores e o solo
i	<u>Subscrito:</u> índice contador de fase
j	<u>Subscrito:</u> índice contador de fase
k_{ru}	Coeficiente de reflexão da tensão
k_{ri}	Coeficiente de reflexão da corrente
l	Comprimento da linha de transmissão
l_ϕ	Comprimento da linha de fluxo magnético
n	Número de subcondutores por fase i
	<u>Subscrito:</u> último subcondutor da fase i
o	Centro do círculo de formado por n subcondutores
p	Ponto de referência
r	Resistência elétrica
t	Tempo
u	Diferença de potencial
v	Velocidade da onda
x_L	Reatância indutiva

x	Distância de um ponto da linha a um ponto de referência
y	Admitância por quilômetro de linha
z	Impedância por quilômetro de linha
.	<u>Sobrescrito:</u> indica fasor
$\bar{\quad}$	<u>Sobrescrito:</u> indica a média da grandeza

Sumário

1 Introdução	1
1.1 Contextualização	1
1.2 Revisão Bibliográfica	4
1.3 Objetivos	7
1.4 Relevância.....	8
1.5 Contribuições e Publicações	11
1.6 Organização do Texto.....	12
2 Modelagem Eletromagnética e Índice de Desempenho das Linhas de Transmissão	13
2.1 Indutância em Linhas de Transmissão Trifásicas	14
2.1.1 Cálculo dos Parâmetros Geométricos das Linhas de Transmissão	15
2.1.2 Cálculo da Indutância de Sequência Positiva	18
2.2 Impedância em Linhas de Transmissão Trifásicas	20
2.3 Capacitância em Linhas de Transmissão Trifásicas	22
2.3.1 Cálculo da Capacitância de Sequência Positiva	22
2.4 Equações Hiperbólicas de uma Linha de Corrente Alternada em Regime Permanente....	27
2.5 Circuito Equivalente de uma Linha de Transmissão	29
2.6 Parâmetros Qualitativos da Linha de Transmissão	30
2.6.1 Potência Natural	30
2.6.2 Comprimento de Onda	31
2.6.3 Coeficientes de Reflexão	31
2.6.4 Rendimento.....	32
2.6.5 Consumo de Reativo.....	32
2.6.6 Regulação de Tensão	33
2.6.7 Queda Percentual de Tensão.....	33
3 Resultados	34
3.1 Validação da Modelagem Matemática	35
3.2 Resultados da Otimização	35
3.3 Avaliação da Potência Natural das Linhas	37
3.4 Avaliação da Operação das Linhas.....	38
3.4.1 Operação a Vazio.....	39
3.4.2 Operação em Curto-Circuito	44
3.4.3 Operação com Carga	46
3.5 Considerações Finais	55

4 Conclusões	57
4.1 Visão Geral	57
4.2 Trabalhos Futuros	59
Referências Bibliográficas	60
Apêndices	64
A Indutância	64
A.1 Fluxo Magnético Externo de um Condutor	65
A.2 Fluxo Magnético Interno de um Condutor	68
A.3 Fluxo Magnético Total de Condutor Cilíndrico Maciço.....	70
A.4 Fluxo de Acoplamento entre Dois Condutores	71
A.4.1 Indutância dos Condutores	73
A.4.2 Condutores com Retorno pelo Solo	73
B Capacitância	77
B.1 Campo Elétrico de um Condutor Cilíndrico Isolado	78
B.2 Diferença de Potencial	79
B.2.1 Diferença de Potencial entre Dois Condutores Carregados	80
B.2.2 Diferença de Potencial entre um Condutor e o Solo	82
B.3 Potenciais de Dois Condutores Suspensos Sobre o Solo	83
B.4 Potenciais de um Número Qualquer de Condutores Suspensos Sobre o Solo	85

Capítulo 1

Introdução

1.1 Contextualização

O desenvolvimento social, econômico e tecnológico de uma sociedade é acompanhado pelo aumento na demanda por energia elétrica, o que impulsiona a ampliação da oferta. Segundo o Operador Nacional do Sistema (ONS), no Brasil, em 2019, a capacidade total de potência instalada totalizava 162 GW e estima-se, para o final de 2024, que essa potência chegue a 177,4 GW, o que representaria um aumento de quase 10% [1]. Logo, a expansão do Sistema Elétrico de Potência (SEP), além de fundamental, é incessante, tornando necessário o investimento contínuo em infraestrutura através da construção de novos empreendimentos, a ampliação e otimização das estruturas existentes, e adoção de estratégias de eficiência energética.

O SEP é constituído por equipamentos e estruturas responsáveis por gerar a energia elétrica nos centros de geração e transportá-la até os centros de consumo através de Linhas de Transmissão (LTs) e redes de distribuição de energia elétrica. Um país de dimensões continentais como o Brasil, cuja principal matriz elétrica é de origem hidrelétrica (mais de 65%), gera a necessidade da construção de LTs muito extensas [2]. Isso porque a maior parte das usinas hidrelétricas brasileiras encontra-se afastada dos grandes centros de consumo, sendo necessário viabilizar uma extensa e confiável rede de transmissão de energia elétrica capaz de transportar toda a oferta disponível. Quanto mais distantes estão as fontes de geração, maior a necessidade de projetar sistemas de transmissão mais robustos.

A Figura 1.1 mostra o Sistema Interligado Nacional (SIN) Brasileiro que conecta eletricamente, através de LTs, todas as regiões do país, com exceção de pequenos sistemas isolados [1]. O SIN tem cerca de 145.600 km e é considerado uma das maiores redes interligadas do mundo [3,4]. Além das LTs já existentes, a Figura 1.1 destaca ainda a projeção

de expansão do SIN até o ano de 2024 com a construção de novas linhas de transmissão e extensão de linhas existentes. No entanto, a construção de novas linhas de transmissão esbarra na dificuldade para a obtenção de novas faixas de passagem devido, essencialmente, a impactos ambientais e aquisição de licenças de propriedades particulares [2]. Além disso, com a expansão, as LTs passam, cada vez mais, a compartilhar os espaços urbanos de tal forma que a interferência dos campos eletromagnéticos gerados por essas linhas, tanto na saúde humana quanto em dispositivos eletroeletrônicos, é objeto de estudos e normatização [5,6].

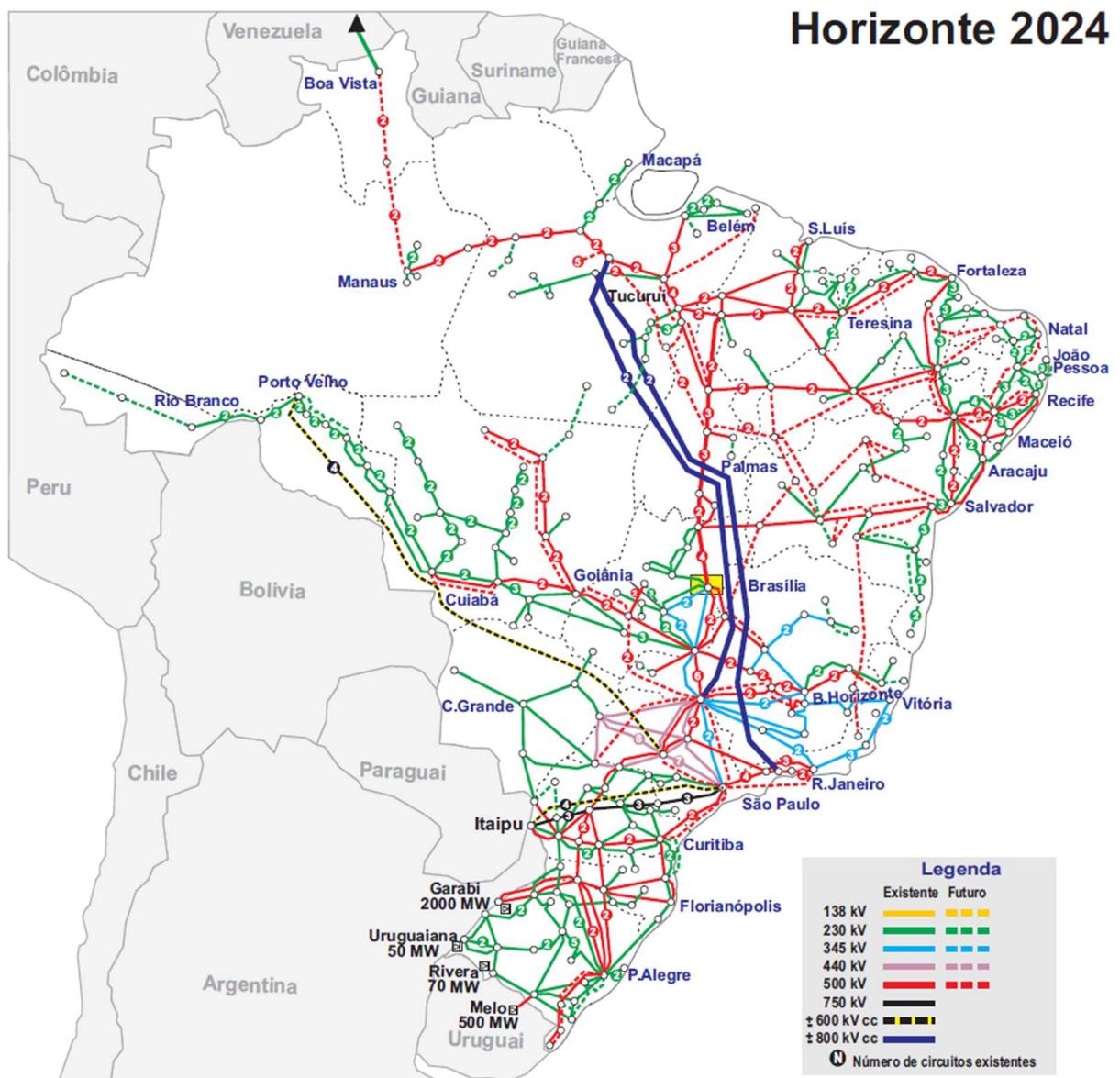


Figura 1.1 Sistema Interligado Nacional e projeções de expansão até 2024 [1]

Na busca de soluções sustentáveis e que impactem menos a vida urbana, muitos pesquisadores têm se dedicado à realização de estudos que propiciem um aumento na capacidade de transmissão das LTs existentes, bem como no projeto de LTs compactas (não convencionais) [7 -10]. O aumento da potência das LTs pode ser obtido por meio de técnicas de recapacitação convencionais ou não-convencionais [11,12].

As técnicas de recapacitação convencionais estão relacionadas com o aumento do limite térmico das LTs e as técnicas não convencionais buscam alterar os parâmetros elétricos das linhas, tais como resistência, condutância, capacitância e indutância [11,12]. Dentre estas estratégias destaca-se a técnica de Linha de Transmissão de Potência Natural Elevada (LPNE), obtida por meio da otimização da posição dos condutores [12]. Além do aumento na capacidade de transmissão, as estratégias de recapacitação de LTs podem colaborar para a redução de perdas de energia elétrica e diminuição das intensidades dos campos elétrico e magnético gerados pela distribuição de cargas e correntes nas LTs [9].

O presente trabalho dedica-se, especialmente, a avaliar as condições operacionais das linhas recapacitadas em regime permanente, especialmente da LPNE. Diversos autores têm se dedicado à implementação de técnicas de otimização para obter o desejado aumento na potência natural das LTs com consequente ganho na sua capacidade de transmissão [9]. Entretanto, ainda há poucos estudos sobre o comportamento dessas linhas de transmissão recapacitadas em situações operacionais. Algumas análises em regime transitório têm sido desenvolvidas [13], contudo, não há registro de trabalhos que se dedicam a uma avaliação aprofundada da operação de LTs recapacitadas em regime permanente, o que ressalta o aspecto pioneiro que motivou este trabalho. Outro aspecto inovador desta pesquisa é a avaliação do efeito Ferranti e da corrente de curto-circuito nas LPNE. Espera-se, portanto que, em regime permanente, as linhas de transmissão recapacitadas sejam mais eficientes, comportem-se melhor quando submetidas a variadas condições de carregamento e mantenham-se dentro dos indicadores técnicos de qualidade [14].

A próxima seção é destinada à revisão dos trabalhos científicos que precedem e embasam esta pesquisa, ou seja, desde aqueles que foram pioneiros na implementação de técnicas de otimização para recapacitação de LTs até os trabalhos mais recentes que incluem estudos preliminares de transitórios das linhas recapacitadas. Vale ressaltar que a revisão baseia-se, essencialmente, nas técnicas de recapacitação de LTs, sobretudo, porque esta foi a temática de pesquisas por vários anos e há poucos estudos do comportamento operacional destas LTs.

1.2 Revisão Bibliográfica

O principal objetivo da recuperação de LTs é aumentar a capacidade de transmissão de energia com baixo custo de intervenção. Em 1909, Thomas aumentou o número de subcondutores em feixes objetivando elevar a capacidade de transmissão das linhas [15]. Desta forma, a capacidade das linhas foi incrementada, enquanto que a sua indutância foi diminuída. Contudo, a pesquisa foi abandonada devido aos custos de manutenção tornarem sua implementação inviável. Estes estudos foram retomados em 1932 quando os parâmetros como a resistência, capacidade, reatância, efeito Corona, aquecimento nos condutores e rendimento foram analisados [16,17]. Em 1988, pesquisadores verificaram que a potência natural também era incrementada ao aumentar o número de condutores por fase [8]. Além disso, procurando reduzir as perdas de potência e as quedas de tensão nas linhas, foi proposto diminuir o espaçamento entre fases observando as limitações impostas pelo campo elétrico superficial [7,11].

Com o advento das técnicas de otimização e dos recursos computacionais de processamento e armazenamento de dados, os problemas de recuperação ou mesmo projeto de novas linhas passaram a ser caracterizados como problemas de otimização computacional, pois tratam de encontrar a solução ótima e aumentar os limites operativos da linha utilizando algoritmos [18].

O desenvolvimento de técnicas de otimização parte de um estudo refinado das instalações existentes, do qual são levantadas algumas informações sobre a situação atual da LT que servem como dados de entrada para a elaboração de um novo projeto. Alguns parâmetros que são considerados dados de entrada para a recuperação das LTs são: topografia da faixa de servidão; pontos de instalação das torres; pontos de fixação dos cabos nas cadeias de isoladores em cada vão; catenária descrita pelos condutores da LT; tipos de cabos; esforços mecânicos e elétricos nas estruturas de suspensão e ancoragem da LT; efeito Corona; campos eletromagnéticos em LT; vegetação e aspectos climáticos [19].

Na década de 90, Portela e Gomes estabeleceram a necessidade de realizar uma análise iterativa mediante pré-otimizações dos feixes para finalmente conseguir uma otimização global [20]. Além disto, em suas pesquisas apresentavam diferentes geometrias, tais como elípticas, retangulares, entre outras. Em 2011, Cavassin aplicou uma metodologia de recuperação convencional de LTs utilizando critérios como a maximização de altura cabo-

solo, maximização da ampacidade, minimização dos custos de implantação e perdas nas estruturas [21]. Poucos anos depois, uma pesquisa da maximização da capacidade de transmissão baseada em técnicas de otimização clássica procurou manter nos condutores um balanço de carga e de campo elétrico superficial [22].

Em 2017, Teixeira realizou em sua tese um estudo de linhas de transmissão compactas com múltiplos circuitos, selecionando os melhores cabos e seu posicionamento [23]. Foram considerados os critérios de minimização da torre, maximização da diferença entre a ampacidade e a corrente nominal dos condutores do circuito, minimização dos custos dos condutores do circuito, minimização de perdas por efeitos Joule e Corona, minimização dos esforços mecânicos nas estruturas, maximização da potência característica e minimização da faixa de passagem.

O entendimento da variação do campo elétrico superficial em linhas de transmissão também é um critério de fundamental importância para que possa determinar as geometrias que ocasionem uma minimização das perdas de energia decorrentes do efeito Corona. Tal fenômeno é uma decorrência das intensidades do gradiente de potencial na superfície dos condutores. Neste sentido, a fim de minimizar o campo elétrico ao nível do solo, maximizando a potência natural sem violar as restrições geométricas das LTs, Paganotti desenvolveu uma ferramenta de otimização de LTs que utiliza o Algoritmo do Gradiente [24].

Os principais algoritmos de otimização utilizados na recuperação de LTs encontrados na literatura são os algoritmos baseados em direção de busca como o Algoritmo do Gradiente e o Algoritmo Cone-Elipsoidal, e os algoritmos baseados em estratégias evolutivas como o Algoritmo Genético (AG) e o Algoritmo de Evolução Diferencial (ED) [18, 24-26]. Devido à facilidade de implementação, o Algoritmo do Gradiente tem sido aplicado na resolução de diversos problemas, inclusive na otimização dos sistemas de transmissão. O Algoritmo do Gradiente determina a busca pela solução ótima do problema baseado na ação do vetor gradiente da função avaliada, uma vez que o mesmo se posiciona, em cada ponto, na direção de crescimento da função. Sendo assim, na busca por um ponto de máximo, basta seguir a direção do gradiente, e na busca por um mínimo basta seguir na direção oposta ao mesmo [24].

A técnica de recuperação utilizada por Paganotti é a Linha de Transmissão de Potência Natural Elevada (LPNE) obtida mediante a implementação de um algoritmo determinístico de otimização, o Algoritmo do Gradiente [24]. Esta tecnologia compreende basicamente o rearranjo ou aumento do número de subcondutores por fase com vistas a realizar uma

equalização do campo elétrico entre os subcondutores de cada fase [9]. A implementação da tecnologia LPNE tem como um de seus pilares a compreensão da variação do campo elétrico em cada condutor e da análise da sensibilidade deste campo em relação à variação de parâmetros físicos e geométricos da LT [27]. A aplicação desta técnica aumenta a capacidade de transmissão de energia elétrica da linha, determinando uma configuração geométrica dos feixes de condutores que proporcione os valores ótimos de parâmetros elétricos [27-29].

Complementando o trabalho de Paganotti, os trabalhos de Moreira e Santos apresentam uma abordagem mais apurada das técnicas de recapacitação não convencionais [25,26]. Moreira aplica a tecnologia LPNE e Santos as técnicas LPNE-FEX e compactação de LTs cuja finalidade é determinar uma solução ótima para a configuração geométrica dos feixes de condutores de forma a maximizar a potência natural das LTs e simultaneamente, minimizar os campos elétrico e magnético [25,26]. Os dois trabalhos utilizam Algoritmos Genéticos como ferramenta de otimização. Em 2019, Resende aplicou um algoritmo de otimização mais robusto, o ED, como método de otimização na recapacitação não convencional de LTs [18].

O trabalho de Ghassemi resume, analisa e apresenta motivações, oportunidades e desafios para o desenvolvimento de projetos LPNE [30]. A autora propõe a integração do planejamento de expansão da transmissão e do projeto da linha para otimizar a capacidade de transferência de energia de um sistema. As simulações apresentam novas configurações e possuem potência natural superior ao das linhas LPNE construídas.

Em 2017, Acosta utilizou uma LPNE de 500 kV para estudos de transitórios [13]. A partir dos estudos de sobretensões verificou-se que o comportamento transiente em linhas convencionais e não convencionais é similar. No entanto, os níveis de sobretensão são mais altos para a capacidade da linha LPNE.

Neste trabalho, as linhas LPNE otimizadas obtidas no trabalho de Paganotti têm sua operação em regime permanente avaliada [24].

1.3 Objetivos

O presente trabalho tem como principal objetivo avaliar as condições de operação em regime permanente e a qualidade de linhas recapacitadas por técnica não convencional de reconfiguração geométrica de feixe de condutores. Três linhas aéreas de transmissão reais são avaliadas: uma linha de 138 kV, uma de 345 kV e uma linha de 500 kV.

Para consolidar o objetivo principal, alguns objetivos específicos são definidos, a constar:

- Apresentação da modelagem eletromagnética e metodologia de cálculo dos parâmetros das linhas de transmissão a partir de suas características físicas e geométricas;
- Descrição dos principais parâmetros qualitativos e índices de desempenho associados às linhas de transmissão;
- Cálculo dos parâmetros de impedância, capacitância e indutância de linhas de transmissão. O procedimento de cálculo deve ser realizado para as linhas com configuração original e também para as linhas com configuração otimizada da posição dos condutores;
- Cálculo da potência natural das linhas a partir dos parâmetros de impedância, capacitância e indutância.
- Simulação das condições de operação a vazio, em curto-circuito e com carga das linhas de transmissão com configuração original e das linhas com configuração otimizada da posição dos condutores;
- Avaliação dos índices de desempenho e parâmetros qualitativos das linhas de transmissão otimizadas, tais como: potência natural, coeficientes de reflexão, rendimento, consumo de reativo, regulação de tensão e queda percentual de tensão no receptor.

1.4 Relevância

Os modernos conceitos relacionados à operação dos sistemas elétricos de potência incluem requisitos e indicadores de qualidade. Os estudos de planejamento e operação devem levar em consideração o controle dos níveis de tensão em faixas cada vez mais estreitas de forma a garantir os valores próximos do nominal ou de referência, ou, ainda, do valor contratado. Um problema importante a ser considerado tanto no projeto como no funcionamento de uma linha de transmissão é o da manutenção da tensão ao longo da linha e no receptor, dentro de limites especificados pelas agências reguladoras [31,32]. Se, de um lado cresce a relevância do assunto no que tange à observância dos padrões regulamentados, de outro, aumenta a demanda de potência requerida nas LTs.

Quando se trata especificamente do nível de tensão, espera-se que este, na extremidade receptora da linha, seja menor que a tensão na entrada, devido, essencialmente, a perdas. Neste caso, quanto menor a queda de tensão junto ao receptor melhor é a eficiência da LT. No entanto, esse efeito não acontece rigorosamente em todas as situações, e o caso inverso é comum em linhas médias e longas quando a carga no receptor é baixa ou a linha opera a vazio [31,33]. Assim, linhas de transmissão de grandes extensões possuem um comportamento capacitivo muito acentuado, devido à característica capacitiva intrínseca da LT. Além disso, em períodos de baixo carregamento ou de circuito aberto, o fluxo de corrente capacitativa supera o fluxo da corrente na carga e a diferença de potencial no receptor torna-se maior que na extremidade transmissora da linha. Esse comportamento tem como consequência a elevação do nível de tensão entregue ao consumidor final e é conhecido como efeito Ferranti. Em suma, o efeito Ferranti se caracteriza pela elevação da tensão ao final da linha e aparece frequentemente em linhas longas e na situação em que a carga no receptor é baixa [33]. Se o comprimento da linha se aproxima de $\frac{1}{4}$ de seu comprimento de onda, ou seja, $\lambda/4$, este aumento de tensão será máximo. À medida que se aumenta o comprimento da linha além de $\lambda/4$, a diferença de tensão entre o transmissor e receptor diminuirá progressivamente até $\lambda/2$.

O efeito se torna novamente acentuado em $3\lambda/4$. As principais implicações do efeito Ferranti nas linhas de transmissão são [31]:

- A necessidade de aumento do nível de isolamento das linhas e equipamento terminal em virtude da sobretensão que provoca;

- Apesar das perdas por dispersão, representadas principalmente pelo efeito Corona, atuarem favoravelmente na redução de sobretensões, essas perdas crescem em função do quadrado da tensão. A radiointerferência e os ruídos audíveis que acompanham o efeito Corona aumentam igualmente com o aumento da tensão. A fim de mantê-las dentro de limites razoáveis será necessário um aumento na bitola dos condutores, o que afeta consideravelmente o custo das linhas;
- A corrente de carregamento muito elevada, limita, por efeito térmico, a capacidade de transporte da corrente de energia da linha, exigindo, para uma mesma potência a ser transmitida, condutores de seções consideravelmente maiores, o que encarece sua construção. Esse fato é particularmente importante para as linhas em cabos subterrâneos ou submarinos, para os quais o comprimento de onda é muito menor do que nas linhas aéreas, pois depende essencialmente da velocidade de propagação que é pequena nas linhas com tais cabos;
- A corrente de carga que a linha absorve das máquinas que a alimentam, quando opera em vazio ou com pouca carga, é capacitiva para linhas menores que $\frac{\lambda}{4}$ e de comprimento entre $\frac{\lambda}{2}$ e $\frac{3\lambda}{4}$. Do estudo das características de carga das máquinas síncronas sabe-se que, nessas condições, pode ocorrer o fenômeno conhecido como autoexcitação, dando origem a tensões incontroláveis nessas máquinas, se estas não tiverem capacidade de absorver essa carga capacitativa.

Outro efeito que se deseja mitigar ou reduzir em linhas transmissão é o já citado efeito Corona, uma vez que sua existência no circuito acarreta perdas e consequente redução do rendimento das LTs. O efeito Corona ocorre na superfície do condutor quando a intensidade do campo elétrico rompe a rigidez dielétrica do ar, logo um controle adequado dos níveis de tensão também é requerido. As principais consequências deste efeito são a emissão de luz, ruído audível, interferência em circuitos de comunicação via rádio, vibração do condutor, liberação de ozônio e aumento das perdas de potência [34].

Em suma, é essencial a avaliação das linhas de transmissão operando a vazio no sentido de verificar o comportamento dos efeitos Ferranti e Corona. Já a especificação e o dimensionamento dos equipamentos de proteção das linhas de transmissão requerem o conhecimento da corrente de curto-circuito da linha. Por isso, é importante que a condição de

operação em curto-círcuito de uma linha seja considerada de tal forma que, quanto menor for a corrente de curto-círcuito das LTs menor será seu custo de operação e manutenção [31].

Contudo, a condição normal de operação das LTs é a condição de operação sob carga, ou seja, a linha opera entre a condição a vazio e a condição de curto-círcuito. Os estudos de carga são fundamentais no planejamento da operação do sistema sob condições reais ou ideais, na determinação da tensão em determinados pontos da linha e na projeção de cargas futuras. A partir desses estudos é possível determinar os efeitos dos diversos parâmetros da linha sobre as quedas de tensão ao longo da mesma para várias cargas. Essas análises também são úteis no cálculo do rendimento da transmissão de energia, bem como no cálculo da potência limite que flui por uma linha, tanto em regime permanente como em condições transitórias [32].

