Parametrické testy pro dva výběry

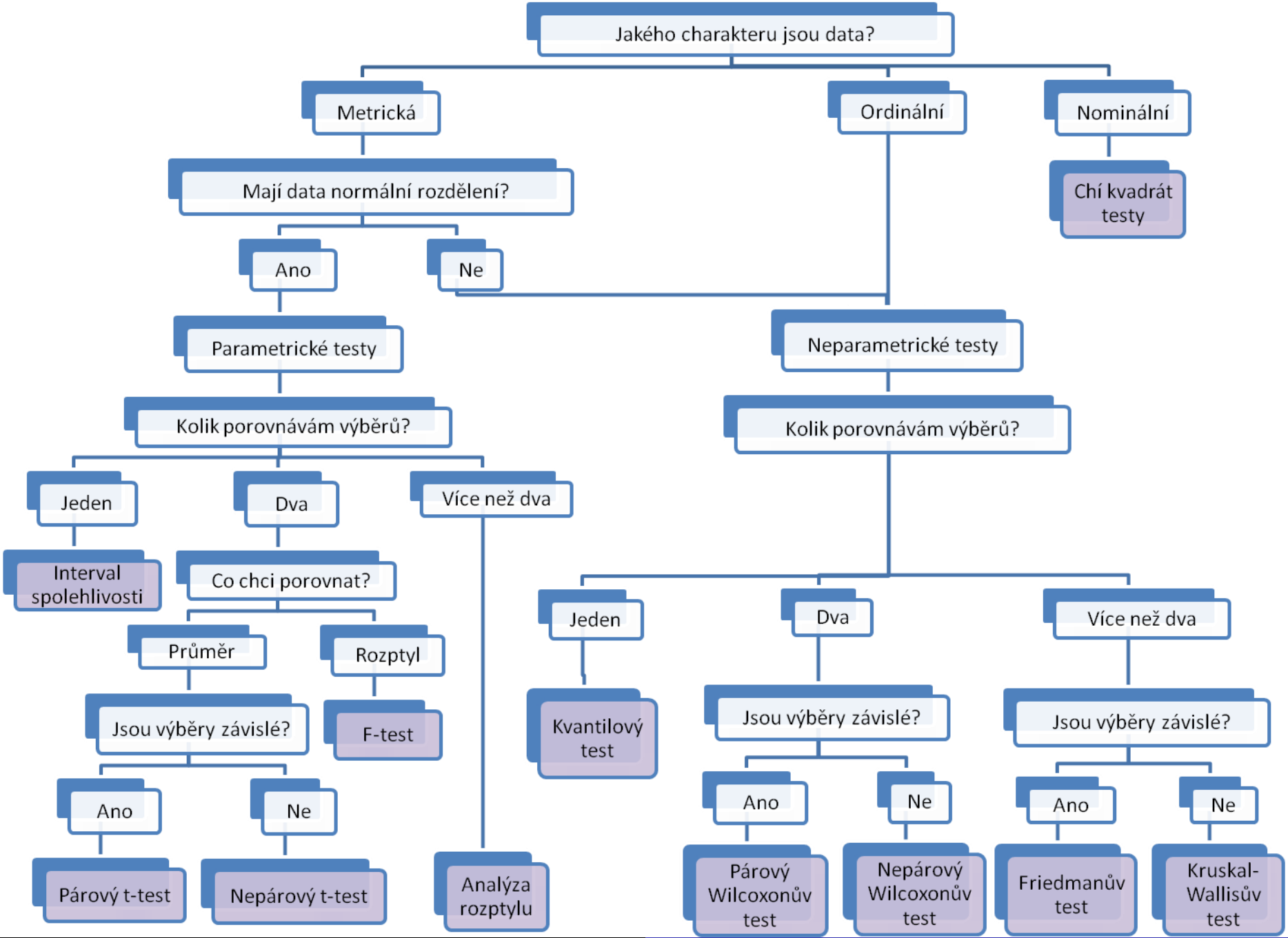
B02907 Informační a komunikační technologie

Lubomír Štěpánek,
Ústav biofyziky a informatiky
1. LF UK

Upozornění!

