

Otestujme naše testy
aneb
Několik postřehů k teorii odpovědi na položku
a k její implementaci v R

—
Statistické dýchánky
na VŠE

Lubomír Štěpánek

Katedra biomedicínské informatiky
Fakulta biomedicínského inženýrství
České vysoké učení technické v Praze

22. listopadu 2016

Tříparametrový logistický model

- vrací pro respondenta s parametrem schopnosti θ pravděpodobnost $p_i(\theta)$, že správně odpoví na danou položku i

$$p_i(\theta) = c_i + \frac{1 - c_i}{1 + e^{-a_i(\theta - b_i)}},$$

kde a_i je diskriminační schopnost položky i , b_i je obtížnost položky i , c_i je šance náhodného uhodnutí správné odpovědi na položku i

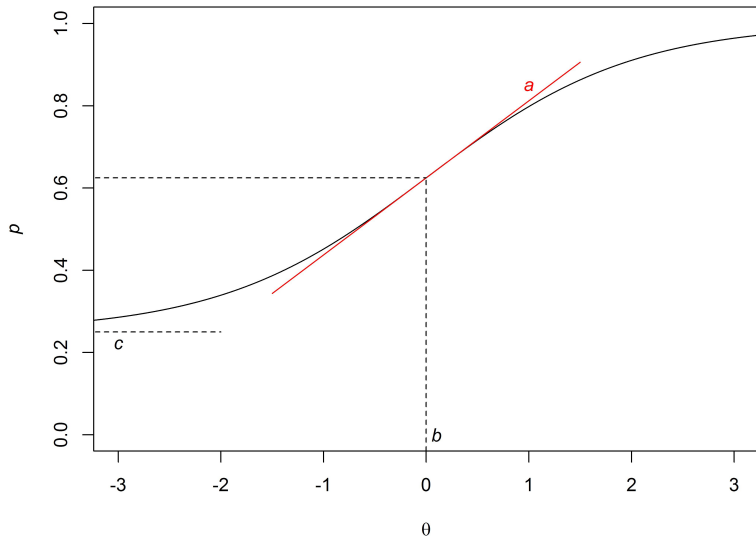
- oproti dvouparametrovému modelu zde navíc c_i , který je vhodný zavést pro položky typu multiple-choice (!)
- zřejmě je pro obecná p_i , a_i , b_i a c_i

$$p'_i(b_i) = \frac{a_i(1 - c_i)}{4},$$

$$p_i(b_i) = \frac{1 + c_i}{2},$$

$$p_i(-\infty) = c_i$$

Tříparametrový logistický model



Tříparametrový logistický model v R

- knihovna `ltm`
- funkce `tpm()` s argumenty
 - ▶ `data` – uklizený dataframe s daty položek ve sloupcích
 - ▶ `type` – buďto `"rasch"`, předpokládáme-li shodnou diskriminaci všech položek ($\forall i : a_i = konst.$), anebo `"latent.trait"` jinak
 - ▶ ...
- výsledky modelu pomocí `summary(tpm())`
- grafická interpretace pomocí `plot(tpm())`

Tříparametrový logistický model v R

```
## inicializuji balíček "ltm" -----  
suppressWarnings(library("ltm", quietly = TRUE))  
  
## dívám se na data "LSAT" -----  
head(LSAT, 5)
```

```
##      Item 1 Item 2 Item 3 Item 4 Item 5  
## 1         0      0      0      0      0  
## 2         0      0      0      0      0  
## 3         0      0      0      0      0  
## 4         0      0      0      0      1  
## 5         0      0      0      0      1
```

```
## modeluji triparametrovy model -----  
my_model <- tpm(data = LSAT, type = "latent.trait")
```

Tříparametrový logistický model v R

```
## dívám se na svůj model -----
```

```
my_model
```

```
##  
## Call:  
## tpm(data = LSAT, type = "latent.trait")  
##  
## Coefficients:  
##           Gussng  Dffc1t  Dscrmn  
## Item 1    0.037  -3.296   0.829  
## Item 2    0.078  -1.145   0.760  
## Item 3    0.012  -0.249   0.902  
## Item 4    0.035  -1.766   0.701  
## Item 5    0.053  -2.990   0.666  
##  
## Log.Lik: -2466.66
```

