TEMA 7

ejercicio 1:

$X :=$ "Tiempo de vida de unas bombillas". $X \sim N(\mu_1, \sigma_1)$

$Y :=$ "Tiempo de vida de unas bombillas tras haber empleado un nuevo material". $Y \sim N(\mu_2, \sigma_2)$

muestra 1:	muestra 2:
$n = 10$	$m = 13$
$\bar{x} = 1250\ h$	$\bar{y} = 1340\ h$
$S_1 = 113\ h$	$S_2 = 106\ h$

a) ① $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$H_a : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

μ_1, μ_2 conocidas

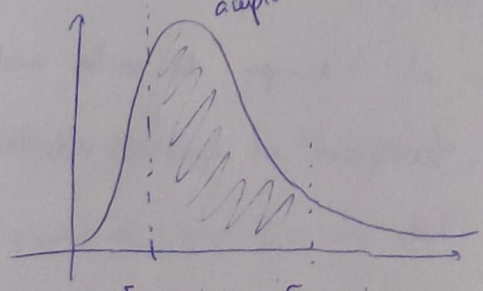
cociente de varianzas

② E.C. : $\cancel{F = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} \frac{(x_{1i}-\mu_1)^2}{n}}{\sum_{i=1}^{m} \frac{(x_{2i}-\mu_2)^2}{m}}}$ $\quad F = \dfrac{S_1^2}{S_2^2} = \dfrac{113^2}{106^2} = 1'1270$

$\cancel{\chi^2 = \dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}}$

③ $\alpha = 0'05$

④



$RC = [0, F_{n-1;m-1;1-\alpha/2}] \cup [F_{n-1;m-1;\alpha/2}, +\infty)$

$RA = (F_{n-1;m-1;1-\alpha/2}, F_{n-1;m-1;\alpha/2})$

$F_{9;12;0'975} = qf(0'975, 9, 12) = 3'435846$

$F_{9;12;0'025} = qf(0'025, 9, 12) = 0'2585168$

⑤ $EC \in RA = (0'2585, 3'4358)$. Con un nivel de significación del 5%, se puede aceptar que ambas varianzas son iguales.

b)

① $H_0: \mu_1 = \mu_2$

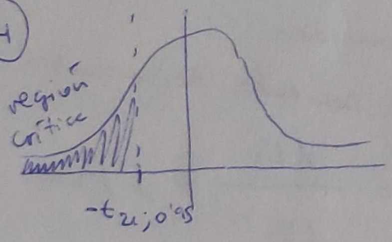
$H_a: \mu_1 < \mu_2$

② E.C. : $T = \dfrac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)}{S \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}}$ $\qquad S = \sqrt{\dfrac{(n-1)\, S_1^2 + (m-1)\, S_2^2}{n+m-2}}$

$$S = \sqrt{\frac{9 \cdot 115^2 + 12 \cdot 106^2}{21}} = 109'9474$$

$$T = \frac{1250 - 1340}{109'9474 \cdot \sqrt{\frac{1}{10} + \frac{1}{13}}} = -1'9461$$

③ $\alpha = 0'05$

④ 

$S_0 = (-t_{n+m-2;\,\alpha} \;,\; \infty) = (-1'7207, \infty)$

$S_1 = (-\infty, \; -t_{n+m-2;\,\alpha}\,] = (-\infty, -1'7207]$

$$-t_{21;\,0'05} = -qt\,(0'95, 21) = -1'7207$$

⑤ $EC \notin S_0$. Con un nivel de significación del 5%, se rechaza la hipótesis nula, por lo que se acepta la hipótesis alternativa. Consecuentemente, se puede decir que el tiempo de vida medio de las bombillas ha aumentado tras emplear el nuevo material.

c) p-valor del contraste del apartado b.

