ESTATISTIKA METODOAK INGENIARITZAN

7. Hipotesi-kontrasteak

eman ta zabal zazu

Universidad del País Vasco
Euskal Herriko Unibertsitatea

7. Hipotesi-kontrasteak

Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea

7. Hipotesi kontrastea

7.5.4 Banaketa normaleko bi populazio independenteren bariantzen arteko zatidurarako hipotesi-kontrastea

7.5.5 Banaketa binomialaren proportziorako hipotesi-kontrastea ($n > 100$)

7.5.6 Bi banaketa binomial independenteren proportzioen arteko kendurarako hipotesi-kontrastea ($n,m > 100$)

7.5.7 Bi banaketa normal ez independenteren batezbestekoen arteko kendurarako hipotesi-kontrastea

7.6 Errore motak

7.7 p-balioa

7.1 Sarrera

Inferentzia estatistikoa edo Estatistika Induktiboa

Zorizko lagin bakun batetik ateratako informaziotik populaziorako orokortasunak, ondorioak eta aurresanak lortzea ahalbidetzen duen alorra.

Estimazioa (konfiantza-tarteak)

Lagineko informazioa erabiliz populazioaren parametrorako tarte bat zehaztean datza.

Konfiantza-maila: 1-α

Hipotesi-kontrastea

Populazioko parametro bati buruzko erabaki bat hartzean datza.

7.1 Sarrera

Hipotesi estatistikoa

Populazioaren ezaugarri bati buruz egiten den baieztapen bat da.

Hipotesi-kontrastea (Hipotesi kontraste parametrikoak)

Populazioaren ezaugarri bati buruz egindako hipotesia onargarria ala errefusagarria den erabakitzeko erabiltzen den tresna da.

7.1 Sarrera

- Hipotesi estatistikoa egia den jakiteko populazio osoa aztertu beharko litzateke.

- Populazio osoa aztertzea ezinezkoa edo oso zaila denez, populazioaren adierazgarria den lagin bat erabiltzen da non hipotesia onargarria den aztertzen da.

- Laginetik lortutako informazioa hipotesiarekin bat badator hipotesia onartu egiten da, eta bat ez badator, berriz, hipotesia errefusatu egiten da.

Ez da faltsua edo egia den esaten:

*hipotesia **errefusatu** edo **onartu** egiten da.*

eman ta zabal zazu

Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea

7.2 Oinarrizko kontzeptuak

Hipotesi nulua H_0

Kontrastatu nahi den hipotesia da

H_0 errefusatzea sententzia sendo bat da, izan ere hipotesia lortutako datuekin bat ez datorrela esan nahi du.

H_0 ez errefusatzea sententzia ahula da, izan ere hipotesia lortutako datuekin bat datorrela esan nahi du.

Hipotesi alternatiboa H_a

Hipotesi nuluaren hipotesi osagarria da. (“kontrakoa”)

eman ta zabal zazu

Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea

7.2 Oinarrizko kontzeptuak

Hipotesi nulua H_0 eta Hipotesi alternatiboa H_a

H_0 hipotesi nulua onartu → H_a hipotesi alternatiboa errefusatu

H_0 hipotesi nulua errefusatu → H_a hipotesi alternatiboa onartu

Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea

7.2 Oinarrizko kontzeptuak

Kontrasterako estatistikoa

Hipotesi kontrastea egiteko zorizko lagin bakunean oinarriturik laginaren menpeko estatistiko bat lortuko dugu:

Kontrasterako estatistikoa: $T\left(x_1, x_2, \ldots, x_n\right)$

7.2 Oinarrizko kontzeptuak

S_0 onarpen eremua eta S_1 eremu kritikoa

Kontrasterako estatistikoa lortu ondoren **S_0** onarpen eremua edo **S_1** eremu kritikoa lortu behar ditugu

Kontrasterako estatistikoaren balioa S_0 eremuan badago → H_0 hipotesi nulua onar daiteke

Kontrasterako estatistikoaren balioa S_1 eremuan badago → H_0 hipotesi nulua errefusatuko da

7.3 Hipotesi-kontraste motak

Hipotesi motak

Eremu kritikoaren arabera, hau da, egindako hipotesi alternatiboaren arabera bi motatako hipotesi-kontrasteak daude:

1. **Bi aldeko hipotesi kontrasteak**

$$H_0 : \theta = \theta_0$$
$$H_a : \theta \neq \theta_0$$

2. **Alde bakarreko hipotesi kontrasteak**

$$H_0 : \theta = \theta_0 \qquad H_0 : \theta = \theta_0$$
$$H_a : \theta < \theta_0 \qquad H_a : \theta > \theta_0$$

