2010-2011-1 概率统计与数理分析试题（信二学习部整理）

一（12 分）一学生接连参加同一课程的两次考试。第一次及格的概率为 P，若第一次及格则第二次及格的概率也为 P；若第一次不及格则第二次及格的概率为$\frac{P}{2}$。

（1）若至少有一次及格则他能取得某种资格，求他取得该资格的概率。

（2）若已知他第二次已经及格，求他第一次及格的概率。

二、（14 分）1、设随机变量 X 的密度函数

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}\,x\sigma}e^{-\frac{(\ln x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, & x>0\\ 0, & x\le 0\end{cases}$$

求 $Y=\ln X$ 的密度函数.

2、设随机变量 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，

试问：随着 σ 的增大，概率 $P(|X-\mu|<\sigma)$ 是如何变化的?

三、（18 分）设二维连续型随机变量（X,Y）服从区域

$$G=\{(x,y)\,|\,1\le x\le 3, 1\le y\le 3\}$$

上的均匀分布。

求（1）（X,Y）的联合概率密度函数；

（2）X 和 Y 的边缘密度函数 $f_X(x)$ 和 $f_Y(y)$；

（3）判断 X 和 Y 的独立性，并说明理由；

（4）$Z=X+Y$，$U=|X-Y|$ 的概率密度函数 $f_Z(z)$ 和 $f_U(u)$

四、（18 分）随机变量 X, Y 相互独立，它们的密度函数分别为

$$f_X(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}x}, x>0\\ 0, \quad x\le 0\end{cases}, \quad f_Y(y)=\begin{cases}e^{-y}, \ y>0\\ 0, \quad y\le 0\end{cases}.$$

令 $Z=\max(X,Y)$.

求(1) Z 的密度函数 $f_Z(z)$。

(2) Z 的数学期望 $E(Z)$和方差 $Var(Z)$.

五、（8 分）某大型商场每天接待顾客 10000 人,设每位顾客的消费额(元)服从[200, 2000]上的均匀分布,且顾客的消费额是相互独立的。试求该商场的销售额(元)在平均销售额上、下浮动不超过 30000 元的概率。

六、（18 分）设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自总体 X 的一个样本，$x_1,x_2,\cdots,x_n$ 为相应的样本观测值.已知总体 X 的概率密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{\lambda+1}e^{-\frac{1}{\lambda+1}x}, & x>0\\ 0, & x\le 0\end{cases}$$

其中$\lambda>-1$为未知常数。

求 (1)参数λ的矩估计；

(2)参数λ和$E(X)$的最大似然估计.

七、设某基础课程的考试成绩服从正态分布。现在从参加该课程考试的学生中随机抽取 36 位考生，算得样本平均分数为 64，样本标准差为 15。能否据此认为该课程的平均成绩为 70，方差大于 210？(α=0.05)

信息与电子二学部学生会

学习部