Parametrické testy pro více než dva výběry

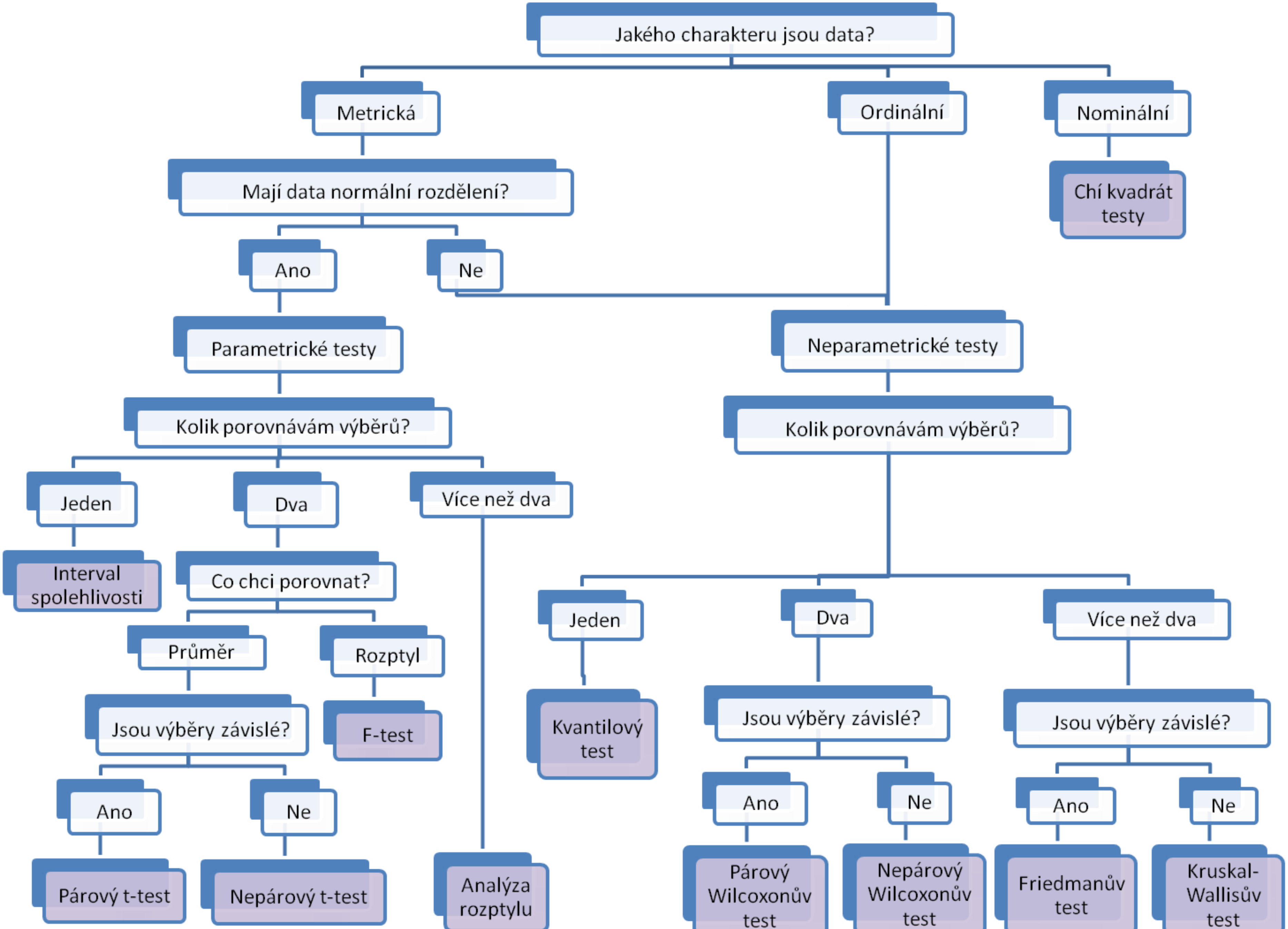
B02907 Informační a komunikační technologie

Lubomír Štěpánek,
Ústav biofyziky a informatiky
1. LF UK

Upozornění!

