

Vybrané úlohy na skriptování v jazyce R

17VSADR Skriptování a analýza dat v jazyce R

Obsah

1 Úvod	1
2 Úlohy	1

1 Úvod

Následující úlohy byly vybrány jako typové pro účely opakování před testem v rámci společné výuky předmětu 17VSADR Skriptování a analýza dat v jazyce R a F7PMISKJ Skriptovací jazyky.

2 Úlohy

Úloha 1.

Určete pomocí R součet všech přirozených čísel menších než 1000 takových, že jsou celočíselně dělitelné čísly 3 nebo 5.

Řešení. V R postupně zkoušejme

```
1 x <- 1:999          # vektor všech přirozených čísel < 1000
2 x %% 3 == 0         # která přirozená čísla < 1000 dělitelná 3
3 x %% 5 == 0         # která přirozená čísla < 1000 dělitelná 5
4 x %% 3 == 0 | x %% 5 == 0
5                       # která přirozená čísla < 1000 dělitelná 3 nebo 5
6 x[x %% 3 == 0 | x %% 5 == 0]
7                       # logicky indexuji hodnoty těch přirozených
8                       # čísel < 1000, které jsou dělitelné 3
9                       # nebo 5
10 sum(x[x %% 3 == 0 | x %% 5 == 0])
11                       # vrátím součet hodnot těch přirozených
12                       # čísel < 1000, které jsou dělitelné 3 nebo 5
13
```

```

14 | # řešení na jeden řádek - oneliner
15 | sum(c(1:999)[c(1:999) %% 3 == 0 | c(1:999) %% 5 == 0])
16 | # 233168

```

Zjistili jsme, že součet všech přirozených čísel menších než 1000 takových¹, že jsou celočíselně dělitelné čísly 3 nebo 5, je roven 233168.

Úloha 2.

Najděte pomocí R všechny kladné celočíselné dělitele čísla 1206660.

Úloha 3.

Rozhodněte pomocí R, zda je číslo 19937 prvočíslem. Současně napište v R uživatelskou funkci, která pro zadaný celočíselný argument $n \in \mathbb{N}$ vrátí **TRUE** právě tedy, je-li číslo n prvočíslem, jinak vrátí hodnotu **FALSE**.

Úloha 4.

Je dána množina čísel $M = \{3, 5, 7, 8, 13, 17, 31\}$. Najděte pomocí R všechna čísla nepřevyšující 1000000 taková, že nejsou dělitelná ani jedním z čísel množiny M .

Úloha 5.

Najděte pomocí R největší společný dělitel a nejmenší společný násobek² čísel 106, 159 a 371.

Úloha 6.

Najděte pomocí R počet všech přirozených čísel n nepřevyšujících 1000 takových, že číslo $\lfloor \sqrt[3]{n} \rfloor$ je dělitelem čísla n .

Úloha 7.

Určete pomocí R počet všech navzájem různých obdélníků³ s obvodem rovným 100 takových, že mají všechny strany celočíselné a že jejich obsah je větší než 1000, ale menší než 2000.

Úloha 8.

Určete pomocí R počet všech navzájem různých řešení rovnice

$$x + y + z + u + v = 2019$$

v oboru přirozených čísel.

¹Tímto jsme pomocí R vyřešili první úlohu z online série [Project Euler](#).

²Při výpočtu nejmenšího společného násobku možná oceníte příkaz `options(digits = 22)`, který nastaví vypisování celých čísel až s přesností na 22 platných cifer, čímž lze odvrátit ztrátu informace o posledních cifrách celého čísla, které by jinak byly nahrazeny nulami.

³Obdélníky, které lze ztotožnit pouhým otočením, nepovažujeme za různé.

Úloha 9.

Kolik je prvočísel⁴ menších než 10000?

Úloha 10.

Vytvořte v R vektor v náhodných celých čísel o délce 300 takových, že žádné číslo vektoru v není menší než -100 a není větší než 100 . K zajištění reproducibility řešení před vygenerováním náhodných čísel předřaďte generující funkci příkaz `set.seed(1)`. Bez použití funkcí `min()` a `max()` najděte minimum a maximum vektoru v . Hint: V R lze numericky pracovat i s hodnotami `Inf` a `-Inf` typu `numeric` pro ∞ a $-\infty$, respektive.

Úloha 11.