Tříparametrový logistický model v R

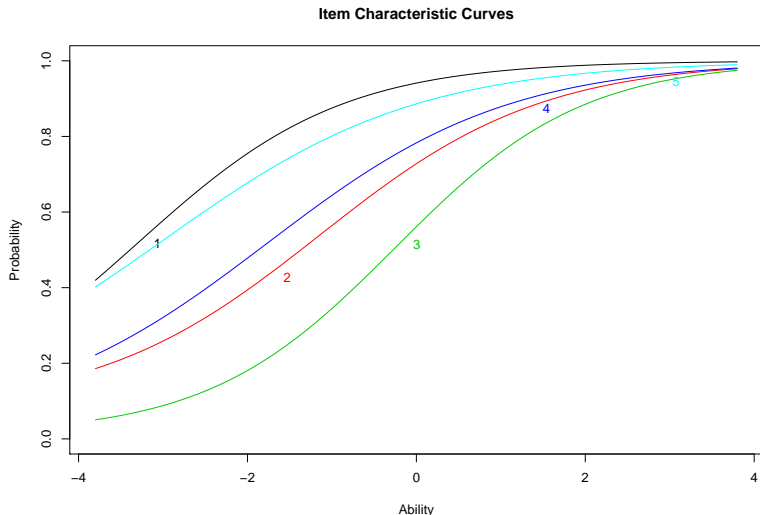
```
## dívám se na koeficienty modelu -----
```

```
summary(my_model)$coefficients
```

##		value	std.err	z.vals
##	Gussng.Item 1	0.03738668	0.8650313	0.04322003
##	Gussng.Item 2	0.07770994	2.5281511	0.03073786
##	Gussng.Item 3	0.01178206	0.2814629	0.04186008
##	Gussng.Item 4	0.03529306	0.5768580	0.06118154
##	Gussng.Item 5	0.05315665	1.5595561	0.03408447
##	Dffclt.Item 1	-3.29647610	1.7787722	-1.85323116
##	Dffclt.Item 2	-1.14514874	7.5166323	-0.15234864
##	Dffclt.Item 3	-0.24901441	0.7526539	-0.33084848
##	Dffclt.Item 4	-1.76578624	1.6162255	-1.09253702
##	Dffclt.Item 5	-2.99020462	4.0606190	-0.73639132
##	Dscrmn.Item 1	0.82862872	0.2877491	2.87969173
##	Dscrmn.Item 2	0.76037484	1.3774358	0.55202200
##	Dscrmn.Item 3	0.90157766	0.4190229	2.15161923
##	Dscrmn.Item 4	0.70065450	0.2574123	2.72191514
##	Dscrmn.Item 5	0.66579694	0.3282403	2.02838238

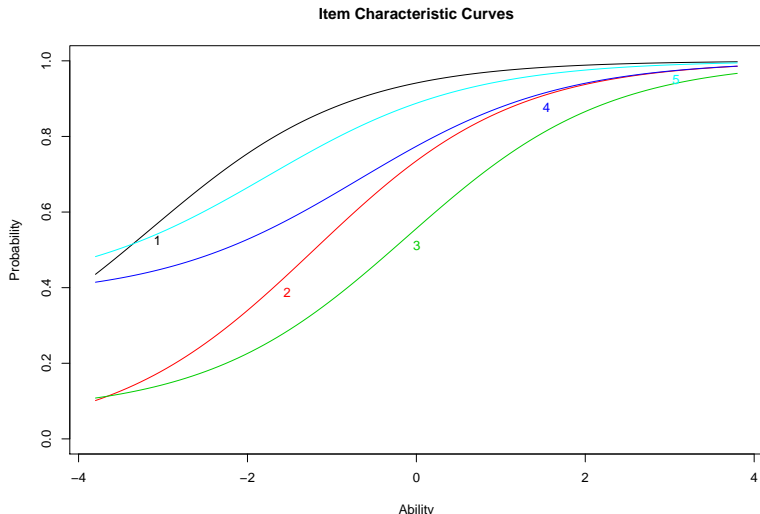
Tříparametrový logistický model v R

```
## zobrazuji model -----  
plot(my_model)
```



