

# Algorithmisches Beweisen LAB

## 2-SAT

Luc Spachmann

FSU Jena

25.04.2022

- Implementierung von SAT-Lösern
  - 2-SAT
  - DPLL
  - CDCL (Schrittweise)

- Eine **Belegung** ist eine Abbildung  $\alpha : \text{Var} \rightarrow \{0, 1\}$
- Eine **Einschränkung** ist die Anwendung einer (partiellen) Belegung auf eine Formel
- Zwei Möglichkeiten:
  - Ein Literal kann aus einer Klausel gelöscht werden
  - Eine Klausel kann aus der Formel gelöscht werden

$$f = (\neg x_1 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee \neg x_2) \wedge (x_2 \vee \neg x_3) \wedge (x_3 \wedge x_4)$$

- Belegung  $\alpha : x_1 \mapsto 0, x_2 \mapsto 0$
- Einschränkung

$$\begin{aligned} f[\alpha] &= (1 \vee 0) \wedge (0 \vee 1) \wedge (0 \vee \neg x_3) \wedge (x_3 \wedge x_4) \\ &= 1 \wedge 1 \wedge (\neg x_3) \wedge (x_3 \wedge x_4) \\ &= (\neg x_3) \wedge (x_3 \wedge x_4) \end{aligned}$$

$$(\neg x_1) \wedge (x_1 \vee \neg x_2) \wedge (x_2 \vee \neg x_3) \wedge (x_3 \vee \neg x_4) \wedge (x_4 \vee \neg x_5)$$

- Eine **Unit-Klausel** beinhaltet genau ein Literal ( $\neg x_1$ )
- Eine **Unit-Belegung** erfüllt eine Unit-Klausel:  $x_1 \mapsto 0$
- **Unit Propagation** ist eine sukzessive und vollständige Anwendung von Unit-Belegungen

# Beispiel 2

$$\begin{array}{lcl} & (\neg x_1) \wedge (x_1 \vee \neg x_2) \wedge (x_2 \vee \neg x_3) \wedge (x_3 \vee \neg x_4) \wedge (x_4 \vee \neg x_5) & \\ x_1 \mapsto 0 & (\neg x_2) \wedge (x_2 \vee \neg x_3) \wedge (x_3 \vee \neg x_4) \wedge (x_4 \vee \neg x_5) & \\ x_2 \mapsto 0 & (\neg x_3) \wedge (x_3 \vee \neg x_4) \wedge (x_4 \vee \neg x_5) & \\ x_3 \mapsto 0 & (\neg x_4) \wedge (x_4 \vee \neg x_5) & \\ x_4 \mapsto 0 & (\neg x_5) & \\ x_5 \mapsto 0 & & \end{array}$$

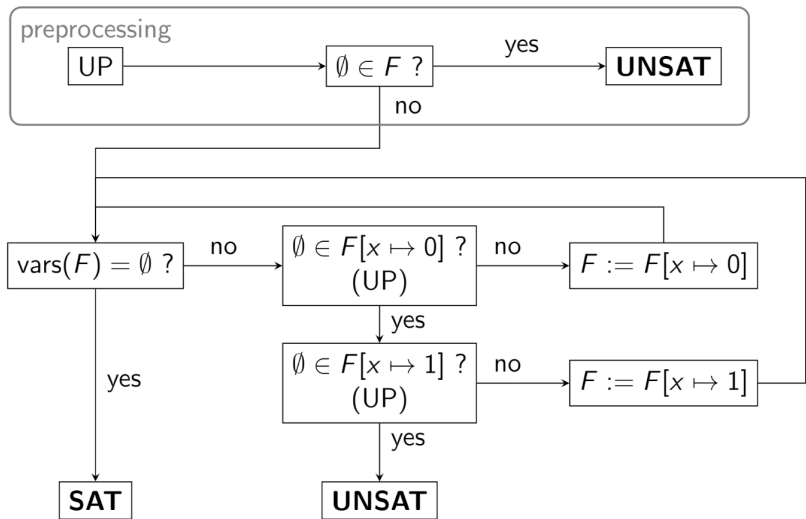
Formel ist mit Belegung  $\alpha : x : 1 \mapsto 0, \dots, x_5 \mapsto 0$  erfüllbar.

- KNF der breite 2
- In Linearzeit lösbar
- Sei  $F[x \mapsto b]$  die Anwendung von  $x \mapsto b$  und Unit Propagation auf  $F$
- Eine Entscheidung und Unit Propagation behält Erfüllbarkeit bei, falls keine leere Klausel entsteht:

$$\emptyset \notin F[x \mapsto b] \implies F \equiv_{\text{sat}} F[x \mapsto b]$$

- Falls  $F$  erfüllbar und  $F[x \mapsto b]$  keine leere Klausel enthält, ist auch  $F[x \mapsto b]$  erfüllbar

# 2-Sat Algorithmus





# Aufgabe: 2-SAT

- Implementierung des 2-SAT Algorithmus
- Programm sollte Formeln in DIMACS bekommen
- Testen des Programms anhand zufälliger 2-SAT Formeln (bspw. über Vergleich mit verbreiteten Solvern)
- Ausgabe einiger Statistiken:
  - Zeit
  - Speicherbedarf
  - Anzahl Unit Propagations
  - etc.