Kap 1

$p_\Delta(t) = \frac{1}{\Delta}$ då $0 < t < \Delta$ annars 0 $\int_{-\infty}^{\infty} p_\Delta(t)dt = 1$

Om f är deriverbar utom i punkterna $a_1, \ldots, a_n$ där den har språng av höjder $b_1, \ldots, b_n$ så är

$$f'(t) = f_p'(t) + b_1\delta(t - a_1) + \ldots + b_n(t - a_n) \quad (1)$$

där f_p' är derivatan som vi kan läsa av från graf med heavside funktion

Kap 4 - Inverslaplace

Kap 6

Faltning: $f * g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t-\tau) * g(\tau)d\tau$

Kap 8

$$trA = \lambda_1 + \ldots + \lambda_n \quad (2)$$

$$detA = \lambda_1 * \ldots * \lambda_n \quad (3)$$

$$p(D) = diag(p(\lambda_1), \ldots, p(\lambda_n)) \quad (4)$$

p är vårt polynom, t.ex om vi har e^A så blir det, $p(x) = e^x$

$$p(A) = Sp(D)S^{-1} \quad (5)$$

Kap 9 - Lösa diffekvationer

Olika sätt att lösa diff ekvationer av matriser

Laplacetransformation

Poler hos $V(s)$	Bidrag till $v(t) = \mathcal{L}^{-1}V$
Enkel pol i $s = p$	$Ae^{pt}\theta(t)$
Pol av ordning k i $s = p$	$(A_0 * t^0 + \ldots + A_{k-1} * t^{k-1})e^{pt}\theta(t)$
Enkla poler i $s = \sigma \pm i\omega$	$e^{\sigma t)}(A_0 * t^0 + \ldots + A_{k-1} * t^{k-1})e^{pt}\theta(t) = Ce^{\sigma t}cos(\sigma t + \alpha)\theta(t)$

Tabell 1: Ansats till invers transform, kan också användas för ansats till homogen lösning i diff ekvationer

Diagonalisering genom variabelbyte

Om A är en diagonaliserbar matris så har det homogena systemet $\frac{du}{dt} = Au$ den allmänna lösningen

$$u = C_1 e^{\lambda_1 t} s_1 + \ldots + C_n * e^{\lambda_n t} s_n \quad (6)$$

där λ är egenvärden till A, s är motsvarande egenvektorer och C är godtyckliga konstanter.

Exponentialmatris

$$e^{tA} = Se^{tD}S^{-1} = Sdiag(e^{\lambda_1 t}, \ldots, e^{\lambda_n * T})S^{-1} \quad (7)$$

det homogena systemet $\frac{du}{dt} = Au$ har lösningen $u(t) = e^{tA}u(0)$

Kontrollfrågor

$$\delta(t) = \lim_{\Delta \to 0} p_\Delta(t) \quad (8)$$

$$\Delta(t)' = \delta(t) \quad (9)$$

Har alla funktioner en Laplace transformation? - Funktioner vars integral av laplace inte konvergerar saknar Laplacetransformation. Ensidig laplace = TODO: Finish this

$\delta * f(t) = f(t)$

System

Vad menas med:

- Linjärt: $S(\alpha w_1 + \beta w_2) = \alpha S w_1 + \beta S w_2$
- Tidsinvariant: Om $Sw(t) = y(t)$ så är $S * w(t-a) = y(t-a)$
- Stabilt: Varje begränsad insignal w(t) ger upphov till en begränas utsignal y(t).
  Detta kan testas med följande sats:
  Om ett LTI system S har impulssvaret $h(t)$ så är S stabilt om och endast om integralen $\int_{-\infty}\infty|h(t)dt$ konvergerar Det kan också testas med följande sats:
  Om $H(s) = \frac{Q(s)}{P(s)}$ så är Systemet S stabilt om och endast om $degQ(s) \leq degP(s)$ och För varje pol s_j gäller $Res_j \leq 0$.
- Kausalt: Om $Sw(t) = y(t)$ och $w(t) = 0$ för $t < t_0$ så gäller att $y(t) = 0$ för $t < t_0$
  Detta kan testas med följande sats:
  Ett LTI system är kausalt om och endast om impulssvaret $h(t)$ är en kausal funktion.

Bra satser:

- System kan beskrivas som faltningar med en fix funktion $h(x)$.
- Impulssvaret är derivatan av stegsvaret: $h(t) = (S\theta(t))'$
- Överföringsfunktionen: $H(s) = \frac{Se^{st}}{e^{st}}$
- Frekvensfunktion $H(t)$ ger oss följande:
- $Ssin(wt) = A(w)sin(wt + \phi(w))$ med amplitudfunktionen $A(w) = |H(iw)|$ och fasfunktionen $\phi(w) = arg(H(iw))$
- För LTI system så är $\mathcal{L}h(t) = H(s)$
- $S(e^{st}) = H(s)e^{st}$

Matriser

Det finns diagonaliserbara matriser med flera av samma egenvärden, t.ex $A = I$ har egenvärden $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$ och är diagonal.
Satser:

- $e^{At} = \Sigma_{k=0}^{\infty} \frac{A^k * t^k}{k!}$
- Ortogonal matris: $A^{-1} = A^T$, $AA^T = A^T A = I$,

Låt A vara en symmetrisk matris med egenvärden $\lambda_1, \ldots, \lambda_n$, det gäller då att A är:

- Positivt definit - Om alla egenvärden är positiva ($>$)
- Positivt semidefinit - Om alla egenvärden är icke negativa ($\leq$)
- Negativt definit - Om alla egenvärden är negativa($<$)
- Negativt semidefinit - Om alla egenvärden är icke positiva($\geq$)
- indefinit - Om det finns både positiva och negativa egenvärden

Man kan också också fram fram värden d, genom att gauseliminera där våra pivå element är värden vi sätter in i formlen ovan.

Sylvester sats

I varje diagonalisering är antalet positiva element på diagonalen alltid lika. Det-samma gäller antalet negativa element och element lika med 0.
Vi kan hitta antal positiva och negativa element genom gaus och få fram d_i.
Vi kan få fram antal element som är större än c, genom att applicera ovan metod på matrisen $A - cI$.