- dole v poznámkách jsou u většiny snímků rozšiřující a vysvětlující komentáře
- u některých statistických metod budete odkazováni na statistické tabulky, které jsou volně přístupné online na adrese http://new.euromise.org/czech/tajne/ucebnice/html/html/node15.html
- (obvykle bude ještě na příslušném snímku odkaz zopakován; autor vynaložil značné úsilí, aby se symbolika v prezentacích shodovala se symbolikou v tabulkách, proto by neměla být orientace v tabulkách problémem)
- z předložených prezentací se můžete učit, můžete je kopírovat či jinak měnit, ale bez dovolení autora/autorů je nesmíte použít do svých publikací ☺
- předložené prezentace nejsou bezchybnou statistickou kuchařkou, proto ne zcela doporučuji se na ně ve svých pracích odkazovat, nebo je dokonce citovat ☺
- pokud se budu sám odkazovat na vhodnou literaturu, myslím tím nejspíše následující dvě knihy:
  - Zvára: Biostatistika. Karolinum, Praha 1988
  - Zvárová et al.: Biomedicínská statistika I. Základy statistiky pro biomedicínské obory
- dotazy a konzultace možné a vlastně i doporučeny

(Lubomír Štěpánek, stepanek.lub@seznam.cz)

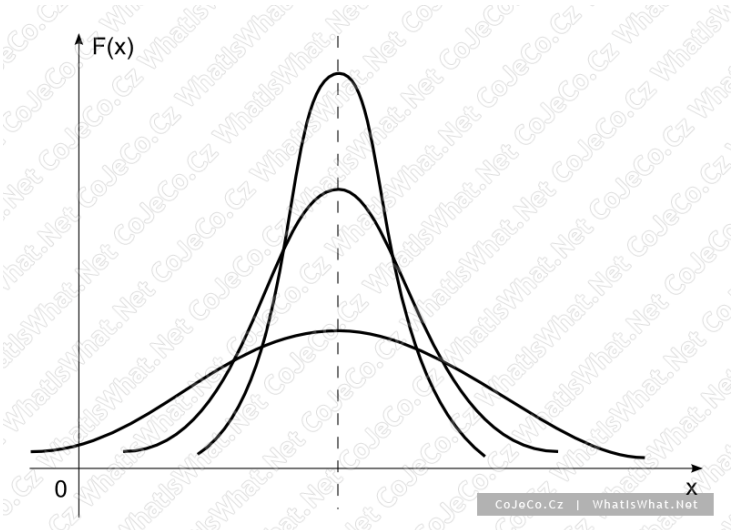

Jakého charakteru jsou data?
Metrická
Ordinální
Nominální
Mají data normální rozdělení?
Chí kvadrát testy
Ano
Ne
Parametrické testy
Neparametrické testy
Kolik porovnávám výběrů?
Kolik porovnávám výběrů?
Jeden
Dva
Více než dva
Interval spolehlivosti
Co chci porovnat?
Jeden
Dva
Více než dva
Průměr
Rozptyl
Kvantilový test
Jsou výběry závislé?
Jsou výběry závislé?
Jsou výběry závislé?
F-test
Ano
Ne
Ano
Ne
Ano
Ne
Párový t-test
Nepárový t-test
Analýza rozptylu
Párový Wilcoxonův test
Nepárový Wilcoxonův test
Friedmanův test
Kruskal-Wallisův test

Jakého charakteru jsou data?