1.5 Contribuições e Publicações

Esta dissertação pretende auxiliar pesquisadores na área de otimização de linhas de transmissão, especialmente àqueles focados em análise de desempenho de linhas reacapacitadas por técnicas não convencionais e, mais especificamente na LPNE. Acredita-se também que este trabalho possa contribuir para consolidação das técnicas de reacapacitação que já foram desenvolvidas ou que ainda estão em estudo.

Durante o período de estudo do mestrado, duas publicações diretamente associadas a esta dissertação foram geradas. Partes deste trabalho foram submetidas e publicadas em anais de congresso. A seguir estão listadas as duas publicações citadas:

- M. Q. Melo *et al.* *Avaliação do Efeito Ferranti em Linhas Aéreas de Transmissão de Potência Natural Elevada*. Em: VIII Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos – SBSE 2020.
- M. Q. Melo *et al.* *Operação de Linhas Aéreas de Transmissão Recapacitadas por Técnicas Não Convencionais*. Em: 14º Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo – MOMAG 2020.

Vale ressaltar que o resumo intitulado “*Ferranti Effect Model Optimization in Electromagnetic Transmission Lines*” foi aceito para publicação na *19th Biennial IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation* – CEFC 2020, porém não foi publicado.

1.6 Organização do Texto

O Capítulo 1 apresenta a introdução do tema deste trabalho, mostrando sua contextualização com os problemas reais relacionados ao planejamento do sistema elétrico de potência e a evolução das linhas de transmissão para atendimento da crescente demanda por energia elétrica. Em seguida, uma revisão dos estudos bibliográficos referentes à otimização e recapacitação de linhas de transmissão, bem como, os trabalhos referentes à operação de linhas recapacitadas são apresentados. A relevância desta pesquisa é discutida e, por fim, são abordados os principais objetivos deste trabalho, a organização do texto desta dissertação e as principais contribuições e publicações associadas à ela.

O Capítulo 2 dedica-se à apresentação da modelagem matemática e índices de desempenho das linhas de transmissão trifásicas em regime permanente. São apresentados os métodos para obtenção da indutância, impedância e capacitância de sequência positiva das LTs. A fim de determinar a tensão e a corrente em qualquer ponto da linha, as Equações Diferenciais Parciais (EDPs) e o modelo π equivalente que representam as linhas de transmissão também são demonstrados. Por último, são apresentados os parâmetros qualitativos e os indicadores de desempenho utilizados na avaliação dos resultados deste trabalho.

No Capítulo 3 são apresentados os resultados obtidos a partir do emprego da modelagem proposta no capítulo 2 em linhas aéreas de transmissão. A modelagem matemática é aplicada às linhas considerando o posicionamento original dos condutores – linha original – e, em seguida, considerando a posição ótima dos condutores – linha otimizada – para fins de comparação dos parâmetros elétricos e avaliação do desempenho. Três linhas aéreas de transmissão reais são avaliadas. A validação do procedimento de cálculo e da programação é feita comparando-se os resultados com os dados dos parâmetros da linha original que são fornecidos pela concessionária na folha de dados da LT. Os resultados da otimização da posição dos condutores e o cálculo da potência natural das linhas são apresentados. Por fim, as análises de operação a vazio, em curto-circuito e com carga são minuciadas.

O Capítulo 4 contém as conclusões da pesquisa e as propostas de continuidade de estudos para realização de trabalhos futuros.

Capítulo 2

Modelagem Eletromagnética e Índices de Desempenho das Linhas de Transmissão

Na modelagem matemática de componentes de um sistema elétrico, o modelo consiste na representação de um fenômeno através de circuitos equivalentes e/ou de equações matemáticas [31]. A utilização de modelos possibilita a avaliação do desempenho das linhas e interpretações de fenômenos. Para a incorporação de novas tecnologias no SEP, tais como as linhas de transmissão recarregadas pela reconfiguração da posição dos condutores ou LPNE, é fundamental modelar e simular o seu funcionamento. A representação ou modelagem adequada possibilita o conhecimento e a predição da dinâmica dessas linhas, de modo a avaliar quanto ao seu desempenho, sua eficiência e segurança.

Uma linha de transmissão possui essencialmente quatro parâmetros: resistência e indutância, que constituem a impedância em série da linha, capacitância e condutância, que determinam a admitância em paralelo entre fases ou entre fases e neutro [32]. A condutância em paralelo pode ser quase sempre desprezada para o cálculo das tensões e correntes [36]. Contudo, os parâmetros de indutância, capacitância e resistência são essenciais para a modelagem matemática. Esses parâmetros variam de acordo com o comprimento da LT, sendo que o comportamento dinâmico de um sistema elétrico pode ser equacionado e solucionado a partir de diferentes métodos, o que dá origem a uma variedade de modelos matemáticos apresentados na literatura técnica.

A relação entre o comprimento real da linha e o seu comprimento de onda é fundamental na escolha do modelo a ser adotado, uma vez que, quanto maior essa relação, mais rigoroso deverá ser o processo de cálculo [32]. Para conseguir-se uma solução exata para qualquer linha de transmissão, deve-se considerar o fato de que os parâmetros de uma linha não estão concentrados e sim uniformemente distribuídos ao longo da mesma [36]. Nos modelos de parâmetros distribuídos, a natureza distribuída da resistência, indutância e capacitância é considerada através do princípio da propagação de ondas, em que um distúrbio se propaga

sujeito a atenuações até ser refletido nos terminais da linha, existindo assim, um atraso entre tensões e correntes de terminais opostos.

Os sistemas de transmissão de energia elétrica são normalmente trifásicos sendo compostos por um ou mais condutores por fase. Neste sentido, este capítulo dedica-se à modelagem matemática de linhas de transmissão trifásicas a múltiplos condutores por fase e em regime permanente. Vale ressaltar que, na modelagem, todas as linhas são consideradas uniformes e transpostas. Nas seções 2.1, 2.2 e 2.3 são apresentados os métodos para obtenção da indutância, impedância e capacitância de sequência positiva da LT. Nesses casos, muitas das simplificações adotadas na literatura não deverão ser empregadas nos cálculos devido à disposição física assimétrica dos condutores das linhas recapacitadas. Na seção 2.4, parte-se das equações diferenciais que representam as linhas de transmissão para obtenção de um sistema de equações hiperbólicas que possibilitam determinar a tensão e a corrente em qualquer ponto da linha de transmissão. A seção 2.5 apresenta suscintamente a forma de representação de uma LT longa como um circuito π equivalente. Na seção 2.6 são apresentados os parâmetros qualitativos e indicadores de desempenho utilizados na avaliação dos resultados deste trabalho.

2.1 Indutância em Linhas de Transmissão Trifásicas

O transporte de energia elétrica por uma linha de transmissão é influenciado pelos valores de seus parâmetros elétricos. Esses parâmetros podem ser obtidos por medição ou cálculo matemático [35]. Interessa-se pela obtenção dos parâmetros matematicamente uma vez que as linhas recapacitadas em estudo são linhas de transmissão teóricas, ou seja, não estão em operação.

Os valores das indutâncias das linhas de transmissão dependem, essencialmente, de sua configuração física e do meio no qual encontram-se os condutores. Na modelagem matemática apresentada são considerados os condutores no ar, tais como em linhas aéreas de transmissão.

A fim de determinar o valor da indutância em linhas de transmissão compostas por múltiplos condutores por fase, deve-se considerar esse condutor substituído por um condutor equivalente cilíndrico, com um Raio Médio Geométrico (RMG) tal que o fluxo magnético que

venha produzir seja igual ao fluxo magnético total produzido pelos subcondutores que compõem o condutor múltiplo. Nessas condições, um esforço é despendido na determinação do RMG desse condutor equivalente e de outras características geométricas da LT, tais como a distância média geométrica entre condutores e a altura média geométrica dos condutores em relação ao solo.

2.1.1 Cálculo dos Parâmetros Geométricos das Linhas de Transmissão

Considera-se uma linha trifásica, como mostra a Figura 2.1, na qual cada condutor de fase é composto de n subcondutores cilíndricos, retilíneos e idênticos, distribuídos arbitrariamente na periferia de um círculo de raio qualquer cujos respectivos centros são designados por o_a , o_b e o_c . Admite-se que os conjuntos de condutores estejam suspensos a uma altura h sobre o solo, sendo paralelo ao mesmo. Admite-se ainda que o solo seja ideal, isto é, um condutor perfeito e homogêneo. O solo constitui o circuito de retorno dos subcondutores e, para efeitos de cálculo, considera-se a imagem do condutor no solo.

Seja R_n o RMG dos n cabos empregados como subcondutores da fase i . O raio médio geométrico do conjunto de condutores da fase i é dado por [31]:

$$D_{s_n} = \sqrt[n]{R_n d_{12} d_{13} \dots d_{1n}} \quad (2.1)$$

Vale ressaltar que não é necessário determinar por cálculo o RMG dos cabos condutores construídos por encordoamento de um número variável de fios metálicos, pois seus valores médios são encontrados nas tabelas de características elétricas dos cabos condutores e fornecidas pelos fabricantes.

Seja d_{ij} , a distância entre os conjuntos de condutores da fase i e o conjunto de condutores da fase j . A distância média geométrica entre os condutores é dada por:

$$d_m = \sqrt[3]{d_{ab} d_{bc} d_{ac}} \quad (2.2)$$

Seja D_{ij} , a distância entre os conjuntos de condutores da fase i e o conjunto de condutores-imagem da fase j , a distância média geométrica entre os condutores e imagens é dada por:

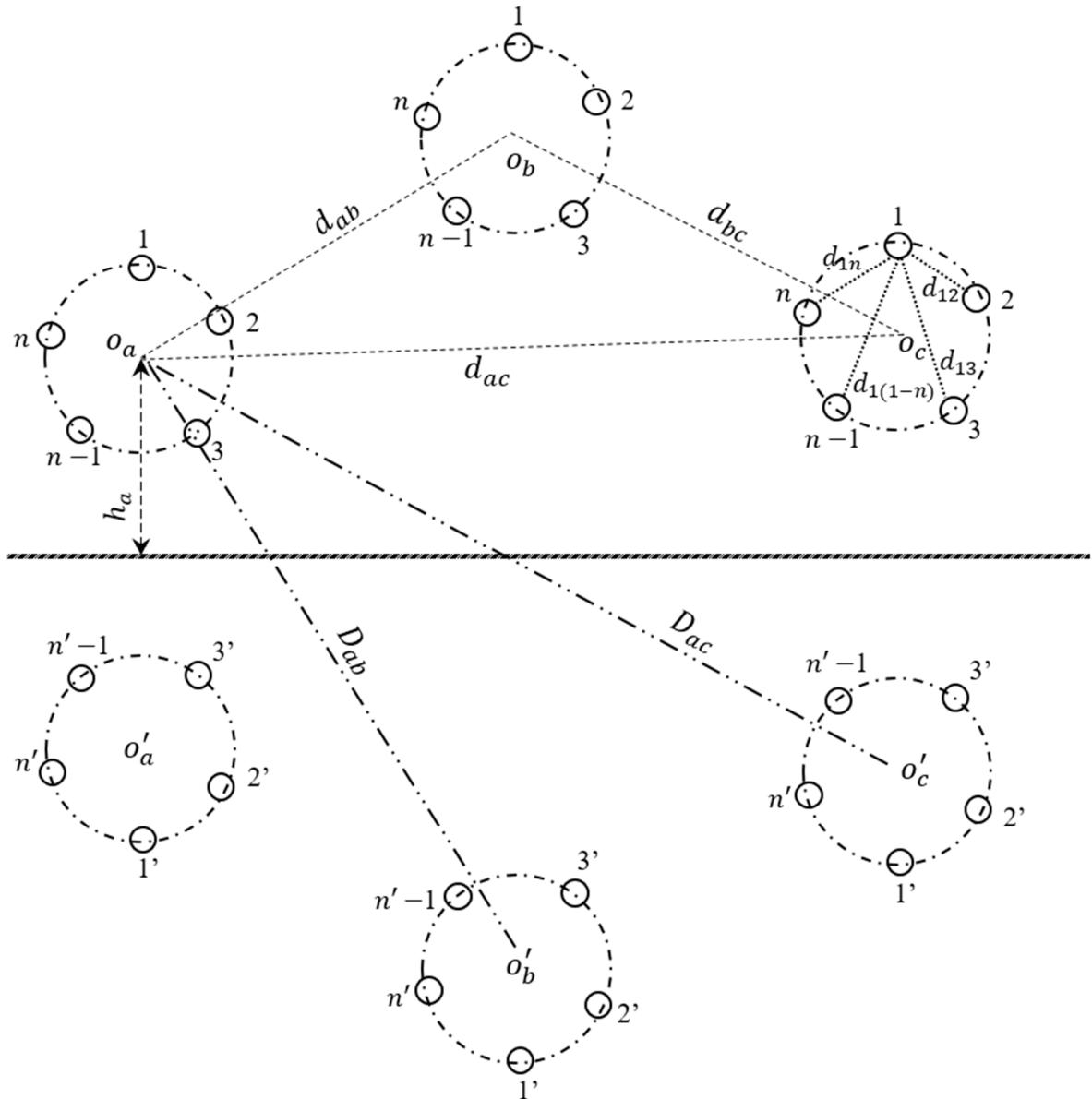


Figura 2.1 – Linha trifásica com n múltiplos condutores por fase e retorno pelo solo.

$$D_m = \sqrt[3]{D_{ab} D_{bc} D_{ac}} \quad (2.3)$$

Os condutores das linhas aéreas de transmissão, ao serem suspensos, tomam a forma de catenárias, de forma que sua altura sobre o solo é também variável. Para os cálculos elétricos, é usual efetuar-se uma correção para se ter em conta esse fato. Tal correção considera a

superfície do solo como sendo plana e os condutores, suspensos em suas extremidades a uma mesma altura sobre o mesmo, como mostra a Figura 2.2.

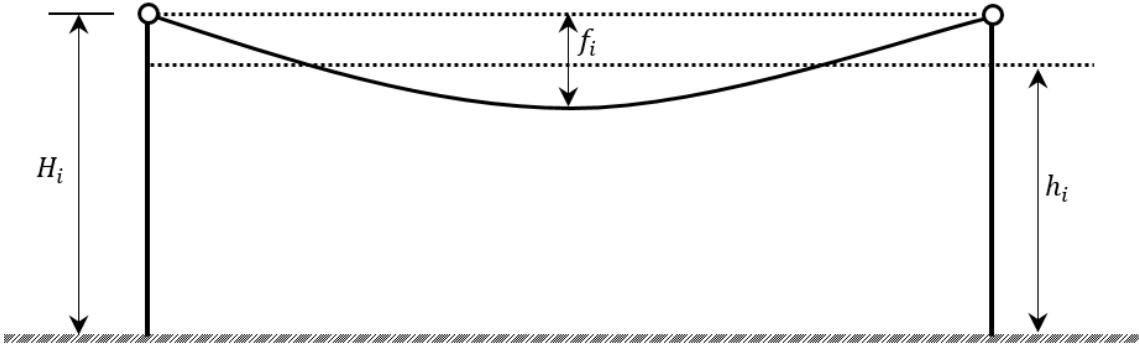


Figura 2.2 – Correção da altura das linhas.

As alturas que devem ser consideradas nos cálculos são determinadas por intermédio da expressão [31]:

$$h_i = H_i - 0,7f_i \quad (2.4)$$

onde H_i é a altura do condutor sobre o solo, ponto de sua suspensão, junto à estrutura; e f_i é a flecha de um condutor ou cabo genérico i , estimada para um vão médio da linha e sob condição de temperatura média, no estado final.

Seja h_i , a altura entre os conjuntos de condutores da fase i e o solo. A altura média geométrica entre os condutores e o solo é dado por:

$$h_m = \sqrt[3]{h_a h_b h_c} \quad (2.5)$$

Seja D_{s_i} , o raio médio geométrico do conjunto de condutores da fase i . O raio médio geométrico dos condutores da linha é dado por:

$$D_s = \sqrt[3]{D_{s_a} D_{s_b} D_{s_c}} \quad (2.6)$$

2.1.2. Cálculo da Indutância de Sequência Positiva

Considera-se uma linha trifásica com múltiplos condutores e sem cabos para-raios. Seja \dot{I}_a , \dot{I}_b e \dot{I}_c as correntes em cada uma das fases, distribuídas pelos n subcondutores de acordo com as suas reatâncias individuais, de forma que no condutor múltiplo da fase a têm-se as correntes $\dot{I}_{a_1}, \dot{I}_{a_2}, \dot{I}_{a_3}, \dots, \dot{I}_{a_n}$. Os fluxos magnéticos produzidos individualmente pelas correntes que fluem nos subcondutores geram uma pequena distribuição irregular de campo magnético que pode ser desprezada no cálculo da indutância [36]. Diante disso, pode-se, simplificadamente, considerar que as correntes estão uniformemente distribuídas pelos subcondutores de cada fase, tal que:

$$\dot{I}_n = \frac{\dot{I}}{n} \quad (2.7)$$

Pela definição de indutância [32]:

$$[\phi] = [L][\dot{I}] \quad (2.8)$$

onde $[\phi]$ é a matriz de fluxos magnéticos enlaçados por fase em weber/km, $[L]$ é a matriz de indutâncias em henries/km e $[\dot{I}]$ é a matriz de correntes por fase. Logo, a equação de fluxos do sistema trifásico será:

$$\begin{bmatrix} \phi_a \\ \phi_b \\ \phi_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Vale observar na matriz de indutâncias que os termos das diagonais representam as indutâncias próprias ou autoindutâncias dos condutores, enquanto os termos fora da diagonal mostram a influência dos condutores vizinhos, representando, pois, as indutâncias mútuas. Os termos da matriz $[L]$ são definidos em relação às características físicas para as linhas aéreas de transmissão da seguinte forma [32]:

$$L_{ii} = 2 \cdot 10^{-4} \ln \frac{2h_i}{D_{si}} \quad (2.10)$$

$$L_{ij} = 2 \cdot 10^{-4} \ln \frac{D_{ij}}{d_{ij}} \quad (2.11)$$

que, para um sistema trifásico, torna-se:

$$[L] = 2 \cdot 10^{-4} \begin{bmatrix} \ln \frac{2h_a}{D_{sa}} & \ln \frac{D_{ab}}{d_{ab}} & \ln \frac{D_{ac}}{d_{ac}} \\ \ln \frac{D_{ab}}{d_{ab}} & \ln \frac{2h_b}{D_{sb}} & \ln \frac{D_{bc}}{d_{bc}} \\ \ln \frac{D_{ac}}{d_{ac}} & \ln \frac{D_{bc}}{d_{bc}} & \ln \frac{2h_c}{D_{sc}} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Os detalhes da obtenção das equações (2.10) e (2.11) estão summarizados no Apêndice A. Partindo da premissa que as tensões aplicadas aos transmissores das linhas de transmissão sejam simétricas, quando em operação normal, decorre a necessidade da determinação das indutâncias de sequências positivas das linhas de transmissão. A presença dos cabos pararaios que protegem as linhas contra as descargas atmosféricas é desprezada nos cálculos das indutâncias de sequência positiva. Considerando que o sistema se mantenha equilibrado:

$$\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = 0 \quad (2.13)$$

e consequentemente:

$$L_a = L_b = L_c \quad (2.14)$$

Nestas condições: $L_{aa} = L_{bb} = L_{cc} = \bar{L}_{aa}$ e $L_{ab} = L_{bc} = L_{ac} = \bar{L}_{ab}$, de modo que a indutância de serviço ou indutância de sequência positiva é dada por:

$$L_s = \bar{L}_{aa} - \bar{L}_{ab} \quad (2.15)$$

Na prática, esse equilíbrio não pode ser garantido naturalmente, no entanto, uma simetria elétrica média entre as extremidades de uma linha de transmissão pode ser obtida através de uma rotação cíclica de seus condutores. Essa rotação consiste em dividir a linha, ou trechos da linha, em três lances de igual comprimento, transpondo-se os condutores no final de cada lance, de forma que a corrente de uma fase seja transportada ao longo de 1/3 do comprimento

da linha em cada uma das estruturas conforme mostra a Figura 2.3. Tal construção equilibra as linhas eletromagneticamente [31,36].

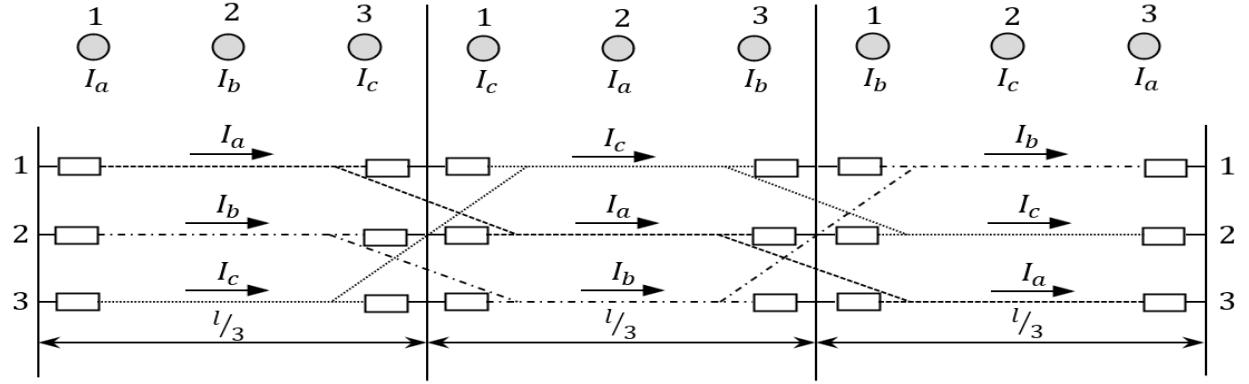


Figura 2.3 – Esquema de transposição de uma linha trifásica.

Desta forma, as indutâncias médias podem ser definidas por:

$$\bar{L}_{aa} = \frac{1}{3}(L_{aa} + L_{bb} + L_{cc}) = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{3} \left(\ln \frac{2h_a}{D_{sa}} + \ln \frac{2h_b}{D_{sb}} + \ln \frac{2h_c}{D_{sc}} \right) = \\ \bar{L}_{aa} = 2 \cdot 10^{-4} \ln \frac{2h_m}{D_s} \quad (2.16)$$

Similarmente:

$$\bar{L}_{ab} = 2 \cdot 10^{-4} \ln \frac{D_m}{d_m} \quad (2.17)$$

Tal que a indutância de sequência positiva torna-se:

$$L_s = 2 \cdot 10^{-4} \left(\ln \frac{2h_m}{D_s} - \ln \frac{D_m}{d_m} \right) \quad (2.18)$$

2.2 Impedância em Linhas de Transmissão Trifásicas

Considerando que os n subcondutores empregados nas três fases da Figura 2.1 sejam idênticos, a resistência, em ohm/km, para corrente alternada é dada por:

$$r_1 = r_2 = \dots = r_n \quad (2.19)$$

Vale ressaltar que não é necessário determinar por cálculo o valor da resistência a corrente alternada dos cabos subcondutores, pois seus valores são encontrados nas tabelas de características elétricas dos cabos condutores e fornecidas pelos fabricantes.

Dessa forma a resistência elétrica de cada fase é dada por:

$$r_i = \frac{r_n}{n} \quad (2.20)$$

Usualmente, as linhas são construídas possuindo o mesmo número de subcondutores por fase, tal que:

$$r_a = r_b = r_c = r \quad (2.21)$$

Assim, as impedâncias são definidas como a soma complexa da resistência a corrente alternada dos cabos condutores e de sua reatância indutiva, x_L , na frequência f do sistema:

$$\dot{z}_{ij} = r + j\omega L_{ij} = r + jx_{L_{ij}} \quad (2.22)$$

tal que $\omega = 2\pi f$. Da mesma forma como foi definida uma matriz de indutâncias, pode-se definir uma matriz de impedâncias:

$$[\dot{z}] = \begin{bmatrix} \dot{z}_{aa} & \dot{z}_{ab} & \dot{z}_{ac} \\ \dot{z}_{ab} & \dot{z}_{bb} & \dot{z}_{bc} \\ \dot{z}_{ac} & \dot{z}_{bc} & \dot{z}_{cc} \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

Utilizando a equação (2.22), a impedância de sequência positiva da linha pode ser definida por:

$$\dot{z} = r + j\omega L_s = r + jx_{L_s} \quad (2.24)$$

2.3 Capacitância em Linhas de Transmissão Trifásicas

Considera-se a linha trifásica a múltiplos condutores idealizada na Figura 2.1 onde os condutores são de secção cilíndrica, retos, isolados e paralelos entre si e em relação ao solo. Admite-se que a superfície terrestre seja um plano equipotencial de potencial nulo. O erro decorrente desta última consideração é pequeno e pode ser desprezado, contudo, para tornar os cálculos da capacidade mais próximos aos valores reais, algumas correções são aplicadas.

A fim de compensar a variação da altura cabo-solo dos condutores, adota-se a mesma correção no valor da altura empregada no cálculo das indutâncias e definida pela equação (2.4).

As estruturas de sustentação, principalmente quando metálicas, estão no mesmo potencial que o solo, comportando-se como eletrodos, aumentando as capacidades parciais entre condutores e o solo [33]. Da mesma forma, os isoladores, ou as cadeias de isoladores, também se comportam como capacitores colocados entre os condutores e as estruturas. A fim de compensar esses efeitos, [33] recomenda que se aumente o valor das capacidades parciais entre fase e terra em cerca de 5% de seu valor.

Para a linha de transmissão composta de múltiplos condutores por fase, deve-se considerar esse condutor substituído por um condutor equivalente cilíndrico, com um RMG tal que o campo elétrico se aproxime do campo elétrico total produzido pelos subcondutores que compõem o condutor múltiplo, tal como mostra a Figura 2.4. O método para determinação do RMG equivalente é o mesmo empregado no cálculo da indutância e apresentado na seção 2.1.1. Face a essas considerações, conclui-se que, para o cálculo das capacidades, é suficiente o emprego do RMG equivalente dos condutores desprezando-se qualquer eventual influência da distorção do campo [31].