Tříparametrový logistický model v R

```
## zobrazuji jiný model -----  
plot(tpm(LSAT, type = "rasch", constraint = cbind(2, 1, 0)))
```



Informace a informační křivka položky a testu

- informaci $I_i(\theta)$ položky ($I(\theta)$ testu) zde chápeme jako míru *reliability*
- v jednoparametrovém logistickém modelu

$$I_i(\theta) = p_i(\theta)(1 - p_i(\theta))$$

- v dvouparametrovém logistickém modelu

$$I_i(\theta) = a_i^2 p_i(\theta)(1 - p_i(\theta))$$

- v tříparametrovém logistickém modelu

$$I_i(\theta) = a_i^2 \frac{(p_i(\theta) - c_i)^2}{(1 - c_i)^2} \frac{1 - p_i(\theta)}{p_i(\theta)}$$

Informace a informační křivka položky a testu

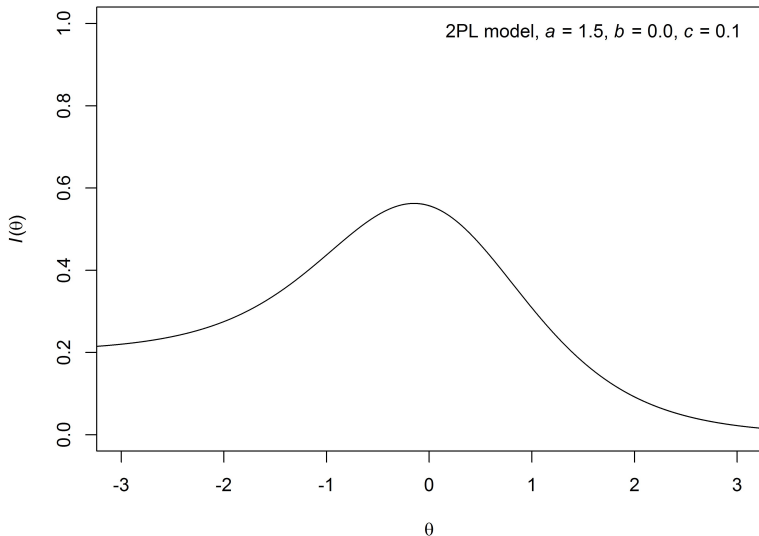
- informační křivka je zobrazení $f : \theta \rightarrow I_i(\theta)$, ideálně se přibližuje zvonovitému tvaru
- informační křivka testu je sumou informačních křivek položek, tedy

$$I(\theta) = \sum_i I_i(\theta)$$

- informace testu souvisí s chybou testu tak, že

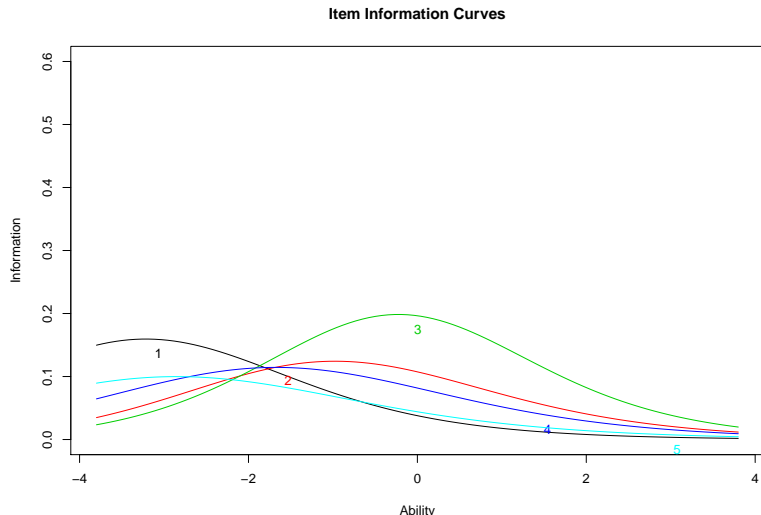
$$SE(\theta) = \frac{1}{\sqrt{I(\theta)}}$$