$H_a: \mu_1 < \mu_2 \longrightarrow$ p-valor $= P(T \leq -1'9461 \mid T \sim t_{n+m-2}) =$

$= P(T \leq -1'9461 \mid T \sim t_{21}) =$ pt $(-1'9461, 21) = 0'03257368$

ejercicio 2:

$X :=$ " Tensión que pueden soportar unos cables producidos por cierta empresa ". $X \sim N(1800, 100)$

muestra:

$n = 50$

$\bar{X} = 1850$

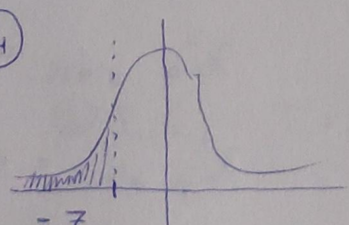
a) ① $H_0: \mu = \overset{1800}{\mu_0}$

$H_a: \mu \overset{>}{<} \overset{1800}{\mu_0}$

② E.C.: $Z = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} = \dfrac{1850 - 1800}{100 / \sqrt{50}} =$

$= 3'5355$

③ $\alpha = 0'01$

④ 

$-Z_a$

$S_{\emptyset_1} = (+Z_\alpha, \infty)$

$S_{X_0} = (-\infty, +Z_\alpha]$

$Z_{0'01} =$ qnorm $(0'01, 0, 1) =$ $-2'326348$

⑤ E.C $\in S_1$. Por tanto, se ~~acepta~~ rechaza H_0, es decir, con un nivel de significación del 1%, se puede afirmar que tras los trabajos de mantenimiento los cables pueden soportar una tensión media mayor.

b) $\boxed{\text{p-valor}}$

$H_a: \theta \overset{>}{<} \theta_0 \rightarrow$ p-valor $= P(Z \overset{\geq}{\leq} 3'5355 \mid Z \sim N(0,1)) =$

$1 - \text{pnorm}(3'5355, 0, 1) = 1 - 0'9997965 =$

$= 0'0002035021$

ejercicio 3:

$X :=$ "Peso de un tipo de fruta". $X \sim N(\mu, \sigma)$

muestra:

$n = 10$

$S^2 = 402$

a)

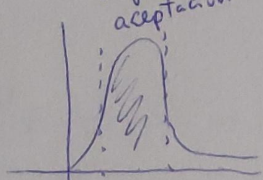
① $H_0: \sigma^2 = 1000$

$H_a: \sigma^2 \neq 1000$

② E.C.: $\chi^2 = \dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} = \dfrac{9 \cdot 402}{1000} = 3'618$

③ $\alpha = 0'05$

④ región aceptación



$S_1 = [0, \chi^2_{n-1;1-\alpha/2}] \cup [\chi^2_{n-1;\alpha/2}, \infty)$

$S_0 = (\chi^2_{n-1;1-\alpha/2}, \chi^2_{n-1;\alpha/2})$

$\chi^2_{9;0'975} = \text{qchisq}(0'025, 9) = 2'700389$

$\chi^2_{9;0'025} = \text{qchisq}(0'975, 9) = 19'0227$

⑤ $EC \in S_0$, se acepta la hipótesis nula y por tanto, con un nivel de significación del 5%, no puede rechazarse que la varianza del peso de las frutas es de $1000\ g^2$.

b) $\boxed{\text{p-valor}}$

$H_a: \sigma^2 \neq 1000 \rightarrow$ p-valor $= 2 \cdot \min \{ P(EC \leq 3'618 \mid EC \sim \chi^2_9),\ P(EC \geq 3'618 \mid EC \sim \chi^2_9) \}$

- $P(EC \leq 3'618 \mid EC \sim \chi^2_9) = \text{pchisq}(3'618, 9) = 0'06528858$
- $P(EC \geq 3'618 \mid EC \sim \chi^2_9) = 1 - \text{pchisq}(3'618, 9) = 0'93471142$

p-valor $= 2 \cdot 0'06528858 = 0'13057716$.

ejercicio 4:

X:= "Resistencia del material suministrado por un fabricante"

$X \sim N(\mu, \sigma) \quad \hat{\mu} = 220, \ \hat{\sigma} = 7'75$

muestra:

$n = 9$

$\bar{X} = 218'66$

$s = \sqrt{\dfrac{(203-218'66)^2 + (279-218'66)^2 + \dots}{9}} = \sqrt{98'4445}$

$s^2 = 98'4445$

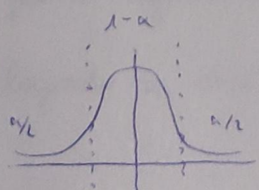
$S^2 = 98'4445 \cdot \dfrac{9}{8} = 110'7500625$

a) ① $H_0: \mu = 220$
$\quad \mu \neq 220$

② E.C.: $T = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} = \dfrac{218'66 - 220}{98'4445/\sqrt{9}} = -0'0408$

③ $\alpha = 0'05$

④



$S_0 = (-t_{n-1;\alpha/2},\ t_{n-1;\alpha/2})$

$S_1 = (-\infty, -t_{n-1;\alpha/2}] \cup [t_{n-1;\alpha/2}, \infty)$

$t_{8;\,0'025} = \text{qt}(0'975, 8) = 2'306004$

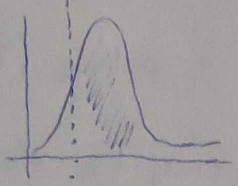
⑤ $EC \in S_0$, se acepta la H_0. Por tanto, con un nivel de significación del 5%, se puede afirmar que la media de la resistencia del material es 220.

b) ① $H_0: \sigma^2 = 7'75^2$ ② E.C.: $\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} = \frac{8 \cdot 110'75}{7'75^2} =$

$H_a: \sigma^2 \overset{>}{<} 7'75^2$

$= 14'7513$

③ $\alpha = 0'05$ ④



$S_1 = (\chi^2_{n-1;\cancel{\alpha}}, \infty)$

$S_0 = [0, \chi^2_{n-1;\cancel{\alpha}}]$

$\chi^2_{8;0'05}$ = qchisq(0'95, 8) = ~~2'732637~~ 15'5073

⑤ E.C. $\in S_0$, por lo que se acepta H_0. Con un nivel de significación del 5%, se puede afirmar que la desviación típica de la resistencia del material es como mucho 7'75.

ejercicio 5:

X := "Número de vehículos en los que viajan dos o más personas".

$X \sim B(n_1, p_1)$ $\quad$ Y := "... después de la campaña" $Y \sim B(n_2, p_2)$

muestra 1:

$n = 2000$

$\hat{p}_1 = \frac{x}{n} = \frac{655}{2000} = 0'3275$

muestra 2:

$m = 1500$

$\hat{p}_2 = \frac{y}{m} = \frac{576}{1500} = 0'384$

$$\hat{p}_i \sim N\left(p, \sqrt{\frac{pq}{n}}\right)$$

① $H_0: \hat{p}_1 = \hat{p}_2$

$H_a: \hat{p}_1 < \hat{p}_2$

② E.C.: $$Z = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\frac{\hat{p}_1 \hat{q}_1}{n} + \frac{\hat{p}_2 \hat{q}_2}{m}}} = \frac{0'3275 - 0'384}{\sqrt{\frac{0'3275 \cdot 0'6725}{2000} + \frac{0'384 \cdot 0'616}{1500}}} =$$

$$= -3'452460098$$

③ $\alpha = 0'05$

④: 

$S_0 = (-Z_\alpha, \infty)$

$S_1 = (-\infty, -Z_\alpha]$

$$-Z_{0'05} = -\text{qnorm}(0'95, 0, 1) = -1'644854$$

⑤ $EC \in S_1$, por lo que se rechaza H_0. Con un nivel de significación del 5%, podría afirmarse que la campaña promovida por el ayuntamiento ha logrado su objetivo.

ejercicio 6:

$X :=$ "Número de respuestas correctas".

$X \sim B(n = 10, p = 0'5)$

$H_0: p = 0'5$ (el alumno ha contestado al azar)

$H_a: p \neq 0'5$ (el alumno no ha contestado al azar)

Regla de decisión: $X \geq 7$ (el alumno no ha contestado al azar).

$P(E_I) = P(X \geq 7 \mid X \sim B(10, 0'5)) = \alpha =$ nivel de significación.