- metrická data
  - vyjádřena reálnými čísly a jednotkami
  - souvisle nebo nesouvisle pokrývají číselnou osu, hodnoty lze mezi sebou porovnat ve smyslu kolikrát větší/menší
  - např. *hodinová mzda (Kč), tělesná výška (cm), počet dětí v rodině (jednotkou „1“)*
- ordinální data
  - vyjádřena celými čísly bez jednotky nebo slovně
  - jednotlivé hodnoty lze mezi sebou porovnat ve smyslu menší X větší, lepší X horší atd., ale ne jinak
  - např. bolest *malá, střední, intenzivní*; grade nádoru *I, II, III*; pořadí závodníka *1., 2., 3., …* (nebo *první, druhý, třetí*)
- nominální (alternativní) data
  - vyjádřena slovně, někdy čísly, ale ty mají pouze symbolický charakter
  - hodnoty jsou vůči sobě neporovnatelné (rovnocenné)
  - např. kraje ČR *{Jihočeský, …, Zlínský}*, pohlaví *{muž, žena}*, interleukiny *{1, 2, 3, …}*

Mají data normální rozdělení?

- metrická data, jejichž histogram četností pro jednotlivé hodnoty znaku je Gaussova křivka
- symetrická, popisujeme průměr a odchylku
- splňují podmínky pro veličinu *šikmost* a špičatost



Kolik porovnáváme výběrů?

- (jeden výběr)
  - výběrové charakteristiky (míra polohy a variability) – popisná statistika, populační odhady (intervaly spolehlivosti)
  - *např. průměrný věk úmrtí obyvatel žijících za polárním kruhem je 75 let*
- dva výběry (ev. více)
  - porovnávání výběrových statistik mezi soubory
  - *např. je průměrný věk úmrtí obyvatel žijících za polárním kruhem vyšší než na rovníku?*

Dva a více výběrů

- pro porovnání výběrových charakteristik (průměru, odchylky) nutná *hypotéza*
- hypotéza říká, co porovnáváme (1) a jaké očekáváme výsledky (2)
- *např. „**průměrný věk úmrtí*** (1) *obyvatel žijících za polárním kruhem je **vyšší než*** (2) *na rovníku“*
- hypotéza buďto platí (pravděpodobnost 1), nebo neplatí (0), my můžeme skutečnost s určitou pravděpodobností odhalit

Hypotéza

- nulová hypotéza H_0 – porovnávané charakteristiky výběrů nejsou signifikantně rozdílné
  - „oba výběry jsou vlastně shodné, jsou jakoby vybrány z jedné a téže populace“
- alternativní hypotéza H_1 – porovnávané charakteristiky výběrů jsou signifikantně rozdílné
  - „výběry nemohou být shodné, je-li v rozdíl v některé jejich charakteristice“

Hypotéza

- *oboustranná*
  - „výběry mají rozdílné… (zkoumaná vlastnost)“
  - těžší prokázat
  - ale nevyžaduje předchozí argumentaci, nic dopředu nepředpokládáme
- *jednostranná*
  - „jeden výběr má menší/větší … než druhý…“
  - lehčí prokázat
  - ale vyžaduje dopředu argumentaci, proč můžeme vyloučit opačnou nerovnost

Chyba prvního a druhého typu

- chyba prvního typu (pravděpodobnost alfa)
  - pravděpodobnost, že za platnou přijmeme na základě statistické metody alternativní hypotézu, která ve skutečnosti neplatí
- chyba druhého typu (pravděpodobnost beta)
  - pravděpodobnost, že zamítneme statistickou metodou alternativní hypotézu, která ve skutečnosti platí

Co chci porovnat?