2.3.1 Cálculo da Capacitância de Sequência Positiva

Considera-se uma linha trifásica com múltiplos condutores e sem cabos para-raios. Cada condutor está acoplado capacitivamente com os demais condutores que se encontram em sua proximidade e com o próprio solo. O valor da capacidade existente entre um condutor e os

demais com que está acoplado representam as chamadas capacidades parciais das linhas de transmissão.

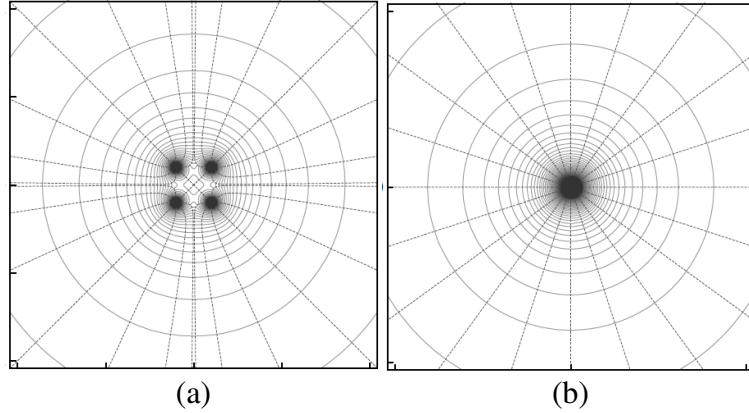


Figura 2.4 – Campo elétrico formado por (a) múltiplos condutores e por (b) condutor de RMG equivalente [37].

Pela definição de capacidade [32]:

$$[\dot{U}] = [P][\dot{Q}] \quad (2.25)$$

$$[\dot{Q}] = [C][\dot{U}] \quad (2.26)$$

tal que,

$$[C] = [P]^{-1} \quad (2.27)$$

onde $[\dot{Q}]$ é a matriz de cargas por fase em coulombs/km, $[C]$ é a matriz de capacidades em farad/km, $[P]$ é a matriz dos coeficientes de potencial de Maxwell em km/farad e $[\dot{U}]$ é a matriz de potenciais com relação ao solo em volts. Logo, a equação (2.25) para um sistema trifásico é dada por:

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_a \\ \dot{U}_b \\ \dot{U}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{aa} & P_{ab} & P_{ac} \\ P_{ba} & P_{bb} & P_{bc} \\ P_{ca} & P_{cb} & P_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{Q}_a \\ \dot{Q}_b \\ \dot{Q}_c \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

Os termos da matriz $[P]$ são definidos em relação às características físicas para as linhas aéreas de transmissão da seguinte forma [32]:

$$P_{ii} = 18 \cdot 10^6 \ln \frac{2h_i}{D_{si}} \quad (2.29)$$

$$P_{ij} = 18 \cdot 10^6 \ln \frac{D_{ij}}{d_{ij}} \quad (2.30)$$

Os detalhes da obtenção das equações (2.29) e (2.30) estão sumarizados no Apêndice B. De (2.26) e (2.27) obtém-se:

$$\begin{bmatrix} \dot{Q}_a \\ \dot{Q}_b \\ \dot{Q}_c \end{bmatrix} = \frac{1}{D} \begin{bmatrix} G_{aa} & G_{ab} & G_{ac} \\ G_{ab} & G_{bb} & G_{bc} \\ G_{ac} & G_{bc} & G_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_a \\ \dot{U}_b \\ \dot{U}_c \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

onde D é o determinante da matriz $[P]$ e G_{ii} e G_{ij} são seus cofatores. Lembrando que $[C] = [P]^{-1}$ e comparando (2.31) e (2.28), chega-se às capacitâncias parciais:

$$C_{ao} = \frac{G_{aa} + G_{ab} + G_{ac}}{D}, \quad C_{bo} = \frac{G_{bb} + G_{ab} + G_{bc}}{D} \quad \text{e} \quad C_{co} = \frac{G_{cc} + G_{ac} + G_{bc}}{D} \quad (2.32a)$$

$$C_{ab} = -\frac{G_{ab}}{D}, \quad C_{ac} = -\frac{G_{ac}}{D} \quad \text{e} \quad C_{bc} = -\frac{G_{bc}}{D} \quad (2.32b)$$

Essas capacitâncias podem ser representadas pelo circuito equivalente da Figura 2.5 e pela equação (2.33).

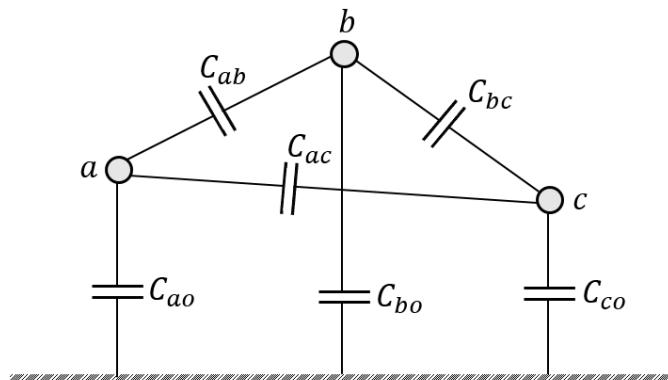


Figura 2.5 – Circuito equivalente capacitivo de uma linha trifásica simples.

$$\begin{bmatrix} \dot{Q}_a \\ \dot{Q}_b \\ \dot{Q}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (C_{ao} + C_{ab} + C_{ac}) & -C_{ab} & -C_{ac} \\ -C_{ab} & (C_{bo} + C_{ab} + C_{bc}) & -C_{bc} \\ -C_{ac} & -C_{bc} & (C_{co} + C_{ac} + C_{bc}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_a \\ \dot{U}_b \\ \dot{U}_c \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

Esse sistema de capacitâncias pode ser substituído por um sistema de três capacitâncias equivalentes, uma por fase. Para isso, a seguinte condição deve ser assegurada:

$$\dot{U}_a + \dot{U}_b + \dot{U}_c = 0 \quad (2.34)$$

De tal forma que:

$$C_a = C_{ao} + \frac{3}{2}(C_{ab} + C_{ac}) \quad (2.35a)$$

$$C_b = C_{bo} + \frac{3}{2}(C_{ab} + C_{bc}) \quad (2.35b)$$

$$C_c = C_{co} + \frac{3}{2}(C_{ac} + C_{bc}) \quad (2.35c)$$

Essas são as capacitâncias equivalentes de uma linha trifásica, excitada por tensões senoidais trifásicas. Elas põem em destaque o desequilíbrio eletrostático existente nas linhas de transmissão e por isso, são também chamadas de capacitâncias aparentes ou fictícias. Para que haja equilíbrio, é necessário que as três sejam iguais. Para tanto, todos os seus termos devem ser iguais, o que só será possível se elementos da diagonal da matriz $[P]^{-1}$ forem iguais entre si, assim como os termos fora da diagonal também devem ser iguais entre si. É possível obter uma matriz de potenciais de Maxwell nessas condições, empregando-se transposições cíclicas da linha tal como feito na seção 2.1.2. Considera-se a linha dividida em três trechos tal como na Figura 2.3, e os coeficientes médios podem ser definidos por:

$$\bar{P}_{aa} = \frac{1}{3}(P_{aa} + P_{bb} + P_{cc}) \quad (2.36)$$

$$\bar{P}_{ab} = \frac{1}{3}(P_{ab} + P_{ac} + P_{bc}) \quad (2.37)$$

Substituindo (2.29) e (2.30) nas equações anteriores e tomando-se a definição de distâncias médias geométricas apresentada na seção 2.1.1, tem-se:

$$\bar{P}_{aa} = 18 \cdot 10^6 \ln \frac{2h_m}{D_s} \quad (2.38)$$

$$\bar{P}_{ab} = 18 \cdot 10^6 \ln \frac{D_m}{d_m} \quad (2.39)$$

Fazendo a inversão da matriz de potenciais definidas por (2.36) e (2.37), os termos da matriz invertida serão:

$$\bar{C}_{aa} = \frac{\bar{P}_{aa} + \bar{P}_{ab}}{(\bar{P}_{aa} - \bar{P}_{ab})(\bar{P}_{aa} + 2\bar{P}_{ab})} \quad (2.40)$$

$$\bar{C}_{ab} = -\frac{\bar{P}_{ab}}{(\bar{P}_{aa} - \bar{P}_{ab})(\bar{P}_{aa} + 2\bar{P}_{ab})} \quad (2.41)$$

Substituindo (2.40) e (2.41) nas equações (2.32):

$$\bar{C}_{ao} = \bar{C}_{bo} = \bar{C}_{co} = \bar{C}_o = \frac{1}{\bar{P}_{aa} + 2\bar{P}_{ab}} \quad (2.42)$$

$$\bar{C}_{ab} = \bar{C}_{ac} = \bar{C}_{bc} = \bar{C}_{ab} = -\frac{\bar{P}_{ab}}{(\bar{P}_{aa} - \bar{P}_{ab})(\bar{P}_{aa} + 2\bar{P}_{ab})} \quad (2.43)$$

A capacidade média entre fase e solo \bar{C}_o é a capacidade de sequência nula de uma linha trifásica. Substituindo (2.42) e (2.43) nas equações (2.35):

$$C_a = C_b = C_c = C_s = \bar{C}_o + 3\bar{C}_{ab} \quad (2.44)$$

$$C_s = \frac{1}{\bar{P}_{aa} - \bar{P}_{ab}} \quad (2.45)$$

onde C_s é a capacidade de sequência positiva, ou de serviço. Levando (2.38) e (2.39) em (2.45):

$$C_s = \frac{1/18 \cdot 10^{-6}}{\ln \left(\frac{dm}{D_s} \right) \sqrt{\frac{1}{1 + \left(\frac{D_m}{2h_m} \right)^2}}} \quad (2.46)$$

A capacidade de sequência positiva, assim como a indutância de sequência positiva são empregadas nos circuitos equivalentes e modelos matemáticos das linhas de transmissão, pois são válidas para qualquer uma das fases da linha.

2.4 Equações Hiperbólicas de uma Linha de Corrente Alternada em Regime Permanente

Considerando a linha de transmissão excitada por corrente alternada de frequência constante, pode-se definir a tensão e a corrente como funções senoidais do tempo representáveis pelos fasores \dot{U} e \dot{I} , respectivamente. Estes fasores são dependentes da distância x de um ponto da linha a um ponto de referência preestabelecido e de t , o instante de tempo considerado. Desta forma, as equações gerais das linhas podem ser escritas como [36]:

$$\frac{\partial^2 \dot{U}_x}{\partial x^2} = rg U_x + (rC + Lg) \frac{\partial \dot{U}_x}{\partial t} + LC \frac{\partial^2 U_x}{\partial t^2} \quad (2.47)$$

$$\frac{\partial^2 I_x}{\partial x^2} = rg I_x + (rC + Lg) \frac{\partial I_x}{\partial t} + LC \frac{\partial^2 I_x}{\partial t^2} \quad (2.48)$$

onde L é a indutância em henry/km, C é a capacitância em farad/km, r representam as perdas nos condutores em ohm/km e g as perdas nos dielétricos em siemens/km.

Dada as formas das equações (2.47) e (2.48) pode-se esperar para ambas uma solução do mesmo tipo. A representação no domínio da frequência da equação (2.47) pode ser obtida aplicando a transformada de Fourier e, após manipulações, obtém-se:

$$\frac{d^2 \dot{U}}{dx^2} = (r + j\omega L)(g + j\omega C)\dot{U} \quad (2.49)$$

Seja $\dot{z} = (r + j\omega L)$ a impedância em série, em ohm/km, e $\dot{y} = (g + j\omega C)$ a admitância em paralelo, em mho/km, a solução de (2.49) sugere que:

$$\dot{U} = \dot{c}_1 e^{x\sqrt{\dot{z}\dot{y}}} + \dot{c}_2 e^{-x\sqrt{\dot{z}\dot{y}}} \quad (2.51)$$

onde \dot{c}_1 e \dot{c}_2 são constantes com dimensão de tensão. Seu valor pode ser encontrado através das condições de contorno. Para tanto considera-se a linha junto ao receptor, que se define como referência para as distâncias x , uma vez que as condições existentes no receptor ditam o

comportamento das linhas. Nessas condições, para $x = 0$ têm-se $\dot{U} = \dot{U}_r$ e $\dot{I} = \dot{I}_r$, a tensão e a corrente no receptor, respectivamente, e, após a aplicação das condições de contorno, (2.51) tornam:

$$\dot{U} = \frac{\dot{U}_r + i_r \sqrt{\dot{z}/\dot{y}}}{2} e^{x\sqrt{\dot{z}\dot{y}}} + \frac{\dot{U}_r - i_r \sqrt{\dot{z}/\dot{y}}}{2} e^{-x\sqrt{\dot{z}\dot{y}}} \quad (2.52)$$

Através da equação (2.52) pode-se relacionar tensões e correntes em qualquer ponto ao longo das linhas, em função das condições existentes no receptor. Nos cálculos de desempenho, normalmente o comprimento da linha l , em km, já está especificado entre transmissor e receptor, o que permite reescrever (2.52), simplificadamente:

$$\dot{U}_s = \dot{U}_r \left(\frac{e^{\dot{\gamma}l} + e^{-\dot{\gamma}l}}{2} \right) + \dot{I}_r \dot{Z}_c \left(\frac{e^{\dot{\gamma}l} - e^{-\dot{\gamma}l}}{2} \right) \quad (2.53)$$

tal que \dot{U}_s representa a tensão no transmissor em volts, $\dot{\gamma} = \sqrt{\dot{z}\dot{y}}$ é designada constante de propagação para a linha operando em frequência constante, e $\dot{Z}_c = \sqrt{\dot{z}/\dot{y}}$ é a impedância característica da linha em ohms.

Tomando a forma exponencial das funções hiperbólicas, a equação (2.53) pode ser reescrita:

$$\dot{U}_s = \dot{U}_r \cosh(\dot{\gamma}l) + \dot{I}_r \dot{Z}_c \operatorname{senh}(\dot{\gamma}l) \quad (2.54)$$

De maneira similar:

$$\dot{I}_s = \dot{I}_r \cosh(\dot{\gamma}l) + \frac{\dot{U}_r}{\dot{Z}_c} \operatorname{senh}(\dot{\gamma}l) \quad (2.55)$$

Dadas as características próprias, os circuitos que representam as linhas de transmissão podem ser classificados como circuitos a dois pontos ou quadripolos de tal forma que:

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_s \\ \dot{I}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\dot{\gamma}l) & \dot{Z}_c \operatorname{senh}(\dot{\gamma}l) \\ \frac{1}{\dot{Z}_c} \operatorname{senh}(\dot{\gamma}l) & \cosh(\dot{\gamma}l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_r \\ \dot{I}_r \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

A equação (2.56) pode ser representada, simplificadamente, utilizando as constantes generalizadas [31]:

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_s \\ \dot{I}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{A} & \dot{B} \\ \dot{C} & \dot{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_r \\ \dot{I}_r \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

2.5 Circuito Equivalente de uma Linha de Transmissão

A inserção das linhas de transmissão nos circuitos dos sistemas de energia elétrica e sua inclusão nos modelos matemáticos dos mesmos exigem uma representação por circuitos equivalentes. Para tanto, admite-se que o circuito π representado na Figura 2.6 possa ser utilizado, desde que, em seus parâmetros elétricos, se efetue as necessárias correções para levar em conta o efeito de sua distribuição ao longo do comprimento da linha l . Sejam $\dot{Z} = \dot{z}l$ a impedância e $\dot{Y} = \dot{y}l$ a admitância total da linha que, devidamente corrigidas, tornam-se [31]:

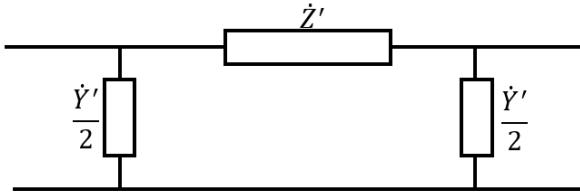


Figura 2.6 – Circuito π equivalente de uma linha transmissão.

$$\dot{Z}' = \dot{Z} \frac{\operatorname{senh}(\dot{\gamma}l)}{\dot{\gamma}l} \quad (2.58)$$

$$\frac{\dot{Y}'}{2} = \frac{\dot{Y}}{2} \left[\frac{\tanh\left(\frac{\dot{\gamma}l}{2}\right)}{\frac{\dot{\gamma}l}{2}} \right] \quad (2.59)$$

Nestas condições, qualquer linha de transmissão pode ser representada de modo preciso, no que concerne às condições em suas extremidades, por um circuito π equivalente [32].

2.6 Parâmetros Qualitativos da Linha de Transmissão

2.6.1 Potência Natural

A potência de uma LT é limitada pelos parâmetros que definem a sua impedância característica, dada por:

$$\dot{Z}_c = \sqrt{\frac{\dot{z}}{\dot{y}}} = \sqrt{\frac{r+j\omega L}{g+j\omega C}} \quad (2.60)$$

onde todos os parâmetros já foram previamente definidos na seção 2.4. Quando o solo e os condutores são modelados como condutores elétricos perfeitos a LT não possui perdas ôhmicas, ou seja, $r = 0$ e $g = 0$, de tal forma que:

$$\dot{Z}_c = Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (2.61)$$

Z_0 é dita impedância natural da linha. Nesse caso, a potência natural alimentando uma carga com impedância igual a Z_0 , também conhecida como SIL (do inglês *Surge Impedance Loading*) é definida como:

$$S_0 = \frac{U^2}{Z_0} \quad (2.62)$$

Quando se trata da definição de potência natural, as linhas de transmissão com perdas usuais possuem comportamento similar ao de linhas sem perdas e a equação (2.62) pode ser amplamente utilizada [31,32].

2.6.2 Comprimento de Onda

O desempenho de uma linha de transmissão depende das condições terminais existentes junto ao receptor. Em uma linha excitada por fonte de tensão senoidal seu desempenho também depende de seu comprimento físico, tomado em relação ao seu comprimento de onda. O comprimento de onda de uma linha λ é definido como a distância entre dois pontos mais próximos da onda senoidal, na direção de sua propagação, cujas fases de oscilação estejam separadas de 2π .

Sendo a constante de propagação γ definida por $\gamma = \alpha + j\beta$, onde α é a constante de atenuação cujo valor está relacionado com as perdas na linha e, a parte imaginária β é a constante de fase que indica a forma como as fases da tensão e da corrente variam ao longo da linha. Desta forma, e considerando uma linha sem perdas, $\alpha = 0$, o comprimento de onda é dado por:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} \quad (2.63)$$

ou ainda,

$$\lambda = \frac{v}{f} \quad (2.64)$$

onde v é a velocidade da onda em km/s e f é a frequência da fonte alimentadora em hertz.

2.6.3 Coeficientes de Reflexão

Conhecidos a impedância natural Z_0 de uma linha e o valor da impedância terminal de carga Z_r , é possível determinar os valores das amplitudes das ondas refletidas em função das ondas incidentes, a fim de obter k_{ru} e k_{ri} , os coeficientes de reflexão de tensão e corrente, respectivamente:

$$k_{ru} = \frac{Z_r - Z_0}{Z_r + Z_0} \quad (2.65)$$

$$k_{ri} = \frac{Z_0 - Z_r}{Z_r + Z_0} \quad (2.66)$$

O coeficiente de reflexão relaciona as ondas diretas com as ondas refletidas.

2.6.4 Rendimento

O rendimento de uma linha é definido como a relação percentual da diferença entre a potência ativa P_s , em kW, absorvida pela linha no transmissor, e a potência ativa P_r , em kW, por ela entregue no receptor com relação à potência P_s :

$$\eta = \left[1 - \frac{(P_s - P_r)}{P_s} \right] 100 [\%] \quad (2.67)$$

A diferença $\Delta P = P_s - P_r$ representa as perdas de potência durante a transmissão, que são fundamentais na apreciação econômica da transmissão.

As perdas de potência numa linha de transmissão podem ser consideradas como sendo compostas, principalmente, pelas perdas por efeito Joule nos condutores. Há também as perdas no dielétrico entre condutores; as perdas causadas por correntes de Foucault e por histerese magnética, na alma de aço de condutores e em peças metálicas próximas as linhas; as perdas por circulação de correntes nos cabos para-raios e as perdas por efeito Corona.

As perdas de potência podem ser calculadas através constantes \dot{A} , \dot{B} e \dot{D} da equação (2.57), tal que:

$$\Delta P = P_s - P_r = \frac{U_s^2 D}{B} \cos(\beta_B - \beta_D) + \frac{U_r^2 D}{B} \cos(\beta_B - \beta_A) - \frac{2U_s U_r}{B} \cos \beta_B \cos \theta \quad (2.68)$$

2.6.5 Consumo de Reativo

O consumo de reativo também pode ser calculado através das constantes \dot{A} , \dot{B} e \dot{D} da equação (2.57), tal que:

$$\Delta Q = Q_s - Q_r = \frac{U_s^2 D}{B} \sin(\beta_B - \beta_D) + \frac{U_r^2 A}{B} \sin(\beta_B - \beta_A) - \frac{2U_s U_r}{B} \cos \beta_B \sin \theta \quad (2.69)$$

Esse indicador representa a energia de que a linha necessita para a manutenção de seus campos elétricos e magnéticos. Pode ser positivo, o que significa que a energia reativa necessária ao seu funcionamento provém dos sistemas interligados pela linha ou, se negativo,

indica que a linha está gerando energia reativa, que fornece aos sistemas. Somente será nulo em caso de operação com potência característica.

2.6.6 Regulação de Tensão

O cálculo do percentual de regulação de tensão também pode ser um bom indicativo do desempenho das linhas de transmissão, pois reflete o quanto a tensão no receptor vai variar em relação à tensão nominal de operação quando o sistema passa da operação a plena carga para a operação a vazio, ou carga muito leve. Este indicador pode ser obtido fazendo:

$$Reg = \frac{|U_{rNL}| - |U_{rFL}|}{U_r} \times 100 [\%] \quad (2.70)$$

onde U_{rNL} e U_{rFL} representam a tensão no receptor à vazio e à plena carga, respectivamente, e U_r representa a tensão nominal no receptor.

2.6.7 Queda Percentual de Tensão

A queda percentual de tensão é um importante indicativo do desempenho das linhas de transmissão em condições normais de operação com carga e pode ser obtida fazendo:

$$\Delta V = \frac{|U_s| - |U_r|}{U_r} \times 100 [\%] \quad (2.71)$$

onde U_s é a tensão no transmissor e U_r a tensão nominal no receptor.

Capítulo 3

Resultados

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos a partir do emprego da modelagem proposta no capítulo 2 em linhas aéreas de transmissão. A modelagem matemática é aplicada às linhas considerando o posicionamento original dos condutores – linha original – e, em seguida, considerando a posição ótima dos condutores – linha otimizada – para fins de comparação dos parâmetros elétricos e avaliação do desempenho. As características geométricas e construtivas das linhas, incluindo o posicionamento dos condutores, são utilizados no cálculo da indutância, da impedância longitudinal e da capacitância das linhas conforme metodologia apresentada nas seções 2.1, 2.2 e 2.3, respectivamente.

Três linhas aéreas de transmissão reais são avaliadas: uma linha de 138 kV, uma de 345 kV e uma linha de 500 kV. Vale ressaltar que o procedimento pode ser aplicado a qualquer nível de tensão e de configuração de condutores. As principais características técnicas e construtivas das linhas de transmissão utilizadas neste trabalho constam na Tabela 3.1.

Todo procedimento de cálculo, programação e plotagem dos resultados foram feitos com a linguagem e recursos disponíveis no Matlab® [38]. O software ATPDraw® [39] foi utilizado para comparação e verificação de alguns resultados.

Tabela 3.1 – Características das Linhas de Transmissão [40-42]

Item	LT 138 kV	LT 345 kV	LT 500 kV
Nome da LT	Janaúba - Salinas	S. Gotardo - Três Marias	S. Gonçalo - Ouro Preto
Tensão Operação (kV)	138	345	500
Comprimento (km)	136,74	166,05	120,31
Condutores por Fase	1	2	3
Cabo Condutor	CAA - 26/7 - LINNET	CAA - 45/7 - RUDDY	CAA - 45/7 - RUDDY
RMG do Condutor (m)	0,00743	0,0114	0,0114
Máx. Potência (MVA)	125	1123	2442

3.1 Verificação da Metodologia de Cálculo

A verificação da metodologia de cálculo dos parâmetros de indutância, impedância longitudinal e capacitância, apresentadas no capítulo 2, é feita comparando-se os resultados do cálculo com os dados dos parâmetros da linha original, fornecidos pela concessionária na folha de dados da LT [40-42].

Os parâmetros comparados são a impedância $Z (\Omega) = R + jX_L$ e a admitância $Y (\mu S) = jX_C$, ambas de sequência positiva, e são apresentados na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 – Verificação do Cálculo da Impedância de Sequência Positiva da Linha Original

Item	LT 138 kV		LT 345 kV		LT 500 kV	
	Z (Ω)	Y (μS)	Z (Ω)	Y (μS)	Z (Ω)	Y (μS)
Dados da Concessionária	25,46 + j 66,71	j 227,18	5,18 + j 64,52	j 344,50	2,52 + j 41,87	j 277,60
Calculado	26,00 + j 64,25	j 229,74	5,26 + j 69,42	j 313,55	2,54 + j 42,85	j 266,64
Diferença	2,93%	1,11%	7,03%	8,98%	2,29%	3,94%

O percentual de diferença associado ao cálculo deve-se, essencialmente, ao fato de desconsiderar-se os cabos para-raios e as torres na metodologia de cálculo. Após a verificação dos resultados utilizando as linhas originais é possível aplicar a mesma metodologia de cálculo às linhas otimizadas.

3.2 Resultados da Otimização

O processo de otimização utiliza o método do Gradiente para obter um campo elétrico mínimo ao nível do solo. Espera-se que a minimização do campo elétrico maximize a potência natural da LT. Para isso, propõe-se a reconfiguração do posicionamento dos condutores considerando as seguintes restrições [24]: variação horizontal da posição dos condutores, distância mínima entre fases diferentes, distância mínima entre condutores da mesma fase, sobreposição dos condutores, altura máxima permitida e altura mínima permitida.