- dole v poznámkách jsou u většiny snímků rozšiřující a vysvětlující komentáře
- u některých statistických metod budete odkazováni na statistické tabulky, které jsou volně přístupné online na adrese http://new.euromise.org/czech/tajne/ucebnice/html/html/node15.html
- (obvykle bude ještě na příslušném snímku odkaz zopakován; autor vynaložil značné úsilí, aby se symbolika v prezentacích shodovala se symbolikou v tabulkách, proto by neměla být orientace v tabulkách problémem)
- z předložených prezentací se můžete učit, můžete je kopírovat či jinak měnit, ale bez dovolení autora/autorů je nesmíte použít do svých publikací ☺
- předložené prezentace nejsou bezchybnou statistickou kuchařkou, proto ne zcela doporučuji se na ně ve svých pracích odkazovat, nebo je dokonce citovat ☺
- pokud se budu sám odkazovat na vhodnou literaturu, myslím tím nejspíše následující dvě knihy:
    - Zvára: Biostatistika. Karolinum, Praha 1988
    - Zvárová et al.: Biomedicínská statistika I. Základy statistiky pro biomedicínské obory
- dotazy a konzultace možné a vlastně i doporučeny

(Lubomír Štěpánek, stepanek.lub@seznam.cz)


Jakého charakteru jsou data?
Metrická
Ordinální
Nominální
Mají data normální rozdělení?
Chí kvadrát testy
Ano
Ne
Parametrické testy
Neparametrické testy
Kolik porovnávám výběrů?
Kolik porovnávám výběrů?
Jeden
Dva
Více než dva
Interval spolehlivosti
Co chci porovnat?
Průměr
Rozptyl
Jsou výběry závislé?
F-test
Ano
Ne
Párový t-test
Nepárový t-test
Analýza rozptylu
Jeden
Dva
Více než dva
Kvantilový test
Jsou výběry závislé?
Jsou výběry závislé?
Ano
Ne
Ano
Ne
Párový Wilcoxonův test
Nepárový Wilcoxonův test
Friedmanův test
Kruskal-Wallisův test

Analýza rozptylu

- ANOVA = Analysis of Variance
- soubor několika metod:
- ANOVA při jednoduchém třídění
  - obdobou nepárového t-testu pro více než dva výběry
- ANOVA při dvojitém třídění
  - obdobou párového t-testu pro více než dva výběry

ANOVA při jednoduchém třídění

- předpoklady:
- *alespoň tři neprázdné, na sobě nezávislé výběry*
  - vychází z logiky věci
- *data všech výběrů mají normální rozdělení*
  - pro každý výběr histogram, šikmost a špičatost, Shapiro-Wilkův test apod.
- *rozptyl všech výběrů je shodný*
  - Leveneův test, méně často Bartlettův test

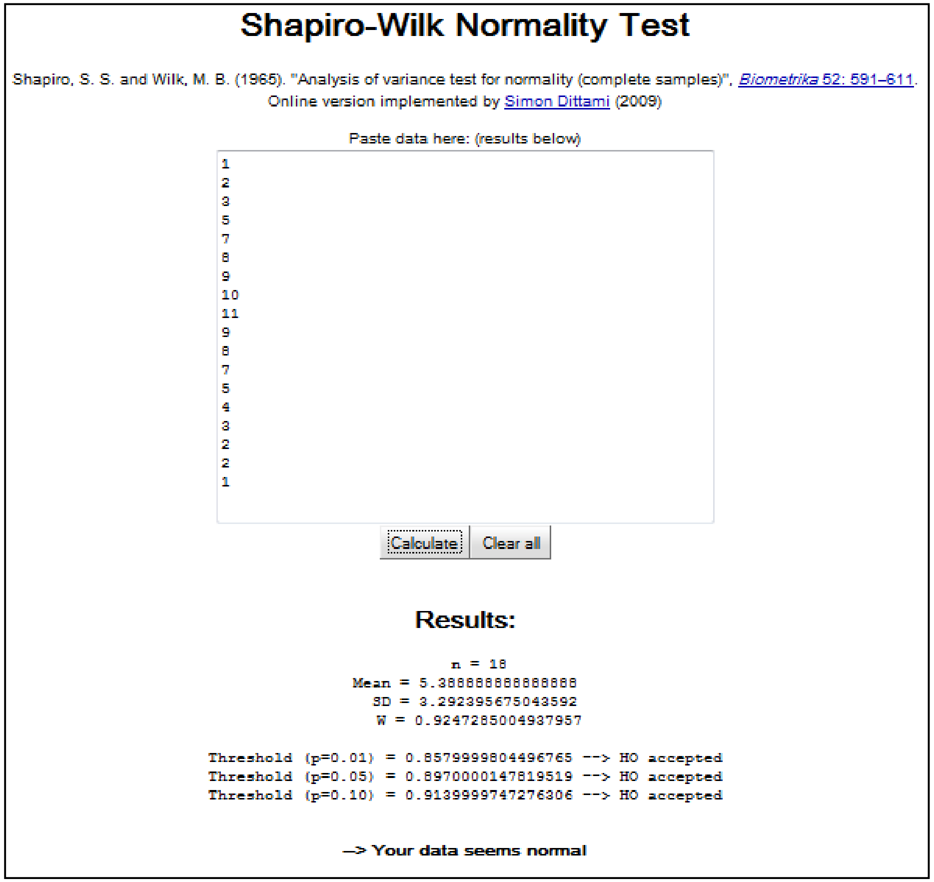
Reproducitelné potvrzení normálnosti dat

