

## Um novo modelo para o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes com aceitação de pedidos

**Rudivan Paixão Barbosa**

rudivanbarbosa@gmail.com

**Lucas Tayrone Moreira Ribeiro**

lucas.tayrone@hotmail.com

### RESUMO

Este artigo apresenta um novo modelo de programação inteira mista para o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes com aceitação de pedidos. As demandas dos clientes são agregadas em pedidos, os quais podem ou não serem aceitos e, estes devem ser entregues dentro de uma janela de tempo. Os itens são perecíveis e podem permanecer no estoque por um determinado tempo (*shelf-life*). O objetivo do problema é maximizar o lucro gerado pelo atendimento dos pedidos, descontando os custos de estoque e das preparações da máquina. Testes computacionais foram realizados utilizando o *solver* CPLEX e os resultados obtidos foram comparados com os resultados de outro modelo da literatura. O modelo proposto neste artigo obteve um desempenho superior ao modelo da literatura na obtenção de soluções de boa qualidade em 65 das 120 instâncias geradas.

**PALAVRAS CHAVE.** Dimensionamento e sequenciamentos de lotes, aceitação de pedidos, reformulação.

### ABSTRACT

This paper presents a new mixed-integer programming model for a lot-sizing and scheduling problem with order acceptance. In this problem, customer demand is aggregated into orders, that can be accepted or not. Orders must be delivered within a time window. Each item can keep in stock for a determinate time (*shelf-life*). The aim of the problem is to maximize the profit obtained by orders acceptance, discounting the costs of inventory and setup costs. Computational tests were performed using CPLEX solver and the results obtained were compared with the results of another model in the literature. The model proposed in this paper performed better than the literature model in obtaining good quality solutions in 65 of the 120 generated instances.

**KEYWORDS.** Lot sizing and scheduling, order acceptance, reformulation.

## 1. Introdução

O problema de dimensionamento de lotes tem sido uma área de estudo de vários pesquisadores, na qual o grande desafio consiste em planejar a quantidade de itens produzidos em cada período ao longo de um horizonte de tempo finito, a fim de atender uma certa demanda otimizando os custos. Aplicações para problemas desta natureza podem ser encontradas em W.Junior e V.Camargo [2019]; T.Baldo [2019]; Furtado [2012] cujo o objetivo é manter o atendimento a demanda em uma empresa de móveis, na produção de cerveja e na indústria de fundição de ligas metálicas respectivamente. As configurações da máquina para produção de determinados produtos também é uma questão explorada na literatura. Em vários casos a ordem escolhida para trocas de produtos levam a custos diferentes de preparação da máquina, neste cenário é importante determinar a sequência adequada de produção dos itens para atingir a solução ótima do problema. Essa maneira integrada de decidir o tamanho e a sequência dos lotes da produção é conhecida na literatura como problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes. Uma revisão recente sobre problemas integrados de dimensionamento de lotes pode ser encontrada em Copil et al. [2017], onde é apresentado um esquema de classificação dos modelos propostos.

Vários trabalhos encontrados na literatura consideram o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes com o gerenciamento dos pedidos dos clientes desagregados em itens, ou seja, o atendimento é feito sobre a demanda de cada item. No entanto, os clientes podem solicitar itens distintos agrupados em pedidos. A abordagem do problema considerando o atendimento dos clientes via itens e permitindo atrasos no atendimento da demanda, implica que o pedido do cliente poderá ser entregue parcialmente. Em algumas empresas do ramo alimentício (restaurantes, supermercados e etc), os clientes usualmente realizam pedidos compostos por vários itens e não possuem interesse no atendimento parcial de seu pedido, pois pode ser necessário buscar os produtos não entregues em outros fornecedores, esse fator gera aumentos nos custos. Esta situação pode ser tratada com uma integração entre dimensionamento de lotes e o problema de aceitação dos pedidos.

