

Kap 1

$$p_{\Delta}(t) = \frac{1}{\Delta} \text{ då } 0 < t < \Delta \text{ annars } 0 \int_{-\infty}^{\infty} p_{\Delta}(t) dt = 1$$

Om f är deriverbar utom i punkterna a_1, \dots, a_n där den har språng av höjder b_1, \dots, b_n så är

$$f'(t) = f'_p(t) + b_1\delta(t - a_1) + \dots + b_n\delta(t - a_n) \quad (1)$$

där f'_p är derivatan som vi kan läsa av från graf med heavside funktion

Kap 4 - Inverslaplace

Kap 6

$$\text{Faltning: } f * g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t - \tau) * g(\tau) d\tau$$

Kap 8

$$\text{tr}A = \lambda_1 + \dots + \lambda_n \quad (2)$$

$$\det A = \lambda_1 * \dots * \lambda_n \quad (3)$$

$$p(D) = \text{diag}(p(\lambda_1), \dots, p(\lambda_n)) \quad (4)$$

p är vårt polynom, t.ex om vi har e^A så blir det, $p(x) = e^x$

$$p(A) = Sp(D)S^{-1} \quad (5)$$

Kap 9 - Lösa diffekvationer

Olika sätt att lösa diff ekvationer av matriser

Laplacetransformation

Poler hos $V(s)$	Bidrag till $v(t) = \mathcal{L}^{-1}V$
Enkel pol i $s = p$	$Ae^{pt}\theta(t)$
Pol av ordning k i $s = p$	$(A_0 * t^0 + \dots + A_{k-1} * t^{k-1})e^{pt}\theta(t)$
Enkla poler i $s = \sigma \pm i\omega$	$e^{\sigma t}(A_0 * t^0 + \dots + A_{k-1} * t^{k-1})e^{pt}\theta(t) = Ce^{\sigma t}\cos(\sigma t + \alpha)\theta(t)$

Tabell 1: Ansats till invers transform, kan också användas för ansats till homogen lösning i diff ekvationer

Diagonalisering genom variabelbyte

Om A är en diagonaliserbar matris så har det homogena systemet $\frac{du}{dt} = Au$ den allmänna lösningen

$$u = C_1 e^{\lambda_1 t} s_1 + \dots + C_n * e^{\lambda_n t} s_n \quad (6)$$

där λ är egenvärden till A , s är motsvarande egenvektorer och C är godtyckliga konstanter.

Exponentialmatris

$$e^{tA} = S e^{tD} S^{-1} = S \text{diag}(e^{\lambda_1 t}, \dots, e^{\lambda_n * T}) S^{-1} \quad (7)$$

det homogena systemet $\frac{du}{dt} = Au$ har lösningen $u(t) = e^{tA} u(0)$

Kontrollfrågor

$$\delta(t) = \lim_{\Delta \rightarrow 0} p_{\Delta}(t) \quad (8)$$

$$\Delta(t)' = \delta(t) \quad (9)$$

Har alla funktioner en Laplace transformation? - Funktioner vars integral av laplace inte konvergerar saknar Laplacetransformation. Ensidig laplace = TODO: Finish this

$$\delta * f(t) = f(t)$$

System

Vad menas med:

- Linjärt: $S(\alpha w_1 + \beta w_2) = \alpha S w_1 + \beta S w_2$
- Tidsinvariant: Om $S w(t) = y(t)$ så är $S * w(t - a) = y(t - a)$
- Stabilt: Varje begränsad insignal $w(t)$ ger upphov till en begränsad utsignal $y(t)$.
Detta kan testas med följande sats:
Om ett LTI system S har impulssvaret $h(t)$ så är S stabilt om och endast om integralen $\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt$ konvergerar Det kan också testas med följande sats:
Om $H(s) = \frac{Q(s)}{P(s)}$ så är Systemet S stabilt om och endast om $\deg Q(s) \leq \deg P(s)$ och För varje pol s_j gäller $\text{Res}_j \leq 0$.

• Kausalt: Om $S w(t) = y(t)$ och $w(t) = 0$ för $t < t_0$ så gäller att $y(t) = 0$ för $t < t_0$

Detta kan testas med följande sats:

Ett LTI system är kausalt om och endast om impulssvaret $h(t)$ är en kausal funktion.

Bra satser:

- System kan beskrivas som faltningar med en fix funktion $h(x)$.
- Impulssvaret är derivatan av stegsvaret: $h(t) = (S\theta(t))'$
- Överföringsfunktionen: $H(s) = \frac{Se^{st}}{e^{st}}$
- Frekvensfunktion $H(t)$ ger oss följande:
- $S\sin(wt) = A(w)\sin(wt + \phi(w))$ med amplitudfunktionen $A(w) = |H(iw)|$ och fasfunktionen $\phi(w) = \arg(H(iw))$
- För LTI system så är $\mathcal{L}h(t) = H(s)$
- $S(e^{st}) = H(s)e^{st}$

Matriser

Det finns diagonaliserbara matriser med flera av samma egenvärden, t.ex $A = I$ har egenvärden $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$ och är diagonal.

Satser:

- $e^{At} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{A^k * t^k}{k!}$
- Ortogonal matris: $A^{-1} = A^T$, $AA^T = A^T A = I$,