$= P(X \geq 7) = P(X = 7) + P(X = 8) + P(X = 9) + P(X = 10) =$

$= \binom{10}{7} \cdot 0'5^7 \cdot 0'5^3 + \binom{10}{8} \cdot 0'5^8 \cdot 0'5^2 + \binom{10}{9} \cdot 0'5^9 \cdot 0'5 + \binom{10}{10} \cdot 0'5^{10} \cdot 0'5^0 =$

$= 0'1719 = \alpha$.

Error de Tipo I: rechazar $H_0 \mid H_0$ cierta.

ejercicio 7:

$X :=$ "Número de caras obtenidas en 100 lanzamientos de una moneda".

$X \sim B(n = 100 \, ; \, p = 0'5)$

$H_0 : p = 0'5$ (la moneda se considera correcta)

$H_a : p \neq 0'5$ (la moneda no se considera correcta)

Regla de decisión : $40 \leq X \leq 60$ (la moneda se considera correcta)

a) Rechazar H_0 | H_0 cierta $\longrightarrow$ Error tipo $I = \alpha$

$P(X \notin [40, 60] \mid X \sim B(100, 0'5)) = 1 - P(40 \leq X \leq 60 \mid X \sim B(100, 0'5)) =$

Aproximación de una Binomial por una normal :

$np = 100 \cdot 0'5 = 50 > 5$

$nq = 100 \cdot 0'5 = 50 > 5$

$X \sim B(100, 0'5) \cong N(50, 5)$

$P(E_I) = 1 - P(40 \leq X \leq 60 \mid X \sim B(100, 0'5)) =$ Corrección de continuidad $=$

$= 1 - P(39'5 \leq X \leq 60'5 \mid X \sim N(50, 5)) =$ Tipificar $=$

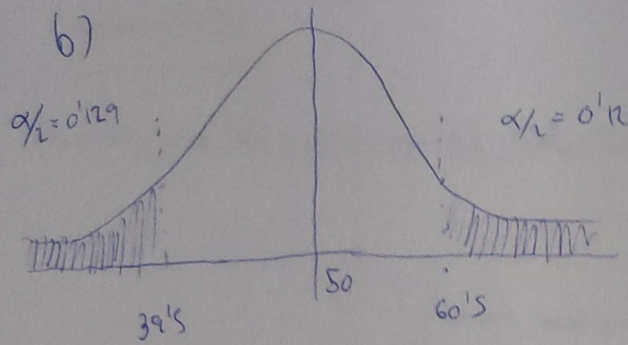
$= 1 - P\left(\frac{39'5 - 50}{5} \leq Z \leq \frac{60'5 - 50}{5} \mid Z \sim N(0, 1)\right) =$

$= 1 - P(-2'1 \leq Z \leq 2'1) = 1 - [P(Z \leq 2'1) - P(Z \leq -2'1)] =$

$= 1 - [P(Z \leq 2'1) - (1 - P(Z \leq 2'1))] = 2 - 2P(Z \leq 2'1) =$

$= 2 - 2 \cdot \text{pnorm}(2'1, 0, 1) = 2 - 2 \cdot 0'9821 = 0'0358 = \alpha$.

b)



c) $p = 0'7$

$P(E_{II}) = P(\text{Aceptar } H_0 \mid H_0 \text{ falsa}) = \beta =$

$np = 100 \cdot 0'7 = 70 > 5$

$nq = 100 \cdot 0'3 = 30 > 5$

$= P(40 \leq X \leq 60 \mid X \sim B(n=100,\ p=0'7)) =$ Corrección de cont. $=$

$= P(39'5 \leq X \leq 60'5 \mid X \sim N(70, \sqrt{21})) =$ Tipificar $=$

$= P\left(\frac{39'5 - 50}{\sqrt{21}} \leq Z \leq \frac{70 - 50}{\sqrt{21}} \;\middle|\; Z \sim N(0,1)\right) =$

$= P(-6'656 \leq Z \leq -2'633) = P(Z \leq -2'67) - (1 - \underbrace{P(Z \leq 6'656)}_{1}) =$

$= 1 - \text{pnorm}(2'67, 0, 1) - 0 = 1 - 0'9809 = 0'0191 =$

$\rightarrow \beta = 0'0191$

d) $P(X \geq 55 \mid X \sim B(100, 0'5))$

$X \sim B(100, 0'5) \cong N(50, 5)$ $\begin{cases} \text{Corrección por continuidad} \\ \text{Tipificar} \end{cases}$

$P(X \geq 54'5) = P\left(Z \geq \frac{54'5 - 50}{5}\right) = 1 - P(Z \leq 0'9) = 1 - \text{pnorm}(0'9, 0, 1) =$

$= 1 - 0'8159 = 0'1841$

Ejercicio 8:

$X :=$ "Consumo de gasolina de un turismo de una marca de automóviles conocida".