Nos resultados apresentados neste trabalho, a altura dos condutores é considerada constante ao longo do processo de otimização. Todos os detalhes do processo de otimização que levou aos resultados que seguem podem ser consultados em [24].

As Figuras 3.1, 3.2 e 3.3 mostram a posição horizontal dos condutores em metros na configuração original e otimizada para as linhas de 138 kV, 345 kV e 500 kV, respectivamente.

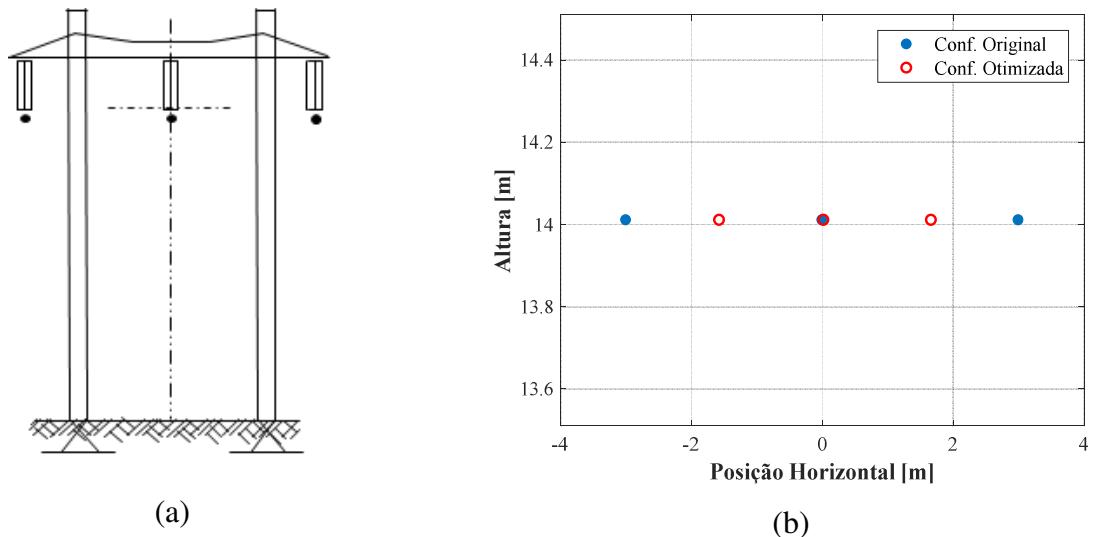


Figura 3.1 – LT 138 kV: (a) Posição dos condutores na torre da linha original e (b) configurações original e otimizada da posição dos condutores.

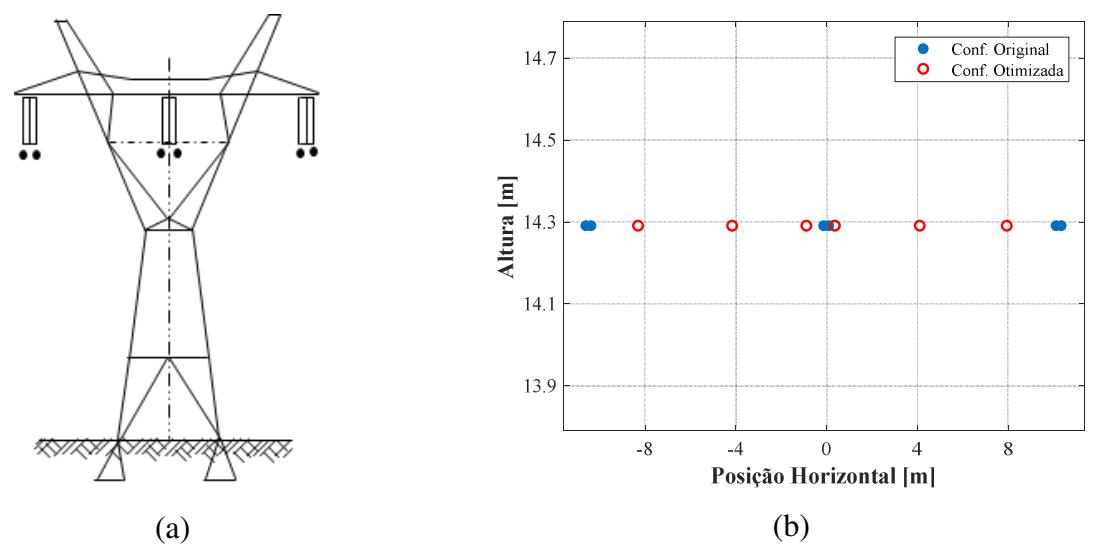


Figura 3.2 – LT 345 kV: (a) Posição dos condutores na torre da linha original e (b) configurações original e otimizada da posição dos condutores.

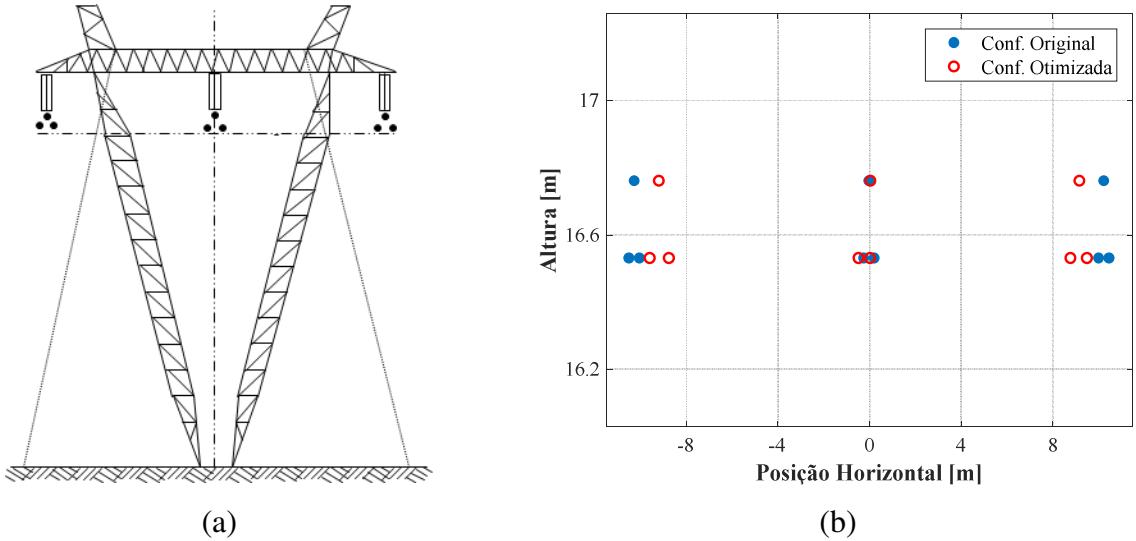


Figura 3.3 – LT 500 kV: (a) Posição dos condutores na torre da linha original e (b) configurações original e otimizada da posição dos condutores.

O campo elétrico máximo ao nível do solo obtido antes e após o processo de otimização pode ser observado na Tabela 3.3. A metodologia de cálculo do campo elétrico ao nível do solo foi apresentada em [24].

Tabela 3.3 – Campo Elétrico Máximo em V/m [24]

Item	LT 138 kV	LT 345 kV	LT 500 kV
Configuração Original	423,50	3056,10	3964,70
Configuração Otimizada	252,67	2068,60	3687,60
% Redução	40,34	32,31	6,99

3.3 Avaliação da Potência Natural das Linhas

A reconfiguração da posição dos condutores após o processo de otimização possibilita, além da redução do campo elétrico, o aumento da potência natural da linha devido à redução da sua impedância natural. Além disso, a recapacitação melhora a coordenação de isolamento das linhas frente a descargas atmosféricas justamente devido à redução da impedância de surto [10].

A Tabela 3.4 apresenta os resultados para a potência natural das linhas de transmissão antes e após o processo reconfiguração da posição dos condutores. Esses resultados foram obtidos usando as equações (2.61) e (2.62) nas quais os parâmetros de indutância L e de capacidade C são calculados utilizando a metodologia apresentada nas seções 2.1 e 2.3, respectivamente. Aplica-se o mesmo procedimento a ambas configurações: original e otimizada. Destaca-se o aumento da potência natural da LT 345 kV que fica acima dos 30%.

Tabela 3.4 – Potência Natural da Linha em MVA

Item	LT 138 kV	LT 345 kV	LT 500 kV
Configuração Original	36,01	252,96	623,60
Configuração Otimizada	39,97	376,93	668,04
% Aumento	9,90	32,89	6,65

3.4 Avaliação da Operação das Linhas

Nesta seção avaliam-se as condições de operação e o desempenho das linhas originais e otimizadas em regime permanente. O desempenho de uma linha depende, essencialmente, das condições existentes junto ao receptor e do comprimento físico da linha tomado em relação ao seu comprimento de onda [31]. Esses fatores se relacionam através das equações de linha e do quadripolo, ambos definidos na seção 2.4. Contudo, os pontos de operação da linha podem ser melhor identificados quando se observa o comportamento dos coeficientes de reflexão.

Considerando a variação da impedância terminal Z_r , representativa da carga, e a sua relação existente com a impedância característica da linha Z_c obtém-se o coeficiente de reflexão da tensão e o coeficiente de reflexão da corrente através das equações (2.65) e (2.66), respectivamente.

Para ilustrar e identificar os pontos de operação que serão considerados, toma-se como exemplo a LT de 345 kV em estudo. Para esta linha, os coeficientes de reflexão foram traçados na Figura 3.4 considerando a carga no receptor variando de zero até infinito. Logo, são avaliadas três condições de operação: quando as linhas operam a vazio ($Z_r \rightarrow \infty$), em curto-circuito ($Z_r \rightarrow 0$) e com carga. Esta última é a condição normal de operação das linhas e é tomada em três situações distintas: quando $Z_r = Z_c$, quando $Z_r > Z_c$ e quando $Z_r < Z_c$.

Todas essas situações são avaliadas tanto para a linha com configuração original quanto para a linha com configuração otimizada dos condutores. Assim, a Figura 3.4 mostra os coeficientes de reflexão para ambas situações.

Vale ressaltar que, com a configuração otimizada, há um deslocamento do ponto de impedância característica da linha – quando os coeficientes de reflexão são nulos – o que impacta diretamente no aumento da potência natural da linha observada na Tabela 3.4.

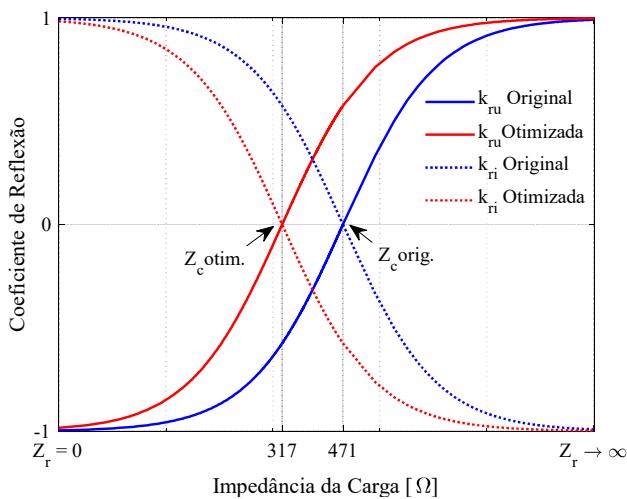


Figura 3.4 – Coeficiente de reflexão de tensão (k_{ru}) e de corrente (k_{ri}), na LT 345 kV em ambas configurações original e otimizada.

A Figura 3.4 introduz, portanto, os modos de operação das linhas que devem ser considerados na avaliação do desempenho em regime permanente, a saber: operação a vazio quando $Z_r \rightarrow \infty$; operação em curto-círcuito, quando $Z_r \rightarrow 0$; linha casada, quando $Z_r = Z_c$ e os modos mais comuns, quando $Z_r > Z_c$ e quando $Z_r < Z_c$.

3.4.1 Operação a Vazio

A operação a vazio das linhas de transmissão é a condição em que a carga é representada por uma impedância de valor infinito, ou seja, $Z_r \rightarrow \infty$. Neste caso, a corrente I_r é nula e a linha é considerada aberta junto ao receptor. Esta condição se justifica quando se observa a Figura 3.4, na operação a vazio, ou seja, em $Z_r \rightarrow \infty$, a corrente se reflete sempre com sinal oposto ao da onda incidente, o que causa a anulação da corrente na barra receptora. Em contrapartida, a onda de tensão nesta condição de operação é completamente refletida com

mesmo sinal, gerando um aumento da tensão na barra receptora chamado efeito Ferranti, que será tratado adiante [31].

O aumento da tensão provoca a redução da capacidade da LT e, consequentemente, da admitância em paralelo. A Figura 3.5 apresenta a admitância por quilômetro das linhas originais e otimizadas quando estas operam a vazio. Nota-se que a configuração otimizada da posição dos condutores ameniza o efeito da redução da admitância a vazio em todas as linhas em estudo.

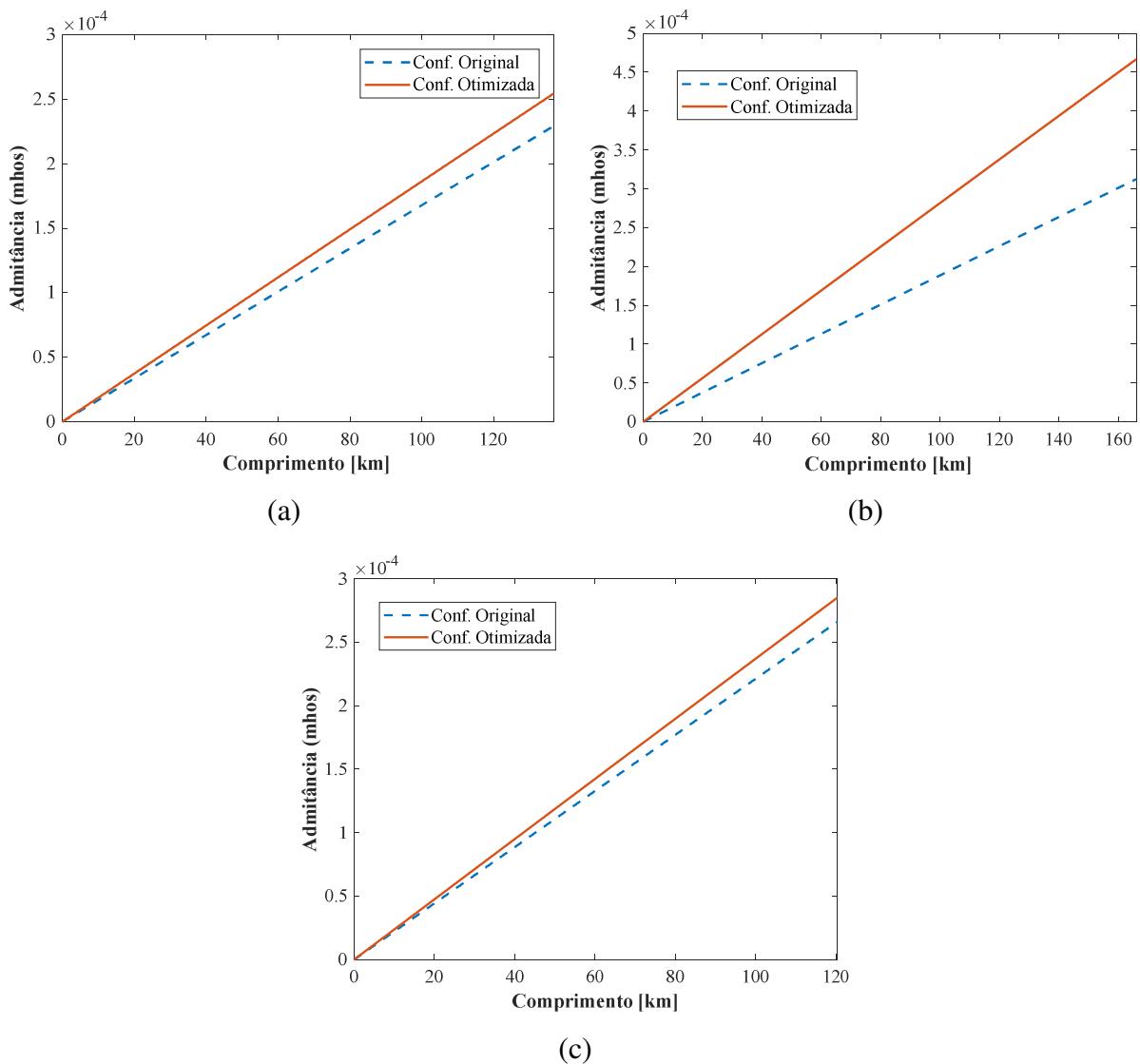


Figura 3.5 – Admitância a vazio (a) LT 138 kV, (b) LT 345 kV e (c) LT 500 kV

Ainda na operação a vazio, é importante avaliar o aumento da tensão na barra receptora, ou seja, o efeito Ferranti. As consequências do efeito Ferranti no desempenho e operação das linhas de transmissão foram discutidas no capítulo 1. Em uma linha que opera a vazio e cujo comprimento se aproxima de $\frac{1}{4}$ do seu comprimento de onda, ou seja, $\lambda/4$, haverá um sensível aumento da tensão ao longo da linha com relação à tensão aplicada no emissor, sendo sempre máxima junto ao receptor [31]. Logo, a tensão máxima no receptor leva a um campo elétrico máximo quando o comprimento da linha chega a $\lambda/4$. A Figura 3.6 ilustra o efeito Ferranti ao comparar a tensão no receptor – em verde – e a tensão no emissor – em vermelho – para uma fase da linha de 345 kV quando esta possui comprimento $\lambda/4$. A simulação considerou os parâmetros da linha original e foi feita no software ATPDraw® [39] através de nove circuitos π equivalentes em cascata, conforme teoria apresentada na seção 2.5.

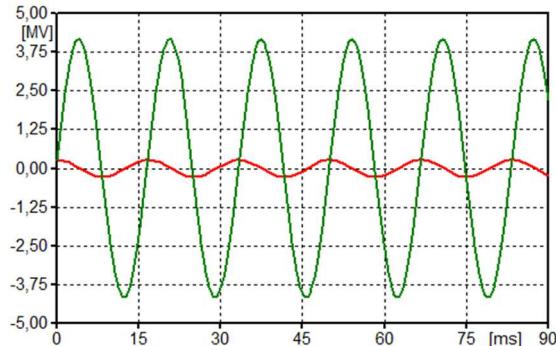


Figura 3.6 – Efeito Ferranti na linha de transmissão de 345 kV obtido com ATPDraw®. Em verde, tensão na barra receptora e em vermelho, tensão no barramento emissor.

Conceitualmente, o efeito Ferranti é a relação entre os módulos da tensão no receptor e da tensão no emissor. Com a otimização da posição dos condutores espera-se reduzí-lo. A Figura 3.7 mostra o efeito Ferranti para as configurações originais e otimizadas ao longo do comprimento das linhas quando estas chegam a atingir $\lambda/4$, onde V_r e V_s são a tensão no receptor e a tensão no emissor, respectivamente. Observa-se a redução do efeito Ferranti em todas as configurações otimizadas.

A Figura 3.8 mostra o percentual de redução do efeito Ferranti, obtido com o processo de otimização da posição dos condutores, ao longo do comprimento de cada uma das linhas de transmissão em estudo. Destaca-se a redução do efeito na linha de 345 kV que superou os 30%.

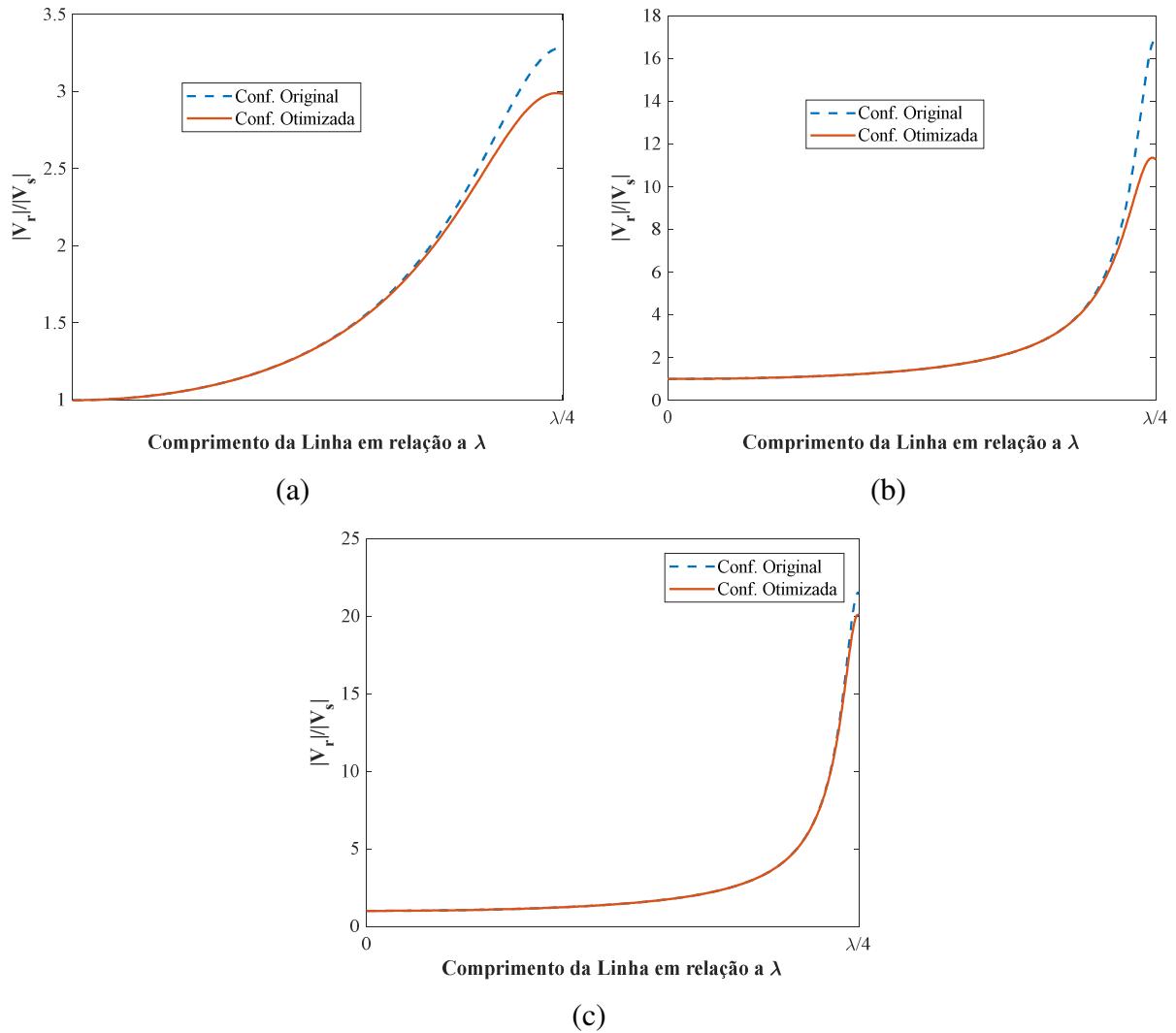


Figura 3.7 – Efeito Ferranti para (a) LT 138 kV, (b) LT 345 kV e (c) 500 kV

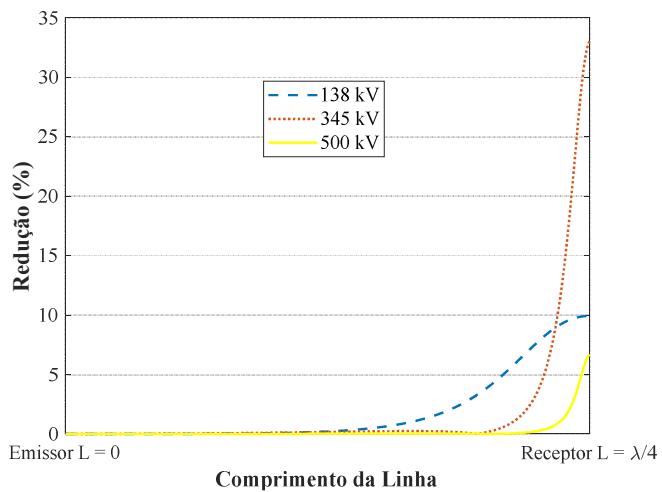


Figura 3.8 – Percentual de redução do efeito Ferranti ao longo das linhas de transmissão em estudo devido à otimização da configuração dos condutores.

À medida que se aumenta o comprimento da linha além de $\lambda/4$, a diferença de tensão entre o transmissor e receptor diminuirá progressivamente até $\lambda/2$. O efeito torna-se novamente acentuado em $3\lambda/4$. A Figura 3.9 apresenta o efeito Ferranti nas linhas de transmissão com comprimento de 1λ para as configurações original e otimizada mantendo-se a mesma impedância por quilômetro. Fazendo uma varredura de zero a 1λ pode-se notar o comportamento da tensão em diferentes pontos da linha, observando a existência de pontos críticos próximos a $\lambda/4$ e $3\lambda/4$, onde o efeito Ferranti atinge valores mais acentuados.

