Organizace cvičení, úvod do statistiky a deskriptivní statistika

Supplementum ke cvičení 4ST210 Statistika pro finance

Lubomír Štěpánek^{1, 2}



 Oddělení biomedicínské statistiky Ústav biofyziky a informatiky
 lékařská fakulta
 Univerzita Karlova, Praha



²Katedra biomedicínské informatiky Fakulta biomedicínského inženýrství České vysoké učení technické v Praze

(2020) Lubomír Štěpánek, CC BY-NC-ND 3.0 (CZ)



Dílo lze dále svobodně šířit, ovšem s uvedením původního autora a s uvedením původní licence. Dílo není možné šířit komerčně ani s ním jakkoliv jinak nakládat pro účely komerčního zisku. Dílo nesmí být jakkoliv upravováno. Autor neručí za správnost informací uvedených kdekoliv v předložené práci, přesto vynaložil nezanedbatelné úsilí, aby byla uvedená fakta správná a aktuální, a práci sepsal podle svého nejlepšího vědomí a svých "nejlepších" znalostí problematiky.

Organizace

- Organizace předmětu
- Středoškolské opakování

Středoškolské opakování

- Základní pojmy
- Deskriptivní statistika
- Literatura

prezentace a další materiály ke cvičení jsou dostupné na

https://github.com/LStepanek/4ST201 Statistika pro finance

5/64

Organizace Středoškolské opakování

cvičící

00000000 0000000

- Ing. MUDr. Lubomír Štěpánek
- email

lubomir.stepanek@vse.cz

- konzultační hodiny
 - v NB366 vždy v úterý mezi 11:00–12:00, po předchozí emailové domluvě i jindy



Podklady a materiály

 oficiální vzorcovník, oficiální statistické tabulky a výčet důležitých kapitol z doporučené literatury je zde

https://kstp.vse.cz/predmety-4st201-4st210-a-4st204/

- tabulky i vzorcovník je vhodné nosit s sebou vytisklý na cvičení
- prezentace ze cvičení a vzorové příklady budou v online složce předmětu, tedy

https://github.com/LStepanek/4ST210 Statistika pro finance



Doporučená literatura

00000000 0000000

- Hindls, Richard, Markéta Arltová, Stanislava Hronová, Ivana Malá, Luboš Marek, Iva Pecáková a Řezanková Hana. Statistika v ekonomii. Praha: Professional Publishing, 2018. ISBN: 978-80-88260-09-7.
- Marek, Luboš. Statistika v příkladech. Praha: Professional Publishing, 2015. ISBN: 978-80-7431-153-6.



Cíle předmětu

• smyslem je uvést studenty do deskriptivní statistiky, dále do teorie pravděpodobnosti a nakonec do induktivní statistiky

Náplň předmětu

- bude procvičena látka na úrovni učebnice Statistika v ekonomii¹
- probírané okruhy
 - úvod do statistiky
 - deskriptivní statistika
 - pravděpodobnost
 - induktivní statistika
 - testování hypotéz
 - korelační a regresní analýza
 - časové řady
 - indexní analýza

9/64

¹Richard Hindls, Markéta Arltová, Stanislava Hronová, Ivana Malá, Luboš Marek, Iva Pecáková a Řezanková Hana. Statistika v ekonomii. Praha: Professional Publishing, 2018. ISBN: 978-80-88260-09-7

Hodnocení předmětu

000000000 0000000

- \bullet v průběhu semestru lze získat až $2 \times 20 = 40$ bodů za průběžné testy
- bodové rozložení je následující

typ testování	maximální možný bodový zisk
první průběžný test	20
druhý průběžný test	20
závěrečný test	60
Σ	100

Průběžné testy

- za každý z průběžných testů je možné získat maximálně 20 bodů, celkem tedy maximálně 40 bodů
- každý z průběžných testů se obvykle skládá právě ze tří početních příkladů
- na každý průběžný test je oficiálně 45 minut (na mých cvičeních však 45-50 minut)
- u průběžných testů je povoleno používat
 - neprogramovatelný kalkulátor,
 - MS Excel[®]
 - oficiální vzorcovník (bez vlastních poznámek)
 - oficiální statistické tabulky
- pro připuštění k závěrečnému testu je nutné získat v součtu za oba průběžné testy alespoň 16 bodů