Os autores em Sereshti e Bijari [2013] tratam o problema integrado com possibilidade do não atendimento da demanda dos produtos. Nessa abordagem não é considerado o atendimento das demandas via pedidos, mas sim, item a item, o objetivo é maximizar o lucro associado ao atendimento da demanda de cada item. Seguindo nesta mesma linha de raciocínio os autores em Furtado [2012] abordam um problema com gerenciamento de pedidos em fundições de pequeno porte. Os modelos propostos permitem atrasos no atendimento dos pedidos, os quais são penalizados na função objetivo. Estes atrasos se postergados até o fim do horizonte de planejamento, levam ao não atendimento do pedido. O problema foi modelado como um problema de dimensionamento de lotes multistágio considerando os pedidos como itens finais e os itens solicitados como os itens componentes.

Modelos de dimensionamento de lotes com aceitação de pedidos com janelas de atendimento são apresentados em Brahimi et al. [2015a] e Brahimi et al. [2015b]. No primeiro modelo de ambos artigos, cada pedido tem lucro distinto e não é obrigatório o atendimento dos pedidos dentro da sua janela de atendimento, porém para cada pedido atendido fora desta janela é descontado um valor na função objetivo. Em ambos os artigos são considerados carga de trabalho (*workload*) relacionados a produção dos itens nos pedidos, ou seja, o aumento da carga de trabalho diminui a capacidade de produzir novos itens. No segundo modelo dos dois artigos, os pedidos possuem janelas de atendimento e as outras características são as mesmas do primeiro modelo. Os modelos nesses artigos permitem a entrega dos pedidos fora da janela de atendimento e penalizam na função objetivo, caso isso ocorra. São utilizadas duas heurísticas baseadas em *relax-and-fix*. A decomposição na primeira heurística é desenvolvida por períodos, a segunda por pedidos. Porém,

nesses artigos não são consideradas as decisões de sequenciamento na produção.

Em Brahimi et al. [2018] alguns modelos são apresentados para o problema de planejamento da produção com aceitação de pedidos e incerteza na demanda, porém, sem as decisões das sequências de produção. Nos modelos são considerados *workload*, exceto no primeiro. Como método de solução é proposta uma MIP heurística de duas fases. Na fase 1 é utilizada uma *relax-and-fix* por período. Na fase 2 a heurística *fix-and-optimize* é utilizada como forma de melhoria.

Na proposta descrita em Teixeira et al. [2017] também é abordado dimensionamento e sequenciamento de lotes integrado ao problema de aceitação de pedidos. O problema estudado pelos autores foi motivado por uma indústria alimentícia no interior do estado de São Paulo, que produz cargas embaladas. O objetivo é decidir quais pedidos serão aceitos a fim de maximizar o lucro total. Os produtos são perecíveis, ou seja, não podem ficar no estoque depois de uma certa quantidade de tempo, pois perdem seu valor nutricional.

Em Barbosa et al. [2019] é proposta uma reformulação do modelo de Teixeira et al. [2017] e duas abordagens de solução heurísticas do tipo *Relax-and-fix*. A primeira heurística usa o lucro como critério de inserção do pedido na solução, este é conhecido como *Most Profitable First*. A segunda heurística considera a ordem de inserção dos pedidos segundo suas janelas de atendimento, os pedidos com janela de atendimento mais tardia tem prioridades na inserção. É considerado explicitamente a idade do produto como apresentado em Li et al. [2016]. De modo geral as heurísticas obtiveram soluções melhores dos que as fornecidas pelo método exato.

Os autores Soler et al. [2019] tratam o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes com aceitação de pedidos, mas não consideram *shelf-life*. Como abordagens de solução são propostas heurísticas do tipo *relax-and-fix* e *fix-and-optimize*. Essas heurísticas obtiveram soluções de melhor qualidade do que o resolver CPLEX, principalmente nas instâncias maiores.

O modelo matemático neste artigo consiste em uma reformulação dos modelos de Teixeira et al. [2017]; Barbosa et al. [2019]. Este modelo proposto é baseado na estratégia de modelagem via localização de facilidades que pode ser vista em D.Zhang e C.Zhang [2018].

O artigo está organizado como segue: A Seção 2 apresenta o modelo matemático. A Seção 3 se dedica a apresentação dos testes computacionais que foram realizados com as abordagens propostas. Por fim, as conclusões são apresentadas na Seção 4.

