

课程编号: MTH17037

北京理工大学 2015-2016 学年第一学期

2014 级概率与数理统计试题 (A 卷)

班级_____ 学号_____ 姓名_____

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

(本试卷共 8 页, 八个大题, 满分 100 分; 最后一页空白纸为草稿纸)

附表: $\Phi(1) = 0.8413$, $\chi_{0.99}^2(9) = 2.088$, $\chi_{0.01}^2(9) = 21.665$, $\chi_{0.99}^2(10) = 2.558$

$$\chi_{0.90}^2(8) = 3.49, \chi_{0.10}^2(8) = 13.362, \chi_{0.90}^2(9) = 4.168, \chi_{0.10}^2(9) = 14.684$$

$$t_{0.025}(8) = 2.3060, t_{0.025}(9) = 2.2622, t_{0.05}(8) = 1.8595, t_{0.05}(9) = 1.8331$$

一、(12 分)

- 1、两台车床加工同样的零件, 第一台出现不合格品的概率是 0.03, 第二台出现不合格品的概率是 0.05. 两台车床加工的零件放在一起, 第一台加工的零件占 70%, 第二台加工的零件占 30%, 现随机地任取一件零件, 求此件零件为不合格品的概率.
- 2、为了防止意外, 在矿内同时设有两种报警系统 A 与 B, 每种系统单独使用时, 系统 A 有效的概率为 0.92, 系统 B 有效的概率为 0.93, 在 A 失灵条件下 B 有效的概率为 0.85, 求发生意外时这两个报警系统至少有一个有效的概率.

二、(12 分)

1、设随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = A + B \arctan x$, $-\infty < x < \infty$.

(1) 试确定常数 A 与 B 的值; (2) 计算概率 $P(-1 < X \leq 1)$.

2、设随机变量 $X \sim N(0, \sigma^2)$, 求 $Y = e^X$ 的概率密度函数.

三、(16 分)

1、设随机变量 X 与 Y 相互独立，且 $X \sim U(0,1)$ ， Y 的概率密度函数为

$$f_Y(y) = \begin{cases} 2y, & 0 < y < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

(1) 求随机变量 $Z = X + Y$ 的概率密度函数.

(2) 求 $U = \max\{X, Y\}$ 的概率密度函数.

2、设随机变量 X 与 Y 相互独立， X 的分布律为 $P\{X = i\} = \frac{1}{3}$, $i = -1, 0, 1$,

且 $Y \sim U(0,1)$ ，记 $Z = X + Y$ ，求 $P(Z \leq 0.5 | X = 0)$.

四、(16 分)

1、设随机变量 X 服从标准正态分布 $N(0,1)$ ，记 $Y=X^2$ ，求 $Cov(X,Y)$ ， $D(X+Y)$ 。

2、设 X,Y,Z 是独立同分布的随机变量，且都服从期望为 6 的指数分布，

记 $U = \min\{X,Y,Z\}$ ，求 U 的期望和方差。

五、(8分)

为了把问题简化,假定在计算机上进行加法运算时,对每个数都取最接近它的整数(即取整)再相加. 设 1200 个数取整之后的误差依次为 $X_1, X_2, \dots, X_{1200}$, 它们相互独立且都服从 $[-0.5, 0.5]$ 上的均匀分布. 求这 1200 个数相加时, 误差总和的绝对值小于 10 的概率.

六、(8分)

设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的样本，且样本容量 $n=10$ ，求

1、 $\frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^{10} (X_i - \bar{X})^2$ 的分布.

2、 $P\left\{0.2088\sigma^2 \leq \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} (X_i - \bar{X})^2 \leq 2.1665\sigma^2\right\}.$

七、(16 分)

1、设 X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 X 的样本，且总体 X 的概率密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{\lambda^2}(\lambda - x), & 0 < x < \lambda \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad \text{其中 } \lambda > 0 \text{ 为未知参数.}$$

求参数 λ 的矩估计，判断该估计是否是 λ 的无偏估计并证明.

2、设总体 X 的分布律为

X	1	2	3
p_i	θ^2	$2\theta(1-\theta)$	$(1-\theta)^2$

其中 $\theta(0 < \theta < 1)$ 为未知参数，已知取得了样本值 $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3$.

求参数 θ 的最大似然估计值.

八、(12 分)

某机床生产的某型号零件的长度规格为 5mm，根据经验这批零件长度服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ 。对该批零件随机检查了 9 件，测得平均长度为 5.9mm，测得样本标准差为 0.9mm。

- 1、能否认为该零件的平均长度为 5mm，显著性水平 $\alpha=0.05$ 。
- 2、考虑假设检验问题 $H_0: \sigma^2=0.8$ ， $H_1: \sigma^2<0.8$ ，针对拒绝域 $W = \{S^2 \leq 0.349\}$ ，问该检验犯第一类错误的概率。