Průběžné testy

00000000 0000000

- první průběžný test budeme psát pravděpodobně 6. vyučovací týden, tj. 24. března 2020
- druhý průběžný test budeme psát pravděpodobně 11. vyučovací týden, tj. 28. dubna 2020



Literatura

• součet $n \in \mathbb{N}$ čísel x_1, x_2, \ldots, x_n značíme též symbolem (velká) sigma, $\sum_{i=1}^{n} x_i$, tedy

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = x_1 + x_2 + \dots + x_n$$

▶ MS Excel®

SUMA $(x_1:x_n)$

• součin $n \in \mathbb{N}$ čísel x_1, x_2, \dots, x_n značíme též symbolem (velké) pí, $\prod_{i=1}^n x_i$, tedy

$$\prod_{i=1}^{n} x_i = x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n$$

▶ MS Excel®

 $SOUČIN(x_1:x_n)$





• součin všech přirozených čísel $1, 2, \ldots, n-1, n$ obvykle značíme n! a čteme "en faktoriál", tedy

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot \cdots \cdot 2 \cdot 1$$

▶ MS Excel®

FAKTORIÁL(n)







Použitá matematická notace

• počet všech možností, kolika lze z $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ prvků vybrat $k \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ prvků tak, že $k \leq n$ a nezáleží na pořadí výběru, obvykle značíme $\binom{n}{k}$, a platí

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

▶ MS Excel®

KOMBINACE (n; k)

(i) Najděme $x \in \mathbb{N}$ takové, aby

$$\binom{x}{2} = 10.$$

(ii) Najděme $x \in \mathbb{N}$ takové, aby

$$\binom{x}{3} = 455.$$

(iii) Najděme $x \in \mathbb{N}$ takové, aby

$$x! = 362880.$$

Příklad

- Jirka má právě sedm různých triček, čtvery kalhoty a pět párů bot.
 - Kolika navzájem různými způsoby může vytvořit svůj outfit?
 - Kolik by potřeboval triček, aby měl každý den v roce originální² outfit?

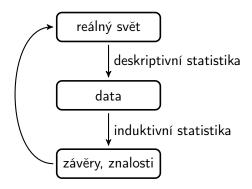


²Ve smyslu ijný outfit než během kteréhokoliv ostatního dne v roce.

- Uvažujme číslice 1, 2, 3, ..., 6, 7.
 - Kolika navzájem různými způsoby z nich můžeme sestavit trojciferné číslo, pokud se číslice mohou opakovat?
 - Kolika navzájem různými způsoby z nich můžeme sestavit trojciferné číslo, pokud se číslice nemohou opakovat?
 - Pro kolik takových trojciferných čísel bude platit, že první jejich cifra je menší než druhá a zároveň druhá jejich cifra je menší než třetí?

Dělení statistiky

- deskriptivní statistika
 - popisuje data, ale nedělá na nich žádné "velké" závěry
- induktivní statistika
 - pozoruje konkrétní data a vyvozuje z nich obecné závěry, ovšem s udáním stupně jejich spolehlivosti



Pojem statistický znak, veličina

- statistický znak, veličina
 - měřitelná (veličina) či jinak zjistitelná (znak) charakteristika našeho zájmu
 - např. tělesná výška, pohlaví, mzda, apod.



Pojem statistická jednotka

- statistická jednotka
 - základní atomický prvek zájmu, u nějž lze měřit nebo jinak získat hodnotu statistického znaku či veličiny
 - např. student, pacient, stát, molekula, apod.





Literatura

Pojem statistický soubor

- statistický soubor
 - množina statistických jednotek (prvků statistického souboru)
 - např. třída žáků, kohorta pacientů, apod.