## 2. Modelagem matemática

Para modelar o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes consideramos que as demandas dos clientes são agregadas em pedidos. Existe apenas um recurso de produção (única máquina), os itens são perecíveis e possuem idades (quantidade de períodos que o item fica no estoque). Todos itens podem ficar apenas um determinado tempo no estoque (*shelf-life*), ao contrário dos trabalhos Brahimi et al. [2015a], Brahimi et al. [2015b] e Brahimi et al. [2018]. Os tempos/custos das preparações da máquina são dependentes da sequência de produção dos itens. Cada pedido tem uma janela de atendimento, e pode ser entregue somente dentro dessa janela. Não é permitida entrega parcial dos pedidos, ou seja, todos itens que compõem o pedido são entregues simultaneamente.

### 2.1. Modelo proposto

O problema de localização de facilidades consiste em decidir os locais de instalação das facilidades a fim de otimizar algum objetivo. Um objetivo pode ser minimizar os custos relacionados a distribuição das demandas aos clientes. Esse tipo de formulação para problemas de dimensionamentos de lotes mostrou-se eficiente, como pode ser visto em Melega et al. [2013]. Uma revisão que apresenta algumas variantes problema de localização de facilidades pode ser encontrada em S.Owen e M.Daskin [1998].

Para o nosso problema consideramos que instalar uma facilidade significa atender um pedido em um determinado período. O custo para atender esse pedido (preparações da máquina para todos itens que compõem o pedido) está relacionado a soma dos custos para entregar as demandas aos clientes. Estes custos representam no nosso modelo os valores pagos da preparação de máquina para cada item, e os clientes representam os itens.

A formulação do modelo proposto foi baseada nos trabalhos de D.Zhang e C.Zhang [2018] e Teixeira et al. [2017]. Observe que esse modelo também captura a idade dos produtos quando são entregues aos clientes. A idade do produto é dada pela diferença  $p - t$ , ou seja, a diferença entre o período que o item foi entregue e quando foi produzido.

---

**Parâmetros**


---

$n \in \{1, \dots, N\}$	índice dos pedidos;
$i, j \in \{1, \dots, J\}$	índice dos itens;
$t \in \{1, \dots, T\}$	índice dos períodos;
$N, J$ e $T$	número total de pedidos, produtos e períodos, respectivamente;
$P_{nt}$	receita associada ao pedido $n$ no período $t$ ;
$F_n$ e $L_n$	primeiro e último período da janela de entrega do pedido $n$ , respectivamente;
$h_j$ e $a_j$	custo de estoque do item $j$ e tempo para produção do item $j$ , respectivamente;
$sc_{ij}$ e $st_{ij}$	custo e tempo de troca da produção do item $i$ para o item $j$ , respectivamente;
$q_{jn}$	demanda do item $j$ no pedido $n$ ;
$sl_j$	tempo máximo de estoque do item $j$ ( <i>shelf-life</i> );
$C_t$	capacidade (tempo) de produção do período $t$ .

---

**Variáveis**


---

$x_{jtp}$	quantidade do item $j$ produzido no período $t$ para ser entregue no período $p$ ;
$y_{jt}$	1 se a máquina está preparada para a produção do item $j$ no início do período $t$ e 0, caso contrário;
$\gamma_{nt}$	1 se o pedido $n$ vai ser atendido no período $t$ e 0, caso contrário;
$z_{ijt}$	1 se ocorre troca da produção do item $i$ para o item $j$ durante o período $t$ e 0, caso contrário;
$V_{jt}$	variável auxiliar que representa a ordem de produção do item $j$ no período $t$ .

$$\max \sum_{n=1}^N \sum_{t=F_n}^{L_n} P_{nt} \cdot \gamma_{nt} - \sum_{j=1}^J \sum_{t=1}^T \sum_{p=t+1}^T h_j \cdot (p - t) \cdot x_{jtp} - \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^J \sum_{j=1}^J sc_{ij} \cdot z_{ijt} \quad (1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{t=\max(1, p-sl_j)}^p x_{jtp} = \sum_{n=1}^N q_{jn} \cdot \gamma_{np} \quad \forall j, p; \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^J \sum_{p=t}^T a_j \cdot x_{jtp} + \sum_{i=1}^J \sum_{j=1}^J st_{ij} \cdot z_{ijt} \leq C_t \quad \forall t; \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^J y_{jt} = 1 \quad \forall t; \quad (4)$$