7.3 Hipotesi-kontraste motak

Sarrera

Oinarrizko kontzeptuak

Hipotesi-kontraste motak

Hipotesi-kontrasteen urratsak

Zenbait hipotesi-kontraste

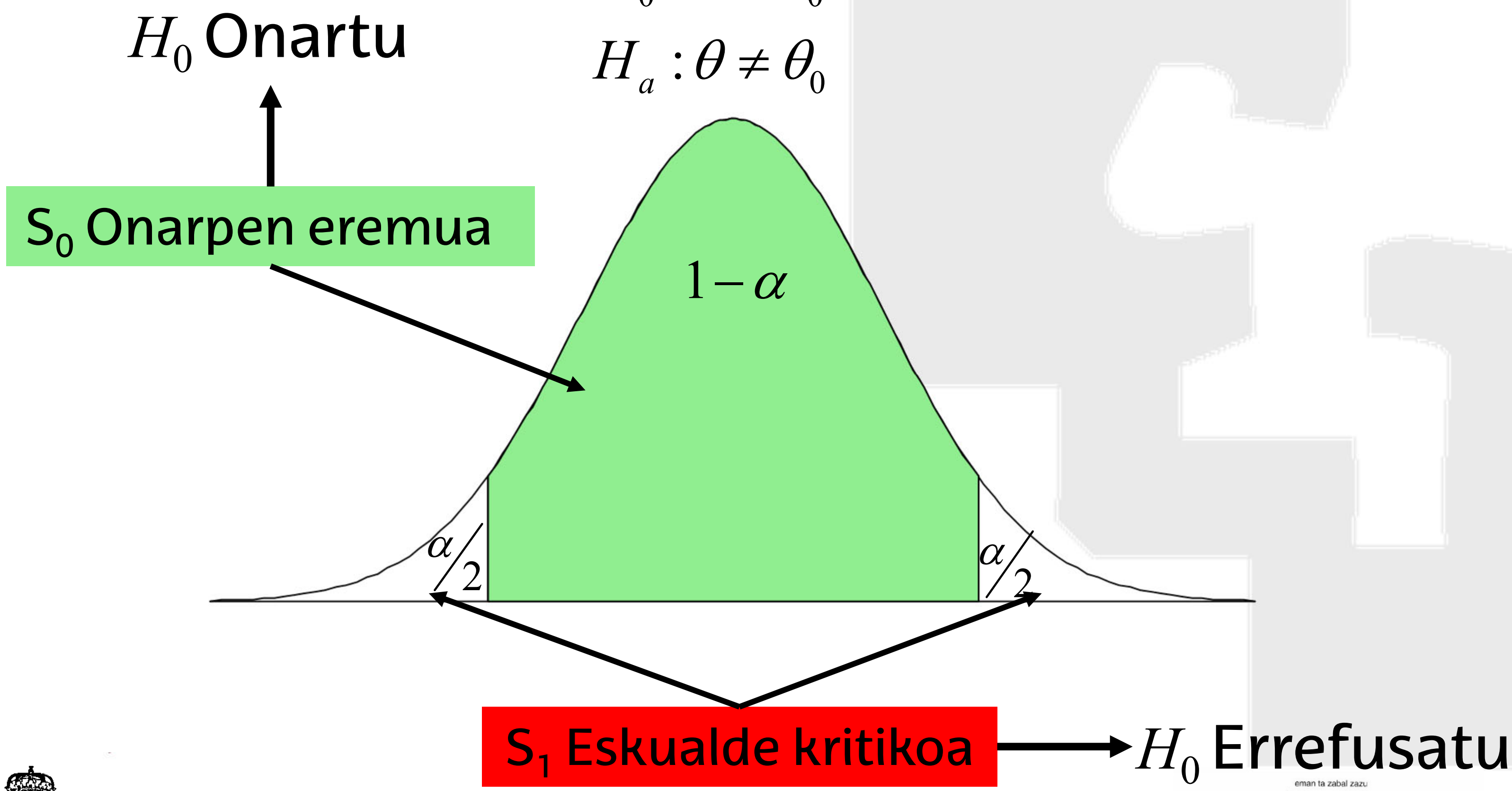
Errore motak

