

课程编号: MTH17037 北京理工大学 2014-2015 学年第一学期

2013 级概率与数理统计试题 A 卷

班级_____ 学号_____ 姓名_____

(本试卷共 7 页, 八大题, 满分 100 分; 最后一页空白纸为草稿纸)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

附表: $\sqrt{19} = 4.36$, $\sqrt{15} = 3.873$, $\sqrt{7} = 2.646$, $\sqrt{5} = 2.236$, $\sqrt{3} = 1.732$, $\Phi(1.26) = 0.8962$, $\Phi(1.376) = 0.9162$, $\Phi(1.645) = 0.95$, $\Phi(1.96) = 0.975$, $t_{0.05}(9) = 1.8331$, $t_{0.05}(10) = 1.8125$, $t_{0.05}(15) = 1.7531$, $t_{0.05}(16) = 1.7459$, $t_{0.025}(9) = 2.2622$, $t_{0.025}(10) = 2.2281$, $t_{0.025}(15) = 2.1315$, $t_{0.025}(16) = 2.1199$, $\chi^2_{0.95}(9) = 3.325$, $\chi^2_{0.05}(9) = 16.919$, $\chi^2_{0.975}(9) = 2.700$, $\chi^2_{0.025}(9) = 19.02$, $\chi^2_{0.90}(9) = 4.168$, $\chi^2_{0.1}(9) = 14.684$, $\chi^2_{0.90}(10) = 4.865$, $\chi^2_{0.1}(10) = 15.987$.

- 一、(10 分) 某厂有甲、乙、丙三个车间生产同一种型号的产品, 其次品率分别为 4%, 3%, 2%, 三个车间的产量各占总产量的 20%、30%、50%, 生产出来的产品存放于同一库房中. (1) 从库房中任取一件此种型号的产品, 求取到的是一件次品的概率;
- (2) 若已知取得的这件产品是次品, 求它来自甲车间的概率.

二、(12 分) 1. 设随机变量 X 服从数学期望为 λ 的指数分布 ($\lambda > 0$) .

(1) 写出 X 的概率密度函数; (2) 求 $Y = \sqrt{X}$ 的概率密度函数.

2. 设随机变量 X 的概率密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} Ax, & 0 < x < \pi, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

(1) 确定常数 A ; (2) 求 $P\{X < \frac{\pi}{2}\}$.

三、(20 分) 1. 设二维连续型随机变量 (X, Y) 的联合概率密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} C(x+y), & 0 < y < x < 1, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

(1) 确定常数 C ; (2) 求边缘概率密度函数 $f_X(x)$, $f_Y(y)$, 并判断 X 和 Y 是否相互独立 (需说明理由).

2. 设二维连续型随机变量 (X, Y) 的联合概率密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} 1, & |y| < x, \ 0 < x < 1, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

(1) 求 $P\left\{Y > \frac{1}{2} \mid X > \frac{1}{2}\right\}$; (2) 求 $Z = X+Y$ 的概率密度函数 $f_Z(z)$.

四、(14 分) 1. 设随机变量 $X \sim U(a, b)$, 且 $E(X) = 4$, $D(X) = 3$, 求 X 的分布函数.

2. 设二维连续型随机变量 (X, Y) 在区域 $\{(x, y): x^2 + y^2 \leq 1\}$ 上服从均匀分布. (1) 求 X 的数学期望 $E(X)$ 与方差 $D(X)$; (2) 求 X 与 Y 的协方差 $Cov(X, Y)$.

信息与电子二学部学生会
学习部

五、(6 分) 一食品店有三种面包出售, 由于售出哪一种面包是随机的, 因而售出一只面包的价格是一个随机变量, 它取 1 元, 2 元, 3 元的概率分别为 0.3, 0.5, 0.2. 若售出 300 只面包, 求售出价格为 1 元的面包多于 100 只的概率.

六、(10 分) 1. 设总体 $X \sim N(0, \sigma^2)$, $Y \sim N(0, \sigma^2)$, 且两个总体相互独立, X_1, X_2, \dots, X_{10} 是来自总体 X 的样本, Y_1, Y_2, \dots, Y_{10} 是来自总体 Y 的样本. 求统计量

$$\frac{X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_{10}^2}{Y_1^2 + Y_2^2 + \dots + Y_{10}^2}$$

所服从的分布 (写出分布和自由度, 并说明理由).

2. 设 $X_1, X_2, \dots, X_n, X_{n+1}$ 是来自总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的样本, $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$, $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$,

令 $Y = \frac{X_{n+1} - \bar{X}}{S}$. 试确定常数 C , 使 CY 服从 t 分布, 并指出自由度.

七、(16分) 1. 设总体 X 的概率密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} \alpha c^\alpha x^{-(\alpha+1)}, & x > c, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$$

其中 $c > 0$ 为已知, $\alpha > 1$, α 为未知参数. X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 X 的样本, x_1, x_2, \dots, x_n 为相应的样本值. (1) 求参数 α 的矩估计; (2) 求参数 α 和总体均值 $\mu = E(X)$ 的最大似然估计.



信息与电子二学部学生会
学习部

八、(12 分) 设某自动灌装机灌装的瓶装洗涤剂的净含量(单位: 克)服从正态分布 $N(\mu, 5^2)$, 某日从它灌装的洗涤剂中随机地抽取 16 瓶, 测得净含量的观察值, 经计算得样本均值为 $\bar{x} = 197.5$.

(1) 能否认为这一天洗涤剂净含量的均值为 200, 显著性水平 $\alpha=0.05$.

(2) 若希望知道洗涤剂净含量的均值是 200 还是不足 200, 给定原假设为净含量的均值是 200, 备择假设为均值不足 200, 针对拒绝域 $W=\{\bar{x} < 197.55\}$, 问该检验犯第一类错误的概率为多少?



信息与电子二学部学生会
学习部