$$y_{jt} + \sum_{i=1}^J z_{ijt} = \sum_{i=1}^J z_{jit} + y_{j,t+1} \quad \forall j, t; \quad (5)$$

$$V_{jt} \geq V_{it} + 1 - J(1 - z_{ijt}) \quad \forall i, j \neq i, t; \quad (6)$$

$$\sum_{p=t}^T x_{jtp} \leq \frac{C_t}{a_j} \cdot (y_{jt} + \sum_{i=1}^J z_{ijt}) - \frac{st_{ij}}{a_j} \cdot \sum_{i=1}^J z_{ijt} \quad \forall i, j, t; \quad (7)$$

$$\sum_{t=F_n}^{L_n} \gamma_{nt} \leq 1 \quad \forall n; \quad (8)$$

$$\gamma_{nt} = 0; \quad \forall t < F_n \text{ e } \forall t > L_n; \quad (9)$$

$$\gamma_{nt} \in \{0, 1\} \quad \forall n, t; \quad (10)$$

$$y_{jt} \in \{0, 1\} \quad \forall j, t; \quad (11)$$

$$z_{ijt} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j, t; \quad (12)$$

$$x_{jtp}, V_{jt} \geq 0 \quad \forall j, t, p. \quad (13)$$

A função objetivo (1) refere-se à soma das receitas obtidas com o atendimento dos pedidos reduzida pela soma dos custos que são gerados na produção de um item para ser entregue em períodos posteriores e dos custos de preparação de máquina, que são dependente da sequência. As restrições (2) são responsáveis pela produção dos itens que compõem os pedidos aceitos. As restrições (3) referem-se aos limites de capacidade produtiva em cada período. As restrições (4) garantem que um único item será o primeiro a ser produzido em cada período. As restrições (5) são restrições de fluxos, as restrições (6) capturam a ordem de produção de cada item em cada período, evitando subciclos desconexos. As restrições (7) garantem que um item só pode ser produzido se a máquina estiver preparada para a sua produção. As restrições (8) garantem que cada pedido pode ser atendido no máximo uma vez durante o horizonte de planejamento. As restrições (9) introduzem as janelas de tempo para atendimento dos pedidos e, por fim, as restrições (10)-(13) definem os domínios das variáveis de decisão.

### 3. Testes computacionais

Nesta seção é apresentada a forma como os dados foram gerados e o ambiente de teste. Os resultados obtidos pelos métodos de solução são apresentados. Além disso, é realizada uma análise estatística da qualidade das soluções para determinar se há alguma diferença significativa nos resultados obtidos.

### 3.1. Geração dos dados

Nos testes computacionais foram consideradas 120 instâncias geradas por Barbosa [2019a] e disponíveis em Barbosa [2019b]. Os valores utilizados para os parâmetros  $J$  (número de itens),  $T$  (número de períodos),  $N$  (número de pedidos),  $Cut$  (relação entre a capacidade e a demanda) e  $Wdw$  (tamanho da janela de tempo para entrega dos pedidos) estão apresentados na Tabela 1.

Tabela 1: Parâmetros adotados na geração de dados.

Parâmetros	Variação
Número de itens ( $J$ )	{25,50}
Número de períodos ( $T$ )	{5,10,15}
Número de pedidos ( $N$ )	{30,50,70,90}
$Cut$	0,8
Tamanho da janela de tempo do atendimento dos pedidos ( $Wdw$ )	{1,2,3,4}
Capacidade produtiva em cada período ( $C_t$ )	equação 14

A forma de geração dos dados foi baseada nos artigos de Teixeira et al. [2017] e James e Almada-Lobo [2011]. Assim como em James e Almada-Lobo [2011], o parâmetro  $Cut$  foi introduzido para representar a relação entre a capacidade produtiva e as demandas por itens. Dessa forma, para cada período  $t$  a capacidade produtiva ( $C_t$ ) foi definida conforme a equação abaixo, onde  $S$  é o conjunto dos pedidos cuja janela de entrega contém  $t$ , isto é,  $S = \{n \mid F_n \leq t \leq L_n\}$ .