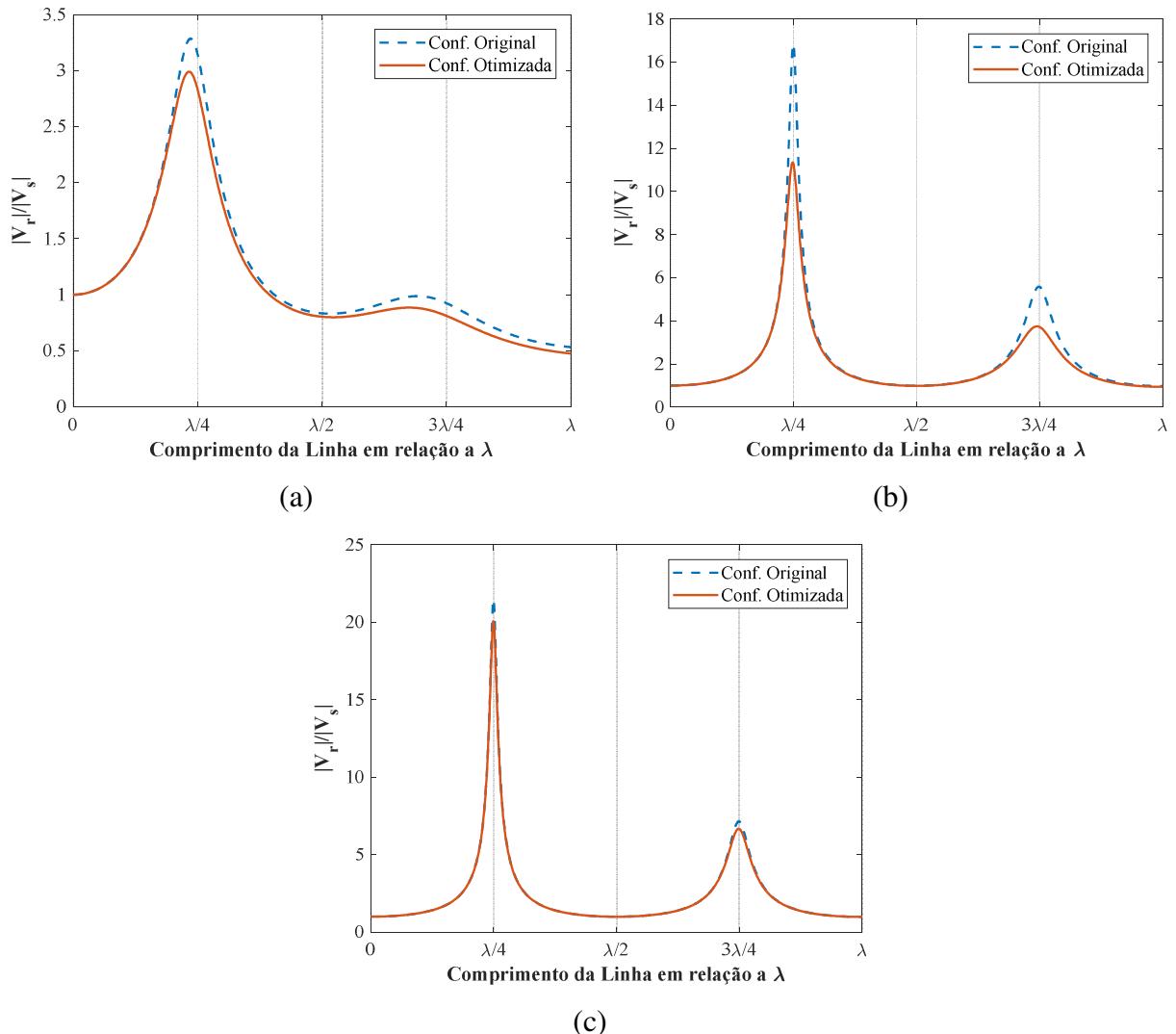


Figura 3.9 – Efeito Ferranti para (a) LT 138 kV, (b) LT 345 kV e (c) 500 kV com comprimento 1λ .

A Figura 3.10 mostra o percentual de redução do efeito Ferranti, obtido com o processo de otimização da posição dos condutores, ao longo do comprimento de 1λ de cada uma das linhas de transmissão em estudo. Destaca-se, novamente a redução do efeito na linha de 345 kV que superou os 30% nos pontos mais críticos.

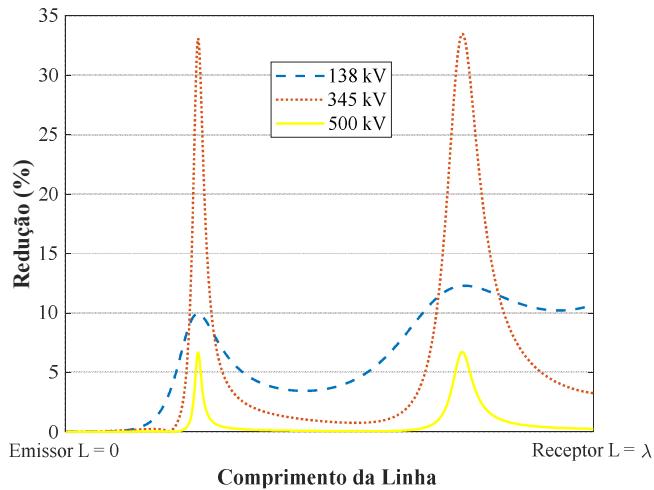


Figura 3.10 – Percentual de redução do efeito Ferranti ao longo das linhas de transmissão em estudo de comprimento 1λ devido à otimização da configuração dos condutores.

3.4.2 – Operação em Curto-Círcuito

A operação em curto-círcuito das linhas de transmissão é a condição em que a carga é representada por uma impedância de valor zero, ou seja, $Z_r \rightarrow 0$. Neste caso, a corrente no receptor I_r tende a infinito e a linha está em curto-círcuito permanente junto ao receptor. Esta condição se justifica quando se observa a Figura 3.4, na operação em curto-círcuito, ou seja, em $Z_r \rightarrow 0$, a tensão reflete-se sempre com sinal oposto ao da onda incidente, o que causa a anulação da tensão na barra receptora, $V_r = 0$. Em contrapartida, a onda de corrente nesta condição de operação é completamente refletida com mesmo sinal, gerando um aumento da corrente na barra receptora.

Uma corrente de curto-círcuito elevada tem impactos principalmente no custo e na manutenção das linhas de transmissão, conforme discutido no capítulo 1. Espera-se, portanto, que a configuração otimizada possa também contribuir para a redução da corrente de curto-círcuito no receptor. A Figura 3.11 mostra a relação entre a corrente no emissor I_s e a corrente

no receptor I_r , vista ao longo das linhas originais e otimizadas com comprimento $\lambda/4$, quando estas operam em curto-circuito. A interpretação da relação I_s/I_r leva a concluir que quanto mais próxima da unidade, menor é a corrente de curto-circuito. Desta forma, nota-se que a configuração otimizada da posição dos condutores reduz a corrente de curto-circuito no receptor em todas as linhas em estudo.

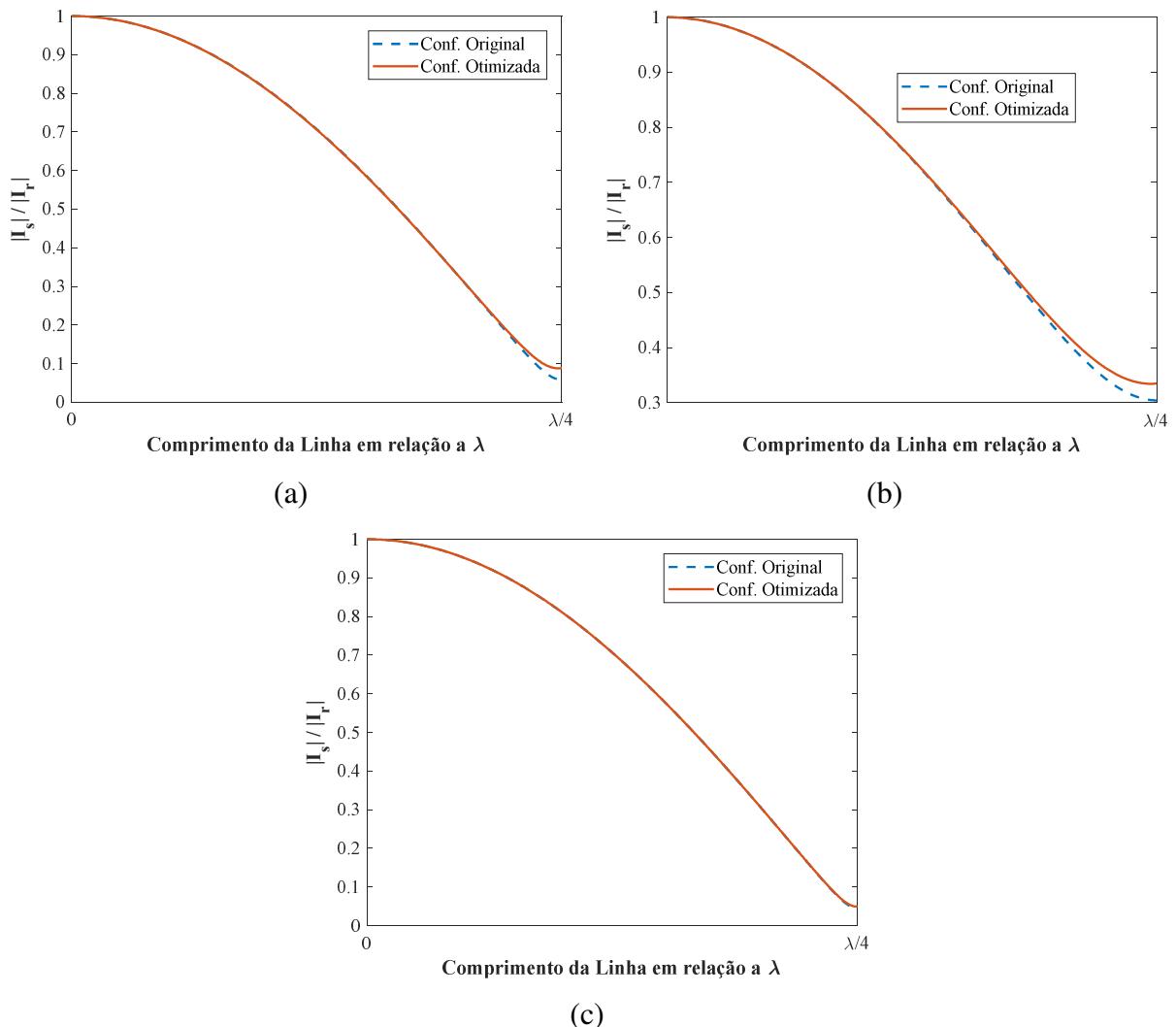


Figura 3.11 – Relação entre a corrente no emissor I_s e a corrente no receptor I_r para a (a) LT 138 kV, (b) LT 345 kV e (c) LT 500 kV em curto-circuito no receptor.

A Figura 3.12 mostra o percentual de redução da corrente de curto-circuito, obtido com o processo de otimização da posição dos condutores, ao longo do comprimento de cada uma das

linhas de transmissão em estudo. Destaca-se a redução do efeito na linha de 345 kV que passa dos 30%.

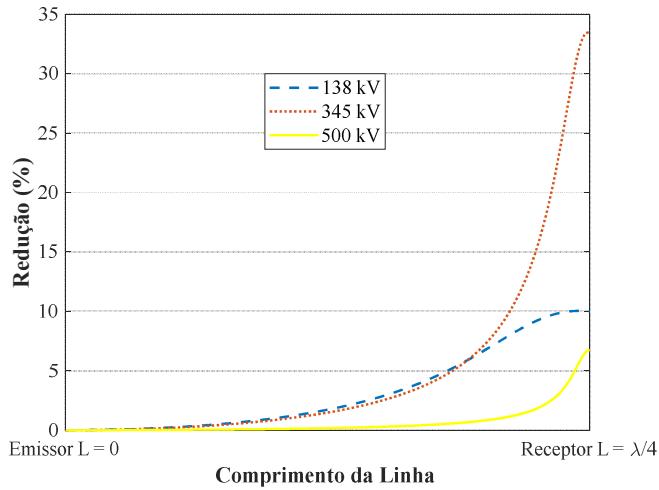


Figura 3.12 – Percentual de redução da corrente de curto-circuito ao longo das linhas de transmissão em estudo devido à otimização da configuração dos condutores.

3.4.3 – Operação com Carga

Na análise qualitativa demonstrada na Figura 3.4, verifica-se que o comportamento da linha de transmissão quando opera sob carga, ou seja, $Z_r > 0$ depende essencialmente da relação existente entre impedância terminal no receptor Z_r e a impedância característica da linha Z_c .

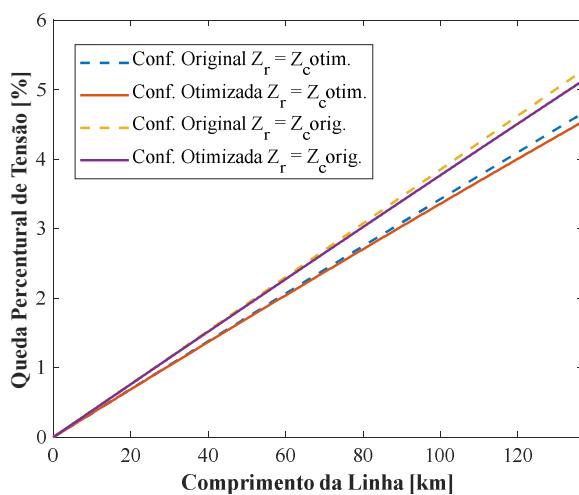
Neste sentido, quando $Z_r = Z_c$, os coeficientes de reflexão da corrente e da tensão são nulos, indicando que não há ondas refletidas. Em outras palavras, uma linha homogênea que opera com impedância de carga igual à impedância característica não apresenta transitório de energia, seu fator de potência e o defasamento entre tensão e corrente são constantes [31]. Essa é a condição de operação mais vantajosa, visto que a linha não consome e nem gera energia reativa, porém não é uma situação frequente na prática. Diante disso, vale avaliar a operação das linhas de transmissão em três situações específicas:

- ✓ Situação 1: $Z_r = Z_c$,
- ✓ Situação 2: $Z_r < Z_c$ e
- ✓ Situação 3: $Z_r > Z_c$.

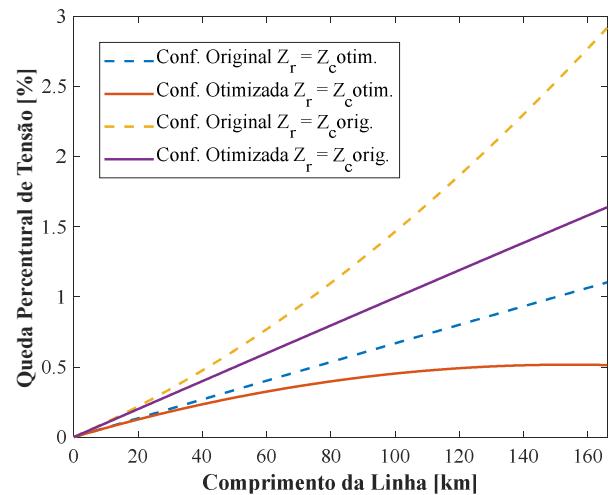
As situações em que $Z_r \rightarrow 0$ e $Z_r \rightarrow \infty$ já foram avaliadas e indicam a operação em curto-círcuito e a vazio, respectivamente. Entretanto, na Figura 3.4 aparecem duas impedâncias características distintas, uma impedância relativa à linha original chamada de Z_c orig e outra relativa à linha otimizada de Z_c otim. Logo, fica evidente a necessidade de se trabalhar com essas duas impedâncias características de tal forma que, na simulação, seja aplicada a mesma impedância de carga nos terminais das linhas original e otimizada visando uma avaliação imparcial das vantagens da linha otimizada. Diante disso, tem-se para a Situação 1, duas condições: $Z_r = Z_c$ orig e $Z_r = Z_c$ otim.

As Figuras 3.13 apresentam as linhas originais e as linhas otimizadas, ambas carregadas, ora com Z_c orig, ora com Z_c otim. Em todos os casos, é avaliada a queda percentual de tensão junto ao barramento receptor.

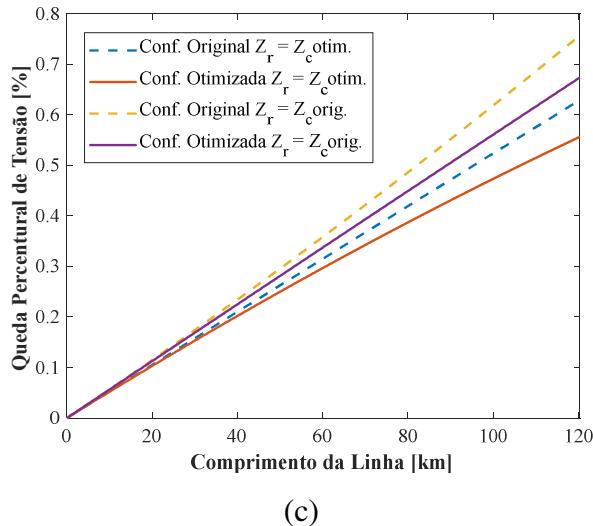
Nota-se, pela Figura 3.13, que em todas as linhas em estudo a queda de tensão no receptor para a configuração otimizada é sempre menor que a queda de tensão da configuração original, independentemente da impedância característica considerada. As Tabelas 3.5 e 3.6 trazem o percentual de redução da queda de tensão quando $Z_r = Z_c$ orig e $Z_r = Z_c$ otim, respectivamente, para cada uma das linhas em estudo.



(a)



(b)



(c)

Figura 3.13 – Queda percentual de tensão no receptor para a (a) LT 138 kV, (b) LT 345 kV e (c) LT 500 kV quando $Z_r = Z_c$

Tabela 3.5 – Queda de tensão no receptor em kV para $Z_r = Z_c$ orig

Item	LT 138 kV	LT 345 kV	LT 500 kV
Configuração Original	6,91	9,79	3,76
Configuração Otimizada	6,73	5,57	3,35
% Redução	2,66	43,14	10,92

Tabela 3.6 – Queda de tensão no receptor em kV para $Z_r = Z_c$ optim

Item	LT 138 kV	LT 345 kV	LT 500 kV
Configuração Original	6,15	3,77	3,13
Configuração Otimizada	5,99	1,76	2,77
% Redução	2,51	53,19	11,49

O rendimento da transmissão para a Situação 1 de carga é obtido para a linha com configuração original e para a linha com configuração otimizada. A Figura 3.14 apresenta os rendimentos ao longo das linhas originais e otimizadas. Verifica-se que o rendimento da linha otimizada é superior àquele verificado na linha original para todas as linhas em estudo.

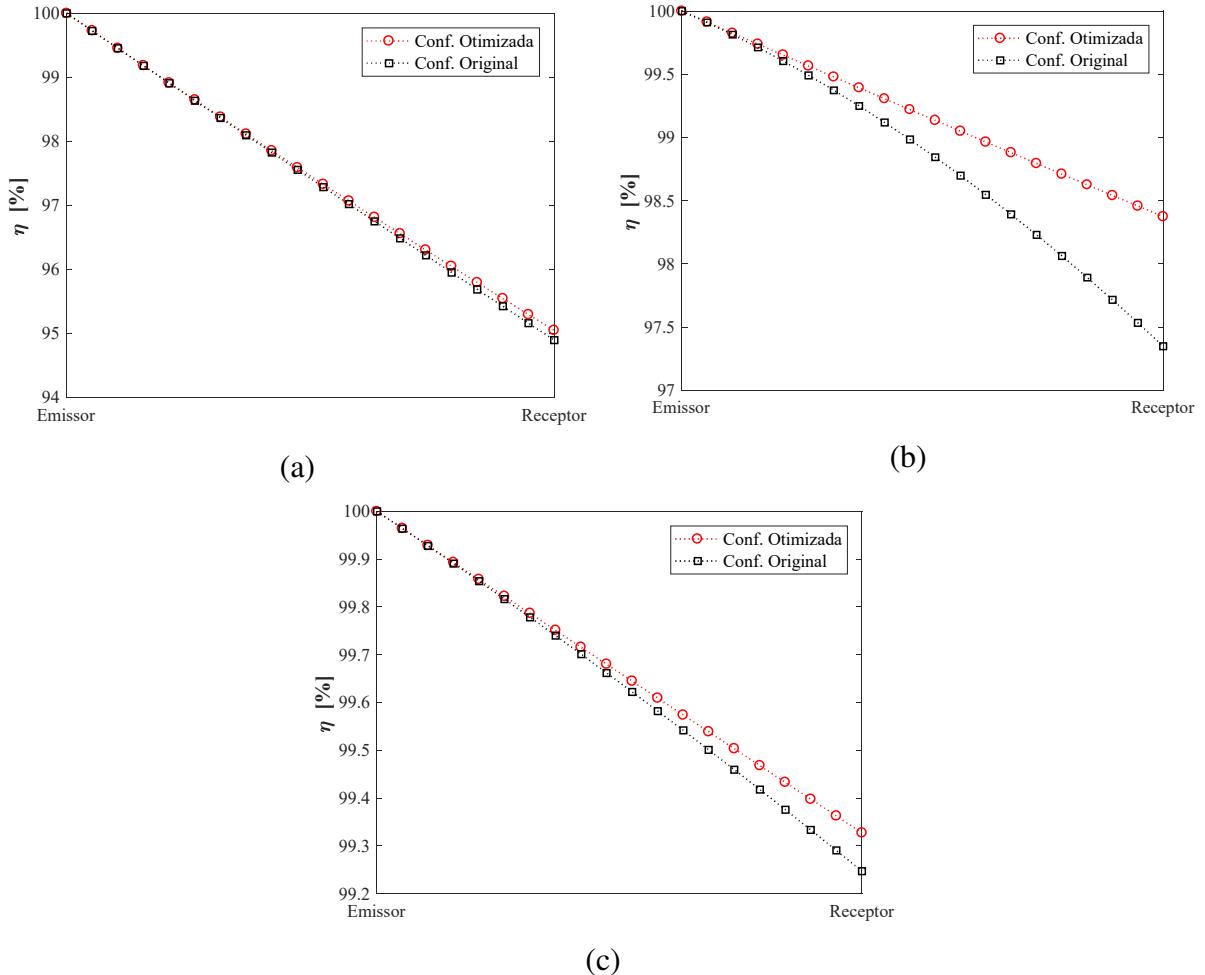


Figura 3.14 – Rendimento da transmissão quando $Z_r = Z_c$ para (a) LT 138 kV, (b) LT 345 kV e (c) LT 500 kV.

Outros indicadores de desempenho são avaliados como a regulação de tensão e o consumo de reativo das linhas originais e otimizadas. Nas linhas otimizadas, para a condição de carga atual, houve ganho percentual muito discreto na regulação de tensão quando comparadas às linhas originais. A LT de 345 kV otimizada apresentou ganho de 0,5% em comparação com a LT original, sendo que, nas demais linhas o percentual ficou abaixo de 0,5%. Para a linha com impedância característica igual à impedância da carga não há consumo de reativo, ou é irrelevante, de modo que o índice de desempenho que mede o consumo de reativo não é avaliado para a condição de carga $Z_r = Z_c$.

Na Situação 2 de carga, avaliam-se as condições $Z_r < Z_{c\text{orig}}$ e $Z_r < Z_{c\text{otim}}$ tal que a potência da carga é maior que a potência natural da linha. Neste caso, a condição limite de operação da linha é a impedância mínima, ou seja, $Z_r = Z_{min}$ e ocorre quando a linha opera

em sua potência máxima. Logo, a condição $Z_{min} \leq Z_r < Z_c$ é observada nas avaliações, onde três condições de carga são consideradas: $Z_r = Z_{min}$, $Z_r = 2Z_{min}$ e $Z_r = 3Z_{min}$. As Figuras 3.15 a 3.17 trazem os resultados das quedas percentuais de tensão no receptor nas linhas em estudo.