Vztah statistického znaku (veličiny), jednotky a souboru

- každá statistická jednota (prvek) statistického souboru má svou hodnotu³ určitého zkoumaného statistického znaku či veličiny (jde-li o měřitelný znak)
- např. ve školní třídě změříme tělesnou výšku každého žáka
 - školní třída je statistický soubor
 - žáci jsou statistické jednotky (prvky)
 - tělesná výška je statistická veličina

³ta může eventuálně chybět nebo být neznámá (missing value)





- měříme tělesné hmotnosti v kohortě pacientů-diabetiků na interním oddělení
- určeme, co je v takovém případě
 - statistickým znakem, resp. veličinou
 - statistickou jednotkou
 - statistickým souborem

Cíle deskriptivní statistiky

- cílem je popsat soubor dat
 - číselně (resp. tabulkou)
 - graficky
- popisné číselné ukazatele i grafické přístupy se liší, pokud jde
 - o kvantitativní statistický znak (veličinu)
 - o kvalitativní statistický znak

- je vyjádřen číslem (a obvykle s jednotkou), kdy s číselnou hodnotou je smysluplné provádět aritmetické operace
- číslo tedy nenese pouze "katalogizační" význam.
- někdy též označován jako numerický typ dat
- např.
 - tělesná výška, hmotnost, stupně Celsia, skóre z testu, směnné kurzy, HDP daného státu atd.
 - počet kandidátů, počet pacientů, počet dětí v rodinách daného státu, věk probanda atd.



- je vyjádřen obvykle slovně
- pokud vyjádřen číslem, pak nese pouze "katalogizační" význam a není smysluplné s ním provádět aritmetické operace
- někdy též označován jako kategorický typ dat
- např.
 - pohlaví {muž, žena}, rodinný stav muže {svobodný, ženatý, rozvedený, vdovec, registrovaný} atd.
 - pořadí v závodu, grade tumoru {1, 2, 3, 4} atd.



- určeme typ znaku u následujících příkladů
 - procentuální úspěšnost v testu v souboru studentů jednoho kruhu [%]
 - soubor všech červencových dní jednoho roku (1., 2., ..., 31.)
 - směnný kurz USD–CZK k danému datu
 - soubor čísel všech tramvají projíždějících zastávkou Husinecká
 - počet porodů v jedné porodnici za jednu noc
 - staging kolorektálního karcinomu {1, 2, 3, 4}

- např. tělesná výška, glykémie, výše mzdy, sázkový kurz atd.
- číselně (center spread shape!)
 - mírou polohy (center)
 - aritmetický průměr, geometrický průměr, harmonický průměr, medián, modus, kvantil
 - mírou variability (spread)
 - rozpětí (min-max), směrodatná odchylka, rozptyl, kvantil
 - tvar (shape)4
 - šikmost, špičatost
- graficky
 - krabicový diagram (boxplot)
 - histogram



ullet pro n čísel x_1, x_2, \ldots, x_n spočítáme jejich aritmetický průměr jako

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i$$

▶ MS Excel®

$PR\mathring{U}M\check{E}R(x_1:x_n)$

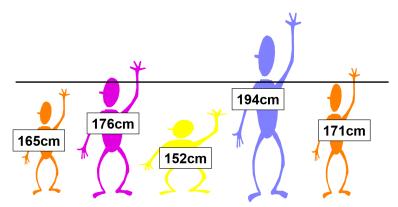
• pro n hodnot x_1, x_2, \ldots, x_n tvořících soubor m čísel takových, že je mezi nimi číslo x_1 právě m_1 -krát, číslo x_2 právě m_2 -krát, ..., číslo x_n právě m_n -krát a je $n_1 + n_2 + \cdots + m_n = m$, spočítáme jejich aritmetický průměr jako

$$\bar{x} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \dots + m_n x_n}{m} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i x_i$$



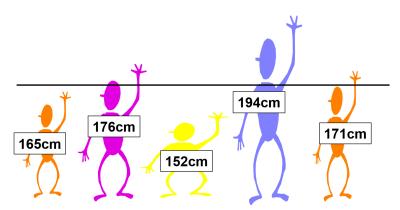
Příklad

určeme aritmetický průměr z následujícího souboru tělesných výšek

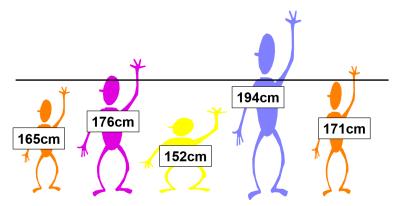




- určeme aritmetický průměr z následujícího souboru tělesných výšek
- $\bar{x} = \frac{165+176+152+194+171}{5} \doteq 171,6$ [cm]

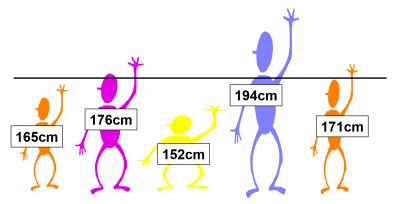


- určeme aritmetický průměr z následujícího souboru tělesných výšek
- $\bar{x} = \frac{165+176+152+194+171}{5} \doteq 171,6$ [cm]
- kolik navzájem různých průměrů může mít jeden soubor čísel?