- 0) vizuální posouzení v histogramu
- 1) šikmost a špičatost (např. MS Excel)

$$-2\sqrt{\frac{6}{n}} \leq \mathrm{SKEW} \leq +2\sqrt{\frac{6}{n}}$$

$$-4\sqrt{\frac{6}{n}} \leq \mathrm{KURT} \leq +4\sqrt{\frac{6}{n}}$$

- 2) Shapiro-Wilkův test
  - http://dittami.gmxhome.de/shapiro/



ANOVA při jednoduchém třídění

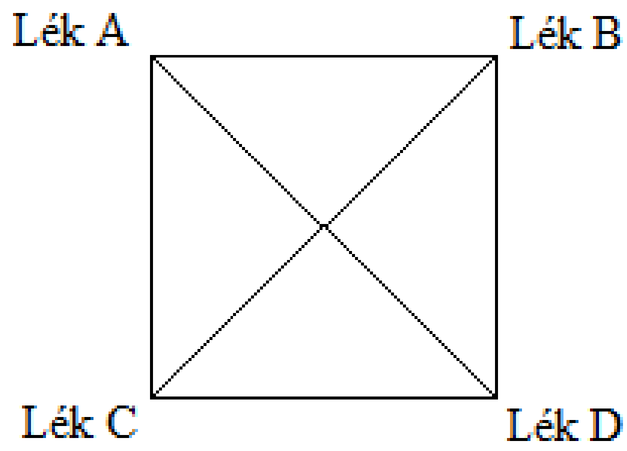
	Pacient 1	Pacient 2	Pacient 3	Pacient 4	Pacient 5
Lék A	134/85	…			
Lék B	…				
Lék C					…
Lék D				…	140/90

- čtyři nezávislé výběry (čtyři léky) po pěti náhodně volených pacientech, každý výběr léčen jiným lékem => faktorem variability může být pouze jinak účinný lék
- H0: průměrný tlak po léčbě je u všech výběrů (léků) stejný vs.
- H1: existuje alespoň jedna dvojice výběrů, v níž se efekt léků liší

ANOVA při jednoduchém třídění

- výsledkem opět hladina významnosti *p*
- je-li $p \leq 0{,}05$ => zavrhneme H0 ve prospěch H1
- nabízí se dvě otázky:
  - lze stejný závěr jako po použití ANOVA získat i několikerým použitím nepárového t-testu pro všechny dvojice výběrů?
  - jak poznáme, která dvojice obsahuje signifikantně rozdílnou průměrnou hodnotu?

Několikeré použití nepárových t-testů

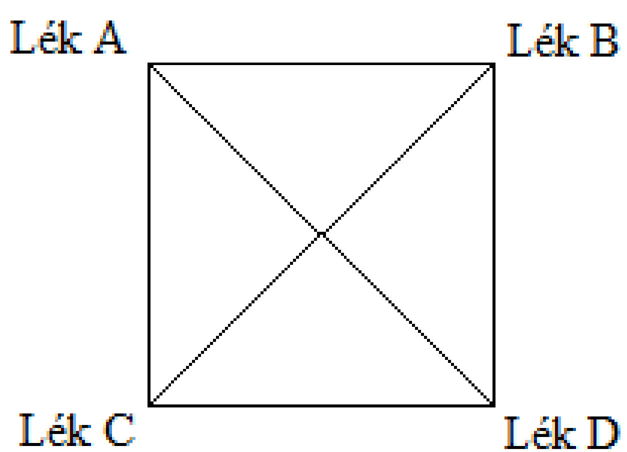


- museli bychom použít celkem alespoň tři t-testy
- za předpokladu, že platí H0, prokáže každý z t-testů dílčí H0 s pravděpodobností 1-α
- při použití ANOVA je pravděpodobnost chyby prvního typu α
- při použití tří t-testů je pravděpodobnost chyby prvního typu $1-(1-\alpha)^3$