p-balioa

1. Bi aldeko hipotesi kontrasteak

$$H_0 : \theta = \theta_0$$

$$H_a : \theta \neq \theta_0$$



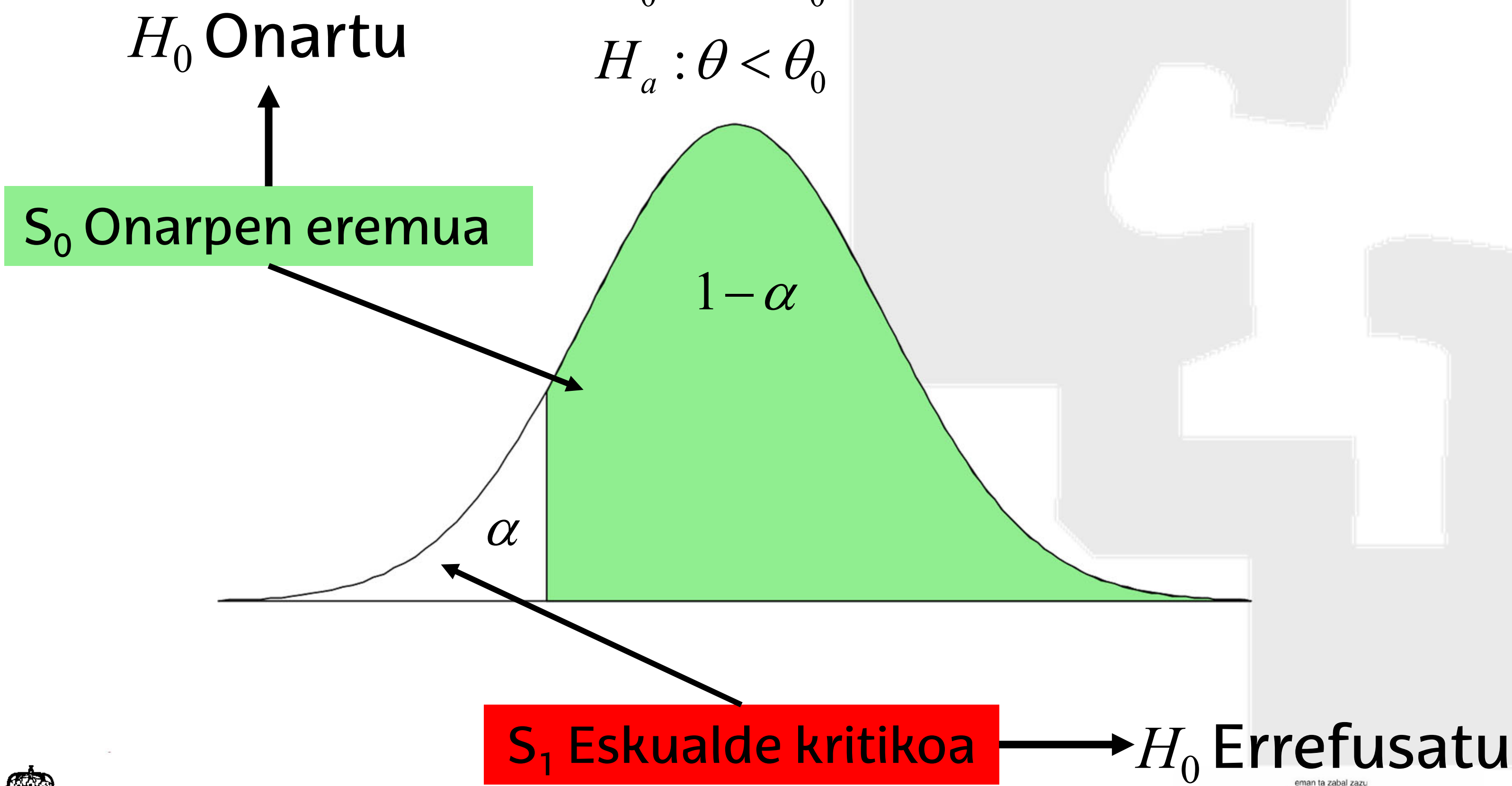
Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea

7.3 Hipotesi-kontraste motak

2. Alde bakarreko hipotesi kontrasteak

$$H_0 : \theta = \theta_0$$

$$H_a : \theta < \theta_0$$

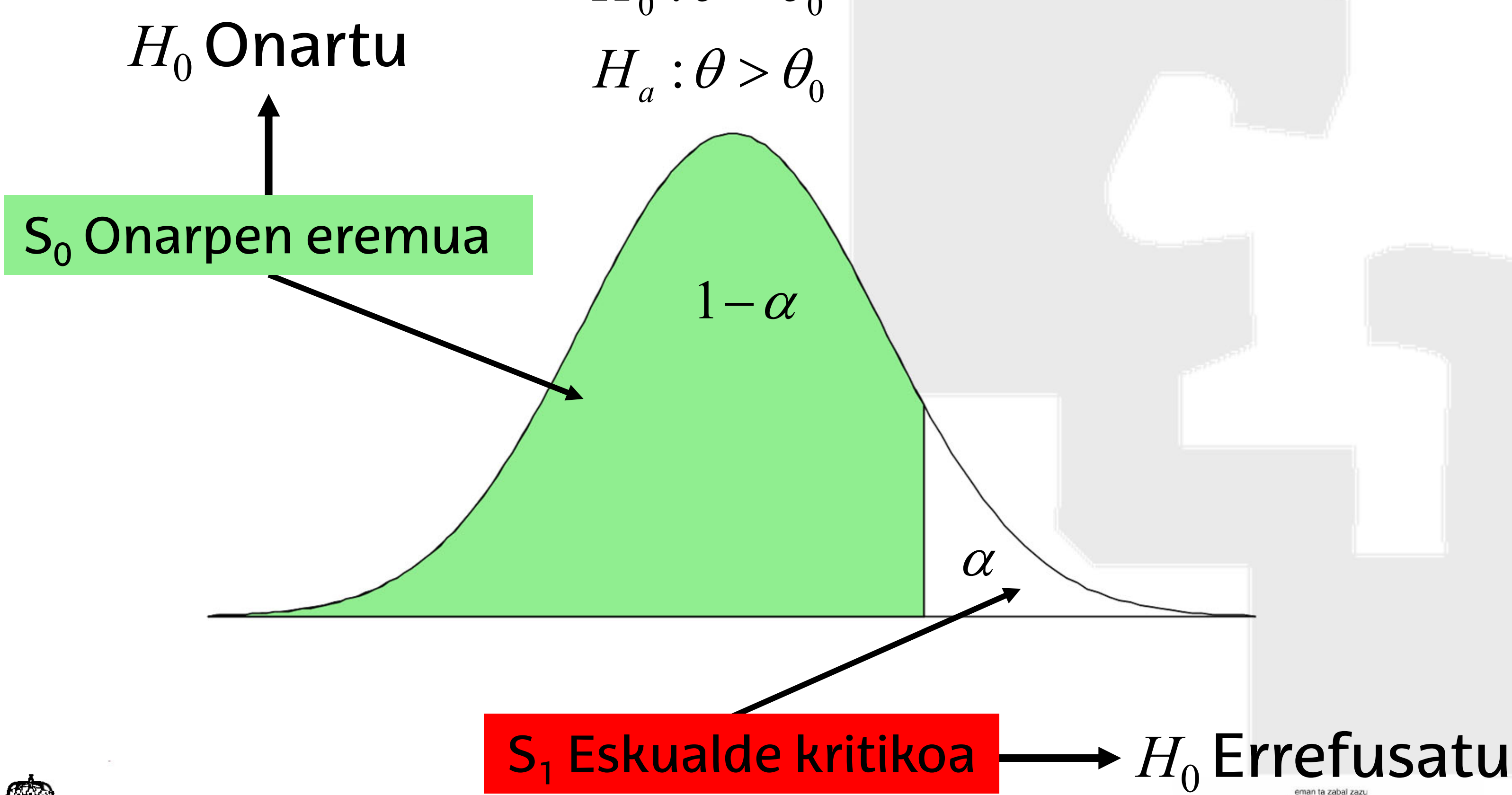


7.3 Hipotesi-kontraste motak

2. Alde bakarreko hipotesi kontrasteak

$$H_0 : \theta = \theta_0$$

$$H_a : \theta > \theta_0$$



Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea

7.4 Hipotesi-kontrasteen urratsak

1. Hipotesi nulua eta hipotesi alternatiboa zehaztu H_0 H_a

Aztertu nahi den populazioaren parametroari buruzko baieztapena finkatu.

2. Probarako estatistiko egokia aukeratu

Populazioko parametroaren estimatzailearen menpekoa den probako estatistikoak laginean hartzen duen balioa kalkulatu.

3. Adierazgarritasun maila finkatu α

Adierazgarritasun-maila aurretik finkatuko da. Adierazgarritasun-maila erabilienak:

0.005, 0.01, 0.05

7.4 Hipotesi-kontrasteen urratsak

4. Eremu kritikoa edo/eta onarpen-eremua zehaztu

Zehaztutako estatistikoaren banaketa ezaguna bada, orduan eskualde kritikoa edo/eta onarpen eremua finka daitezke.

5. Erabaki estatistikoa hartu

- Probarako estatistikoaren balioa, S_1 **eskualde kritikoan** badago

↓

H_0 **hipotesi nulua errefusatuko** da, α **adierazgarritasun mailaz**

- Probarako estatistikoaren balioa S_1 **eskualde kritikoan EZ** badago

↓

H_0 **hipotesi nulua onartuko** da, α **adierazgarritasun mailaz**

7.5 Zenbait hipotesi-kontraste

7.5.1 Populazioaren batezbestekorako hipotesi-kontrastea

a) Banaketa normalaren batezbestekorako hipotesi-kontrastea

1. $H_0: \mu = \mu_0$ *eta* $H_a: \mu \neq \mu_0$

A) σ ezaguna

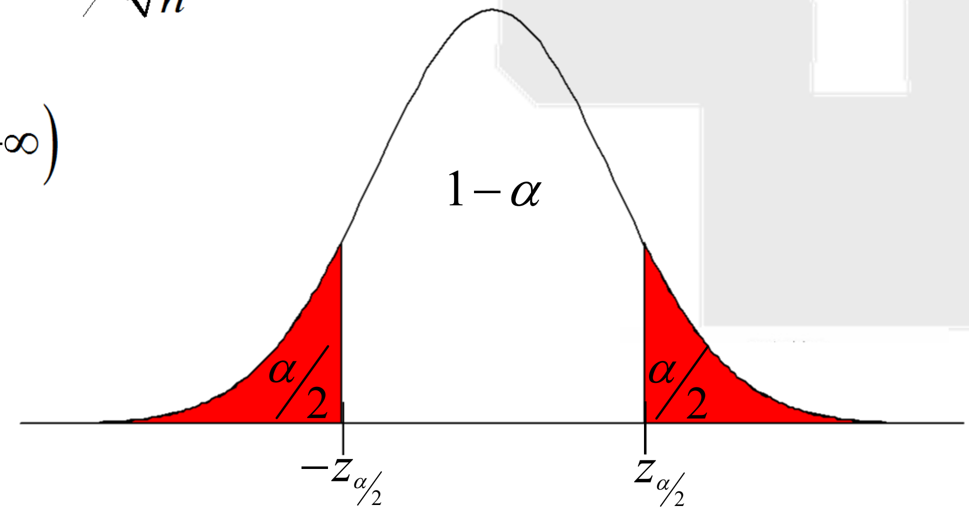
Kontrasterako estatistikoa: $\dfrac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0,1)$

Eskualde kritikoa

$$S_1 = \left(-\infty, -z_{\alpha/2}\right] \cup \left[z_{\alpha/2}, +\infty\right)$$

