

2013-2014 学年第一学期

概率与数理统计试题 A 卷(信二学生会学习部整理)

一、(12 分) 甲，乙两箱中有同种产品，其中甲箱中有 3 件正品和 3 件次品，乙箱中仅有 3 件正品，从甲箱中任取 3 件产品放入乙箱. (1) 求从乙箱中任取一件产品为次品的概率；(2) 已知从乙箱中取出的一件产品为次品，求从甲箱中取出并放入乙箱的 3 件产品中恰有 2 件次品的概率.

二、(12 分) 1. 设连续型随机变量 $X \sim U(a, b)$ ($a > 0, b > 0, a < b$, 且均为常数), 求 $Y = \frac{1}{6}\pi X^3$ 的概率密度函数.

2. 设随机变量 X 是在 $[0,1]$ 上取值的连续型随机变量, 且 $P\{X \leq 0.29\} = 0.75$, 若 $Y = 1 - X$, 试确定 k , 使得 $P\{Y \leq k\} = 0.25$.

信息与电子二学部学生会
学习部

三、(16 分) 1. 设二维连续型随机变量 (X, Y) 的联合概率密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{3}{4}, & 0 < x^2 < y < 1, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

求边缘密度函数 $f_X(x)$, $f_Y(y)$.

2. 设随机变量 X, Y 相互独立, 都服从期望为 1 的指数分布. (1) 求 $Z = X+Y$ 的概率密度函数 $f_Z(z)$; (2) 求 $U = \min(X, Y)$ 的数学期望 $E(U)$.

四、(16 分) 设随机变量 X 服从正态分布 $N(0, 4)$, Y 服从指数分布并且 $E(Y)=2$,

$\text{Cov}(X, Y) = -1$, 令 $Z = X - aY$, 且已知 $\text{Cov}(X, Z) = \text{Cov}(Y, Z)$.

(1) 求常数 a ; (2) 求 Z 的期望 $E(Z)$ 与方差 $D(Z)$; (3) 求 X 和 Z 的相关系数 ρ_{XZ} .

五、(8 分) 一复杂系统由 n 个相互独立的部件所组成，每个部件能正常工作的概率均为 0.9，且必须至少有 80% 的部件正常工作才能使整个系统正常工作，问 n 至少为多大才能使系统正常工作的概率不低于 0.95.

六、(8 分) 1. 设 X_1, X_2, \dots, X_{10} 是来自总体 $X \sim N(0, 0.3^2)$ 的样本，试求统计

量 $\sum_{i=1}^{10} \left(\frac{X_i}{0.3} \right)^2$ 所服从的分布（写出分布和自由度，并说明理由）.

2. 设总体 $X \sim N(0, \sigma^2)$ ， $\sigma^2 > 0$ ， X_1, X_2, \dots, X_{16} 为来自该总体的样本，令

$$Y = \frac{\left(\sum_{i=1}^{16} X_i \right)^2}{\sum_{i=1}^{16} (X_i - \bar{X})^2}, \text{ 其中 } \bar{X} = \frac{1}{16} \sum_{i=1}^{16} X_i$$

试确定常数 C ，使 CY 服从 F 分布，并指出自由度.

信息与电子二学部学生会

学习部

七、(16分) 1. 设总体 X 的分布律为

X	0	1	2
p_i	α^2	$2\alpha(1-\alpha)$	$(1-\alpha)^2$

其中 $\alpha(0 < \alpha < 1)$ 为未知参数. X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 X 的样本.

(1) 求参数 α 的矩估计. (2) 若已知取得了样本值 $x_1=0, x_2=1, x_3=2, x_4=0, x_5=1$, 请给出参数 α 的矩估计值.

2. 设总体 X 的概率密度函数为 $f(x) = \frac{1}{2\lambda} e^{-\frac{|x|}{\lambda}}, x \in R$, 其中 $\lambda > 0$ 为未知参数.

X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 X 的样本, x_1, x_2, \dots, x_n 为相应的样本值. 求参数 λ 的最大似然估计量, 判断该估计是否是 λ 的无偏估计, 并证明.



信息与电子二学部学生会

学习部

八、(12 分) 设炮弹的炮口速度 (单位: 米/秒) 服从正态分布, 某种炮弹出厂时, 其炮口速度的方差为 16. 经过 5 年贮存后, 随机抽取该种炮弹 9 发做试验, 得样本方差为 $s^2=36$.

(1) 问能否认为经过 5 年贮存后该种炮弹炮口速度的方差有变化, 显著水平 $\alpha=0.10$.

(2) 若希望知道经过 5 年贮存后该种炮弹炮口速度的方差是无变化还是变大, 给定原假设为炮口速度的方差无变化, 备择假设为方差变大. 针对拒绝域 $W=\{S^2>26.724\}$, 问该检验犯第一类错误的概率为多少?



信息与电子二学部学生会

学习部