ANOVA vs. několikeré použití nepárových t-testů

$$1-(1-\alpha)^3 = 1^3-(1-\alpha)^3 = (1-(1-\alpha))\cdot\left(1^2+1(1-\alpha)+\alpha^2\right)=$$
$$=\alpha\left(\alpha^2-\alpha+2\right)=\alpha\left((\alpha-0{,}5)^2+1{,}75\right)>1{,}75\alpha>\alpha$$

- za předpokladu, že H0 neplatí (platí H1), další problém:
  - t-test A-B: alespoň jeden test musí prokázat dílčí H1
  - t-test A-C:
  - t-test A-D:
  - t-test B-C:
  - t-test B-D:
  - t-test C-D:
- problém s interpretací



ANOVA při dvojném třídění

- předpoklady:
- *alespoň tři neprázdné, na sobě ne nutně nezávislé (!) výběry*
  - vychází z logiky věci
- *data všech výběrů mají normální rozdělení*
  - pro každý výběr histogram, šikmost a špičatost, Shapiro-Wilkův test apod.
- *rozptyl všech výběrů je shodný*
  - Leveneův test, méně často Bartlettův test

ANOVA při dvojném třídění

	Pacient – pouze hypertenze	Pacient – hypertenze a DM2	Pacient – hypertenze a ICHS	Pacient – hypertenze a arytmie	Pacient – hypertenze a aIM
TK po první dávce	134/85	…			
TK po druhé dávce	…				
TK po třetí dávce					…
TK po čtvrté dávce				…	140/90

- čtyři závislé výběry (v čase) po pěti nenáhodně (!) vybraných pacientech => faktorem variability komorbidita i časový faktor
- komorbidita:
  - H0: průměrný tlak po léčbě je u všech pacientů stejný (nezávisle na komorbiditě) vs.
  - H1: existuje alespoň jedna dvojice pacientů, v níž se efekt léků liší
- časový faktor:
  - H0: průměrný tlak se během času neměnil
  - H1: průměrný tlak se alespoň mezi dvěma časy různí

ANOVA při dvojném třídění

- výsledkem hladina významnosti *p* pro obě dvojice hypotéz (!)
- je-li $p \leq 0,05$ => zavrhneme H0 ve prospěch H1 postupně pro oba faktory
- může být prokázán vliv jednoho, druhého, obou, nebo ani jednoho faktoru na data

Metody mnohonásobného porovnání

Metody mnohonásobného porovnání

- pro parametrické testy (ANOVA)
  - *Bonferroniho metoda* – nejstarší, klasika, odpovídá provedení r=k(k-1)/2 nepárových t-testů, ovšem na mnohem menší přijatelné hladině významnosti α/r
  - *Tukeyova metoda* – citlivá na narušení rovnosti rozptylů výběrů
  - *Schéffého metoda*
- {pro neparametrické testy (Kruskal-Wallis, Friedman)
  - *Némenyiho metoda*}