Vytvořte v R celkem 26 matic vždy o rozměru 5×5 tak, že budou pojmenovány velkými písmeny anglické abecedy, tedy A, B, C, \dots, Z . Hodnota každé matice bude tvořena $5 \times 5 = 25$ čísel pocházejícími vždy ze standardního normálního rozdělení $\mathcal{N}(0; 1)$; pro každou matici nastavte `set.seed()` tak, aby byl roven pořadí jejího jména v rámci anglické abecedy. Pro každou možnou dvojici matic najděte jejich

- (i) maticový součin,
- (ii) Hadamardův součin

a určete z daného součinu vždy determinant. Ten pro každou možnou dvojici matic vhodně uložte. Výsledkem by tak mohla v obou případech být např. matice o rozměrech 26×26 s determinanty součinů původních matic.

Úloha 12.

Jaká je největší možná hodnota společného dělitele navzájem různých kladných celých čísel a, b, c splňujících vztah $a + b + c = 2019$? Řešte pomocí R.

Úloha 13.

Řekneme, že přirozené číslo n je *zajímavé*, jestliže ciferný součet n i $n + 10$ je dělitelný sedmnácti. Jaké je nejmenší *zajímavé* číslo? Řešte pomocí R.

Úloha 14.

Pomocí R vyřešte následující dvě úlohy na prvočísla.

- (i) Najděte všechna prvočísla p , pro která je $19p + 1$ třetí mocninou nějakého celého čísla.
- (ii) Najděte největší prvočísla p menší než 210 takové, že číslo $210 - p$ je složené.

Úloha 15.

Posloupnost $\{a_i\}_{i=1}^{\infty}$ je zadána rekurentně jako $a_1 = 1$ a $a_n = \lfloor \sqrt{a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1}} \rfloor$ pro $n > 1$.⁵ Najděte a_{1000} .

⁴Číslo 1 není prvočísla.

⁵Symbol $\lfloor x \rfloor$ značí doní celou část čísla x , tj. největší celé číslo, které nepřevyšuje hodnotu čísla x .

Úloha 16.

Jeroným obchází kolem dokola kruhové náměstí, které je na obvodu osvětleno celkem 300 lampami. Na začátku jsou všechny lampy zhasnuté. Jeroným vyjde ze své strážní budky a při své první obchůzce náměstí se zastaví u každé lampy – pokud lampa nesvítí, rozsvítí ji, pokud svítí, zhasne ji⁶. Pak dojde zpět ke své budce. Následně vyjde znovu kolem dokola náměstí a při druhé obchůzce se zastaví u každé druhé lampy – pokud lampa nesvítí, rozsvítí ji, pokud svítí, zhasne ji. Nakonec se opět vrátí do své budky. Jenže potom vyjde znovu na obchůzku kolem náměstí a při své třetí obchůzce se zastaví u každé třetí lampy – pokud lampa nesvítí, rozsvítí ji, pokud svítí, zhasne ji, než dojde zpět ke své budce. To opakuje tolikrát, že provede celkem 300 obchůzek náměstí a při každé některé lampy zhasne a některé rozsvítí tak, jak je uvedeno výše⁷. Kolik lamp svítí po jeho třísté obchůzce náměstí?

Úloha 17.

Aneta napsala na tabuli vedle sebe pět dvojek následujícím způsobem

$$2 \quad 2 \quad 2 \quad 2 \quad 2$$

Nyní hraje sama se sebou následující hru. Mezi každé dvě dvojky napíše libovolně některý ze čtyř následujících symbolů pro aritmetickou operaci: $+$, $-$, \times a $/$. Symboly po řadě odpovídají sčítání, odčítání, násobení a dělení. Poté, co mezi pět dvojek doplnila libovolně některé čtyři symboly pro aritmetickou operaci⁸, výraz na tabuli aritmeticky správně spočítá. Výsledek si zaznamená bokem a pak všechny čtyři doplněné symboly smaže. Anetu hra baví, proto ji hraje mnohokrát po sobě a vždy si zaznamená výsledek. Kolik možných, navzájem různých výsledků spočtených z výrazů na tabuli může Aneta nakonec obdržet?

⁶Tedy při první obchůzce rozsvítí všech 300 lamp.

⁷Formálněji, Jeroným provede celkem 300 obchůzek náměstí a při i -té obchůzce náměstí, kde $i \in \{1, 2, \dots, 300\}$, se zastaví u každé i -té lampy: pokud ona lampa nesvítí, rozsvítí ji, pokud svítí, zhasne ji.

⁸V rámci jednoho výrazu na tabuli se mohou symboly pro aritmetické operace opakovat.