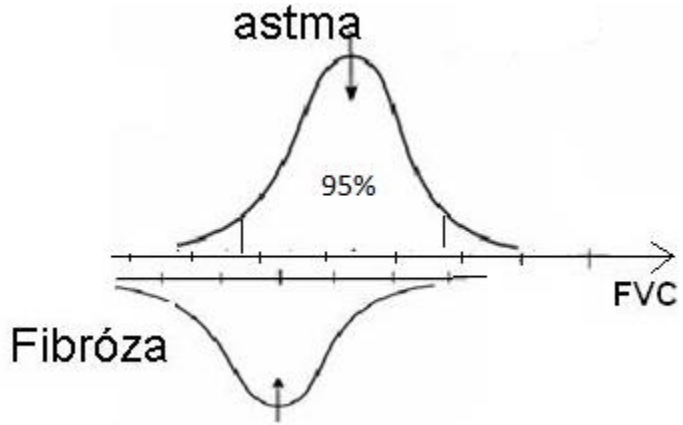
- míra polohy
  - průměr, medián
  - např. „je průměrná výška 18letých chlapců větší než průměrná výška 18letých dívek?“ (porovnání průměrů), „je střední doba přežití po infarktu myokardu delší než po cévní mozkové příhodě?“ (porovnání mediánů), atd.
- míra variability
  - rozptyl (směrodatná odchylka), kvantily
  - např. „je přesnost měření jednoho přístroje lepší než přesnost druhého?“, „je hmotnost 95% percentilu mužů vyšší než 95% percentilu žen?“ atd.

Jsou výběry spárované?

- dva či více výběrů mohou být na sobě nezávislé (nespárované), nebo závislé (spárované)
- nespárované – obvykle se jedná o výběry zcela různých prvků, často mají výběry různou velikost
  - např. pacienti s diabetem X pacienti zdraví atd.
- spárované – prvky v různých situacích, proto jsou na sobě závislé, všechny výběry mají stejnou velikost
  - např. pacienti před léčbou X ti samí po léčbě atd.

Jak myslí parametrický test

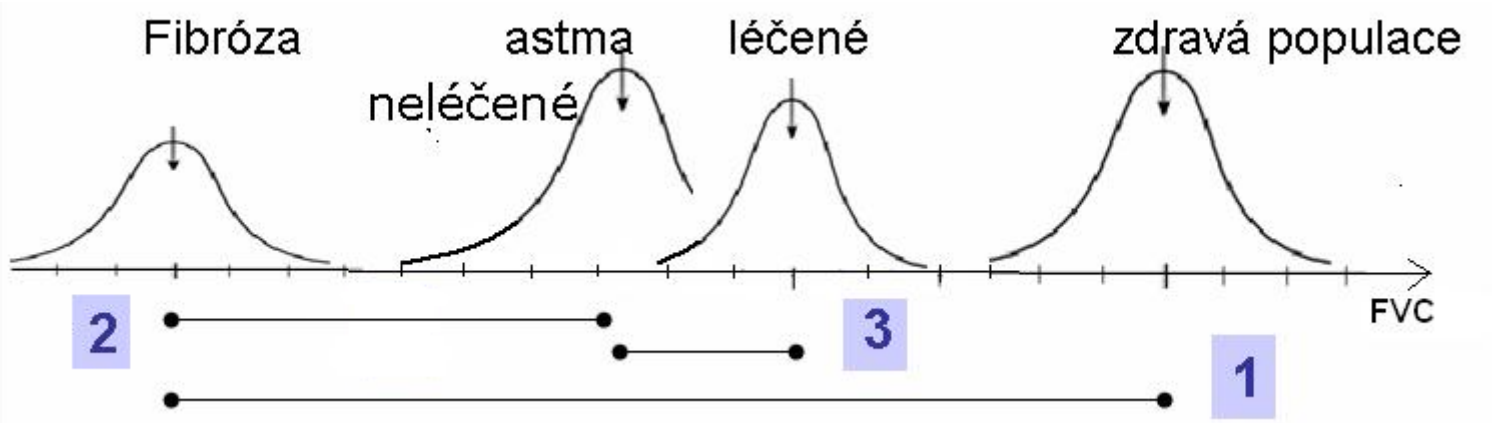
- máme dva výběry, oba s normálním rozdělením dat
- dle H_0 se předpokládá, že oba vybrány ze stejné populace
- jeden výběr lze porovnávat vůči druhému, který jakoby tvoří prvnímu jeho „populaci“, z níž byl vybrán
- pak musí mít s 5% chybou stejný průměr (t-test) a odchylku (F-test)



