

## 2012-2013-1 概率统计试题（信二学习部整理）

### 一、（12 分）

设玻璃杯整箱出售，每箱 20 只，各箱含有 0，1，2 只残次品的概率分别为 0.8，0.1，0.1。一顾客欲买一箱玻璃杯，由售货员任取一箱，顾客开箱随机查看 4 只，若无残次品，则买此箱杯，否则不买。求（1）顾客买此箱玻璃杯的概率？（2）在顾客买的此箱玻璃杯中，确实没有残次品的概率？



信息与电子二学部学生会  
学习部

二、(12 分) 设随机变量  $X \sim N(0,1)$ ，求  $Y = 3X^2$  的密度函数。



信息与电子二学部学生会  
学习部

三、(16 分) 设二维随机变量  $(X, Y)$  的概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} 1, & 0 < y < 1, 0 < x < 2y, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

- (1) 分别求出  $X$  与  $Y$  的概率密度  $f_X(x)$ ,  $f_Y(y)$ ，并判断  $X$  与  $Y$  是否相互独立，说明理由；

- (2) 求  $P(X < 1)$ ;
- (3) 求  $Z = X + Y$  的概率密度  $f_Z(z)$ .



信息与电子二学部学生会  
学习部

四、(16 分) 设二维随机变量 $(X, Y)$ 的联合概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{-y}, & 0 < x < 2y; \\ 0, & \text{其它}. \end{cases}$$

(1) 求  $E(X)$ ,  $D(X)$ ; (2) 求  $E(Y)$ ,  $D(Y)$ ; (3) 求  $\text{Cov}(X, Y)$ ,  $\rho_{YZ}$ .



信息与电子二学部学生会

学习部

五、（8 分）某电站供应 1 万户用电，假设用电高峰时，每户用电的概率为 0.9，若每户用电 200W，电站至少应具有多大的发电量，才能以 95%的概率保证供电？



信息与电子二学部学生会  
学习部

六、(8分) 设  $X_1, X_2, X_3, X_4$  是取自正态总体  $N(0, \sigma^2)$  的一个样本，

(1). 试问统计量

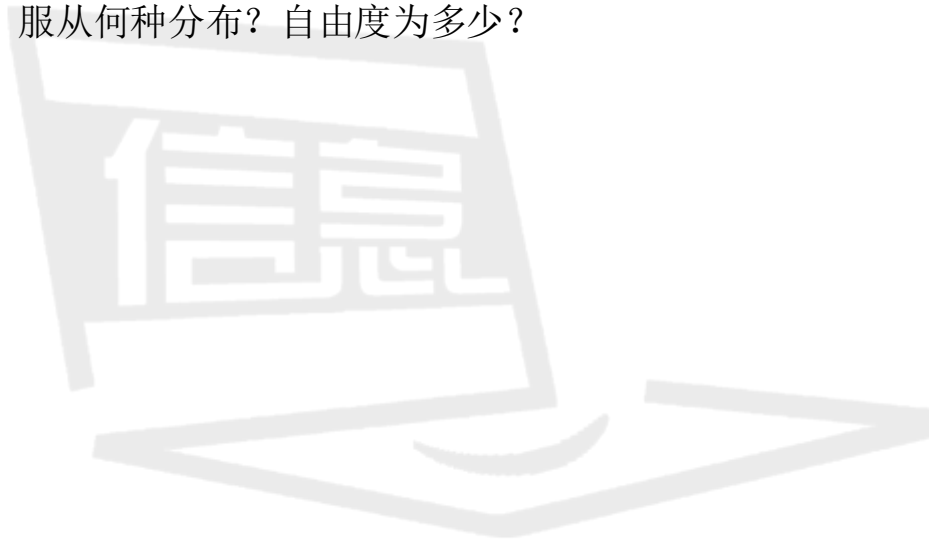
$$\frac{1}{\sigma^2}(X_1^2 + X_2^2 + X_3^2 + X_4^2)$$

服从何种分布？自由度为多少？

(2). 试问统计量

$$Y = \frac{(X_1 + X_2)^2}{(X_4 - X_3)^2}$$

服从何种分布？自由度为多少？



信息与电子二学部学生会

学习部

七、(16 分) 设总体  $X$  的密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} 2^\alpha \alpha x^{-(\alpha+1)}, & x > 2, \\ 0, & \text{其它.} \end{cases} \quad \text{其中 } \alpha > 1 \text{ 为未知参数.}$$

$X_1, X_2, \dots, X_n$  为来自总体  $X$  的样本， $x_1, x_2, \dots, x_n$  为相应的样本值.

- (1) 求参数  $\alpha$  的矩估计;
- (2) 求参数  $\alpha$  的最大似然估计;
- (3) 求常数  $C$  使得  $C \sum_{i=1}^n i x_i$  是总体均值  $\mu = E(X)$  的无偏估计.



信息与电子二学部学生会  
学习部

八、(12 分) 某小学一年级学生的体重（单位：公斤）服从正态分布。现随机观察 10 名学生，体重的样本均值为 30.1 公斤，样本方差  $s^2=0.01$ ，试问在显著性水平  $\alpha = 0.1$  的水平上能否认为 (1) 一年级学生的体重总体均值为 30 公斤；(2) 总体方差  $\sigma^2=0.04$ ？



信息与电子二学部学生会  
学习部