- určeme aritmetický průměr z následujícího souboru tělesných výšek
- $\bar{x} = \frac{165 + 176 + 152 + 194 + 171}{5} = 171.6$ [cm]
- kolik navzájem různých průměrů může mít jeden soubor čísel?
- pouze jeden

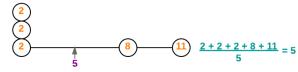


 pokud zavěsíme n jednogramových závaží na pozice čísel x_1, x_2, \ldots, x_n pravítka, hodnota průměru \bar{x} je v těžišti soustavy









 pokud zavěsíme n jednogramových závaží na pozice čísel x_1, x_2, \ldots, x_n pravítka, hodnota průměru \bar{x} je v těžišti soustavy

- pokud zavěsíme n jednogramových závaží na pozice čísel x_1, x_2, \ldots, x_n pravítka, hodnota průměru \bar{x} je v těžišti soustavy
- Důkaz. Označme polohu těžiště na pravítku xt, dále hmotnost závaží je m=1 [g] a gravitační konstanta je q = 10 [m/s²]. Zřejmě, pokud jde o těžiště, pak je soustava je v rovnovážném klidu a musí platit zákon zachování hybnost. Hybnost je u soustavy v rovnovážném klidu nulová, tedy

$$(x_1 - x_t)mg + (x_2 - x_t)mg + \dots + (x_n - x_t)mg = 0$$

$$(x_1 - x_t) + (x_2 - x_t) + \dots + (x_n - x_t) = 0$$

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n - nx_t = 0$$

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = nx_t$$

$$\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = x_t.$$





- V souboru šestnácti čísel je jejich aritmetických průměr roven 10,3. Jak se změní jejich aritmetický průměr, pokud
 - zvýšíme každé z čísel o 5,2?
 - zvýšíme každé z čísel třikrát?
 - zvýšíme polovinu čísel o 7,2 a zbytek čísel zmenšíme o 7,2?
 - zvýšíme polovinu čísel o 3,1 a druhou polovinu čísel zmenšíme o 1,1?

 Ve třídě 8. A jedné základní školy bylo původně 32 žáků. Určitý počet žáků, jejichž průměrný inteligenční kvocient je 120, byl z kázeňských důvodů přesunut ze třídy 8. A do jiné třídy dané školy. Díky tomu vzrostl průměrný inteligenční kvocient zbylých žáků v 8. A ze 127 na 128. Určete, kolik žáků bylo přesunuto ze třídy 8. A do jiné zmíněné třídy.

• pro n nezáporných čísel x_1, x_2, \ldots, x_n spočítáme jejich geometrický průměr jako

$$\bar{x}_G = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i}$$

▶ MS Excel(R)

GEOMEAN $(x_1:x_n)$





Během čtyř let cena akcie meziročně postupně vzrostla o 8 %, pak o 12 %, poté o 3 % a nakonec klesla o 1 %. Pokud by se během těchto čtyřech let měnila cena akcie meziročně vždy o konstantní procento, o kolik by to bylo?

• Ukažme, že pokud se geometrický průměr původního množství n kladných čísel rovnal \bar{x}_{G} , pak aritmetický průměr logaritmů původních čísel je roven $\log \bar{x}_G$.