$$C_t = \left\lceil \frac{Cut \cdot (\sum_{n \in S} \sum_{j=1}^J a_j \cdot q_{jn})}{\overline{Wdw}} \right\rceil, \quad (14)$$

onde

$$\overline{Wdw} = \left\lceil \frac{(\sum_{n=1}^N L_n - F_n + 1)}{N} \right\rceil.$$

Outras características importantes para a geração das instâncias são:

- Cada pedido é composto por:  $\{1, \dots, \lceil \frac{J}{2} \rceil\}$ ;
- Quantidade de cada item em cada pedido é sorteada entre 40 e 59 e fixada em zero nos demais itens. (Sortear, primeiro o número de produtos que vai compor o pedido. Depois, sortear as demandas para esses itens entre 40 e 59 e fixar as outras demandas em zero);
- Tempo de preparação de máquina:  $\{2, \dots, 10\}$ ;
- Custo de preparação de máquina:  $sc_{ij} = \theta st_{ij}$  . onde  $\theta = 50$ ;
- Tempo de produção de cada item: fixe em 1;
- Tempo de vida (*shelf-life*) do produto no estoque: sorteie no conjunto  $\{1, 2, 3\}$ ;
- Custo de estoque: sorteie no conjunto  $\{2, \dots, 9\}$ ;
- Receita dos pedidos:  $500 + 2 \cdot (\text{quantidade total de itens no pedido})$ .

### 3.2. Ambiente de teste

Os resultados das instâncias executadas utilizando a heurística foram obtidos por meio de algoritmos implementados em linguagem  $C++$  com auxílio da ferramenta *Concert Technology* e CPLEX 12.9.0 com parametrização padrão. Os algoritmos foram executados em um computador equipado com 1 processador Intel(R) Xeon(R) Silver 4114 CPU @ 2.20GHz 10 núcleos (20 threads, utilizadas em sua totalidade), 160 GB de memória RAM e sistema GNU Linux Ubuntu.

### 3.3. Resultados

O CPLEX foi utilizado sem alteração do padrão (*default*). Definimos C e P como a classe e o conjunto de parâmetros em cada classe, respectivamente. O tempo máximo de execução foi definido sendo 3600 segundos. Os modelos da literatura e o modelo proposto foram denotas por M1 e M2, respectivamente. O valor da função objetivo obtido pelo CPLEX em cada abordagem foram definidos como FO1 e FO2, onde FO1 é referente ao modelo M1 e FO2 referente ao modelo M2.

O GAP referente aos resultados obtidos através do modelos matemáticos M1 e M2 é definido abaixo:

$$GAP = \left( \frac{\max(FO1, FO2) - \min(FO1, FO2)}{\max(FO1, FO2)} \right) \cdot 100. \quad (15)$$

A Tabela 2 apresenta todas combinações possíveis dos parâmetros J, N e T, onde os valores que cada parâmetro pode assumir foi definido na Seção 3.1.

Tabela 2: Características das instâncias em cada classe

C	Parâmetros		
	J	N	T
1	25	30	5
2	25	30	10
3	25	30	15
4	25	50	5
5	25	50	10
6	25	50	15
7	25	70	5
8	25	70	10
9	25	70	15
10	25	90	5
11	25	90	10
12	25	90	15
13	50	30	5
14	50	30	10
15	50	30	15
16	50	50	5
17	50	50	10
18	50	50	15
19	50	70	5
20	50	70	10
21	50	70	15
22	50	90	5
23	50	90	10
24	50	90	15

Os valores em negrito na Tabela 3 representam as melhores soluções obtidas pelo CPLEX nos modelos M1 e M2. Cada combinação é considerada como uma classe (C). Todas execuções foram até o limite de tempo estabelecido, por isso a coluna do tempo de execução será omitida na Tabela 3.