Informace a informační křivka položky a testu



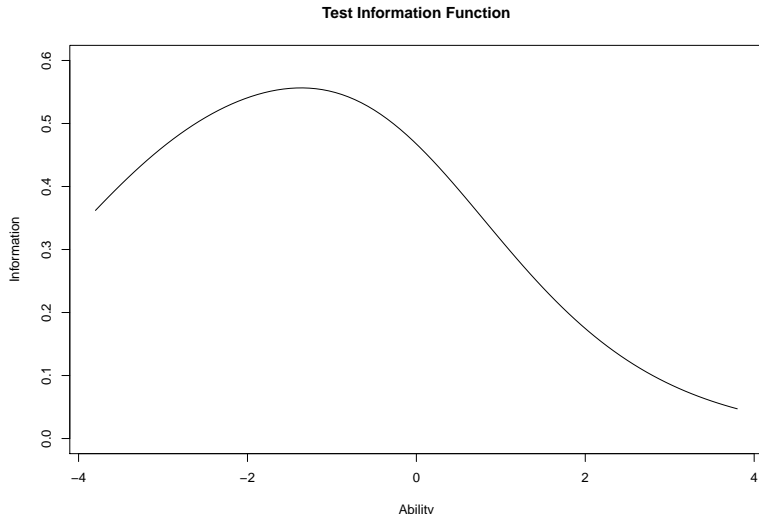
Informace a informační křivka položky a testu v R

```
## zobrazuji informační křivku položek -----  
plot(tpm(LSAT), type = "IIC", ylim = c(0.0, 0.6))
```



Informace a informační křivka položky a testu v R

```
## zobrazuji informační křivku celého testu -----  
plot(tpm(LSAT), type = "IIC", items = 0, ylim = c(0.0, 0.6))
```



Aplikace pro semi-real-time hodnocení přijímacího řízení na 1. LF UK

Aplikace rozhodne_testovani

- určena uživateli, co nevidí do matematiky v modelech teorie odpovědi na položku
- produkuje infografiku souhrnně pro přijímací testy, rovněž zvlášť pro každou položku

Aplikace rozhodne_testovani

- napsána prakticky celá v R, především pomocí knihovny `shiny`
- drobné úpravy pomocí CSS a javascriptu
- generuje automaticky cca 200-stránkové PDF s infografikou (`knitr`, `rmarkdown`, $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$, `Pandoc`)
- běží dobře dekstopově, na R-kovém serveru 1. LF UK je online její alfa verze (linuxová architektura, *encoding hell*, $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ -life, `Pandoc`-life, zvláštní chování nebo nemožnost instalovat některé balíčky na serveru)
- soubory aplikace (celkem cca 4300 řádků převážně R-kového kódu)
 - ▶ `server.R`
 - ▶ `ui.R`
 - ▶ `rozhodne_testovani.myRscript`
 - ▶ `my_output.Rmd`
 - ▶ `readme.pdf`
 - ▶ složka `www`:
 - ★ `busy.js`
 - ★ `style.css`
 - ★ `busy_indicator.gif`

Aplikace rozhodne_testovani

Rozhodné testování

127.0.0.1:5810

Hledat

Rozhodné testování

Vložit .csv nebo .txt dokument

Procházet...