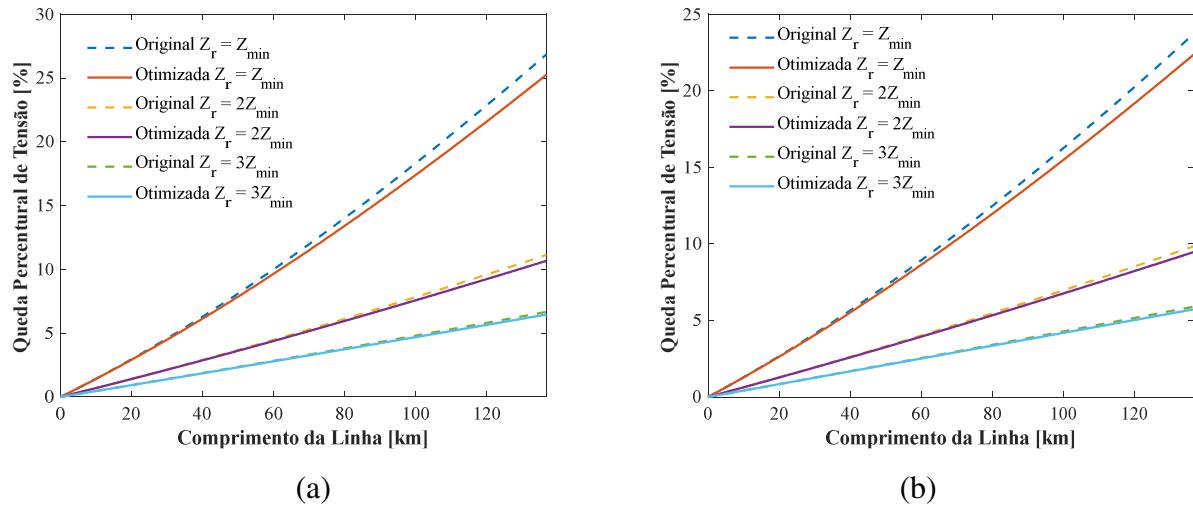


Figura 3.15 – Queda de tensão no receptor para LT 138 kV quando (a) $Z_r < Z_{corig}$ e (b) $Z_r < Z_{cótimo}$

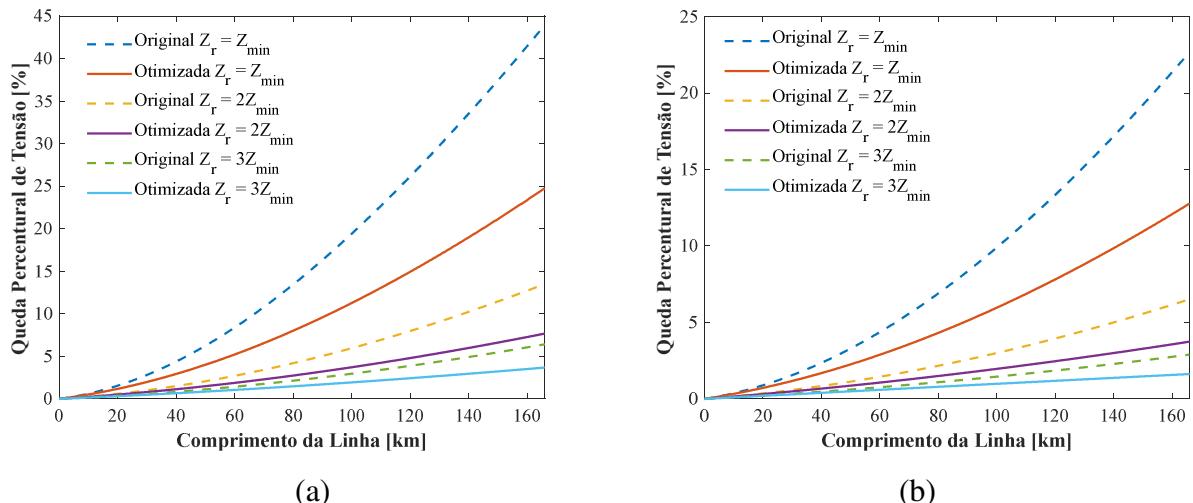


Figura 3.16 – Queda de tensão no receptor para LT 345 kV quando (a) $Z_r < Z_{corig}$ e (b) $Z_r < Z_{cótimo}$

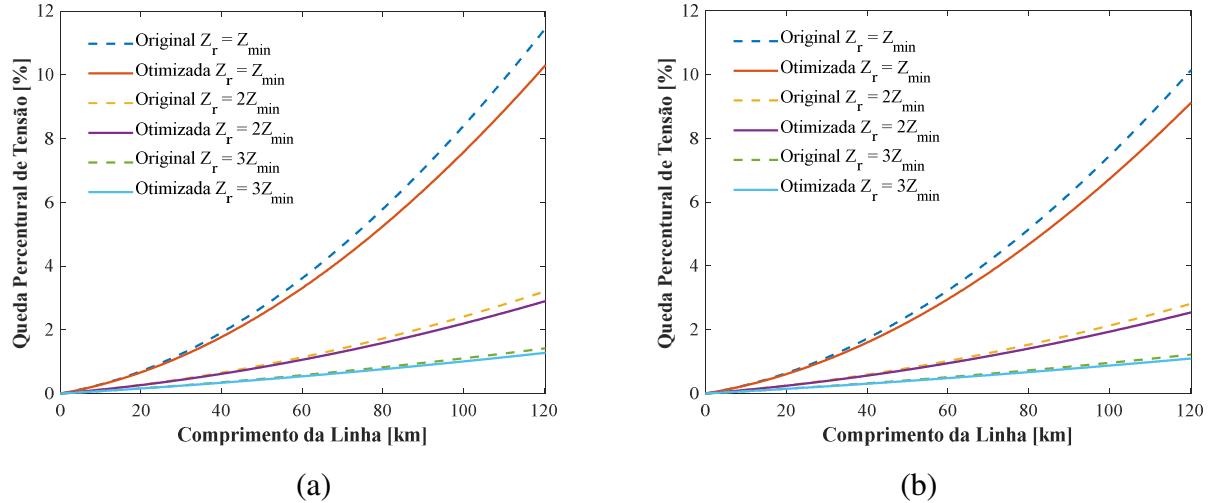
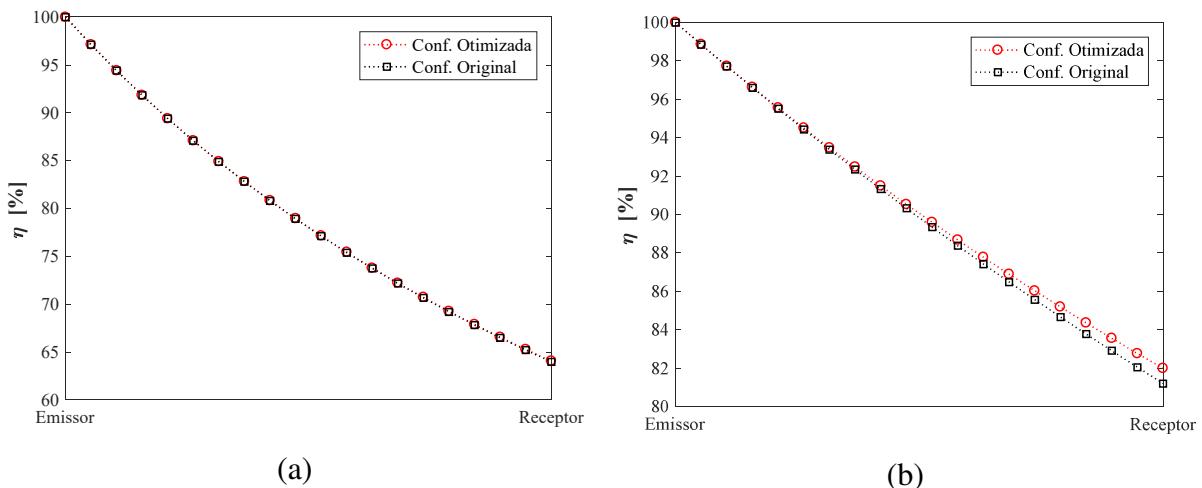
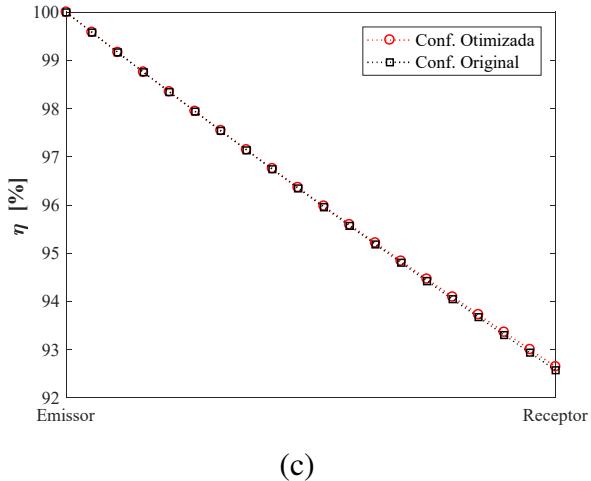


Figura 3.17 – Queda de tensão no receptor para LT 500 kV quando (a) $Z_r < Z_c$ orig e (b) $Z_r < Z_c$ otim

Novamente nota-se que a configuração otimizada apresenta redução da queda de tensão no receptor quando comparada à configuração original. Vale destacar que esta é a condição de operação mais comum em linhas aéreas de transmissão reais.

O rendimento da transmissão para esta situação de carga é avaliado a plena carga e obtido para a linha com configuração original e para a linha com configuração otimizada. A Figura 3.18 apresenta os rendimentos ao longo das linhas originais e otimizadas. Verifica-se que o rendimento da linha otimizada é igual ou superior àquele verificado na linha original para todas as linhas em estudo.





(c)

Figura 3.18 – Rendimento da transmissão a plena carga para a (a) LT 138 kV, (b) LT 345 kV e (c) LT 500 kV

Nas linhas otimizadas, para a condição a plena carga, houve ganho percentual discreto na regulação de tensão quando comparadas às linhas originais. A LT de 345 kV otimizada apresentou ganho de 0,6% em comparação com a LT original, sendo que, nas demais linhas o percentual ficou abaixo de 0,6%. Nesta condição de carga as linhas estão fornecendo reativo capacitivo ou consumindo reativo indutivo o que faz com que o índice de consumo de reativo seja positivo. Em todos os casos as linhas otimizadas consomem menos reativo que a linha original, contudo o percentual de ganho neste índice não passa de 0,2% nas linhas otimizadas.

Na Situação 3 de carga, avaliam-se as condições $Z_r > Z_c \text{orig}$ e $Z_r > Z_c \text{otim}$ tal que a potência da carga é menor que a potência natural da linha. Neste caso, a condição limite de operação da linha é a impedância máxima, ou seja, $Z_r = Z_{max}$ e ocorre quando a linha está em sua potência mínima de operação. Logo, a condição $Z_c < Z_r \leq Z_{max}$ é observada nas avaliações, onde três condições de carga são consideradas: $Z_r = Z_{max}$, $Z_r = \frac{1}{2}Z_{max}$ e $Z_r = \frac{1}{3}Z_{max}$. As Figuras 3.19 a 3.21 trazem os resultados das quedas de tensão no receptor nas linhas em estudo. Na linha de 138 kV a configuração otimizada apresenta redução da queda de tensão no receptor quando comparada à configuração original. Nas linhas de 345 kV e 500 kV nota-se, em alguns casos, queda de tensão negativa, o que indica a tendência de aumento da tensão no receptor, ou seja, efeito Ferranti. Naturalmente esse efeito é previsto já que a condição de operação da linha se aproxima da operação a vazio. Nestes casos, a configuração

otimizada consegue fornecer uma tensão no receptor menor que a configuração original, o que indica redução do efeito Ferranti.

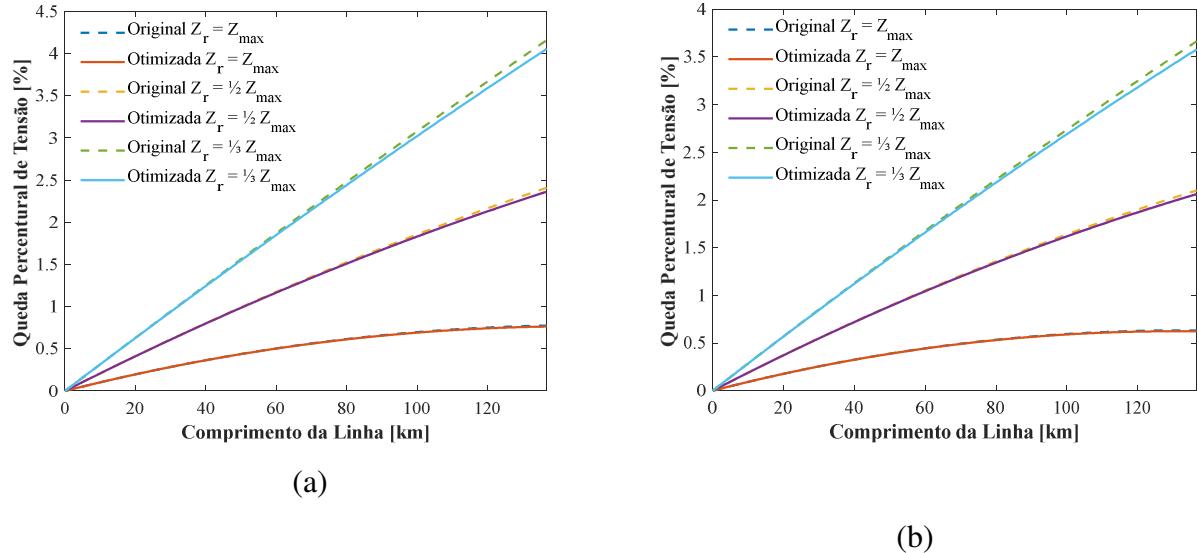


Figura 3.19 – Queda de tensão no receptor para LT 138 kV quando (a) $Z_r > Z_{c\text{orig}}$ e (b) $Z_r > Z_{c\text{otim}}$

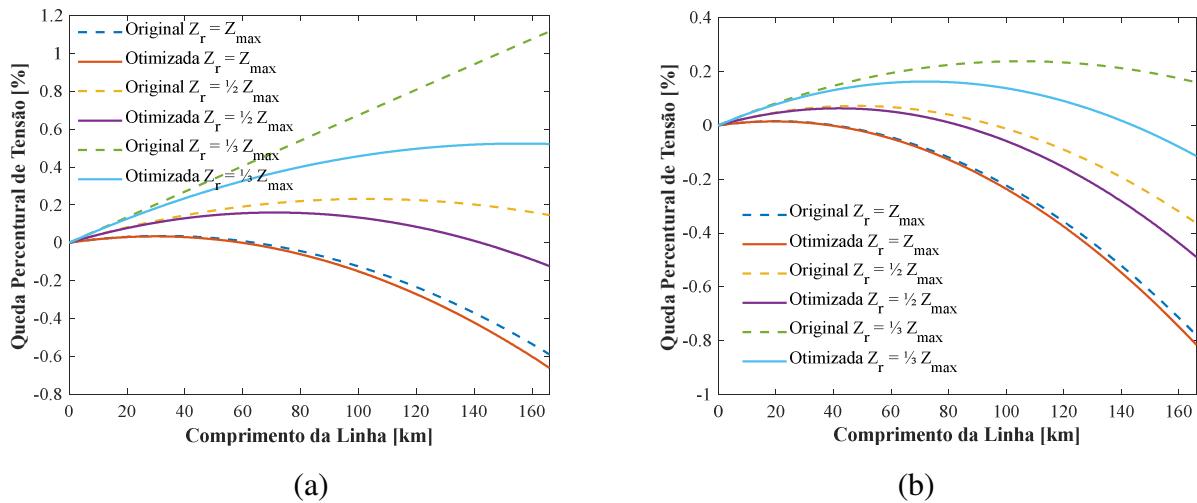


Figura 3.20 – Queda de tensão no receptor para LT 345 kV quando (a) $Z_r > Z_{c\text{orig}}$ e (b) $Z_r > Z_{c\text{otim}}$

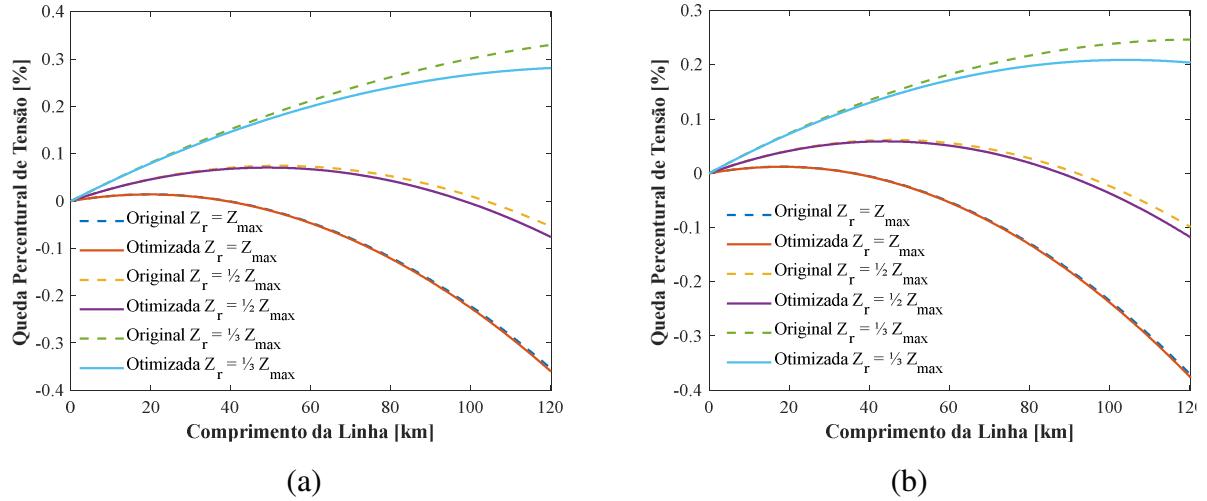
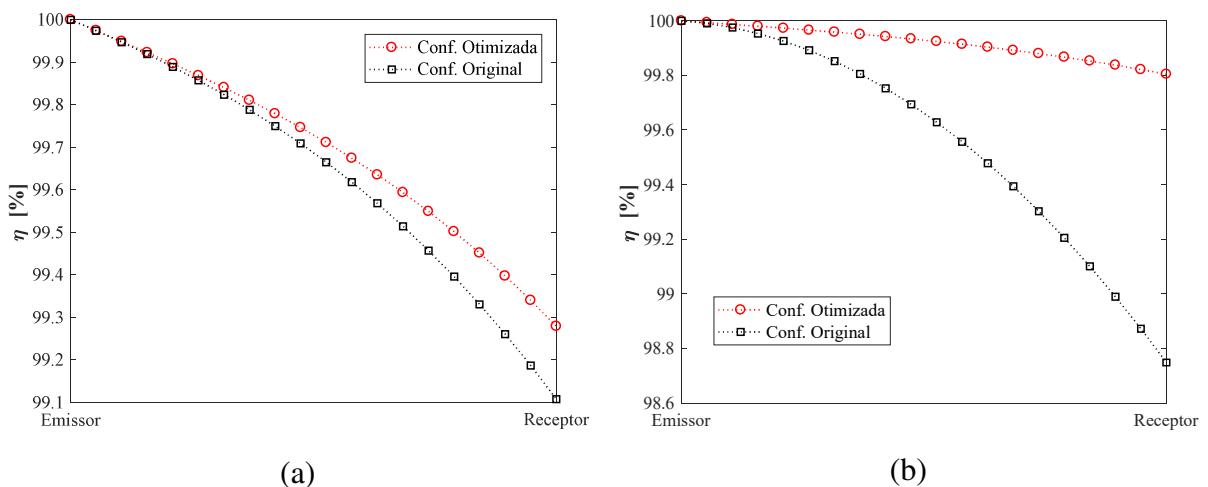


Figura 3.21 – Queda de tensão no receptor para LT 500 kV quando (a) $Z_r > Z_{c\text{orig}}$ e (b) $Z_r > Z_{c\text{otim}}$

O rendimento da transmissão para esta situação de carga é avaliado na condição de carga leve quando $Z_r = Z_{max}$ e obtido para a linha com configuração original e para a linha com configuração otimizada. A Figura 3.22 apresenta os rendimentos ao longo das linhas originais e otimizadas. Verifica-se que o rendimento da linha otimizada é igual ou superior àquele verificado na linha original para todas as linhas em estudo.



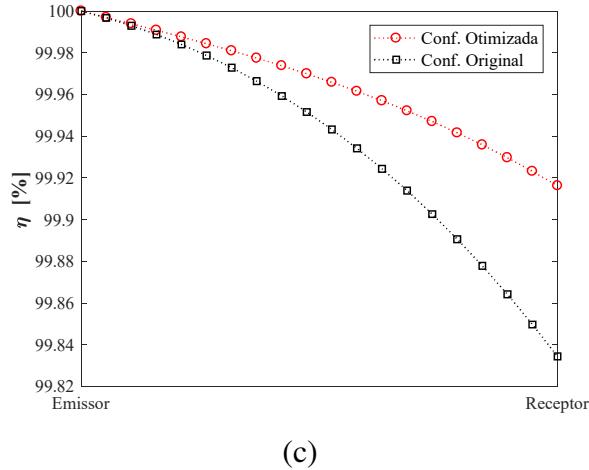


Figura 3.22 – Rendimento da transmissão em carga leve para a (a) LT 138 kV, (b) LT 345 kV e (c) LT 500 kV

Nas linhas otimizadas, para a condição de carga leve, houve ganho percentual discreto na regulação de tensão quando comparadas às linhas originais. A LT de 345 kV otimizada apresentou ganho de 0,6% em comparação com a LT original, sendo que, nas demais linhas o percentual ficou abaixo de 0,6%. Nesta condição de carga, as linhas estão fornecendo reativo indutivo ou consumindo reativo capacitivo o que faz com que o índice de consumo de reativo seja negativo. Em todos os casos as linhas otimizadas consomem menos reativo que a linha original. Para a LT de 138 kV, a redução do índice de consumo de reativo foi de 11%, para a LT de 345 kV foi de 50% e para a LT 500 kV a redução foi de 7%.

3.5 Considerações Finais

De forma geral, ao comparar as linhas originais com as linhas recapacitadas, nas diferentes condições de operação em regime permanente, notam-se vantagens econômicas e operativas devido, essencialmente, à redução de efeitos indesejados. Logo, a aplicação da técnica LNPE utilizada na otimização da posição dos condutores e que visa inicialmente a redução do campo elétrico ao nível do solo também é capaz de proporcionar ganhos operativos relevantes.

A vazio, observa-se a redução do efeito Ferranti em todos os casos. Quando a linha opera em curto-círcuito, a corrente de curto-círcuito junto ao receptor também é reduzida o que possibilita, dentre outros, redução de custo com equipamentos de proteção para as LTs.

É interessante observar que as reduções do efeito Ferranti e da corrente de curto-círcuito para as linhas cujo comprimento se aproxima de $\lambda/4$ têm proporção aproximada à maximização da potência natural. A LT de 345 kV destacou-se dentre as outras LTs avaliadas, chegando a uma redução acima de 30% do efeito Ferranti e da corrente de curto-círcuito. Esta redução é justificada pelo processo de otimização da LT de 345 kV que conseguiu alcançar uma redução do campo elétrico ao nível do solo de 32% maximizando, assim, a potência natural da LT nesta mesma proporção.

Nas condições de carga, observa-se que as linhas LNPE apresentam menor queda percentual de tensão em todas as situações simuladas. Isso permite, dentre outros fatores, reduzir o custo com o dimensionamento dos condutores.

Verificou-se ainda que o rendimento da transmissão para linha otimizada é, usualmente, igual ou superior àquele verificado na linha original para todos os casos em estudo. Quanto ao consumo de reativo, em todos os casos as linhas otimizadas consomem menos reativo que a linha original. Portanto, as linhas recapacitadas por técnica LNPE além de proporcionar aumento da capacidade de potência, melhora o desempenho e reduz os custos de operação e manutenção das linhas de transmissão.

Capítulo 4

Conclusões

Neste capítulo são apresentadas as principais conclusões deste trabalho, bem como as propostas de continuidade para trabalhos futuros.

Esta dissertação tratou da avaliação das condições operacionais das linhas recapacitadas por técnica LPNE em regime permanente. Sua principal contribuição é a consolidação da viabilidade técnica, operacional e econômica para construção, operação e manutenção das linhas LPNE. O trabalho é pioneiro na análise do desempenho da LPNE em regime permanente incluindo a avaliação do efeito Ferranti e da corrente de curto-circuito.

A seguir, uma visão geral deste trabalho é apresentada a fim de se destacar os aspectos relevantes dos resultados obtidos.

4.1 Visão Geral

Neste trabalho, três linhas de transmissão recapacitadas por técnica LPNE, com diferentes níveis de tensão e configurações distintas de condutores de fase, foram matematicamente modeladas para fins de avaliação de desempenho quando operadas em regime permanente. A técnica LPNE trabalha com o reposicionamento dos condutores de fase de uma LT a fim de obter uma configuração otimizada da posição dos condutores que maximize a potência natural da LT, recapacitando-a. A modelagem eletromagnética foi aplicada às linhas considerando o posicionamento original dos condutores e, em seguida, considerando a posição ótima dos mesmos visando a obtenção e comparação dos parâmetros elétricos das linhas tais como indutância, impedância longitudinal e capacitância. Todo o procedimento para obtenção destes parâmetros foi realizado utilizando o Matlab® e os resultados foram validados através da comparação com a folha de dados da linha original fornecida pela concessionária que administra as LTs.

De posse dos parâmetros elétricos das linhas originais e otimizadas, as condições de operação a vazio, em curto-círcuito e com carga das LTs recapacitadas foram simuladas e comparadas às LTs originais. À vazio, observou-se a redução do efeito Ferranti em todas as linhas simuladas. Um efeito Ferranti menos acentuado possibilita a redução do nível de isolamento das linhas e dos ruídos audíveis que acompanham o efeito Corona. Além disso, diminui consideravelmente o custo de implantação das LTs pois permite projetos com cabos de menor bitola devido à redução do efeito térmico e também viabiliza a instalação de reatores de menor potência para correção do próprio efeito Ferranti.

Quando a linha LPNE opera em curto-círcuito, a corrente de curto-círcuito junto ao receptor foi reduzida quando comparada à LT com configuração original dos condutores. A proporção da redução é similar ao aumento da potência natural quando a LT atinge um comprimento próximo a $\frac{1}{4}$ do seu comprimento de onda. Quanto menor for a corrente de curto-círcuito de uma LT menor também será o custo de implantação desta LT tendo em vista que os equipamentos de proteção contra sobrecorrente poderão ter seu dimensionamento reduzido.

Sob carga, três situações distintas foram simuladas de acordo com a relação existente entre a impedância terminal da carga e a impedância característica da linha. Foram avaliadas, em todas as situações, a amplitude da queda de tensão percentual junto ao receptor. Observou-se que as linhas LPNE apresentam menor queda percentual de tensão quando comparada às linhas originais em todas as situações avaliadas. Isso permite, dentre outros fatores, reduzir o custo com o dimensionamento dos condutores no momento do projeto e implantação das LTs.

Quanto aos índices de desempenho, verificou-se que o rendimento da transmissão para as linhas otimizadas LPNE é, usualmente, igual ou superior àquele verificado nas linhas originais para todos os casos em estudo. O ganho no índice de regulação de tensão foi sutil em todas as simulações. Quanto ao consumo de reativo, as linhas otimizadas consomem menos reativo que a linha original, com exceção da situação cuja impedância de carga é igual à impedância característica pois, neste caso, a linha não consome e nem gera energia reativa.

Ao se avaliar a linha recapacitada nos diferentes modos de operação em regime permanente, nota-se que a técnica LPNE proporciona vantagens econômicas e operativas devido, essencialmente, à redução de efeitos indesejados e ao aumento no rendimento da transmissão. Logo, a aplicação da técnica LPNE que visa, inicialmente, a redução do campo elétrico ao nível do solo e a maximização da potência natural das LTs, também é capaz de

proporcionar ganhos operativos relevantes com melhora do desempenho e redução dos custos de operação e manutenção das LTs.