Parametrický test hypotézy

- máme-li alespoň dva výběry, které vykazují normální rozdělení
- máme-li hypotézu
- máme-li zvolenou hladinu významnosti
- → pak můžeme provést tzv. parametrický test hypotézy

Porovnání průměrů



Situace:

(0. Srovnání výběru s populací (normou)– u-test, interval spolehlivosti
Příklad: hodnoty FVC u zdravých (normální populace) a fibrózy)

1. **Srovnání dvou výběrů** (nezávislé, různé osoby) – **t-test**
   Příklad: hodnoty FVC astmatiků ve srovnání s fibrózou
   hmotnost novorozenců matky N - D
2. **Srovnání dvou výběrů** (závislé, tytéž v různých situacích) – **párový t-test**
   Příklad: FVC u skupiny astmatiků před léčbou a po ní

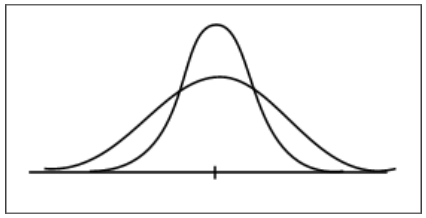
Nepárový (dvoubýběrový) t-test

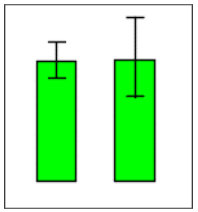
- požadujeme metrická data, normální rozdělení dat, dva nezávislé výběry se stejným nebo podobným rozptylem (shodnost rozptylů lze obejít)
- porovnává průměr znaku zkoumaného u dvou nezávislých výběrů
- H0: průměry v obou výběrech jsou shodné, H1: průměry v obou výběrech jsou odlišné
- H0 např. „průměrná tělesná výška maturantů a maturantek je shodná“ „průměrné FVC astmatiků a zdravých jedinců je shodné“ atd. proti odpovídajícím H1
- tabulkový procesor Excel: vložit funkci -> TTEST
  - parametry: Pole1 – množina dat prvního výběru, Pole2 – množina dat druhého výběru, strany – 1 pro jednostrannou, 2 pro oboustrannou alternativní hypotézu (tu doporučuji), Typ – 2 pro nepárové výběry se stejným rozptylem, 3 pro nepárové výběry s různým rozptylem
  - výsledek: hladina významnosti p; je-li $p \leq 0{,}05$, přijímáme alternativní hypotézu H1, jinak přijímáme H0
- shodnost rozptylů ověříme F-testem (viz dále)
- R-Project: t.test(x, y, alternative = ”two.sided”, mu = 0, var.equal = FALSE, conf.level = 0.95)

Párový t-test

- požadujeme metrická data, normální rozdělení dat, dva závislé výběry
- porovnává průměr znaku zkoumaného u dvou závislých výběrů
- H0: průměry v obou výběrech jsou shodné, H1: průměry v obou výběrech jsou odlišné
- H0 např. „průměrná tělesná hmotnost rodiček před porodem a po porodu je shodná“, „měření stejného fenoménu oběma metodami dává průměrně stejné výsledky“, „průměrný tlak hypertoniků před léčbou a po léčbě je srovnatelný“ atd. proti odpovídajícím H1
- matematický algoritmus viz vhodná literatura
- tabulkový procesor Excel: vložit funkci -> TTEST
  - parametry: Pole1 – množina dat prvního výběru, Pole2 – množina dat druhého výběru, strany – 1 pro jednostrannou, 2 pro oboustrannou alternativní hypotézu (tu doporučuji), Typ – 1 pro spárované výběry
  - výsledek: hladina významnosti p; je-li $p \leq 0{,}05$, přijímáme alternativní hypotézu H1, jinak přijímáme nulovou hypotézu H0
- R-Project: t.test(x, y, mu=0, alternative = ”two.sided”, paired= TRUE)