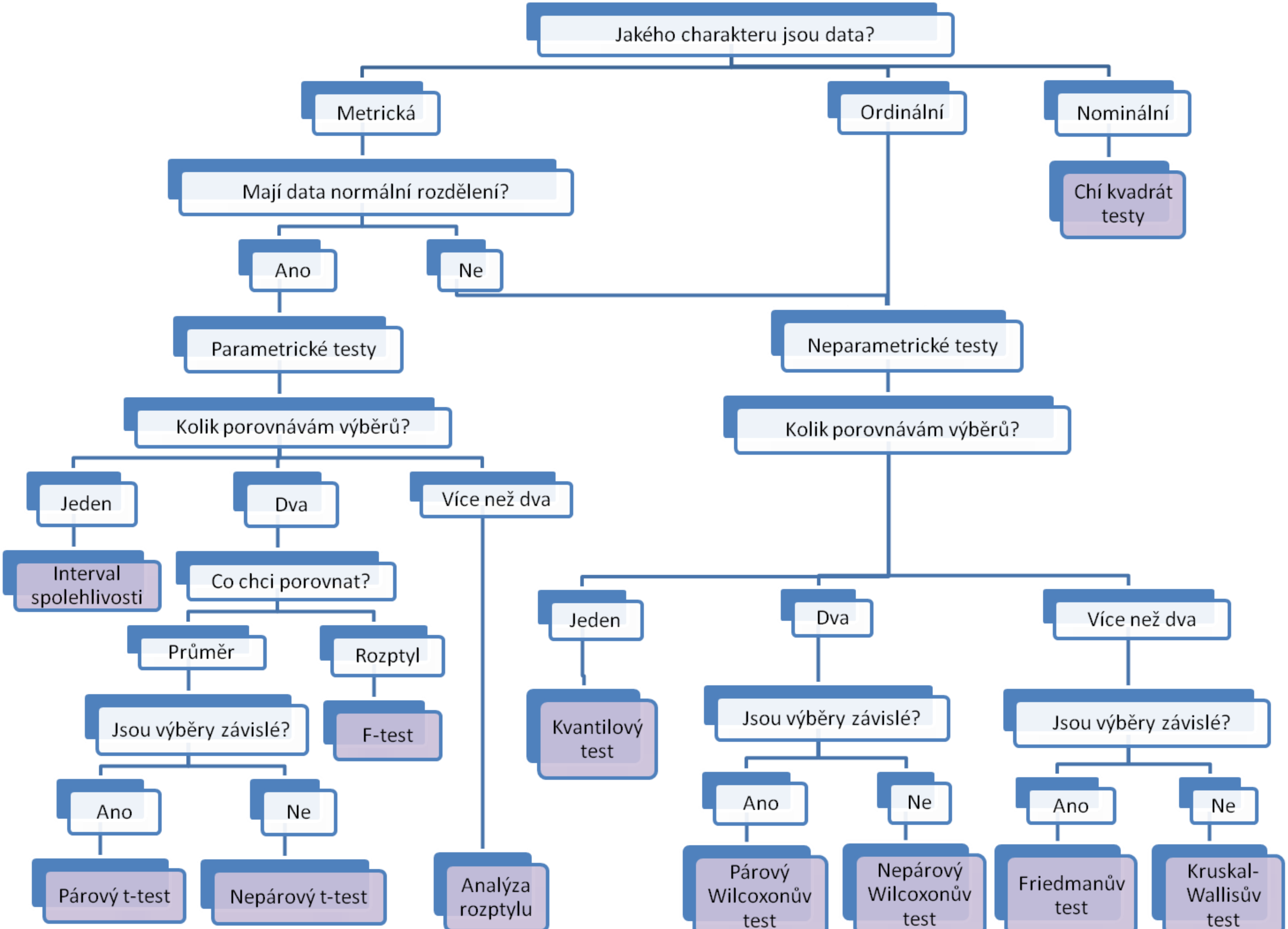
Tukeyho metoda vícenásobného porovnání

Pro tuto metodu disponuje R funkcí TukeyHSD. Použití a vyhodnocení je následující:

```
> TukeyHSD(aov(hustota~lokalita, data=mojedata))

Tukey multiple comparisons of means

95% family-wise confidence level


Fit: aov(formula = hustota ~ lokalita, data = mojedata)


$lokalita

diff lwr upr p adj

B-A 3.922406 -19.403539 27.24835 0.9718300

C-A -1.917889 -25.879647 22.04387 0.9967863

D-A 29.290323 4.957042 53.62360 0.0113740

C-B -5.840295 -28.778409 17.09782 0.9108425

D-B 25.367916 2.041971 48.69386 0.0273070

D-C 31.208211 7.246453 55.16997 0.0050811
```

- Tukeyho metoda pro čtyři výběry A, B, C, D po přijaté H1 v programu R

tp://wood.mendelu.cz/cz/sections/FEM/?q=node/62


Jakého charakteru jsou data?
Metrická
Ordinální
Nominální
Chí kvadrát testy
Mají data normální rozdělení?
Ano
Ne
Parametrické testy
Neparametrické testy
Kolik porovnávám výběrů?
Jeden
Dva
Více než dva
Interval spolehlivosti
Co chci porovnat?
Průměr
Rozptyl
F-test
Jsou výběry závislé?
Ano
Ne
Párový t-test
Nepárový t-test
Analýza rozptylu
Kolik porovnávám výběrů?
Jeden
Dva
Více než dva
Kvantilový test
Jsou výběry závislé?
Ano
Ne
Párový Wilcoxonův test
Nepárový Wilcoxonův test
Jsou výběry závislé?
Ano
Ne
Friedmanův test
Kruskal-Wallisův test

lubomir.stepanek@lf1.cuni.cz
lubomir.stepanek@fbmi.cvut.cz