4.2 Trabalhos Futuros

Muitos autores têm se dedicado aos estudos, desenvolvimento e aprimoramento de técnicas e algoritmos de otimização visando a recapacitação de LTs. Entretanto, a avaliação operacional e a análise de desempenho destas linhas é um campo de estudo que ainda necessita ser muito explorado. Por isso, o potencial para desenvolvimento de novos trabalhos dentro desse contexto é elevado. Citam-se aqui algumas das possibilidades vistas como continuidade e/ou aprimoramento deste trabalho, a saber:

- Avaliação dos resultados considerando linhas de transmissão não uniformes e sistemas desequilibrados;
- Desenvolvimento da modelagem matemática incluindo os efeitos dos cabos para-raios e das torres de transmissão;
- Avaliação em níveis de tensão e configurações distintas daquelas linhas analisadas neste trabalho;
- Modelagem de linhas recapacitadas por outras técnicas e/ou algoritmos de otimização para efeitos de comparação e validação da técnica mais robusta;
- Estudo aprofundado da operação das linhas recapacitadas em regime transitório incluindo a análise das consequências de uma falta nas máquinas síncronas;
- Avaliação da estabilidade das linhas recapacitadas tanto em regime permanente quanto em regime transitório;
- Consideração de estudos relativos à coordenação de isolamento das linhas otimizadas.
- Modelagem de linhas de transmissão aéreas recapacitadas por conversão AC-DC.

Referências Bibliográficas

- [1] ONS – Operador Nacional do Sistema Elétrico. *Plano de Operação Energética 2020/2024*. Disponível em: <http://www.ons.org.br>. Acesso em: 14 de julho de 2020.
- [2] ELETROBRAS – Centrais Elétricas Brasileiras S.A. *Como a Energia Elétrica é Transmitida no Brasil*. Disponível em: <http://www.eletrobras.com.br>. Acesso em: 14 de julho de 2020.
- [3] EPE – Empresa de Pesquisa Energética. *Anuário Estatístico de Energia Elétrica 2020*. Ministério de Minas e Energia. Disponível em: <http://www.epe.org.br>. Acesso em: 02 de fevereiro de 2021.
- [4] EPE – Empresa de Pesquisa Energética. *Balanço Energético Nacional 2020*. Ministério de Minas e Energia. Disponível em: <http://www.epe.org.br>. Acesso em: 02 de fevereiro de 2021.
- [5] SILVA, R. M. *Método Numérico-Analítico Generalizado para Estimação do Campo Eletromagnético de Linhas de Transmissão de Energia*. Tese de Doutorado. Ilha Solteira, SP, Brasil: UNESP, 2010.
- [6] SENNA, J. G. S. M. *Resolução Normativa nº 398*. Brasília: ANEEL, 2010.
- [7] ALEXANDROV, G. N.; PODPORKYN, G. V. *Improvement of the Efficiency of 35 to 220 kV Lines*. Em: International Conference on AC and DC Power Transmission. Londres, Inglaterra, p. 226–231, 1991.
- [8] ALEXANDROV, G. N.; PODPORKYN, G. V.; SELEZNEV, Y. G. *Shape Optimization of Overhead Transmission Line Bundle Conductors*. Electric Technology U.S.S.R, v. 4, p. 1–15, 1988.
- [9] GOMES, S. J.; PORTELA, C. M; FERNANDES, C. *Princípio e Vantagens Referentes à Utilização de LPNE's e Apresentação de Resultados Comparativos*. Em: Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica – XIII SNPTEE, 1995.
- [10] NAYAK, R. N.; SEHGAL, Y. K.; SEN, S. *EHV Transmission Line Capacity Enhancement Through Increase in Surge Impedance Loading Level*. Em: IEEE Power India Conference, 2006.

- [11] SALARI, J. C. *Otimização da Geometria dos Feixes de Condutores de Linhas de Transmissão*. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Brasil, p. 397, 1993.
- [12] AMON, J.; TAVARES, G.; MENEZES, R. *Optimization of HSIL Non-Conventional 500 kV Transmission Line*. *EletroEvolução*, p. 40–46, 2015.
- [13] ACOSTA, J. S. and TAVARES, M. C. *Transient Behavior of High Surge Impedance Loading Transmission Lines*. Em: The 20th International Symposium on High Voltage. Buenos Aires, Argentina, 2017.
- [14] ONS – Operador Nacional do Sistema. *Procedimentos de Rede, Módulo 2 – Critérios e Requisitos*. Disponível em: <http://www.ons.org.br/paginas/sobre-o-ons/procedimentos-de-rede/vigentes>. Acesso em: 27 de dezembro de 2020.
- [15] THOMAS, P. H. *Output and Regulation in Long-Distance Lines*. *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, XXVIII, n. 1, p. 615–640, jan 1909. ISSN 0096-3860. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org>.
- [16] DWIGHT, H. B.; FARMER, E. B. *Double Conductors for Transmission Lines*. *Transactions of AIEE*, v. 51, n. 3, p. 803–808, sep 1932. ISSN 0096-3860. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org>.
- [17] CLARKE, E. *Three-Phase Multiple-Conductor Circuits*. *Transactions of AIEE*, v. 51, n. 3, p. 809–821, sep 1932. ISSN 0096-3860. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org>.
- [18] RESENDE, P.C. *Abordagem Multicritério na Otimização de Linhas Aéreas de Transmissão*. Dissertação de Mestrado. CEFET-MG, Belo Horizonte, p. 124, 2019.
- [19] STEPHAN, J. C. S. e COSTA, C. F. *Recapacitação e Cálculo da Capacidade de Carga de Torres Metálicas de Linhas Transmissão*. Em: 3º Congresso Latino Americano de Construção Metálica, São Paulo, SP, Brasil 2008.
- [20] PORTELA, C.; GOMES, S. *Analysis and Optimization of Non Conventional Transmission trunks, Considering New Technological Possibilities*. Em: Proceedings of VI SEPOPE Salvador BRASIL. Salvador, BA, Brasil: [s.n.], SP-092, n. 1, p. 1–6. 1998.
- [21] CAVASSIN, R. S. *Uma Abordagem Multicritérios para Recapacitação de Linhas de Transmissão*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Paraná, 2011.
- [22] MACIEL, R. P. *Maximização da Potência Característica de Linhas de Transmissão Usando Método de Otimização Não Linear*. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual de Campinas, Brasil, 2013.

- [23] TEIXEIRA, D. A. *Linha de Transmissão Aérea Compacta: Seleção dos Cabos e Posicionamento Ótimo dos Feixes de Condutores*. Tese de Doutorado. Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, p. 136, 2017.
- [24] PAGANOTTI, A. L. *Cálculo e Minimização de Campo Elétrico de Linhas de Transmissão*. Dissertação de Mestrado. CEFET-MG, Belo Horizonte, p. 209, 2012.
- [25] MOREIRA, L. A. *Otimização Multiobjetivo de Linhas de Transmissão*. Dissertação de Mestrado. CEFET-MG, Belo Horizonte, p. 170, 2015.
- [26] SANTOS, P. H. C. *Recapacitação Não Convencional de Linhas Aéreas de Transmissão*. Dissertação de Mestrado. CEFET-MG, Belo Horizonte, p. 260, 2017.
- [27] PAGANOTTI, A. L.; AFONSO, M. M.; SCHROEDER, M. A. O.; SANTOS, T. A.; ALIPIO, R. S.; GONÇALVES, E. N.; and SALDANHA, R. R. *An Adaptive Deep-Cut Ellipsoidal Algorithm Applied to the Optimization of Transmission Lines*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 51, n.3, 2015.
- [28] ESMERALDO, P.C.V.; GABAGLIA, C. P. R.; ALEKSANDROV, G. N.; GERASINOV, I. A and EVDOKUNIN, G. N. *A Proposed Design for the New Furnas 500 kV Transmission Lines the High Surge Impedance Loading Line*. IEEE Transactions On Power Delivery, vol. 14, p. 278-286, 1999.
- [29] SANTOS, P. H. C.; AFONSO, M. M.; PAGANOTTI, A. L.; ALIPIO, R. S.; SCHROEDER, M. A. O. *Transmission Lines Optimization By The Elitist Non-Dominated Multi-Objective Evolutionary Algorithm*. International Science and Engineering Fair - ISEF Digital, 2017.
- [30] GHASSEMI, M. *High Surge Impedance Loading (LPNE) Lines: A Review Identifying Opportunities, Challenges, and Future Research Needs*. IEEE Transactions on Power. v 34, p. 1909 – 1924, 2019.
- [31] FUCHS, R. D. *Transmissão de Energia Elétrica*. LTC, 1979.
- [32] STEVENSON, Jr. W. D. *Elements of Power System Analysis*, 4th ed. McGraw-Hill, 1982.
- [33] DALLA VERDE, A. *Calculos Electricos de Grandes Lineas de Transmision*. Libreria y Editorial Assina: Buenos Aires, 1953.
- [34] OGAR, V. N.; BENDOR, S. A.; JAMES, A. E.; *Analysis of Corona Effect on Transmission Line*. American Journal of Engineering Research (AJER) Volume-6, Issue-7, p. 75-87, 2017.

- [35] MELO, D. S. *Aplicação de Sincrofatores para Aferição de Parâmetros Elétricos de Linhas de Transmissão*. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Pernambuco, 2008.
- [36] Electric Power Research Institute (EPRI). *Transmission Line Reference Book/345 kV and Above*. General Electric Company, Brisbane, CT, USA, 1987.
- [37] DIAS, R. *Parâmetros de Linha de Transmissão: Capacitâncias de Sequência*. Notas de Aula. Universidade Federal do Rio de Janeiro. Disponível em: <http://www.dee.ufrj.br>
- [38] MATLAB. Disponível em: <https://www.mathworks.com>
- [39] ATPDRAW. Disponível em: <https://www.atpdraw.net>
- [40] CEMIG ER-LT. *LT Janaúba-Salinas 138 kV - Características da Linha*. Companhia Energética de Minas Gerais S.A., Janeiro 2006.
- [41] CEMIG ER-LT. *LT São Gotardo 2- Três Marias - 345 kV - Características da Linha*. Companhia Energética de Minas Gerais S.A., 1988.
- [42] CEMIG ER-LT. *LT São Gonçalo- Ouro Preto 2 - 500 kV - Características da Linha*. Companhia Energética de Minas Gerais S.A., 1988.

Apêndice A

Indutância

Este apêndice busca apresentar os cálculos, as deduções matemáticas e as simplificações que levaram à obtenção dos termos de indutância própria e mútua apresentados nas equações (2.10) e (2.11), respectivamente. Para se obter um valor preciso da indutância de uma LT, é necessário considerar os fluxos interno e externo de cada condutor. Para isso, inicialmente, parte-se da Lei de Ampère Generalizada que compõe uma das Equações de Maxwell. Esta lei enuncia que a integral sobre um caminho fechado l_ϕ do vetor intensidade de magnético \vec{H} produzido por correntes é proporcional à corrente líquida que atravessa a superfície S limitada pelo caminho de integração l_ϕ . Matematicamente:

$$\oint_{l_\phi} \vec{H} \cdot d\vec{l}_\phi - \frac{d}{dt} \iint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \iint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} \quad (\text{A.1})$$

onde \vec{D} é o vetor densidade de fluxo elétrico, \vec{J} é o vetor densidade de corrente. Admite-se que o condutor seja longo e que o retorno da corrente no circuito se dê a uma distância suficiente para não afetar o campo magnético do condutor. Neste caso, considera-se que não há fontes, ou seja, não há acúmulo de cargas e a corrente total que atravessa a superfície S é nula. Logo, o segundo termo da equação (A.1) é nulo e a Lei de Ampére pode ser escrita como:

$$\oint_{l_\phi} \vec{H} \cdot d\vec{l}_\phi = \iint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} \quad (\text{A.2})$$

A corrente I é aquela que atravessa a área S delimitada pelo contorno l . Assim, se a densidade de corrente \vec{J} atende esse requisito, tem-se:

$$\oint_{l_\phi} \vec{H} \cdot d\vec{l}_\phi = I \quad (\text{A.3})$$

Da relação constitutiva:

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (\text{A.4})$$

onde \vec{B} é o vetor indução magnética e μ é a permeabilidade magnética do meio que envolve o condutor. Se o meio for homogêneo, linear e isotrópico:

$$\oint_{l_\phi} \vec{B} \cdot d\vec{l}_\phi = \mu I \quad (\text{A.5})$$

A.1 Fluxo Magnético Externo de um Condutor

Seja R o raio, em metros, de um condutor retilíneo e p um ponto situado a uma distância d , em metros, de seu eixo central, como na Figura A.1.

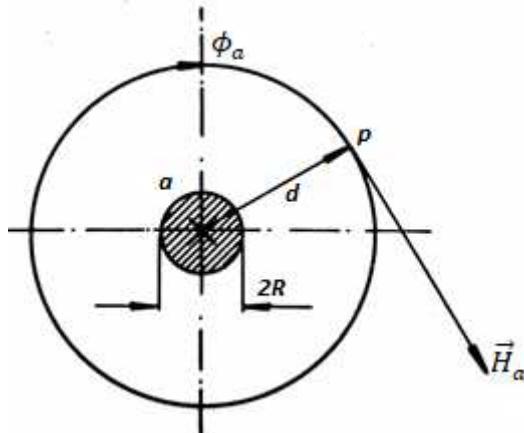


Figura A.1 – Campo magnético em torno de condutor cilíndrico [31].

Seja \vec{H}_a a intensidade de campo no ponto p a uma distância de d metros do centro do condutor. Sendo o campo simétrico, \vec{H}_a é uniforme em todos os pontos equidistantes do centro do condutor. Se a integração indicada na equação (A.3) for feita em um contorno

circular concêntrico ao condutor, d metros do seu centro, \vec{H}_a será uniforme ao longo do contorno e tangente a ele. A equação (A.3) torna-se:

$$\vec{H}_a \oint_{l_\phi} d\vec{l}_\phi = I \quad (\text{A.6})$$

Considerando o condutor a perfeitamente cilíndrico e circular:

$$\vec{H}_a \oint_0^{l_\phi} d\vec{l}_\phi = I \quad (\text{A.7})$$

$$\vec{H}_a \vec{l}_\phi = I \quad (\text{A.8})$$

onde l_ϕ é o comprimento, em metros, da linha de fluxo magnético ϕ_a que contém p . Para o caso particular, tem-se $l_\phi = 2\pi d$ de forma que a intensidade de campo em p será:

$$\vec{H}_a = \frac{I}{2\pi d} \quad (\text{A.9})$$

Da relação constitutiva do meio:

$$\vec{B}_a = \mu \vec{H}_a \quad (\text{A.10})$$

tal que:

$$\mu = \mu_o \mu_r \quad (\text{A.11})$$

onde \vec{B}_a é o vetor indução magnética no ponto p , $\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m é a permeabilidade do vácuo e μ_r é a permeabilidade relativa do meio. Para o ar $\mu_r = 1$ e a equação (A.9) torna-se:

$$\vec{B}_a = 2 \cdot 10^{-7} \frac{I}{d} \quad (\text{A.12})$$

O fluxo magnético externo ao condutor estende-se, a partir de sua superfície, com intensidade decrescentes, até se tornar nulo no infinito. Ele abarcará, portanto, qualquer condutor situado a uma distância finita.

Considera-se, como mostra a Figura A.2, um segundo condutor *b*, cujo centro se encontra a uma distância d_{ab} do centro do condutor *a*. Ambos possuem um comprimento infinito e somente o condutor *a* conduz a corrente I_a . Imagina-se um cilindro fictício de espessura infinitesimal dd , de comprimento unitário, envolvendo o condutor *a* a uma distância d de seu centro.

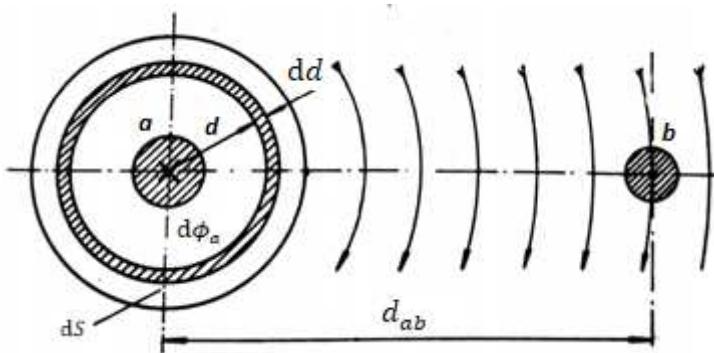


Figura A.2 – Fluxo magnético entre condutores paralelos [31].

Um fluxo elementar $d\phi_a$ será contido pelas paredes do cilindro, atravessando uma secção:

$$dS = dd \cdot 1 = dd \quad (\text{A.13})$$

Levando em (A.12):

$$d\phi_a = 2 \cdot 10^{-7} \frac{I}{d} dd \quad (\text{A.14})$$

O fluxo magnético externo do condutor *a*, situado no espaço compreendido entre a sua superfície e a superfície oposta do condutor *b*, envolvendo-o, será, considerando muito pequenos os raios de *a* e *b*, comparados com a distância entre seus eixos d_{ab} :

$$\phi_a = \int_R^{d_{ab}} 2 \cdot 10^{-7} \frac{I}{d} dd$$

ou

$$\phi_a = 2 \cdot 10^{-7} I \ln\left(\frac{d_{ab}}{R}\right) \quad (\text{A.15})$$

Para um condutor de comprimento l tem-se:

$$\phi_a = 2 \cdot 10^{-7} I l \ln\left(\frac{d_{ab}}{R}\right) \quad (\text{A.16})$$

A.2 Fluxo Magnético Interno de um Condutor

Considera-se uma secção através do condutor a , percorrido pela corrente I , que se admite uniformemente distribuída em seu interior, produzindo linhas de fluxo magnéticas, conforme a Figura A.3. Separa-se em seu interior um cilindro de paredes infinitesimais, de raio d_i e espessura dd_i . As paredes do cilindro, de comprimento unitário, são percorridas pelo fluxo $d\phi_i$, produzido pela parcela de corrente I_i que flui na parte do condutor limitada pelo cilindro.

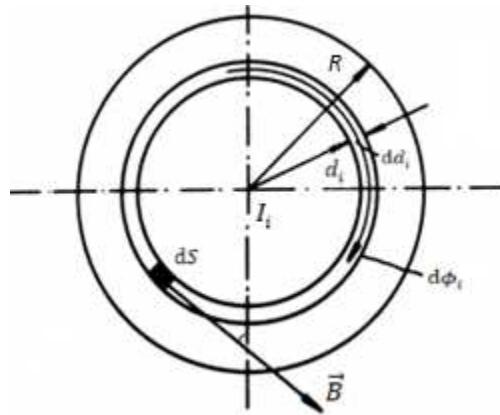


Figura A.3 – Fluxo magnético interno de um condutor [31].

Para distribuição uniforme da corrente no interior do condutor, tem-se:

$$I_i = I \frac{d_i^2}{R^2} \quad (\text{A.17})$$

No cilindro dd_i , \vec{B} é considerado uniforme, e a equação (A.5) torna-se:

$$\oint_{l_\phi} \vec{B} \cdot d\vec{l}_\phi = \vec{B} \oint_{l_\phi} dl_\phi = \vec{B} \cdot 2\pi d_i \quad (\text{A.18})$$

e

$$\mu I_i = \mu I \frac{d_i^2}{R^2} \quad (\text{A.19})$$

Logo:

$$2\pi \vec{B} d_i = \mu \frac{d_i^2}{R^2} I \quad (\text{A.20})$$

ou

$$\vec{B} = \frac{\mu}{2\pi} I \frac{d_i}{R^2} \quad (\text{A.21})$$

O volume de material do cilindro infinitesimal de comprimento unitário é:

$$dV = 2\pi d_i \cdot dd_i \quad (\text{A.22})$$

e a energia armazenada pelo campo magnético no interior do condutor:

$$e = \frac{1}{2\mu} \int_0^R \vec{B}^2 dV = \frac{1}{2} LI^2 \quad (\text{A.23})$$

$$e = \frac{1}{2\mu} \int_0^R \left(\frac{\mu}{2\pi} \frac{Id_i}{R^2} \right)^2 \cdot 2\pi d_i dd_i = \frac{\mu I^2}{4\pi R^4} \int_0^R d_i^3 dd_i \quad (\text{A.24})$$

ou

$$e = \frac{\mu I^2}{16\pi} = \frac{LI^2}{2} \quad (\text{A.25})$$

Como, porém:

$$L = \frac{\phi_i}{I} \quad (\text{A.26})$$

tem-se:

$$\phi_i = \frac{\mu I}{8\pi} \quad (\text{A.27})$$

Para o ar:

$$\phi_i = \frac{I}{2} \cdot 10^{-7} \quad (\text{A.28})$$

A.3 Fluxo Magnético Total de Condutor Cilíndrico Maciço

O fluxo magnético total associado a um condutor que conduz uma corrente I , considerada desde o eixo que passa por seu centro até a uma distância d desse eixo, será:

$$\phi = \phi_a + \phi_i \quad (\text{A.29})$$

Substituindo ϕ_a e ϕ_i pelos valores encontrados em (A.16) e (A.28), para um metro de condutor:

$$\phi = 2 \cdot 10^{-7} I \left(\frac{1}{4} + \ln \frac{d}{R} \right) \quad (\text{A.30})$$

onde:

$$\frac{1}{4} = \ln e^{1/4} \quad (\text{A.31})$$

$$\phi = 2 \cdot 10^{-7} I \left(\ln e^{1/4} + \ln \frac{d}{R} \right) = 2 \cdot 10^{-7} I \ln \frac{d}{Re^{-1/4}} \quad (\text{A.32})$$

Fazendo $Re^{-1/4} = R'$, tem-se, finalmente:

$$\phi = 2 \cdot 10^{-7} I \ln \frac{d}{R'} \quad (\text{A.33})$$

O raio $R' = Re^{-1/4}$ pode ser interpretado como sendo o raio de um condutor fictício, teórico, que, não possuindo fluxo interno, produz, no entanto, o mesmo fluxo total ϕ que seria produzido pelo corrente I ao percorrer o condutor sólido real examinado.

Portanto, nos cálculos do fluxo produzido por condutores cilíndricos maciços, deve-se substituir seus externos reais por:

$$R' = Re^{-1/4} = 0,7788 R \quad (\text{A.34})$$

A.4 Fluxo de Acoplamento entre Dois Condutores

Considera-se, na Figura A.4, dois condutores a e b , separados entre si de uma distância d_{ab} . Os dois condutores são cilíndricos, retilíneos e paralelos, isolados entre si. Seus raios, respectivamente, R_a e R_b . Conduzem as correntes I_a e I_b , respectivamente.

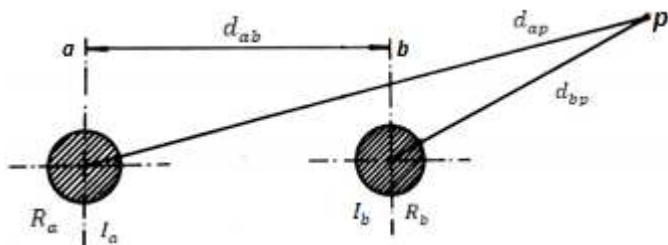


Figura A.4 – Sistema de dois condutores paralelos [31].

Considera-se, inicialmente, o condutor a . Ele é enlaçado pelo fluxo produzido pela própria corrente I_a , interno e externo. O fluxo externo considerado será aquele que se estende desde a sua superfície até um ponto arbitrário p , situado a uma distância d_{ap} do condutor a (o raio R_a é insignificante em relação a d_{ap}). Tem-se, de acordo com a equação (A.33):

$$\phi_{apa} = 2 \cdot 10^{-7} I_a \ln \frac{d_{ap}}{R'_a} \quad (\text{A.35})$$

O condutor a será igualmente enlaçado pelo fluxo que a corrente I_b produz externamente ao condutor b , que se estende igualmente a p , cujo valor é dado por:

$$\phi_{apb} = 2 \cdot 10^{-7} I_b \ln \frac{d_{bp}}{d_{ab}} \quad (\text{A.36})$$

O fluxo enlaçante total será, então:

$$\phi_{ap} = \phi_{apa} + \phi_{apb} = 2 \cdot 10^{-7} \left(I_a \ln \frac{d_{ap}}{R'_a} + I_b \ln \frac{d_{bp}}{d_{ab}} \right) \quad (\text{A.37})$$

Desdobrando os termos logarítmicos:

$$\phi_{ap} = 2 \cdot 10^{-7} \left(I_a \ln \frac{1}{R'_a} + I_b \ln \frac{1}{d_{ab}} + I_a \ln d_{ap} + I_b \ln d_{bp} \right) \quad (\text{A.38})$$

Admitindo-se que os dois condutores formem um circuito, tem-se que $I_b = -I_a$. A equação (A.38), após um rearranjo em seus termos, se transforma em:

$$\phi_{ap} = 2 \cdot 10^{-7} \left(I_a \ln \frac{1}{R'_a} + I_b \ln \frac{1}{d_{ab}} + I_a \ln \frac{d_{ap}}{d_{bp}} \right) \quad (\text{A.39})$$

Se o ponto p está muito distante de a e b , o valor da relação $\frac{d_{ap}}{d_{bp}}$ tende então para a unidade. Logo:

$$\phi_a = 2 \cdot 10^{-7} \left[I_a \ln \frac{1}{R'_a} + I_b \ln \frac{1}{d_{ab}} \right] \quad (\text{A.40})$$

Efetuando o mesmo raciocínio com relação ao condutor b :

$$\phi_b = 2 \cdot 10^{-7} \left[I_b \ln \frac{1}{R'_b} + I_a \ln \frac{1}{d_{ab}} \right] \quad (\text{A.41})$$

As equações (A.40) e (A.41) constituem um sistema, que pode ser escrito sob a forma:

$$\begin{bmatrix} \phi_a \\ \phi_b \end{bmatrix} = 2 \cdot 10^{-7} \begin{bmatrix} \ln \frac{1}{R'_a} & \ln \frac{1}{d_{ab}} \\ \ln \frac{1}{d_{ab}} & \ln \frac{1}{R'_b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \end{bmatrix} \quad (\text{A.42})$$

A.4.1 Indutância dos Condutores

A equação (A.42) pode ser escrita simbolicamente como:

$$[\phi] = k[F][I] \quad (\text{A.43})$$

Lembrando a definição de indutância:

$$[\phi] = [L][I] \quad (\text{A.44})$$

Comparando-se as equações (A.43) e (A.44):

$$[L] = k[F] \quad (\text{A.45})$$

Portanto:

$$[L] = 2 \cdot 10^{-7} \begin{bmatrix} \ln \frac{1}{R'_a} & \ln \frac{1}{d_{ab}} \\ \ln \frac{1}{d_{ab}} & \ln \frac{1}{R'_b} \end{bmatrix} \quad (\text{A.46})$$

A.4.2 Condutores com Retorno pelo Solo

Admite-se que um condutor a , de raio R_a , cilíndrico e retilíneo, esteja suspenso a uma altura h_a sobre o solo, sendo paralelo ao mesmo. Admite-se ainda que o solo seja, isto é, um condutor perfeito e homogêneo. O solo constitui o retorno do circuito do condutor a .