Porovnání rozptylů





Grafická reprezentace

Srovnání rozdílu rozptylů – F-test

Situace:

- Srovnání přesnosti měření

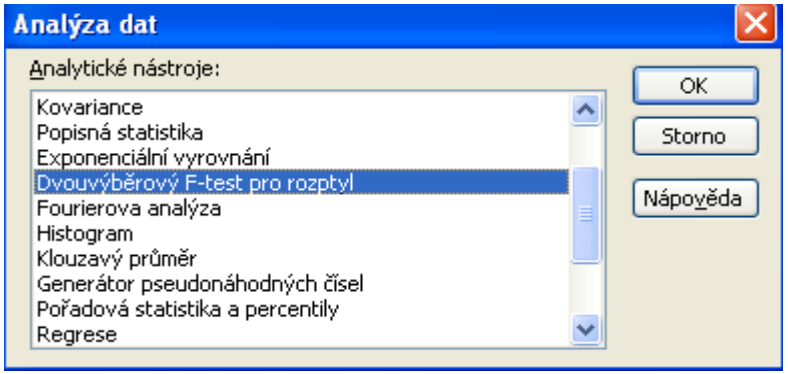
  Př: Tatáž sada krevních vzorků vyšetřena v různých laboratořích

- Vyrovnanost účinku léků

  Př: V průměru shodný efekt, ale různá variabilita

? Proč u někoho výborný efekt, u někoho slabý

volba F-testu v Excelu,
je-li přítomna Analýza dat, jinak přes FTEST

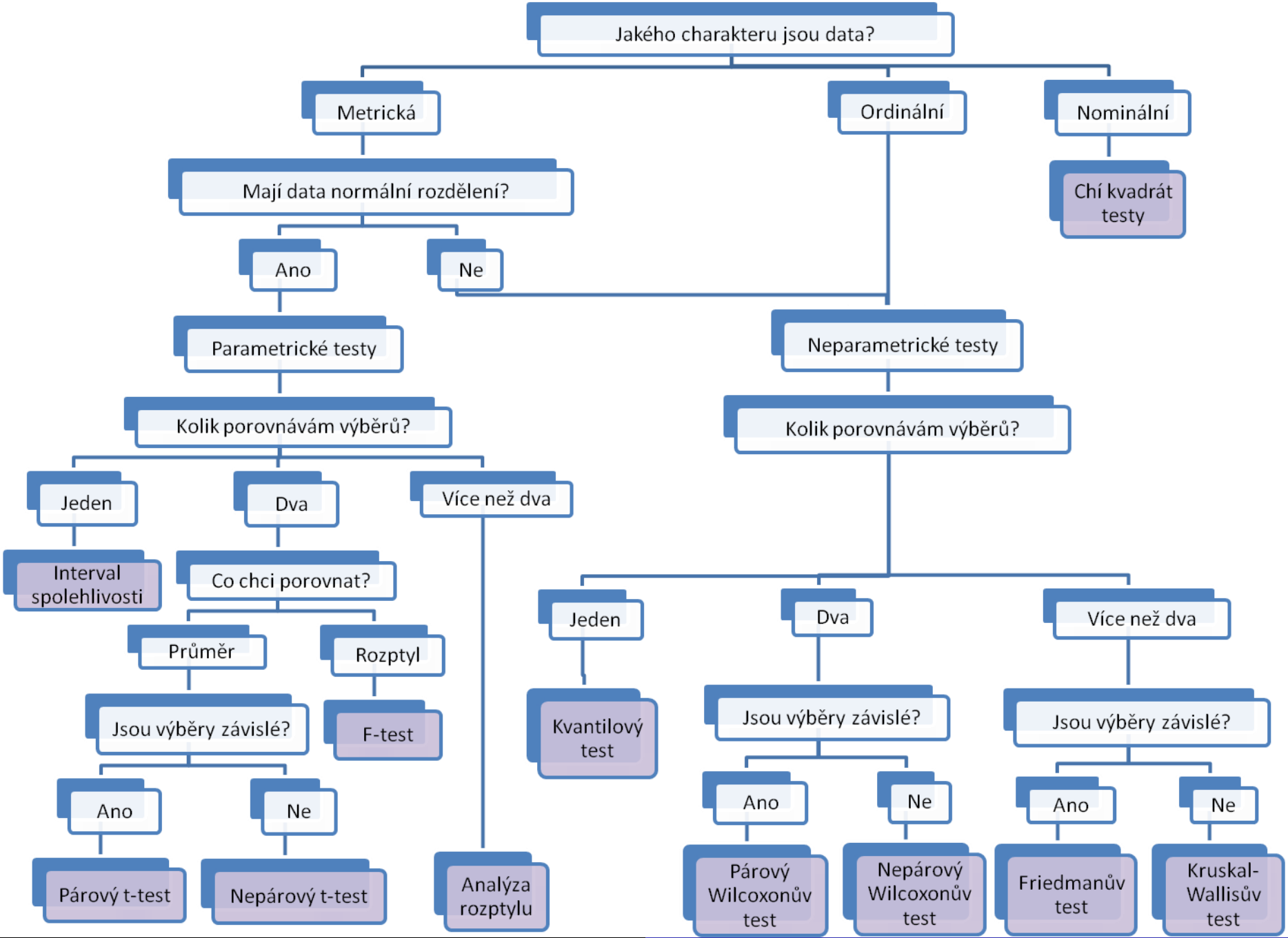


F-test

- požadujeme metrická data, normální rozdělení dat, dva nezávislé výběry
- porovnává rozptyl znaku zkoumaného na obou výběrech
- H0: rozptyly v obou výběrech jsou shodné, H1: rozptyly v obou výběrech jsou odlišné
- H0 např. „přesnost obou střelců při střelbě na terč je shodná“, „obě metody měří ve stejné šíři“ atd. proti odpovídajícím H1
- matematický algoritmus viz vhodná literatura
- tabulkový procesor Excel: vložit funkci -> FTEST
  - parametry: Pole1 – množina dat prvního výběru, Pole2 – množina dat druhého výběru
  - výsledek: hladina významnosti p; je-li $p \leq 0{,}05$, přijímáme alternativní hypotézu H1, jinak přijímáme nulovou hypotézu H0