Onarpen eremua

$$S_0 = \left(-z_{\alpha/2}, z_{\alpha/2}\right)$$



7.5 Zenbait hipotesi-kontraste

7.5.1 Populazioaren batezbestekorako hipotesi-kontrastea

a) Banaketa normalaren batezbestekorako hipotesi-kontrastea

1. $H_0 : \mu = \mu_0 \;\; eta \;\; H_a : \mu \neq \mu_0$

B) σ ezezaguna

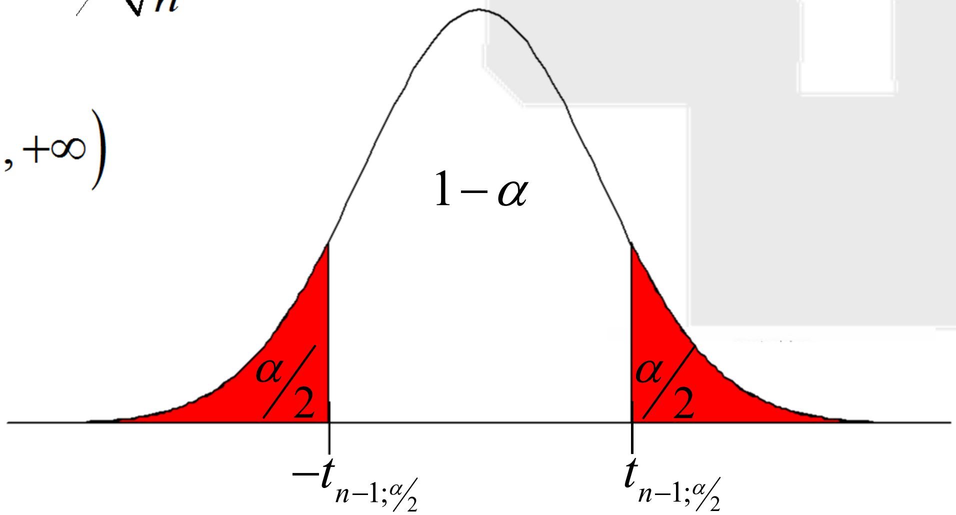
Kontrasterako estatistikoa: $\dfrac{\bar{X} - \mu_0}{S / \sqrt{n}} \sim t_{n-1}$

Eskualde kritikoa

$$S_1 = \left(-\infty, -t_{n-1;\alpha/2}\right] \cup \left[t_{n-1;\alpha/2}, +\infty\right)$$

Onarpen eremua

$$S_0 = \left(-t_{n-1;\alpha/2}, t_{n-1;\alpha/2}\right)$$



7.5 Zenbait hipotesi-kontraste

7.5.1 Populazioaren batezbestekorako hipotesi-kontrastea

a) Banaketa normalaren batezbestekorako hipotesi-kontrastea

2. $H_0: \mu = \mu_0$ ***eta*** $H_a: \mu > \mu_0$

A) *σ ezaguna*

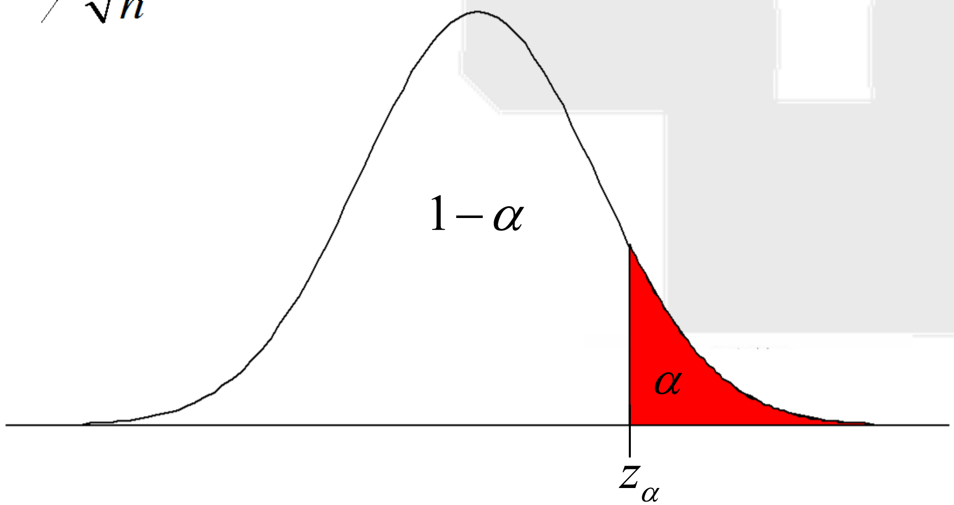
Kontrasterako estatistikoa: $\dfrac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0,1)$

Eskualde kritikoa

$$S_1 = [z_\alpha, +\infty)$$

Onarpen eremua

$$S_0 = (-\infty, z_\alpha)$$



7.5 Zenbait hipotesi-kontraste

7.5.1 Populazioaren batezbestekorako hipotesi-kontrastea

a) Banaketa normalaren batezbestekorako hipotesi-kontrastea

2. $H_0 : \mu = \mu_0$ *eta* $H_a : \mu > \mu_0$

B) σ ezezaguna

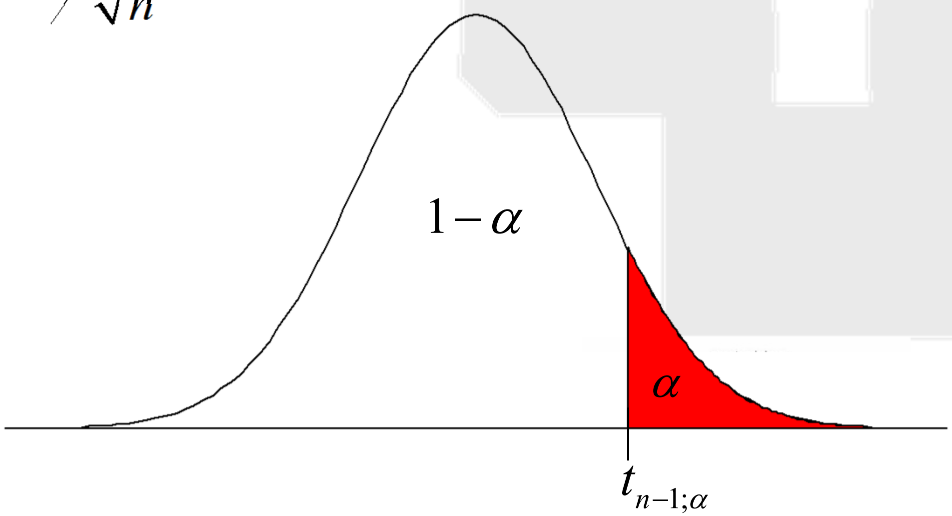
Kontrasterako estatistikoa: $\dfrac{\bar{X} - \mu_0}{S / \sqrt{n}} \sim t_{n-1}$