• pro n nenulových čísel x_1, x_2, \ldots, x_n spočítáme jejich harmonický průměr jako

$$\bar{x}_H = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}}$$

▶ MS Excel®

=HARMEAN $(x_1:x_n)$

• pro n nenulových hodnot x_1, x_2, \ldots, x_n tvořících soubor m čísel takových, že je mezi nimi číslo x_1 právě m_1 -krát, číslo x_2 právě m_2 -krát, ..., číslo x_n právě m_n -krát a je $n_1 + n_2 + \cdots + m_n = m$, spočítáme jejich harmonický průměr jako

$$\bar{x}_H = \frac{m}{\frac{m_1}{x_1} + \frac{m_2}{x_2} + \dots + \frac{m_n}{x_n}} = \frac{m}{\sum_{i=1}^n \frac{m_i}{x_i}}$$



• Loď pluje z říčního přístavu k ústí řeky rychlostí $v_1 > 0$, poté se vrací stejnou trasou zpět do přístavu rychlostí $v_2 > 0$. Určete průměrnou rychlost lodi na celkové trase z říčního přístavu k ústí řeky a zpět.

- Totožná součástka se vyrábí na dvou automatech. Starší z nich vyrobí 1 kus každých 10 minut, nový každých 6 minut.
 - Jak dlouho trvá v průměru výroba jedné součástky?
 - Jak dlouho trvá v průměru výroba jedné součástky, pracuje-li starší automat 5 hodin denně a nový 8 hodin denně?
 - Jaká je týdenní produkce součástek, pracují-li oba stroje na maximum, tj. 8 hodin denně, 7 dní v týdnu?

 Investor se rozhodl pravidelně investovat do určité akcie každý měsíc fixní částku 10 000 Kč po dobu 3 měsíců. Cena jedné akcie byla první měsíc 100 Kč, druhý měsíc 125 Kč a třetí měsíc 80 Kč. Jaká byla průměrná pořizovací cena jedné akcie?

Vztah mezi aritmetickým, geometrickým a harmonickým průměrem

- pro n nezáporných čísel x_1, x_2, \ldots, x_n spočítejme jejich aritmetický průměr \bar{x} , geometrický průměr \bar{x}_G a harmonický průměr \bar{x}_H
- pak platí

$$\bar{x}_H \leq \bar{x}_G \leq \bar{x}$$

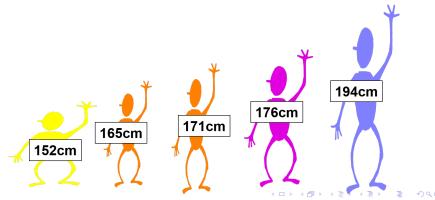
- a rovnost nastává tehdy a jen tehdy, pokud je $x_1 = x_2 = \cdots = x_n$
- vztahu $\bar{x}_G \leq \bar{x}$ se někdy též říká AG nerovnost ("aritmeticko-geometrická")



• Dokažme AG nerovnost pro n nezáporných čísel x_1, x_2, \ldots, x_n pokud je n=2.

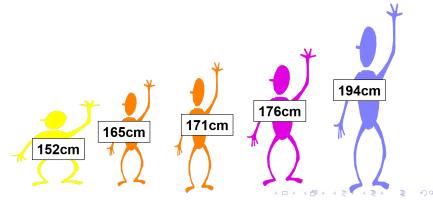
- medián je "prostřední" prvek, zhruba polovina hodnot je větší než medián a zbylá polovina hodnot je menší než medián
- pro n čísel x_1, x_2, \ldots, x_n zjistíme jejich medián tak, že
 - (i) čísla seřadíme vzestupně, tj. pro původní vektor hodnot $(x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ získáme vektor hodnot $(x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(n)})^T$, kde pro $\forall i \in \{1, 2, \dots, n\}$ je $x_{(i)}$ právě i-tá nejmenší hodnota ve vektoru $(x_1,x_2,\ldots,x_n)^T$
 - (ii) medián \tilde{x} je prostřední hodnota (pro n liché), resp. aritmetický průměr z "prostředních" dvou hodnot (pro n sudé)

• určeme medián z následujícího souboru tělesných výšek

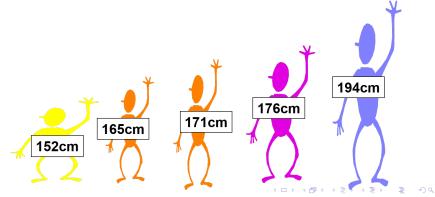


určeme medián z následujícího souboru tělesných výšek

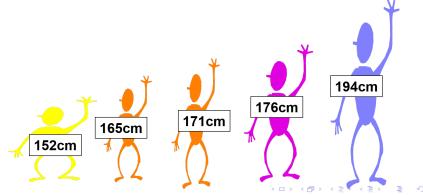
•
$$\tilde{x} = 171 \text{ [cm]}$$



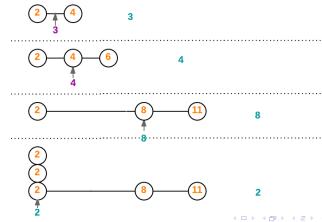
- určeme medián z následujícího souboru tělesných výšek
- $\tilde{x} = 171 \text{ [cm]}$
- kolik navzájem různých mediánů může mít jeden soubor čísel?