- F-test se neužívá tak často jako t-test, ale je vhodný pro určení shodnosti/rozdílnosti rozptylů dvou výběrů, které chceme porovnat t-testem (abychom věděli, který typ t-testu použít)
- R-Project: var.test(x, y, ratio = 1, alternative = ”two.sided”, conf.level = 0.95)

Poznávací znamení podle výchozího formátu dat

- nepárový t-test
  - data (čísla) jsou v nesymetrické tabulce 2xmax(n_1,n_2)
- párový t-test
  - data jsou v symetrické tabulce 2xn
- F-test
  - stejné jako u t-testu


Jakého charakteru jsou data?
Metrická
Ordinální
Nominální
Mají data normální rozdělení?
Chí kvadrát testy
Ano
Ne
Parametrické testy
Neparametrické testy
Kolik porovnávám výběrů?
Kolik porovnávám výběrů?
Jeden
Dva
Více než dva
Interval spolehlivosti
Co chci porovnat?
Jeden
Dva
Více než dva
Průměr
Rozptyl
Kvantilový test
Jsou výběry závislé?
Jsou výběry závislé?
Jsou výběry závislé?
F-test
Ano
Ne
Ano
Ne
Ano
Ne
Párový t-test
Nepárový t-test
Analýza rozptylu
Párový Wilcoxonův test
Nepárový Wilcoxonův test
Friedmanův test
Kruskal-Wallisův test

lubomir.stepanek@lf1.cuni.cz
lubomir.stepanek@fbmi.cvut.cz