Tabela 3: Resultados obtidos pelo CPLEX nos modelos M1 e M2

CPLEX											
C	FO1	FO2	GAP(%)	C	FO1	FO2	GAP(%)	C	FO1	FO2	GAP(%)
1	20680	<b>20776</b>	0.46	9	<b>10567</b>	10280	2.72	17	5998	<b>9532</b>	37.08
	<b>21828</b>	<b>21828</b>	0.00		7995	<b>8470</b>	5.61		<b>6206</b>	3843	38.08
	<b>23828</b>	23708	0.50		7475	<b>10099</b>	25.98		<b>4817</b>	4750	1.39
	<b>20400</b>	20162	1.17		<b>10417</b>	9418	9.59		4042	<b>6839</b>	40.90
	<b>19048</b>	18880	0.88		9324	<b>10203</b>	8.62		<b>6065</b>	3501	42.28
2	<b>37527</b>	37279	0.66	10	<b>20643</b>	18949	8.21	18	5504	<b>6274</b>	12.27
	38500	<b>38856</b>	0.92		16704	<b>17453</b>	4.29		<b>11034</b>	9308	15.64
	39330	<b>39662</b>	0.84		<b>19478</b>	11963	38.58		<b>8436</b>	2869	65.99
	36846	<b>37070</b>	0.60		19262	<b>23616</b>	18.44		<b>14390</b>	8721	39.40
	<b>39306</b>	39280	0.07		15675	<b>19007</b>	17.53		<b>6093</b>	2649	56.52
3	53770	<b>53973</b>	0.38	11	22585	<b>34372</b>	34.29	19	7996	<b>14328</b>	44.19
	59298	<b>59440</b>	0.24		<b>20898</b>	9350	55.26		<b>18279</b>	12939	29.21
	55946	<b>56128</b>	0.32		22910	<b>30893</b>	25.84		<b>9600</b>	3190	66.77
	54754	<b>55032</b>	0.51		<b>23590</b>	21434	9.14		<b>15504</b>	8248	46.80
	<b>56724</b>	56351	0.66		20834	<b>31035</b>	32.87		6198	<b>11847</b>	47.68
4	<b>78484</b>	78172	0.40	12	13052	<b>26561</b>	50.86	20	<b>11320</b>	1327	88.28
	75918	<b>75960</b>	0.06		<b>38170</b>	38151	0.05		<b>15611</b>	4033	74.17
	77556	<b>77752</b>	0.25		<b>31153</b>	7305	76.55		<b>21730</b>	17244	20.64
	<b>80924</b>	80768	0.19		40659	<b>46853</b>	13.22		<b>14383</b>	8750	39.16
	76540	<b>76656</b>	0.15		<b>39122</b>	13560	65.34		11512	<b>16374</b>	29.69
5	14070	<b>14631</b>	3.83	13	16988	<b>17386</b>	2.29	21	4833	<b>6257</b>	22.76
	<b>16781</b>	16520	1.56		<b>26340</b>	23100	12.30		<b>5837</b>	3005	48.52
	13994	<b>14222</b>	1.60		17514	<b>21677</b>	19.20		<b>9418</b>	8764	6.94
	<b>16251</b>	16154	0.60		<b>24864</b>	20408	17.92		<b>2022</b>	1594	21.17
	<b>13350</b>	12865	3.63		9147	<b>21919</b>	58.27		4610	<b>6414</b>	28.13
6	<b>33922</b>	33899	0.07	14	27488	<b>40983</b>	32.93	22	<b>4766</b>	4133	13.28
	25076	<b>28418</b>	11.76		<b>38831</b>	35876	7.61		<b>12199</b>	3742	69.33
	23818	<b>28577</b>	16.65		41920	<b>42702</b>	1.83		<b>4560</b>	886	80.57
	<b>29206</b>	28584	2.13		<b>34380</b>	33781	1.74		1018	<b>3522</b>	71.10
	26729	<b>29773</b>	10.22		<b>41440</b>	32216	22.26		6627	<b>11719</b>	43.45
7	32365	<b>46438</b>	30.30	15	25763	<b>66862</b>	61.47	23	2128	<b>2930</b>	27.37
	40550	<b>45112</b>	10.11		32733	<b>44686</b>	26.75		<b>5447</b>	1523	72.04
	42857	<b>48113</b>	10.92		12062	<b>56320</b>	78.58		<b>6448</b>	2032	68.49
	35696	<b>48969</b>	27.10		27215	<b>37962</b>	28.31		<b>8448</b>	4738	43.92
	38952	<b>43376</b>	10.20		37795	<b>44253</b>	14.59		<b>10110</b>	-558	105.52
8	62522	<b>68664</b>	8.95	16	9601	<b>59360</b>	83.83	24	5059	<b>5552</b>	8.88
	35808	<b>63491</b>	43.60		42500	<b>93480</b>	54.54		<b>14899</b>	592	96.03
	43764	<b>42391</b>	3.14		14656	<b>69438</b>	78.89		3954	<b>5497</b>	28.07
	31802	<b>61052</b>	47.91		64707	<b>66072</b>	2.07		<b>6010</b>	622	89.65
	<b>64696</b>	53127	17.88		26566	<b>95358</b>	72.14		<b>7685</b>	632	91.78

