BUKAERAKO ARIKETA (EBALUAZIO FINALA)

2017–2018 Ikasturtea. Ez-ohiko deialdia: 2018ko uztailak 4

Izen Abizenak:	*Taldea:*

1. ARIKETA (2.5 puntu)

Izan bedi $(\mathbb{P}_3, <,>)$ espazio euklidearra ohiko biderkadura eskalarrarekin, eta izan bedi:

$$S \equiv \mathcal{L}\left\{ p_1(x) = -1 + x^2 + x^3,\ p_2(x) = x + x^2 + x^3,\ p_3(x) = -1 - 2x - x^2 - x^3 \right\} \subset \mathbb{P}_3$$

(1.) Zehaztu S azpiespazio bektorialaren oinarri bat, dimentsioa eta ekuazio inplizituak.

(2.) Lortu $S^{\perp}$ azpiespazio bektorialaren oinarri bat

(3.) Osatu $B_{S^{\perp}}$ -ren oinarria $\mathbb{P}_3$-ko oinarri bat lortu arte

(4.) 3. ataleko oinarria erabili eta lortu Gram matrizetzat identitate matrizea duen $\mathbb{P}_3$-ko oinarri bat

2. ARIKETA (3 puntu)

Izan bedi $M \in \mathbb{M}_{3\times 3}(\mathbb{R})$ ondoko matrizea:

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

(1.) Lortu bere polinomio karakteristikoa eta lortutako emaitzarekin kalkulatu $|M|$

(2.) Posible bada, lortu bektore propioz osatutako $\mathbb{R}^3$ -ko oinarri bat.

(3.) Posible bada, lortu bektore propio ortonormalez osatutako $\mathbb{R}^3$ -ko oinarri bat.

(4.) Kalkulatu *M* matrizearen alderantzizkoa Cayley-Hamilton-en teorema erabiliz

(5.) Antzekotasunaren propietateak erabiliz, kalkulatu $|M^5|$ eta M^4

3. ARIKETA (2.5 puntu)

Izan bitez honako bi azpiespazioak:

$$S \equiv \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathbb{M}_{2x2} \,/\, c = 2a - b \wedge d = a + b \right\}$$

$$T \equiv \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 \\ c & a \end{pmatrix} \in \mathbb{M}_{2x2} \right\}$$

(1.) Kalkulatu azpiespazio bakoitzaren oinarri bat eta dimentsioa.

(2.) Kalkulatu $S \cap T$

(3.) Kalkulatu $S + T$

(4.) Konprobatu eta arrazoitu:

a) $M = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \in S \cap T$?

b) $M = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \in S + T$?

c) $M = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \in S \cup T$?

4. ARIKETA (2 puntu)

A ATALA

Izan bedi $A = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in M_{2x2}(\mathbb{R})$ matrizea. Kalkulatu, posible bada, $a, b \in \mathbb{R}$-ren balioak, *A* matrizea nilpotentea, idenpotentea edo inbolutiboa izateko.

B ATALA

Izan bitez $C_{B_1}(\overline{x}) = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\overline{x}$ bektorearen koordenatuak $B_1 = \{(1,2),(2,1)\}$ oinarrian. Kalkulatu:

a) $\overline{x}$ bektorea

b) $\overline{x}$ bektorearen koordenatuak (iragaite matrizea erabili gabe) $B_2 = \{(1,1),(0,1)\}$ oinarrian

c) $\overline{x}$ bektorearen koordenatuak (iragaite matrizea erabiliz) $B_2 = \{(1,1),(0,1)\}$ oinarrian