Eskualde kritikoa

$$S_1 = \left[t_{n-1;\alpha}, +\infty \right)$$

Onarpen eremua

$$S_0 = \left(-\infty, t_{n-1;\alpha} \right)$$



7.5 Zenbait hipotesi-kontraste

7.5.1 Populazioaren batezbestekorako hipotesi-kontrastea

a) Banaketa normalaren batezbestekorako hipotesi-kontrastea

3. $H_0: \mu = \mu_0 \;\; eta \;\; H_a: \mu < \mu_0$

A) σ ezaguna

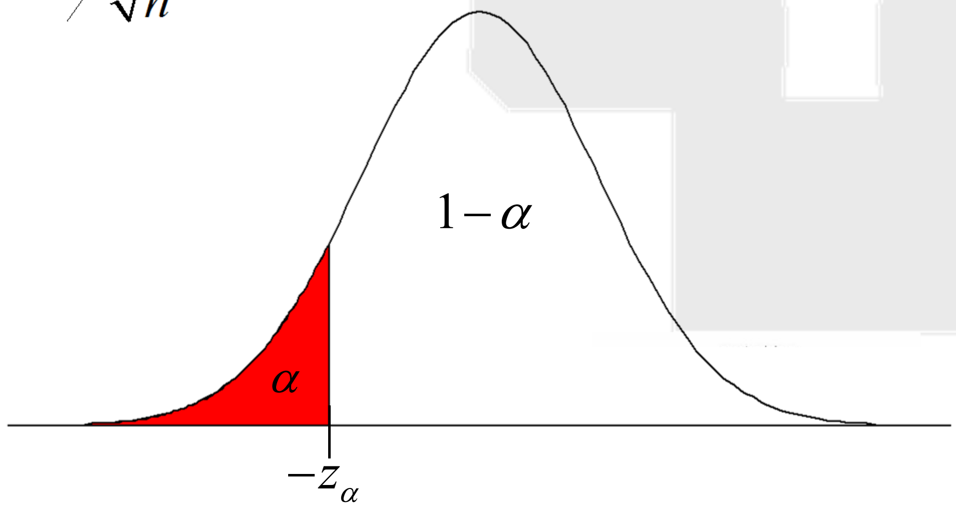
Kontrasterako estatistikoa: $\dfrac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0,1)$

Eskualde kritikoa

$$S_1 = (-\infty, -z_\alpha]$$

Onarpen eremua

$$S_0 = (-z_\alpha, +\infty)$$



7.5 Zenbait hipotesi-kontraste

7.5.1 Populazioaren batezbestekorako hipotesi-kontrastea

a) Banaketa normalaren batezbestekorako hipotesi-kontrastea

3. $H_0: \mu = \mu_0$ ***eta*** $H_a: \mu < \mu_0$

B) σ ezezaguna

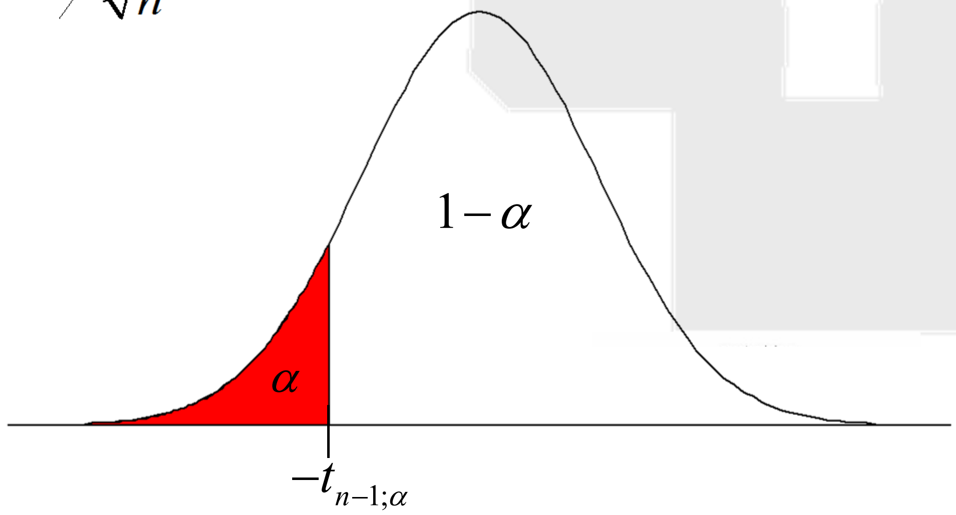
Kontrasterako estatistikoa: $\dfrac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$

Eskualde kritikoa

$$S_1 = \left(-\infty, -t_{n-1;\alpha}\right]$$

Onarpen eremua

$$S_0 = \left(-t_{n-1;\alpha}, +\infty\right)$$



7.5 Zenbait hipotesi-kontraste

7.5.1 Populazioaren batezbestekorako hipotesi-kontrastea

b) *Edozein banaketaren batezbestekorako hipotesi-kontrastea*

A) σ ezaguna

Lagin tamaina handietarako $n \geq 30$, **Limite zentralaren teoremak** hurrengoa dio: $\bar{X} \cong N\left(\mu_0, \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$. Beraz, onarpen eremuak eta eskualde kritikoak σ ezaguna duenean aurreko atalean lortutako berberak dira.