Em 65 das 120 instâncias analisadas, o modelo proposto neste artigo obteve soluções



melhores do que a do modelo apresentado em Barbosa et al. [2019]. Apenas com essa informação não é possível determinar se um modelo é melhor que o outro, ou seja, se há diferença significativa na qualidade das soluções obtidas. Para isto, é apresentada uma análise estatística na Seção 3.4.

### 3.4. Análise estatística

O primeiro passo para a realização dos testes estatísticos é verificar se os dados seguem uma distribuição normal ou não. Para este fim, o teste de Shapiro e Wilk [1965] foi utilizado. O teste de normalidade foi aplicado em cada uma das 24 classes de instâncias bloqueado pelos em relação aos modelos, pois as grandezas dos dados são discrepantes entre cada classe. Os testes foram realizados utilizando RStudio 4.2.2 e foi considerado 5% de nível de significância.

C	p-value							
	M1	M2		M1	M2		M1	M2
1	0.8518	0.9585	9	0.3842	0.1351	17	0.1478	0.3548
2	0.3937	0.2639	10	0.5018	0.6794	18	0.6015	0.2432
3	0.8287	0.5759	11	0.2863	0.2413	19	0.4913	0.4598
4	0.6452	0.6028	12	0.06249	0.7802	20	0.2748	0.4044
5	0.2301	0.7048	13	0.5771	0.4582	21	0.7174	0.6876
6	0.6054	<b>0.01308</b>	14	0.3252	0.501	22	0.6465	0.1033
7	0.9076	0.875	15	0.6902	0.546	23	0.9409	0.98
8	0.2782	0.7254	16	0.6251	0.1977	24	0.1345	<b>0.007855</b>

Como o *p-value* foi menor do que 0.05 nas classes 6 e 24 para os resultados obtidos pelo modelo M2, deve-se utilizar testes não-paramétricos para verificar se há diferença significativa entre a qualidade das soluções dos modelos considerados. O teste *Wilcoxon signed rank* (Wilcoxon [1945]) foi utilizado e informou *p-value* de 0.8854, ou seja, não há diferença significativa entre as soluções do modelo proposto neste artigo e o modelo apresentado em Teixeira et al. [2017].

### 4. Conclusões

Este artigo apresentou um novo modelo para tratar o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes com aceitação de pedidos. A reformulação proposta é baseado em localização de facilidades. A análise estatística realizada determinou que não há diferença significativa entre o modelo da literatura. Para melhoria da qualidade das soluções obtidas, é sugerido aplicação de meta-heurísticas da literatura neste problema, como a *Greedy Randomized Adaptive Search Procedures* (Feo e Resende [1989]) e de métodos exatos de decomposição, como a Decomposição de Dantzig - Wolfe (Dantzig e Wolfe [1960]).

### Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001, e também ao Dr. Willy Alves de Oliveira pela disponibilização do código gerador das instâncias utilizadas neste artigo. Esta pesquisa foi desenvolvida com utilização dos recursos computacionais do grupo de otimização do departamento de matemática aplicada (DMA-UFES), financiado pela FAPES 116/2019.

### Referências

Barbosa, R., Soller, W., e Santos, M. (2019). Um modelo para o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes com aceitação de pedidos. *Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, p. 106911. URL [encurtador.com.br/enwNW](http://encurtador.com.br/enwNW).