$X \sim N(\mu, \sigma)$

muestra 1:

$n = 10$

$\bar{x} = 5'43 \ l/100\,km$

$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{0'1556} = 0'3945$

a)

① $H_0 : \mu_0 = 5'5$
$H_a : \mu_0 > 5'5$

② E.C. : $T = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} = \dfrac{5'43 - 5'5}{0'3945/\sqrt{10}} = -0'5611$

③ $\alpha = 0'01$

④ 

$S_1 = [+t_{n-1;\alpha}, \infty)$

$S_0 = (-\infty, +t_{n-1;\alpha})$

$+t_{9;0'01} = +qt(0'99, 9) = +2'821438$

⑤ E.C. $\in S_0$, se acepta H_0 con un nivel de significación del 1%.

Es aceptable que el consumo medio del turismo de una marca conocida de automóviles es de al menos 5'5 l/100 km.

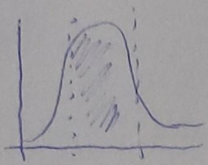
b)

① $H_0: \sigma^2 = 1'3^2$

$H_a: \sigma^2 \neq 1'3^2$

② E.C.: $\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} = \frac{9 \cdot 0'1556}{1'3^2} = 0'8286$

③ $\alpha = 0'01$

④ 

$S_0 = (\chi^2_{n-1;1-\alpha/2}, \chi^2_{n-1;\alpha/2})$

$S_1 = [0, \chi^2_{n-1;1-\alpha/2}] \cup [\chi^2_{n-1;\alpha/2}, \infty)$

$\chi^2_{9;0'995} = qchisq(0'005, 9) = 1'734933$

$\chi^2_{9;0'005} = qchisq(0'995, 9) = 23'58935$

⑤ E.C. $\notin S_0$, se rechaza H_0 con un nivel de significación del 1%, por lo que no es aceptable que la desviación típica es de 1'3 l/100 km.

ejercicio 9:

$X :=$ "Número de piezas admisibles producidas por hora mediante una troquelladora". $X \sim N(\mu, \sigma)$

muestra:

$n = 61$

$\bar{x} = 1038$

$S = 146$

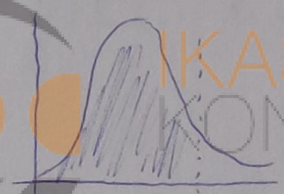
a) ① $H_0: \mu = 1000$

$H_a: \mu > 1000$

② E.C.: $T = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} = \dfrac{1038 - 1000}{146/\sqrt{61}} = 2'03280471$

③ $\alpha = 0'05$

④



$S_0 = [0, t_{n-1;\alpha})$

$S_1 = [t_{n-1;\alpha}, \infty)$

$t_{60;0'05} = qt(0'95, 60) = 1'670649$

⑤ $EC \notin S_0$, por lo que con un nivel de significación del 5% se rechaza la hipótesis nula, y se puede aceptar que la media de piezas admisibles por hora realizadas por la troqueladora es más de 1000.

b) p-valor: $H_a: \mu > 1000 \rightarrow$ p-valor $= P(E.C > 2'0328 \mid E.C. \sim t_{60}) =$

$= P(T > 2'0328) = 1 - P(T \leq 2'0328) = 1 - pt(2'0328, 60) =$

$= 1 - 0'9767476 = 0'0232524$

Nivel de confianza $= 1 -$ nivel de significación $= 1 - 0'05 = 0'95$.

ejercicio 10:

X := "~~Producción~~ Número diaria de piezas realizada por una máquina".