7.5 Zenbait hipotesi-kontraste

7.5.1 Populazioaren batezbestekorako hipotesi-kontrastea

b) Edozein banaketaren batezbestekorako hipotesi-kontrastea

B) *σ ezezaguna*

Lagin tamaina handietarako $n \geq 100$, **Limite zentralaren teoremak** hurrengoa dio: $\bar{X} \cong N\left(\mu_0, \frac{S}{\sqrt{n}}\right)$. Beraz, onarpen eremuak eta eskualde kritikoak σ ezaguna duenean aurreko atalean lortutako berberak dira baina kontrasterako estatistikoa honakoa da: $Z = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$.

7.5 Zenbait hipotesi-kontraste

7.5.1 Populazioaren batezbestekorako hipotesi-kontrastea

Populazioa	H_0	H_a	Kontrasterako estatistikoa	Eskualde kritikoa
Normala σ ezaguna	$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$	$Z = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$	$\left(-\infty, -z_{\alpha/2}\right] \cup \left[z_{\alpha/2}, +\infty\right)$
		$\mu < \mu_0$		$\left(-\infty, -z_{\alpha}\right]$
		$\mu > \mu_0$		$\left[z_{\alpha}, +\infty\right)$
Normala σ ezezaguna	$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$	$T = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{S / \sqrt{n}}$	$\left(-\infty, -t_{n-1;\alpha/2}\right] \cup \left[t_{n-1;\alpha/2}, +\infty\right)$
		$\mu < \mu_0$		$\left(-\infty, -t_{n-1;\alpha}\right]$
		$\mu > \mu_0$		$\left[t_{n-1;\alpha}, +\infty\right)$

Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea

7.5 Zenbait hipotesi-kontraste

7.5.1 Populazioaren batezbestekorako hipotesi-kontrastea

Populazioa	H_0	H_a	Kontrasterako estatistikoa	Eskualde kritikoa
Edozein σ ezaguna $n \geq 30$	$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$	$Z = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$	$\left(-\infty, -z_{\alpha/2}\right] \cup \left[z_{\alpha/2}, +\infty\right)$
		$\mu < \mu_0$		$\left(-\infty, -z_{\alpha}\right]$
		$\mu > \mu_0$		$\left[z_{\alpha}, +\infty\right)$
Edozein σ ezezaguna $n \geq 100$	$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$	$Z = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{S / \sqrt{n}}$	$\left(-\infty, -z_{\alpha/2}\right] \cup \left[z_{\alpha/2}, +\infty\right)$
		$\mu < \mu_0$		$\left(-\infty, -z_{\alpha}\right]$
		$\mu > \mu_0$		$\left[z_{\alpha}, +\infty\right)$

7.5 Zenbait hipotesi-kontraste

7.5.1 Populazioaren batezbestekorako hipotesi-kontrastea

Adibidea

1) Lantegi batean ekoiztutako kableek jasan dezaketen tentsioek banaketa normala dute. Kableek 1800 batezbesteko eta 100 desbiderazio tipikoa dutela dakigu. Makinarian egindako mantentze lanen ostean ekoiztutako kableek jasan dezaketen batezbesteko tentsioa altuagoa den susmoa dago. Susmo hau egiaztatzeko 50 klabe hartu dira. Hauek jasan dezaketen batezbesteko tentsioa 1850 izanik.

0.01 adierazgarritasun maila erabiliz, esan al daiteke orain kableen kalitatea hobetzen dela batezbesteko tentsioari dagokionez? (suposatu desbiderazio tipikoa lanen ostean konstante mantentzen dela)

7.5 Zenbait hipotesi-kontraste

7.5.2 Bi banaketa independenteren batezbestekoen arteko kendurarako hipotesi-kontrastea

a) Banaketa normalak

1. $H_0: \mu_1 = \mu_2$ *eta* $H_a: \mu_1 \neq \mu_2$

A) σ_1 eta σ_2 ezagunak

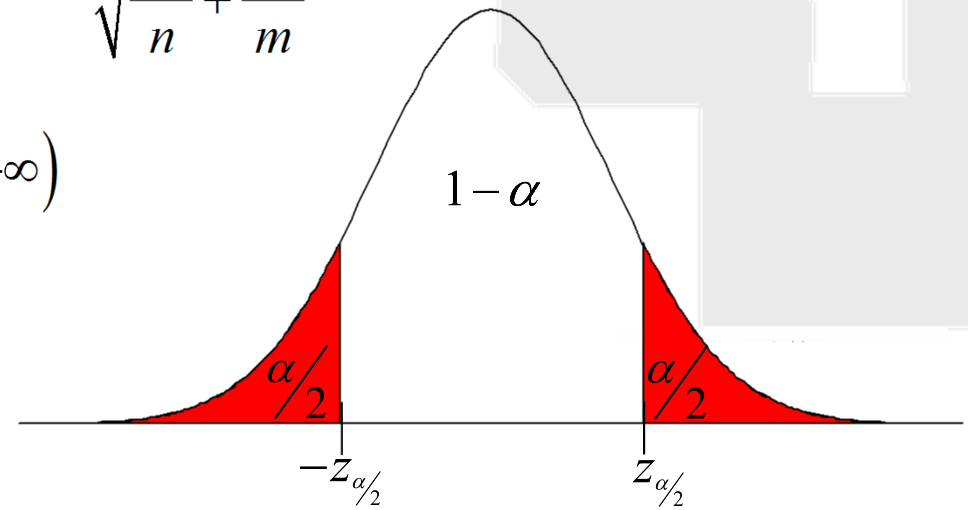
Kontrasterako estatistikoa: $$\frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n} + \frac{\sigma_2^2}{m}}} \sim N(0,1)$$