- určeme medián z následujícího souboru tělesných výšek
- $\tilde{x} = 171 \text{ [cm]}$
- kolik navzájem různých mediánů může mít jeden soubor čísel?
- pouze jeden



• pokud na pravítku vyznačíme pozice čísel x_1, x_2, \ldots, x_n , hodnota mediánu \tilde{x} má od všech vyznačených bodů nejmenší možný součet vzdáleností



• nad souborem čísel x_1, x_2, \ldots, x_n se p-tý kvantil značí \tilde{x}_n a je definován jako

$$\tilde{x}_p = \begin{cases} x_{(k+1)}, & \text{pro } k \neq np \\ \frac{1}{2}(x_{(k)} + x_{(k+1)}), & \text{pro } k = np, \end{cases}$$

kde $x_{(k)}$ je k-té nejmenší číslo mezi čísly x_1, x_2, \ldots, x_n a $0 \le p \le 1$

• pravděpodobnost, že hodnota v dané souboru nepřevýší hodnotu \tilde{x}_p , ie rovna p, tedv

$$x \in (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \implies P(x \le \tilde{x}_p) = p$$

• zhruba 100p % hodnot v souboru $(x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ je menších než nebo rovných hodnotě \tilde{x}_n



- V souboru hodnot $x = (1, 3, 2, 2, 4, 1, 4, 2, 2, 5, 1, 2)^T$ nalezněme
 - hodnotu kvantilu $\tilde{x}_{0.25}$.
 - hodnotu kvantilu $\tilde{x}_{0.45}$.

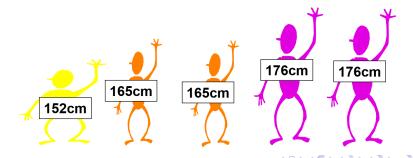
Modus

- modus je hodnota statistického znaku, který se v souboru čísel vyskytuje nejčastěji
 - pozor, modem není četnost takového prvku, tj. v souboru $\{10, 11, 11, 12\}$ je modem hodnota 11, nikoliv 2

Středoškolské opakování

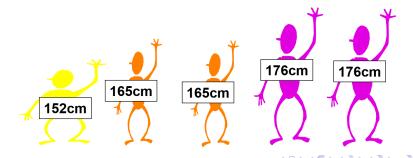
Organizace

určeme modus z následujícího souboru tělesných výšek

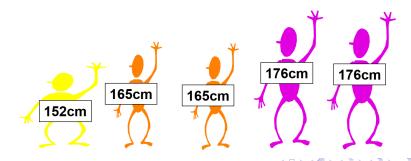




- určeme modus z následujícího souboru tělesných výšek
- $\hat{x} = \{165; 176\}$ [cm]



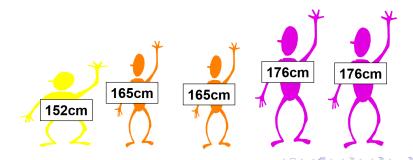
- určeme modus z následujícího souboru tělesných výšek
- $\hat{x} = \{165; 176\}$ [cm]
- kolik navzájem různých modů může mít jeden soubor čísel?





