Kap 1

$p_\Delta(t) = \frac{1}{\Delta}$ då $0 < t < \Delta$ annars 0 $\int_{-\infty}^{\infty} p_\Delta(t)dt = 1$

Om f är deriverbar utom i punkterna $a_1, \ldots, a_n$ där den har språng av höjder $b_1, \ldots, b_n$ så är

$$f'(t) = f_p'(t) + b_1\delta(t - a_1) + \ldots + b_n(t - a_n) \tag{1}$$

där f_p' är derivatan som vi kan läsa av från graf med heavside funktion

Kap 4 - Inverslaplace

Kap 6

Faltning: $f * g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t-\tau) * g(\tau)d\tau$

Kap 8

$$trA = \lambda_1 + \ldots + \lambda_n \tag{2}$$

$$detA = \lambda_1 * \ldots * \lambda_n \tag{3}$$

$$p(D) = diag(p(\lambda_1), \ldots, p(\lambda_n)) \tag{4}$$

p är vårt polynom, t.ex om vi har e^A så blir det, $p(x) = e^x$

$$p(A) = Sp(D)S^{-1} \tag{5}$$

Kap 9 - Lösa diffekvationer

Olika sätt att lösa diff ekvationer av matriser

Laplacetransformation

Poler hos $V(s)$	Bidrag till $v(t) = \mathcal{L}^{-1}V$
Enkel pol i $s = p$	$Ae^{pt}\theta(t)$
Pol av ordning k i $s = p$	$(A_0 * t^0 + \ldots + A_{k-1} * t^{k-1})e^{pt}\theta(t)$
Enkla poler i $s = \sigma \pm i\omega$	$e^{\sigma t)}(A_0 * t^0 + \ldots + A_{k-1} * t^{k-1})e^{pt}\theta(t) = Ce^{\sigma t}cos(\sigma t + \alpha)\theta(t)$

Tabell 1: Ansats till invers transform, kan också användas för ansats till homogen lösning i diff ekvationer

Diagonalisering genom variabelbyte

Om A är en diagonaliserbar matris så har det homogena systemet $\frac{du}{dt} = Au$ den allmänna lösningen

$$u = C_1e^{\lambda_1 t}s_1 + \ldots + C_n * e^{\lambda_n t}s_n \tag{6}$$

där λ är egenvärden till A, s är motsvarande egenvektorer och C är godtyckliga konstanter.

Exponentialmatris

$$e^{tA} = Se^{tD}S^{-1} = Sdiag(e^{\lambda_1 t}, \ldots, e^{\lambda_n * T})S^{-1} \tag{7}$$

det homogena systemet $\frac{du}{dt} = Au$ har lösningen $u(t) = e^{tA}u(0)$

Kontrollfrågor

$$\delta(t) = \lim_{\Delta \to 0} p_\Delta(t) \tag{8}$$

$$\Delta(t)' = \delta(t) \tag{9}$$

Har alla funktioner en Laplace transformation? - Funktioner vars integral av laplace inte konvergerar saknar Laplacetransformation. Ensidig laplace = TODO: Finish this

$\delta * f(t) = f(t)$

System

Vad menas med:

- Linjärt: $S(\alpha w_1 + \beta w_2) = \alpha Sw_1 + \beta Sw_2$
- Tidsinvariant: Om $Sw(t) = y(t)$ så är $S * w(t-a) = y(t-a)$
- Stabilt: Varje begränsad insignal w(t) ger upphov till en begränas utsignal y(t).
  Detta kan testas med följande sats:
  Om ett LTI system S har impulssvaret $h(t)$ så är S stabilt om och endast om integralen $\int_{-\infty} \infty|h(t)dt$ konvergerar Det kan också testas med följande sats:
  Om $H(s) = \frac{Q(s)}{P(s)}$ så är Systemet S stabilt om och endast om $degQ(s) \leq degP(s)$ och För varje pol s_j gäller $Res_j \leq 0$.
- Kausalt: Om $Sw(t) = y(t)$ och $w(t) = 0$ för $t < t_0$ så gäller att $y(t) = 0$ för $t < t_0$
  Detta kan testas med följande sats:
  Ett LTI system är kausalt om och endast om impulssvaret $h(t)$ är en kausal funktion.

Bra satser:

- System kan beskrivas som faltningar med en fix funktion $h(x)$.
- Impulssvaret är derivatan av stegsvaret: $h(t) = (S\theta(t))'$
- Överföringsfunktionen: $H(s) = \frac{Se^{st}}{e^{st}}$
- Frekvensfunktion $H(t)$ ger oss följande:
- $Ssin(wt) = A(w)sin(wt + \phi(w))$ med amplitudfunktionen $A(w) = |H(iw)|$ och fasfunktionen $\phi(w) = arg(H(iw))$
- För LTI system så är $\mathcal{L}h(t) = H(s)$
- $S(e^{st}) = H(s)e^{st}$

Matriser

Det finns diagonaliserbara matriser med flera av samma egenvärden, t.ex $A = I$ har egenvärden $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$ och är diagonal.
Satser:

- $e^{At} = \Sigma_{k=0}^{\infty} \frac{A^k * t^k}{k!}$
- Ortogonal matris: $A^{-1} = A^T$, $AA^T = A^T A = I$,

Låt A vara en symmetrisk matris med egenvärden $\lambda_1, \ldots, \lambda_n$, det gäller då att A är:

- Positivt definit - Om alla egenvärden är positiva $(>)$
- Positivt semidefinit - Om alla egenvärden är icke negativa $(\leq)$
- Negativt definit - Om alla egenvärden är negativa$(<)$
- Negativt semidefinit - Om alla egenvärden är icke positiva$(\geq)$
- indefinit - Om det finns både positiva och negativa egenvärden

Man kan också också fram fram värden d, genom att strick gauseliminering där våra pivå element är värden vi sätter in i formlen ovan.

Sylvester sats

I varje diagonalisering är antalet positiva element på diagonalen alltid lika. Detsamma gäller antalet negativa element och element lika med 0.
Vi kan hitta antal positiva och negativa element genom gaus och få fram d_i.
Vi kan få fram antal element som är större än c, genom att applicera ovan metod på matrisen $A - cI$.