- Barbosa, R. P. (2019a). Abordagens de solução para o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes com aceitação de pedidos. Master's thesis, Universidade de São Paulo. URL <https://doi.org/10.11606/D.55.2019.tde-24092019-143839>.
- Barbosa, R. P. (2019b). Instâncias para dimensionamento e sequenciamento de lotes com aceitação de pedidos. *Mendeley*, 1. URL [10.17632/2g9nw3pnmg.1](https://doi.org/10.17632/2g9nw3pnmg.1).
- Brahimi, N., Aouam, T., e Aghezzaf, E. (2015a). Integrating order acceptance decisions with flexible due dates in a production planning model with load-dependent lead times. *International Journal of Production Research*, 53(12):3810–3822.
- Brahimi, N., Aouam, T., e Aghezzaf, E. (2015b). Production planning and order acceptance: an integrated model with flexible due dates. In *Xème Conférence Internationale : Conception et Production Intégrées*.
- Brahimi, N., Aouam, T., Geryl, K., e Kumar, K. . (2018). Production planning with order acceptance and demand uncertainty. *Computers and Operations Research*, 91:145–159.
- Copil, K., Wörbelauer, M., Meyr, H., e Tempelmeier, H. (2017). Simultaneous lotsizing and scheduling problems: a classification and review of models. *OR Spectrum*.
- Dantzig, G. B. e Wolfe, P. (1960). Decomposition principle for linear programs. *Operations Research*, 8:101–111.
- D.Zhang e C.Zhang (2018). Study on column generation for the lot-sizing and scheduling problem with sequence-dependent setup time. *MATEC Web of Conferences*, p. 1–6. URL <https://www.matec-conferences.org/>.
- Feo, T. e Resende, M. (1989). A probabilistic heuristic for a computationally difficult set covering problem. *Operations Research Letters*, 2:67–71.
- Furtado, M. (2012). O planejamento da produção de pedidos em fundições de pequeno porte. Master's thesis, Universidade de São Paulo. URL <http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/55/55134/tde-12062012-161729/pt-br.php>.
- James, R. e Almada-Lobo, B. (2011). Single and parallel machine capacitated lotsizing and scheduling: New iterative mip-based neighborhood search heuristics. *Elsevier*.
- Li, Y., Chu, F., Yang, Z., e Calvo, R. (2016). A production inventory routing planning for perishable food with quality consideration. *IFAC-PapersOnLine*, 49(3):407–412.
- Melega, Fiorotto, e Araujo (2013). Formulações fortes para o problema de dimensionamento de lotes com várias plantas. *Trends in Computational and Applied Mathematics*, p. 305–31.
- Sereshti, N. e Bijari, M. (2013). Profit maximization in simultaneous lot-sizing and scheduling problem. *Applied Mathematical Modelling*, 37:9516–9523.
- Shapiro, S. S. e Wilk, M. B. (1965). An analysis of variance test for normality (complete samples). *Biometrika*, 52(3-4):591–611. URL <https://www.jstor.org/stable/2333709>.

- Soler, W., Poldi, K., e Santos, M. (2019). Capacitated lot sizing and scheduling with order acceptance and delivery time windows: Mathematical model and a mip-based heuristic. *Brazilian Operations Research Society*, 39(3):471–496.
- S.Owen e M.Daskin (1998). Strategic facility location: A review. *European Journal of Operational Research*, p. 423–447.
- T.Baldo, A. (2019). O problema integrado de dimensionamento e sequenciamento de lotes no processo de fabricação da cerveja: modelos e métodos de solução. *Universidade de São Paulo*.
- Teixeira, V., Oliveira, W., e Santos, M. (2017). Um problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes de produção com gerenciamento da demanda via pedidos e com tempos/custos de preparação dependentes da sequência. *Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*.
- Wilcoxon, F. (1945). Individual comparisons by ranking methods. *Biometrics Bulletin*, 1(6):80–83.
- W.Junior, S., A.Cherry e V.Camargo (2019). Problemas de dimensionamento de lotes e planejamento de pedidos aplicados a uma indústria moveleira. *Pesquisa Operacional para o desenvolvimento*.