Organizace

- určeme modus z následujícího souboru tělesných výšek
- $\hat{x} = \{165; 176\}$ [cm]
- kolik navzájem různých modů může mít jeden soubor čísel?
- alespoň jeden



 určeme aritmetický průměr a medián u každého z obou následujícího souborů

$$x_1 = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$
 $x_2 = \{1, 2, 3, 4, 90\}$

 určeme aritmetický průměr a medián u každého z obou následujícího souborů

$$x_1 = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$
 $x_2 = \{1, 2, 3, 4, 90\}$

$$\bar{x}_1 = \tilde{x}_1 = 3;$$
 $\bar{x}_2 = 20; \ \tilde{x}_2 = 3$

 určeme aritmetický průměr a medián u každého z obou následujícího souborů

$$\mathbf{x}_1 = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$
 $\mathbf{x}_2 = \{1, 2, 3, 4, 90\}$

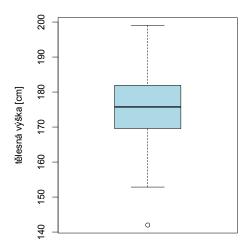
$$\bar{x}_1 = \tilde{x}_1 = 3;$$
 $\bar{x}_2 = 20; \ \tilde{x}_2 = 3$

 která z měr polohy (průměr, medián) lépe vyhovuje "asymetrickým" datům?

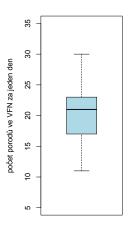


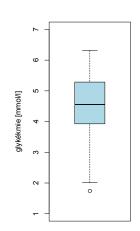


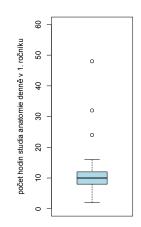
vhodný pro kvantitativní znaky



který z krabicových diagramů nedává smysl?

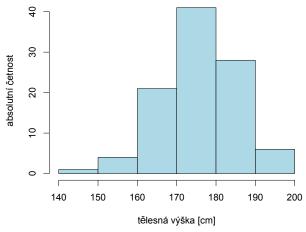






Organizace

vhodný pro posouzení tvaru rozdělení hodnot

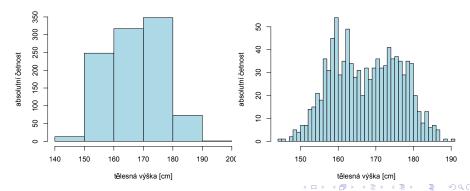


Počet intervalů v histogramu

- rozdílný počet intervalů histogramu mění "příběh" dat!
- nejčastěji je počet intervalů k dán Sturgesovým pravidlem

$$k = \lceil \log_2 n \rceil,$$

kde n je počet pozorování v souboru



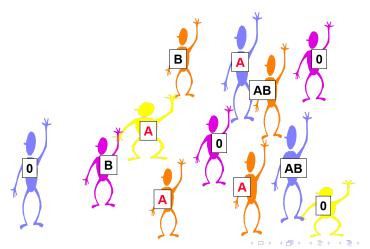
např. krevní skupiny, grading tumoru, pohlaví, atd.

- číselně
 - absolutní, relativní četnosti
- graficky
 - koláčový diagram

Četnost

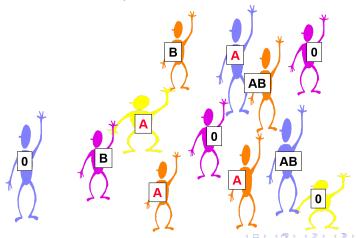
- absolutní četnost n_k kategorie k se rovná počtu jednotek souboru, jejichž statistický znak odpovídá kategorii k
- relativní četnost π_k kategorie k je podíl absolutní četnosti kategorie k a celkového rozsahu souboru

určeme absolutní a relativní četnost krevní skupiny A





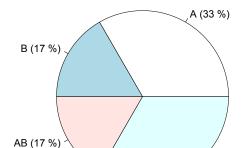
- určeme absolutní a relativní četnost krevní skupiny A
- $n_A = 4$; $\pi_A = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$



Organizace

Středoškolské opakování

vhodný pro kvalitativní znaky k vyjádření četností jejich kategorií



0 (33 %)

Literatura

- Hindls, Richard, Markéta Arltová, Stanislava Hronová, Ivana Malá, Luboš Marek, Iva Pecáková a Řezanková Hana. Statistika v ekonomii. Praha: Professional Publishing, 2018. ISBN: 978-80-88260-09-7.
- Marek, Luboš. Statistika v příkladech. Praha: Professional Publishing, 2015. ISBN: 978-80-7431-153-6.

Děkuji za pozornost!

lubomir.stepanek@vse.cz lubomir.stepanek@lf1.cuni.cz lubomir.stepanek@fbmi.cvut.cz