B1_2020_small.csv

Uložit kompletně

Jmenníky proměnných

na 2. řádku

Oddělovač

☐ čárka

☒ středník

☐ tabulátor

Vyberte proměnnou označující obor, je-li přítomna

(obor neurčen)

(obor neurčen)

Obor

Druh

Jméno

Příjmení

Číslo jednací

id

Vložená data

Histogram bodových zisků

Diagram obtížnost-diskriminace

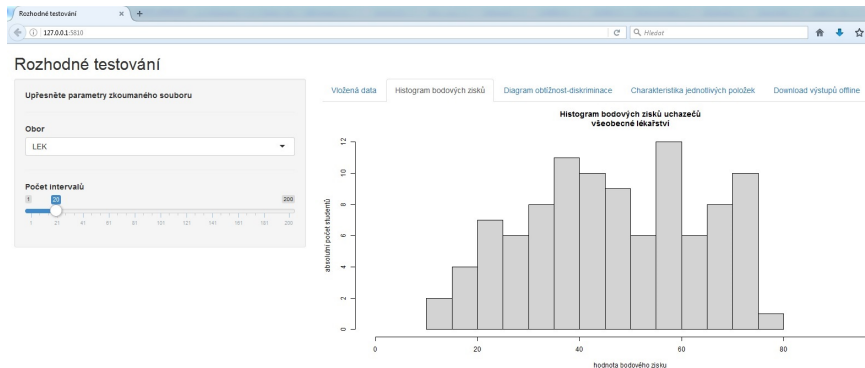
Charakteristika jednotlivých položek

Download výstupů offline

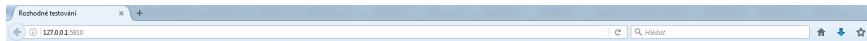
Zde jsou zobrazena vložená data. Před dalšími výpočty prosím zkontrolujte správnost formátování tabulky.

	Obor	Druh	Jméno	Příjmení	Číslo jednací	id	2	3	25	40	64	94	114	118	128	138	164	190	192	204
1	LEK	11	Abdalla	Massad	1	1	AX	AX	BX	AX	C	AX	C	ACD	DX	A	BCD	CX	BX	A
2	LEK	11	Abdulsalam	Abdulhameed	2	2	AX	AD	ABCD	AB	AD	AX	ABC	ABCX	B	B	B		BX	BCD
3	LEK	11	Ada	Kurti	3	3	AX	AX	BX	AX	BX	AX	BC	ABCX	DX	ADX	ABDX	CX	ABC	ACD
4	LEK	11	Adam	Charvát	4	4	AX	AX	D	AX	BX	AX	BX	ABCX	DX	ADX	D	CX	A	BC
5	LEK	11	Adam	Knetl	5	5	B	AX	D	C	BX	AX	AD	AC	DX	ADX	BC	CX	D	C
6	LEK	11	Adam	Lampar	6	6	AX	AX	D	AX	BX	AX	BX	ABCX	AC	C	CD	CX	A	B
7	LEK	11	Adam	Lukáš	7	7	AC	AX	BX	AX	BD	AX	BX	ABCX	B	ADX	D	CX	AB	AC
8	LEK	11	Adam	Neubauer	8	8	AX	AX	D	AB	BX	D	BC	ABCX	DX	D	ABDX	CX	D	B
9	LEK	11	Adam	Slovaček	9	9	AX	AX	BX	D	C	C	BC	AC	B	A	ABC	CX	AB	BC
10	LEK	11	Adam	Suja	10	10	BD	AX	D	C	BX	ABC	BC	BC	B	BD	AC	CD	D	AB
11	LEK	11	Adam	Teryngel	11	11	AX	AX	C	AB	BX	AX	BC	ABCX	A	ADX	ABCD	CX	A	BC
12	LEK	11	Adam	Volejníček	12	12	AC	AX	D	AX	C	CD	AC	ABCX	B	BD	ABDX	BCD	AB	A
13	LEK	11	Adam	Zeman	13	13	AX	AX	BX	AX	BX	AX	BX	ABCX	DX	ADX	AB	CX	BX	ABC
14	LEK	11	Adam	Zicháček	14	14	AX	AX	C	B	BX	AX	BX	ABCD	A	A	CD	CX	C	ABCD
15	LEK	11	Adéla	Fořtová	15	15	AX	AX	BX	AX	BX	AX	BC	ABCX	DX	ADX	D	CX	A	B
16	LEK	11	Adéla	Jirčková	16	16	AX	AX	D	AB	BX	AX	BX	ABCX	AB	ADX	BD	CX	AB	C
17	LEK	11	Adéla	Kašparovská	17	17	C	AX	BX	AX	BX	AX	BX	C	A	A	D	CX	D	D
18	LEK	11	Adéla	Komančová	18	18	AX	AX	BX	AX	BX	AX	BC	ABCD	DX	ADX	ABDX	CX	BX	A
19	LEK	11	Adéla	Krahulcová	19	19	AX	AX	BX	AX	BX	B	BX	ABCX	DX	ADX	ABDX	CX	BX	C
20	LEK	11	Adéla	Kramperová	20	20	AX	AX	D	AX	BX	AX	BX	ABCX	DX	ABD	BD	CX	AB	B
21	LEK	11	Adéla	Kučerová	21	21	AX	AX	D	B	BD	D	BC	AB	C	BC	CD	CX	AB	B
22	LEK	11	Adéla	Mlejnecká	22	22	AX	AX	C	AB	BX	AX	BX	ABCX	DX	ACD	ABDX	A	A	ABCD
23	LEK	11	Adéla	Pražáková	23	23	AX	AX	C	B	BX	AB	BX	ABCX	DX	A	AC	CX	BX	BC
24	LEK	11	Adéla	Štehalová	24	24	AX	AX	RY	AX	RY	AX	RY	ABCY	RY	ADY	A	CY	A	ABCD