$X \sim N(\mu, \sigma)$

- Si $\sigma^2 < 25 \rightarrow$ producción correcta.

muestra:

$n = 12$

$s^2 = 17 \rightarrow S^2 = 17 \cdot \frac{12}{11} = 18'\overline{54}$

a)

① $H_0: \sigma^2 = 10$

$H_a: \sigma^2 \neq 10$

② E.C.: $\chi^2 = \frac{(11) \cdot 18'54}{10} = 20'394$

③ $\alpha = 0'05$

④

$S_0 = (\chi^2_{n-1;\, 1-\alpha/2}, \chi^2_{n-1;\, \alpha/2})$

$S_1 = [0, \chi^2_{n-1;\, 1-\alpha/2}] \cup [\chi^2_{n-1;\, \alpha/2}, \infty)$

$\chi^2_{11;\, 0'975} = \text{qchisq}(\cancel{0'975}\ 0'025, 11) = 3'815748$

$\chi^2_{11;\, 0'025} = \text{qchisq}(0'975, 11) = 21'92005$

⑤ E.C. $\in S_0$,

ejercicio 11:

$X_1 :=$ "Concentración de SO_2 tras la instalación de filtro tipo I".

$X_2 :=$ "Concentración de SO_2 tras la instalación del filtro tipo II".

$X_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1)$ $\qquad\qquad$ $X_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2)$

muestra 1:

$n = 6$

$\bar{x}_1 = 19'8\bar{3}$

$S_1^2 = 9'805566667$

muestra 2:

$m = 6$

$\bar{x}_2 = 19'\bar{6}$

$S_2^2 = 5'582233333$

① $H_0 : \mu_1 = \mu_2$

$H_a : \mu_1 < \mu_2$

② Supondremos que $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

como $m=n$ y $\tilde{S}_1^2 \neq \tilde{S}_2^2 \Rightarrow S_1^2 \neq S_2^2 \Rightarrow \sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$$E.C. : T = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n} + \frac{S_2^2}{m}}} = \frac{1'0117}{1'6014} = 0'6318$$

③ $\alpha = 0'01$

④

$S_0 = (-t_{v;\alpha}, \infty)$

$S_1 = (-\infty, -t_{v;\alpha}]$

$$v = \frac{\left(\frac{S_1^2}{n} + \frac{S_2^2}{m}\right)^2}{\frac{(S_1^2/n)^2}{n+1} + \frac{(S_2^2/m)^2}{m+1}} - 2 = \frac{6'5773}{0'5052} - 2 = 11'0192 \simeq 11$$

$$-t_{11;\,0'01} = -qt(0'99, 11) = -2'718079$$

⑤ $EC \in S_0$, por lo que se acepta la hipótesis nula con un nivel de significación del 1%. Se rechaza la sospecha de que la eficacia para la reducción... es mayor con el filtro II que con el I.

ejercicio 12:

$X :=$ "Ganancias mensuales de una empresa". $X \sim N(\mu, \sigma)$

- Si $\sigma \leq 2000$ € $\rightarrow$ ritmo adecuado.

muestra:

$n = 6$

$\bar{x} = 5900$ €

$s = 2.717$ € $\rightarrow s^2 = 7.382.089$ €^{2} $\rightarrow S^2 = s^2 \cdot \frac{6}{5} = 8.858.506'8$ €^{2}

a) $H_0 : \sigma^2 = 2000^2$

$H_a : \sigma^2 > 2000^2 \rightarrow$ p-valor $= P(EC \geq 11'0731 \mid EC \sim \chi^2_{n-1;\alpha}) =$

$$E.C.: \chi^2 = \frac{5 \cdot 8.858.506'8}{2000^2} = 11'0731335$$

$= P(EC \geq 11'0731 \mid EC \sim \chi^2_{5;\alpha}) = 1 - P(C \leq 11'0731) = 1 -$ pchisq$(11'0731, 5)$

$= 0'04994974 \simeq 0'05 \equiv 5\%$

b) $P\Big(\underbrace{\frac{nS^2}{\sigma^2} > \chi^2_{\alpha;n-1}}_{1 - P\left(\frac{nS^2}{\sigma^2} < \chi^2_{\alpha;n-1}\right)} \Big| \underbrace{\sigma \leq 2000}_{H_0 \text{ cierta}}\Big)$ Nivel de confianza.