Uma vez que o percurso da corrente através do solo não pode ser estabelecido, pode-se admitir um condutor equivalente em seu lugar. Esse condutor, por ora considerado ideal, é paralelo ao condutor a , encontrando-se a uma profundidade da superfície do solo igual à altura do condutor a sobre o mesmo, como mostra a Figura A.5. Esse condutor recebe o nome de condutor-imagem.

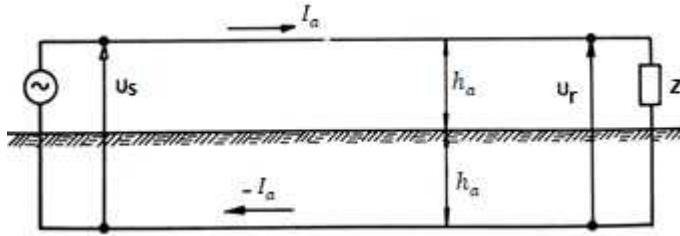


Figura A.5 – Condutor com retorno [31].

A equação (A.40), aplicada ao sistema assim formado, tomará a seguinte forma:

$$\phi_a = 2 \cdot 10^{-7} I_a \left(\ln \frac{1}{R'_a} - \ln \frac{1}{2h_a} \right) \quad (\text{A.47})$$

$$\phi_a = 2 \cdot 10^{-7} I_a \ln \frac{2h_a}{R'_a} \quad (\text{A.48})$$

Admite-se agora que, ao invés de um condutor, tenham-se dois condutores com retorno pelo solo, nas mesmas condições anteriores. Cada condutor terá o seu condutor-imagem, como mostra a Figura A.6.

Considera-se, no sistema assim formado, somente o condutor a , e marca-se novamente o ponto de referência p . Com o mesmo raciocínio usado no item A.2, obtém-se o fluxo total que enlaça o condutor a :

$$\phi_{ap} = 2 \cdot 10^{-7} \left(I_a \ln \frac{d_{ap}}{R'_a} + I_b \ln \frac{d_{bp}}{d_{ab}} - I_a \ln \frac{d_{a'p}}{2h_a} - I_b \ln \frac{d_{b'p}}{D_{ab}} \right) \quad (\text{A.49})$$

Esta equação pode ser posta sob a seguinte forma:

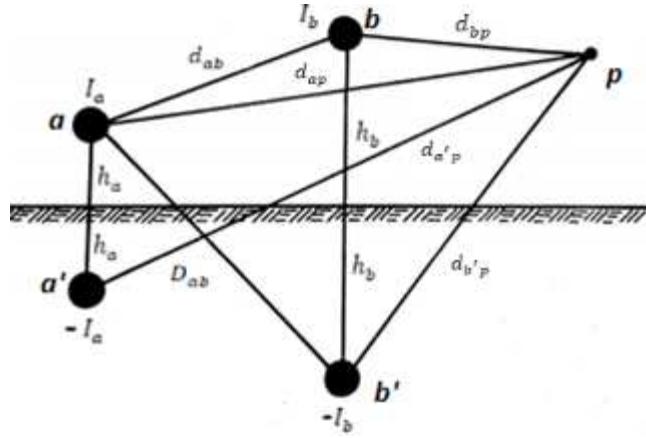


Figura A.6 – Dois condutores com retorno [31].

$$\phi_{ap} = 2 \cdot 10^{-7} \left(I_a \ln \frac{1}{R'_a} - I_a \ln \frac{1}{2h_a} + I_a \ln \frac{d_{ap}}{d_{a'p}} + I_b \ln \frac{D_{ab}}{d_{ab}} - I_b \ln \frac{d_{b'p}}{d_{ap}} \right) \quad (\text{A.50})$$

Considerando, novamente, o ponto p afastando-se dos condutores e suas imagens, tem-se:

$$\phi_a = 2 \cdot 10^{-7} \left[I_a \left(\ln \frac{1}{R'_a} - \ln \frac{1}{2h_a} \right) + I_b \ln \frac{D_{ab}}{d_{ab}} \right] \quad (\text{A.51})$$

ou

$$\phi_a = 2 \cdot 10^{-7} \left(I_a \ln \frac{2h_a}{R'_a} + I_b \ln \frac{D_{ab}}{d_{ab}} \right) \quad (\text{A.52})$$

Com o mesmo raciocínio para condutor b , obtem-se:

$$\phi_b = 2 \cdot 10^{-7} \left(I_a \ln \frac{D_{ab}}{d_{ab}} + I_b \ln \frac{2h_b}{R'_b} \right) \quad (\text{A.53})$$

Portanto, o sistema da Figura A.6 poderá ser descrito pela equação:

$$\begin{bmatrix} \phi_a \\ \phi_b \end{bmatrix} = 2 \cdot 10^{-7} \begin{bmatrix} \ln \frac{2h_a}{R'_a} + \ln \frac{D_{ab}}{d_{ab}} \\ \ln \frac{D_{ab}}{d_{ab}} + \ln \frac{2h_b}{R'_b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \end{bmatrix} \quad (\text{A.54})$$

Pela definição da indutância, tem-se a matriz das indutâncias:

$$[L] = 2 \cdot 10^{-7} \begin{bmatrix} \ln \frac{2h_a}{R'_a} & \ln \frac{D_{ab}}{d_{ab}} \\ \ln \frac{D_{ab}}{d_{ab}} & \ln \frac{2h_b}{R'_b} \end{bmatrix} \quad (\text{A.55})$$

Observando as equações (A.46) e (A.55), verifica-se que nas matrizes são encontrados dois tipos de termos: os termos das diagonais, que dizem respeito aos próprios condutores: sua indutâncias próprias ou autoindutâncias; e os termos fora da diagonal mostram a influência dos condutores vizinhos, representando, pois, as indutâncias mútuas.

Apêndice B

Capacitância

Este apêndice busca apresentar os cálculos, as deduções matemáticas e as simplificações que levaram à obtenção dos termos dos potenciais vetores de Maxwell apresentados nas equações (2.29) e (2.30). Para isso, inicialmente, parte-se da Lei de Gauss da Eletricidade que compõe uma das Equações de Maxwell. Esta lei enuncia que a integral sobre uma superfície fechada S do vetor deslocamento elétrico \vec{D} ou fluxo de campo elétrico é proporcional à carga líquida contida dentro do volume V limitado pela superfície S . Matematicamente:

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \iiint_V \rho \cdot dV \quad (\text{B.1})$$

onde ρ é a densidade de carga elétrica. Seja q o valor instantâneo da carga em um metro linear de condutor, distribuída uniformemente sobre a sua superfície S . Por convenção:

$$\iiint_V \rho \cdot dV = q \quad (\text{B.2})$$

Tal que (B.1) torna-se:

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = q \quad (\text{B.3})$$

Da relação constitutiva:

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \quad (\text{B.4})$$

onde \vec{E} é o vetor campo elétrico e ϵ é a permissividade elétrica do meio que envolve o condutor. Se o meio for homogêneo, linear e isotrópico, (B.3) torna-se:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon} \quad (\text{B.5})$$

B.1 Campo Elétrico de um Condutor Cilíndrico Isolado

A carga elétrica de um condutor cilíndrico retilíneo, longo, isolado e suficientemente longe do solo e de outros condutores carregados, distribui-se uniformemente sobre a sua superfície, formando ao seu redor um campo elétrico, homogêneo, cujas superfícies equipotenciais são também cilíndricas, e concêntricas com o condutor. Para este caso particular, a equação (B.5) pode ser reescrita como:

$$\vec{E} \oint_S d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon} \quad (\text{B.6})$$

A Figura B.1 representa uma secção através de condutor cilíndrico, maciço, retilíneo e isolado, possuindo, pois um campo elétrico homogêneo. Considera-se uma superfície cilíndrica de raio d concêntrica com o condutor. Essa superfície é equipotencial. Sua área será, por metro linear de condutor, igual a $2\pi d$. Logo, a intensidade de campo elétrico por metro de condutor é:

$$\vec{E} \oint_0^{2\pi d} d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon}$$

$$\vec{E} = \frac{q}{2\pi \epsilon d} \quad (\text{B.7})$$

Tal que:

$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r \quad (\text{B.8})$$

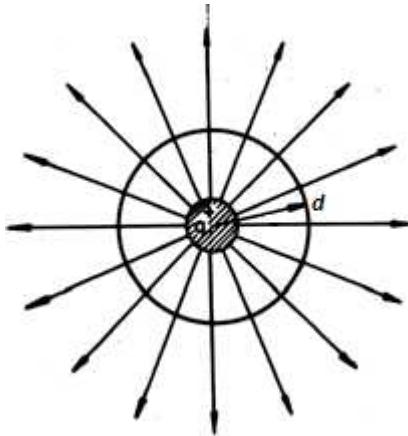


Figura B.1 – Campo elétrico homogêneo de condutor isolado [31].

onde $\epsilon_0 = 8,859 \cdot 10^{-12}$ F/m é a permissividade absoluta ou do vácuo e ϵ_r é a permissividade relativa do meio em que o condutor está inserido. Para o ar, considera-se $\epsilon_r = 1$ na maioria das aplicações em linhas de transmissão. Assim:

$$\vec{E} \cong \frac{q}{2\pi \cdot 8,859 \cdot 10^{-12} d} \cong 18 \cdot 10^9 \frac{q}{d} \quad (\text{B.9})$$

B.2 Diferença de Potencial

Considera-se um condutor longo, retilíneo, possuindo uma carga positiva de q conforme mostrado na Figura B.2. Os pontos p_1 e p_2 estão colocados, respectivamente, a distância d_1 e d_2 do centro condutor.

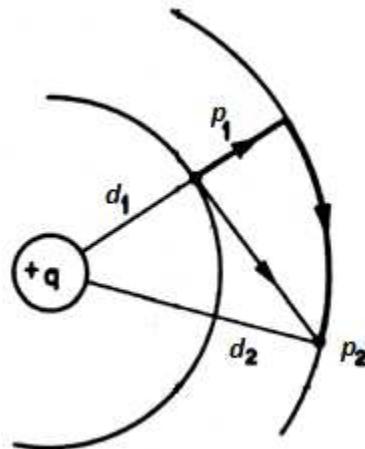


Figura B.2 – Diferença de potencial entre dois pontos no campo da carga q [31].

A fim de determinar a queda de tensão entre os dois pontos, basta determinar a diferença de potencial entre as equipotenciais que passam pelos pontos p_1 e p_2 , através da integração da variação da intensidade de campo ao longo do percurso radial, entre as superfícies equipotenciais. O valor instantâneo da diferença de potencial entre p_1 e p_2 será:

$$u_{12} = \int_{d_1}^{d_2} \vec{E} \, d\vec{d} = \int_{d_1}^{d_2} \frac{q}{2\pi\epsilon \vec{E} d} \, d\vec{d}$$

$$u_{12} = \frac{q}{2\pi\epsilon} \ln \frac{d_2}{d_1} \quad (\text{B.10})$$

O valor da queda de tensão expresso pela equação (B.10) tanto poderá ser negativo como positivo, dependendo do sinal da carga q e do fato de se considerar a queda de tensão desde um ponto próximo ao condutor energizado e um ponto mais remoto ou vice-versa. O sinal de q pode ser positivo ou negativo e o termo logarítmico é positivo ou negativo, dependendo do fato de d_2 ser maior ou menor de d_1 .

B.2.1 Diferença de Potencial entre Dois Condutores Carregados

Sejam dois condutores cilíndricos, retos e paralelos, de comprimento infinito e raio R_a e R_b . A distância entre seus eixos é de d_{ab} como mostra a Figura B.3.

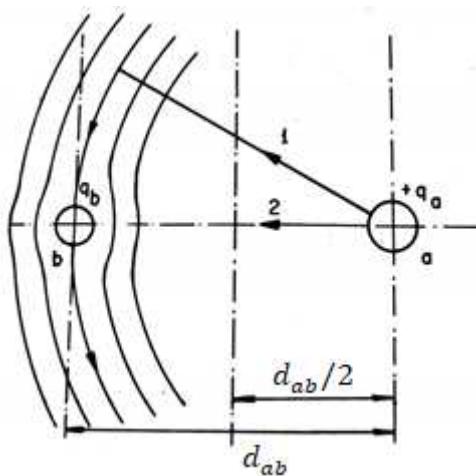


Figura B.3 – Deformação do campo elétrico do condutor a pela presença do condutor b [31].

Considera-se inicialmente que apenas o condutor p_2 possua uma carga q , enquanto que o condutor b está sem carga. O campo elétrico criado pelo condutor a é homogêneo, exceto nas proximidades do condutor b , onde será deformado pela presença deste, cuja superfície é uma superfície de campo do condutor a , de mesmo valor que a equipotencial que passa pelo centro de b , desde que r_b seja suficientemente pequeno em comparação com a distância d_{ab} .

A diferença de potencial entre as superfícies dos condutores a e b será numericamente igual ao trabalho despendido para deslocar uma carga $+q_a$ desde a superfície do condutor a até a superfície do condutor b , independentemente do caminho percorrido. De acordo com equação (B.10), tem-se $d_2 = d_{ab}$ e $d_1 = R_a$:

$$u_{ab} = \frac{q_a}{2\pi\epsilon} \int_{R_a}^{d_{ab}} \frac{1}{d} dd = \frac{q_a}{2\pi\epsilon} \ln \frac{d_{ab}}{R_a} \quad (\text{B.11})$$

Considerando-se agora que foi retirada a carga do condutor a e colocada uma carga q_b no condutor b , com o mesmo raciocínio tem-se a diferença de potencial devido à carga em b , sendo:

$$u_{ab} = \frac{q_b}{2\pi\epsilon} \int_{d_{ab}}^{R_b} \frac{1}{d} dd = \frac{q_b}{2\pi\epsilon} \ln \frac{R_b}{d_{ab}} \quad (\text{B.12})$$

A diferença de potencial devido à atuação simultânea das cargas será:

$$u_{ab} = \frac{q_a}{2\pi\epsilon} \ln \frac{d_{ab}}{R_a} + \frac{q_b}{2\pi\epsilon} \ln \frac{R_b}{d_{ab}} \quad (\text{B.13})$$

Para o caso em que $q_a = q$ e $q_b = -q$, tem-se:

$$u_{ab} = \frac{q}{2\pi\epsilon} \left(\ln \frac{d_{ab}}{R_a} - \ln \frac{d_{ab}}{R_b} \right)$$

ou

$$u_{ab} = \frac{q}{2\pi\epsilon} \ln \frac{d_{ab}^2}{R_a R_b} \quad (\text{B.14})$$

Se os dois condutores forem idênticos, $R_a = R_b = R$, tem-se:

$$u_{ab} = \frac{q}{2\pi\epsilon} \ln \frac{d_{ab}^2}{R^2} = \frac{q}{\pi\epsilon} \ln \frac{d_{ab}}{R} \quad (\text{B.15})$$

B.2.2 Diferença de Potencial entre um Condutor e o Solo

O solo terrestre é condutor de eletricidade. Os condutores das linhas aéreas de transmissão de energia elétrica encontram-se suspensos a uma altura finita sobre o solo e deste isolados, de forma que o seu campo elétrico também é influenciado pela proximidade do solo. Um condutor nessas condições comporta-se como um capacitor composto de um eletrodo cilíndrico longo, paralelo a um eletrodo plano, como mostra a Figura B.5.

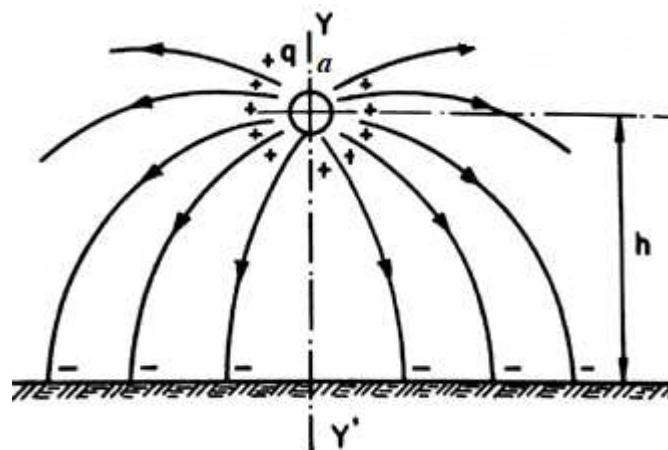


Figura B.5 – Campo elétrico de um condutor suspenso [31].

À carga q existente na superfície do condutor corresponde uma carga $-q$ distribuída sobre a superfície do solo, onde terminam as linhas de fluxo que emanam da superfície do condutor a . Sobre o eixo YY' , como na Figura B.6, imagina-se um outro condutor a' , a uma profundidade $-h$ da superfície do solo, ou seja, a uma distância $2h$ do condutor a . Supõe-se que no condutor a' esteja concentrada toda a carga $-q$. O campo elétrico terá então, a forma indicada na Figura B.6.

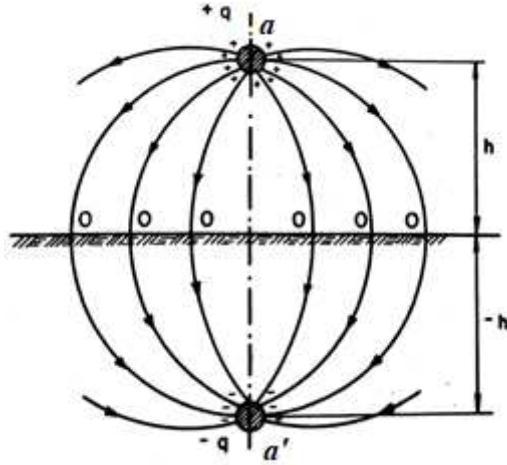


Figura B.6 – Campo elétrico entre o condutor a e sua imagem [31].

O plano correspondente ao solo terá, portanto, potencial nulo. O condutor a' recebe o nome de condutor-imagem de a . Um sistema assim formado pode ser descrito pela equação (B.15). A diferença de potencial entre o condutor a e o solo será:

$$u_{a0} = \frac{q}{2\pi\epsilon} \ln \frac{2h}{R} \quad (\text{B.15})$$

No estudo das linhas de transmissão de energia, os potenciais dos condutores são normalmente referidos a um neutro, de potencial nulo, considerando-se o solo como tal. Daí decorre que o conceito de condutor-imagem é útil no estudo das capacidades das linhas de transmissão.

B.3 Potenciais de Dois Condutores Suspensos Sobre o Solo

Considera-se, como mostra a Figura B.7, dois condutores a e b , suspensos sobre o solo a alturas h_a e h_b , respectivamente. Seus raios externos são R_a e R_b e suas imagens a' e b' , situadas às profundidades h_a e h_b .

Seja $+q_a$ o valor instantâneo da carga uniformemente distribuída por unidade de comprimento na superfície do condutor a e $+q_b$, o valor instantâneo da carga do condutor b . Suas imagens terão, respectivamente, as cargas $-q_a$ e $-q_b$.

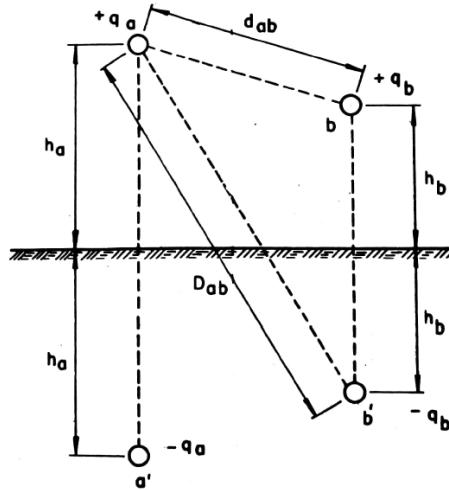


Figura B.7 – Dois Condutores Suspensos e suas imagens [31].

O potencial instantâneo do condutor com relação ao solo u_a será devido à sua carga própria, à carga de sua imagem e às cargas de b e b' . Nessas condições, de acordo com as equações (B.10) e (B.15), tem-se:

$$u_a = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left[q_a \ln \frac{2h_a}{r_a} + q_b \ln \frac{R_b}{d_{ab}} - q_b \ln \frac{R_b}{D_{ab}} \right]$$

ou

$$u_a = \frac{1}{2\pi\epsilon} q_a \ln \frac{2h_a}{R_a} + \frac{1}{2\pi\epsilon} q_b \ln \frac{D_{ab}}{d_{ab}} \quad (\text{B.16})$$

O potencial do condutor b com relação ao solo será, igualmente:

$$u_b = \frac{1}{2\pi\epsilon} q_b \ln \frac{2h_b}{R_b} + \frac{1}{2\pi\epsilon} q_a \ln \frac{D_{ab}}{d_{ab}} \quad (\text{B.17})$$

Essas duas equações constituem um sistema que, na forma matricial, torna-se:

$$\begin{bmatrix} u_a \\ u_b \end{bmatrix} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \begin{bmatrix} \ln \frac{2h_a}{R_a} & \ln \frac{D_{ab}}{d_{ab}} \\ \ln \frac{D_{ab}}{d_{ab}} & \ln \frac{2h_b}{R_b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_a \\ q_b \end{bmatrix} \quad (\text{B.18})$$

Nota-se pela equação (B.18) que a matriz é simétrica em torno da diagonal de forma que os termos da diagonal representam os potenciais devido às cargas dos próprios condutores e de suas imagens. São, pois, termos próprios. Os termos fora da diagonal mostram a influência das cargas do condutor vizinho e de imagem sobre cada um dos condutores. São termos mútuos.

B.4 Potenciais de um Número Qualquer de Condutores Suspensos

Considera-se n condutores suspensos, como mostra a Figura B.8. Os condutores, designados a, b, c, \dots, n , cujos raios são $R_a, R_b, R_c, \dots, R_n$, estão suspensos sobre o solo a alturas $h_a, h_b, h_c, \dots, h_n$ e possuem as cargas $q_a, q_b, q_c, \dots, q_n$. Suas imagens, como mostra a Figura B.8, possuem cargas iguais, de polaridades opostas.

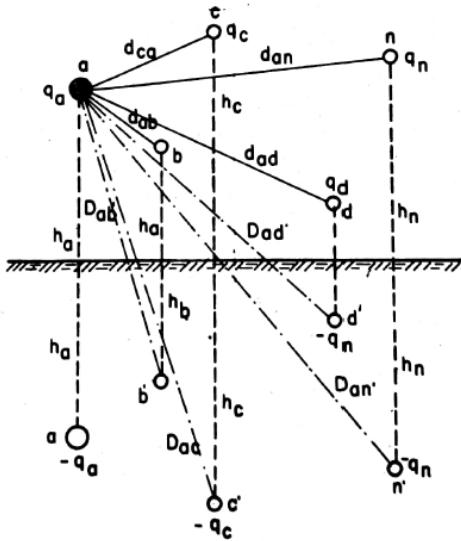


Figura B.8 – Sistema de n condutores suspensos e suas imagens [31].

Desenvolvendo o mesmo raciocínio usado no item B.3, pode-se escrever um sistema de n equações com n termos. Assim:

$$\begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \begin{bmatrix} \ln \frac{2h_a}{R_a} & \ln \frac{D_{ab}}{d_{ab}} & \ln \frac{D_{ac}}{d_{ac}} & \dots & \ln \frac{D_{an}}{d_{an}} \\ \ln \frac{D_{ab}}{d_{ab}} & \ln \frac{2h_b}{R_b} & \ln \frac{D_{bc}}{d_{bc}} & \dots & \ln \frac{D_{bn}}{d_{bn}} \\ \ln \frac{D_{ac}}{d_{ac}} & \ln \frac{D_{bc}}{d_{bc}} & \ln \frac{2h_c}{R_c} & \dots & \ln \frac{D_{cn}}{d_{cn}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \ln \frac{D_{an}}{d_{an}} & \ln \frac{D_{bn}}{d_{bn}} & \ln \frac{D_{cn}}{d_{cn}} & \dots & \ln \frac{2h_n}{R_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_a \\ q_b \\ q_c \\ \vdots \\ q_n \end{bmatrix} \quad (\text{B.19})$$

A distância entre um condutor i e a imagem de seu vizinho pode ser calculada em função de h_i e h_j e d_{ij} , através de:

$$D_{ij} = \sqrt{4h_i h_j + d_{ij}^2} \quad (\text{B.20})$$

A matriz (B.19) é denominada matriz dos coeficientes de potenciais, ou dos coeficientes de campo elétrico, de Maxwell. Os termos da diagonal, genericamente, são denominados coeficientes de potencial próprios e os termos fora da diagonal são denominados coeficientes de potencial mútuos, a saber:

$$P_{ii} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{2h_a}{R_a} \quad (\text{B.21a})$$

$$P_{ij} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{D_{ij}}{d_{ij}} \quad (\text{B.21b})$$

Verifica-se que os valores dos coeficientes de potencial dependem exclusivamente do meio em que os condutores se encontram, representado pela permissividade do meio ϵ e das dimensões físicas dos condutores e da linha. Substituindo ϵ por seu valor numérico conforme feito na equação (B.9), tem-se:

$$P_{ii} = 18 \cdot 10^9 \ln \frac{2h_i}{R_i} \quad (\text{B.22a})$$

$$P_{ij} = 18 \cdot 10^9 \ln \frac{D_{ij}}{d_{ij}} \quad (\text{B.22b})$$

Para os potenciais expressos por quilômetro de linha:

$$P_{ii} = 18 \cdot 10^6 \ln \frac{2h_i}{R_i} \quad (\text{B.23a})$$

$$P_{ij} = 18 \cdot 10^6 \ln \frac{D_{ij}}{d_{ij}} \quad (\text{B.23b})$$