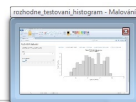
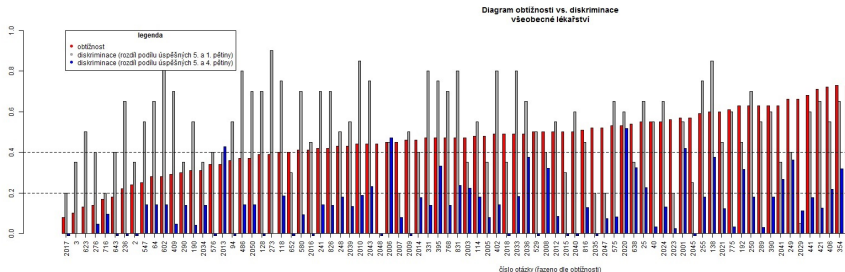
Aplikace rozhodne_testovani



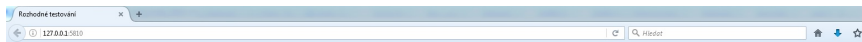
Aplikace rozhodne_testovani



Vložená data Histogram bodových zisků Diagram obtížnost-diskriminace Charakteristika jednotlivých položek Download výstupů offline



Aplikace rozhodne_testovani



Rozhodné testování

Upřesněte parametry zkoumaného souboru

Obor

LEK

Položka

816

Vložená data

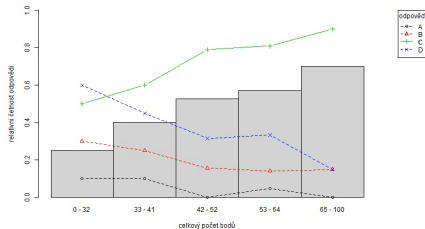
Histogram bodových zisků

Diagram obtížnost-diskriminace

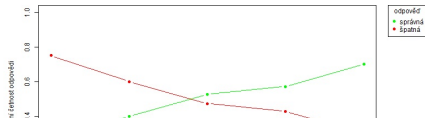
Charakteristika jednotlivých položek

Download výstupů offline

Psychometrické charakteristiky, položka 816
všeobecné lékařství



Úspěšnost jednotlivých pětín dle celkového počtu bodů, položka 816
všeobecné lékařství



Hands-on! Your turn!

- dummy data, skripty a tato prezentace je na adrese

<https://github.com/LStepanek/Nekolik-postrehu-k-teorii-odpovedi-na-položku/>

Děkuji za pozornost!

lubomir.stepanek@fbmi.cvut.cz