$P\Big(\underbrace{\frac{nS^2}{\sigma^2} > \chi^2_{\alpha;n-1}}_{1 - P\left(\frac{nS^2}{\sigma^2} < \chi^2_{\alpha;n-1}\right)} \Big| \underbrace{\sigma > 2000}_{H_0 \text{ falsa}}\Big)$ Potencia del contraste.

ejercicio 13:

X_1 := "Temperaturas media diaria de las ciudades A". $X_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1)$

X_2 := "Temperatura media diaria de la ciudad B". $X_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2)$

muestra 1:	muestra 2.
$n = \cancel{8}5$	$m = 5$
$\bar{x}_1 = 9'14$	$\bar{x}_2 = 9'08$
$S^2 = 0'163$	$S^2 = 0'2165$

① $H_0: \mu_1 = \mu_2$

$H_a: \mu_1 > \mu_2$

② $\sigma_1 \neq \sigma_2$

$$E.C.: T = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n} + \frac{S_2^2}{m}}} = \frac{0'06}{0'2755} = 0'2178$$

③ $\alpha = 0'1$

④ $S_0 = (-\infty, t_{v;\alpha})$

$S_1 = [t_{v;\alpha}, \infty)$

$$v = \frac{\left(\frac{S_1^2}{n} + \frac{S_2^2}{m}\right)^2}{\frac{\left(S_1^2/n\right)^2}{n+1} + \frac{\left(S_2^2/m\right)^2}{m+1}} - 2 = \frac{0'00576081}{0'0004896083 3} - 2 = 9'76616 0026 \simeq 10$$

$t_{10;0'1} = qt(0'9, 10) = 1'372184$

⑤ $EC \in S_0$, por lo que con un nivel de significación del 10%, se ~~recha~~ acepta la H_0. Es decir, no es aceptable la hipótesis de que las temperaturas medias diarias de la ciudad A son mayores que las de la ciudad B.

ejercicio 14:

antes del tratamiento

X_1 := "Número de vigas con tendencia a la oxidación".

X_2 := "... después del tratamiento".

$X_1 \sim B(n, p_1)$

$X_2 \sim B(m, p_2)$

muestra 1:

$n = 250$

$\hat{p}_1 = \frac{75}{250} = 0'3$

muestra 2:

$m = 250$

$\hat{p}_2 = \frac{25}{250} = 0'1$

a)

① $H_0: \hat{p}_1 = \hat{p}_2$

$H_a: \hat{p}_1 > \hat{p}_2$

② E.C.: $Z = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\frac{\hat{p}_1 \hat{q}_1}{n} + \frac{\hat{p}_2 \hat{q}_2}{m}}} = \frac{0'2}{\sqrt{\frac{0'3 \cdot 0'7}{250} + \frac{0'1 \cdot 0'9}{250}}} =$

$= \frac{0'2}{\sqrt{3}/50} = \frac{10\sqrt{3}}{3} = 5'7735$

③ $\alpha = 0'01$

④ 

$S_0 = (-\infty, z_\alpha)$

$S_1 = [z_\alpha, \infty)$

$z_{0'01} = \text{qnorm}(0'99, 0, 1) = 2'326348$

⑤ E.C. $\notin S_0$, por lo que con un nivel de significación del 1%, se rechaza H_0 y la hipótesis de que la proporción de vigas con tendencia a la oxidación es menor en el caso de vigas tratadas es aceptable.

b) p-valor : $H_a: \hat{p}_1 > \hat{p}_2 \rightarrow$ p-valor $= P(EC \geq 5'7735 \mid E.C \sim N(\ ))$

$\hat{p}_1 - \hat{p}_2 \cong N\left(p_1 - p_2, \sqrt{\frac{p_1 q_1}{n} + \frac{p_2 q_2}{m}}\right) \cong N(0'2, \sqrt{3}/50)$

