

Algorithmisches Beweisen LAB

2-SAT

Luc Spachmann

FSU Jena

25.04.2022

- Implementierung von SAT-Lösern
 - 2-SAT
 - DPLL
 - CDCL (Schrittweise)

- Eine **Belegung** ist eine Abbildung $\alpha : \text{Var} \rightarrow \{0, 1\}$
- Eine **Einschränkung** ist die Anwendung einer (partiellen) Belegung auf eine Formel
- Zwei Möglichkeiten:
 - Ein Literal kann aus einer Klausel gelöscht werden
 - Eine Klausel kann aus der Formel gelöscht werden

$$f = (\neg x_1 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee \neg x_2) \wedge (x_2 \vee \neg x_3) \wedge (x_3 \vee x_4)$$

- Belegung $\alpha : x_1 \mapsto 0, x_2 \mapsto 0$
- Einschränkung

$$\begin{aligned} f[\alpha] &= (1 \vee 0) \wedge (0 \vee 1) \wedge (0 \vee \neg x_3) \wedge (x_3 \vee x_4) \\ &= 1 \wedge 1 \wedge (\neg x_3) \wedge (x_3 \vee x_4) \\ &= (\neg x_3) \wedge (x_3 \vee x_4) \end{aligned}$$

$$(\neg x_1) \wedge (x_1 \vee \neg x_2) \wedge (x_2 \vee \neg x_3) \wedge (x_3 \vee \neg x_4) \wedge (x_4 \vee \neg x_5)$$

- Eine **Unit-Klausel** beinhaltet genau ein Literal ($\neg x_1$)
- Eine **Unit-Belegung** erfüllt eine Unit-Klausel: $x_1 \mapsto 0$
- **Unit Propagation** ist eine sukzessive und vollständige Anwendung von Unit-Belegungen

Beispiel 2

$$\begin{array}{lcl} & (\neg x_1) \wedge (x_1 \vee \neg x_2) \wedge (x_2 \vee \neg x_3) \wedge (x_3 \vee \neg x_4) \wedge (x_4 \vee \neg x_5) & \\ x_1 \mapsto 0 & (\neg x_2) \wedge (x_2 \vee \neg x_3) \wedge (x_3 \vee \neg x_4) \wedge (x_4 \vee \neg x_5) & \\ x_2 \mapsto 0 & (\neg x_3) \wedge (x_3 \vee \neg x_4) \wedge (x_4 \vee \neg x_5) & \\ x_3 \mapsto 0 & (\neg x_4) \wedge (x_4 \vee \neg x_5) & \\ x_4 \mapsto 0 & (\neg x_5) & \\ x_5 \mapsto 0 & & \end{array}$$

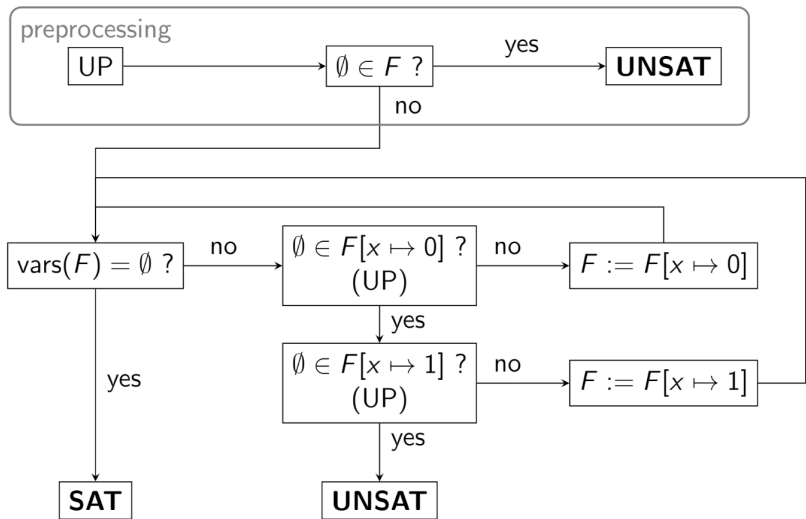
Formel ist mit Belegung $\alpha : x_1 \mapsto 0, \dots, x_5 \mapsto 0$ erfüllbar.

- KNF der breite 2
- In Linearzeit lösbar
- Sei $F[x \mapsto b]$ die Anwendung von $x \mapsto b$ und Unit Propagation auf F
- Eine Entscheidung und Unit Propagation behält Erfüllbarkeit bei, falls keine leere Klausel entsteht:

$$\emptyset \notin F[x \mapsto b] \implies F \equiv_{\text{sat}} F[x \mapsto b]$$

- Falls F erfüllbar und $F[x \mapsto b]$ keine leere Klausel enthält, ist auch $F[x \mapsto b]$ erfüllbar

2-Sat Algorithmus



Aufgabe: 2-SAT

- Implementierung des 2-SAT Algorithmus
- Programm sollte Formeln in DIMACS bekommen
- Testen des Programms anhand zufälliger 2-SAT Formeln (bspw. über Vergleich mit verbreiteten Solvern)
- Ausgabe einiger Statistiken:
 - Zeit
 - Speicherbedarf
 - Anzahl Unit Propagations
 - etc.