

## Kap 1

$$p_{\Delta}(t) = \frac{1}{\Delta} \text{ då } 0 < t < \Delta \text{ annars } 0 \int_{-\infty}^{\infty} p_{\Delta}(t) dt = 1$$

Om  $f$  är deriverbar utom i punkterna  $a_1, \dots, a_n$  där den har språng av höjder  $b_1, \dots, b_n$  så är

$$f'(t) = f'_p(t) + b_1\delta(t - a_1) + \dots + b_n\delta(t - a_n) \quad (1)$$

där  $f'_p$  är derivatan som vi kan läsa av från graf med heavside funktion

## Kap 4 - Inverslaplace

## Kap 6

$$\text{Faltning: } f * g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t - \tau) * g(\tau) d\tau$$

## Kap 8

$$\text{tr}A = \lambda_1 + \dots + \lambda_n \quad (2)$$

$$\det A = \lambda_1 * \dots * \lambda_n \quad (3)$$

$$p(D) = \text{diag}(p(\lambda_1), \dots, p(\lambda_n)) \quad (4)$$

$p$  är vårt polynom, t.ex om vi har  $e^A$  så blir det,  $p(x) = e^x$

$$p(A) = Sp(D)S^{-1} \quad (5)$$

## Kap 9 - Lösa diffekvationer

Olika sätt att lösa diff ekvationer av matriser

### Laplacetransformation

Poler hos $V(s)$	Bidrag till $v(t) = \mathcal{L}^{-1}V$
Enkel pol i $s = p$	$Ae^{pt}\theta(t)$
Pol av ordning $k$ i $s = p$	$(A_0 * t^0 + \dots + A_{k-1} * t^{k-1})e^{pt}\theta(t)$
Enkla poler i $s = \sigma \pm i\omega$	$e^{\sigma t}(A_0 * t^0 + \dots + A_{k-1} * t^{k-1})e^{pt}\theta(t) = Ce^{\sigma t}\cos(\sigma t + \alpha)\theta(t)$

Tabell 1: Ansats till invers transform, kan också användas för ansats till homogen lösning i diff ekvationer

## Diagonalisering genom variabelbyte

Om  $A$  är en diagonaliserbar matris så har det homogena systemet  $\frac{du}{dt} = Au$  den allmänna lösningen

$$u = C_1 e^{\lambda_1 t} s_1 + \dots + C_n * e^{\lambda_n t} s_n \quad (6)$$

där  $\lambda$  är egenvärden till  $A$ ,  $s$  är motsvarande egenvektorer och  $C$  är godtyckliga konstanter.

## Exponentialmatris

$$e^{tA} = S e^{tD} S^{-1} = S \text{diag}(e^{\lambda_1 t}, \dots, e^{\lambda_n * T}) S^{-1} \quad (7)$$

det homogena systemet  $\frac{du}{dt} = Au$  har lösningen  $u(t) = e^{tA} u(0)$

## Kontrollfrågor

$$\delta(t) = \lim_{\Delta \rightarrow 0} p_{\Delta}(t) \quad (8)$$

$$\Delta(t)' = \delta(t) \quad (9)$$

Har alla funktioner en Laplace transformation? - Funktioner vars integral av laplace inte konvergerar saknar Laplacetransformation. Ensidig laplace = TODO: Finish this

$$\delta * f(t) = f(t)$$

## System

### Vad menas med:

- Linjärt:  $S(\alpha w_1 + \beta w_2) = \alpha S w_1 + \beta S w_2$
- Tidsinvariant: Om  $S w(t) = y(t)$  så är  $S * w(t - a) = y(t - a)$
- Stabilt: Varje begränsad insignal  $w(t)$  ger upphov till en begränsad utsignal  $y(t)$ .  
Detta kan testas med följande sats:  
Om ett LTI system  $S$  har impulssvaret  $h(t)$  så är  $S$  stabilt om och endast om integralen  $\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt$  konvergerar Det kan också testas med följande sats:  
Om  $H(s) = \frac{Q(s)}{P(s)}$  så är Systemet  $S$  stabilt om och endast om  $\deg Q(s) \leq \deg P(s)$  och För varje pol  $s_j$  gäller  $\text{Res}_j \leq 0$ .

• Kausalt: Om  $S w(t) = y(t)$  och  $w(t) = 0$  för  $t < t_0$  så gäller att  $y(t) = 0$  för  $t < t_0$

Detta kan testas med följande sats:

Ett LTI system är kausalt om och endast om impulssvaret  $h(t)$  är en kausal funktion.

### Bra satser:

- System kan beskrivas som faltningar med en fix funktion  $h(x)$ .
- Impulssvaret är derivatan av stegsvaret:  $h(t) = (S\theta(t))'$
- Överföringsfunktionen:  $H(s) = \frac{Se^{st}}{e^{st}}$
- Frekvensfunktion  $H(t)$  ger oss följande:
- $S\sin(wt) = A(w)\sin(wt + \phi(w))$  med amplitudfunktionen  $A(w) = |H(iw)|$  och fasfunktionen  $\phi(w) = \arg(H(iw))$
- För LTI system så är  $\mathcal{L}h(t) = H(s)$
- $S(e^{st}) = H(s)e^{st}$

### Matriser

Det finns diagonaliserbara matriser med flera av samma egenvärden, t.ex  $A = I$  har egenvärden  $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$  och är diagonal.

#### Satser:

- $e^{At} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{A^k * t^k}{k!}$
- Ortogonal matris:  $A^{-1} = A^T$ ,  $AA^T = A^T A = I$ ,

Låt A vara en symmetrisk matris med egenvärden  $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ , det gäller då att A är:

- Positivt definit - Om alla egenvärden är positiva ( $>$ )
- Positivt semidefinit - Om alla egenvärden är icke negativa ( $\leq$ )
- Negativt definit - Om alla egenvärden är negativa ( $<$ )
- Negativt semidefinit - Om alla egenvärden är icke positiva ( $\geq$ )
- indefinit - Om det finns både positiva och negativa egenvärden