$1 - P(X < 5'7735) \rightarrow$ TIPIFICAR $\rightarrow 1 - P\left(Z \leq \frac{5'7735 - 0'2}{\sqrt{3}/50}\right) =$

$= 1 - P(Z \leq 160'8930) = 1 - \text{pnorm}(160'8930, 0, 1) = 1 - 1 = 0$

El nivel de significación crítica que nos llevaría a aceptar la hipótesis contraria es practicamente 0.

ejercicio 15:

X_1 := "Tráfico diario en la estación los días lluviosos". $X_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1)$

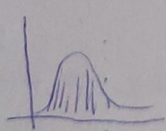
X_2 := "Tráfico diario en la estación los días no lluviosos". $X_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2)$

muestra 1:	muestra 2:
$n = 25$	$n = 25$
$\bar{x}_1 = 353$	$\bar{x}_2 = 279$
$s_1 = 25$	$s_2 = 37$
$S_1^2 = 25^2 \cdot \frac{25}{24} = 651'0416$	$S_2^2 = 37^2 \cdot \frac{25}{24} = 1426'0416$

a) ① $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$
$H_a: \sigma_1^2 < \sigma_2^2$

② E.C. : $F = \frac{S_1^2}{S_2^2} = \frac{651'0416}{1426'0416} = 0'4565$

③ $\alpha = 0'05$

④ 

$S_1 = [0, F_{n-1; m-1; 1-\alpha})$
$S_0 = [F_{n-1; m-1; 1-\alpha}, \infty)$

$F_{24; 24; 0'95} = qf(0'05, 24, 24) = 0'5040933$

⑤ $EC \notin S_0$, se rechaza Ho con un nivel de significación del 5%.
Se puede afirmar que la varianza del tráfico en los días lluviosos medidos en la estación es menor que la de los días no lluviosos.

b) P(aceptar H_a | H_a falsa) = P(rechazar H_0 | H_0 cierta) = P(E_I) =

= la probabilidad de cometer el error de tipo I es el nivel de significación (α) = 0'05 .

ejercicio 16.

A := "Número de proyectos de investigación dirigidos anualmente por A".

B := "... por B".

$$A \sim N(\mu_A, \sigma_A) \qquad B \sim N(\mu_B, \sigma_B)$$

$$\sigma_A^2 \neq \sigma_B^2$$

muestra A:

- $n = 6$
- $\bar{A} = 17$
- $S_A = 7$
- $S_A^2 = 7^2 \cdot \frac{7}{6} = 57'1\hat{6}$

muestra B:

- $n = 6$
- $\bar{B} = 12$
- $S_B = 5$
- $S_B^2 = 5^2 \cdot \frac{7}{6} = 29'1\hat{6}$

① $H_0: \mu_A = \mu_B$

$H_a: \mu_A > \mu_B$

② $E.C. = \dfrac{(\bar{A} - \bar{B})}{\sqrt{\dfrac{S_A^2}{n} + \dfrac{S_B^2}{m}}} = \dfrac{5}{3'792975964} = 1'318226123$

③ $\alpha = 0'025$

④ 

$S_0 = (-\infty, t_{v;\alpha})$

$S_1 = [t_{v;\alpha}, \infty)$

$t_{11;0'025} = qt(0'975, 11) = 2'200985$

$$v = \frac{\left(\frac{S_1^2}{n} + \frac{S_2^2}{m}\right)^2}{\frac{\left(\frac{S_1^2}{n}\right)^2}{n+1} + \frac{\left(\frac{S_2^2}{m}\right)^2}{m+1}} - 2 = \frac{206'9762}{16'34} - 2 = 10'6668 \simeq 11$$

⑤ $EC \in S_0$, se acepta H_0 con un nivel de significación del 2'5%, por lo que no se podría afirmar la sospecha del enunciado.

ejercicio 17:

$X \sim N(\mu, 5)$

p-valor $< \alpha$

$0'009 < 0'01$, se rechaza la hipótesis nula.

$\mu = \mu_0$

$\alpha = 0'01$

p-valor $= 0'009$

No se aceptaría dicha afirmación puesto que el nivel de significación del contraste de hipótesis es mayor que el p-valor.