Eskualde kritikoa

$$S_1 = \left(-\infty, -z_{\alpha/2}\right] \cup \left[z_{\alpha/2}, +\infty\right)$$

Onarpen eremua:

$$S_0 = \left(-z_{\alpha/2}, z_{\alpha/2}\right)$$



7.5 Zenbait hipotesi-kontraste

7.5.2 Bi banaketa independenteren batezbestekoen arteko kendurarako hipotesi-kontrastea

a) Banaketa normalak

1. $H_0: \mu_1 = \mu_2$ *eta* $H_a: \mu_1 \neq \mu_2$

B) σ_1 ***eta*** σ_2 ***ezezagunak baina berdinak.***

Kontrasterako estatistikoa:

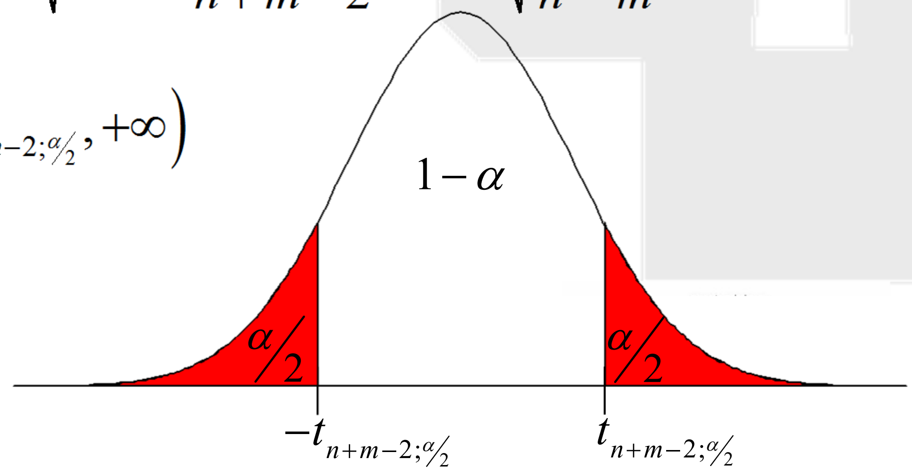
$$\frac{\left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right)}{\sqrt{\frac{(n-1)S_1^2 + (m-1)S_2^2}{n+m-2}}\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{1}{m}}} \sim t_{n+m-2}$$

Eskualde kritikoa

$$S_1 = \left(-\infty, -t_{n+m-2;\alpha/2}\right] \cup \left[t_{n+m-2;\alpha/2}, +\infty\right)$$

Onarpen eremua

$$S_0 = \left(-t_{n+m-2;\alpha/2}, t_{n+m-2;\alpha/2}\right)$$



7.5 Zenbait hipotesi-kontraste

7.5.2 Bi banaketa independenteren batezbestekoen arteko kendurarako hipotesi-kontrastea

a) Banaketa normalak

1. $H_0: \mu_1 = \mu_2$ *eta* $H_a: \mu_1 \neq \mu_2$

C) σ_1 eta σ_2 ezezagunak baina ezberdinak.

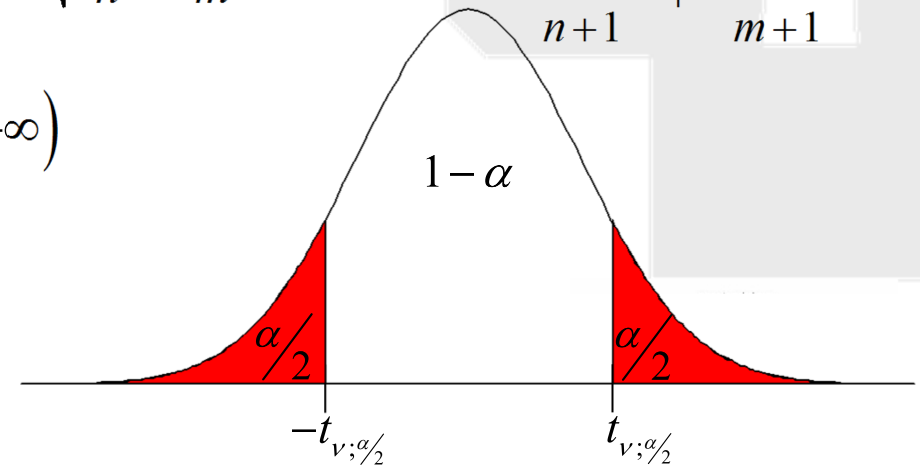
Kontrasterako estatistikoa: $\dfrac{\left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right)}{\sqrt{\dfrac{S_1^2}{n} + \dfrac{S_2^2}{m}}} \sim t_\nu$ non $\nu = \dfrac{\left(\dfrac{S_1^2}{n} + \dfrac{S_2^2}{m}\right)^2}{\dfrac{\left(S_1^2/n\right)^2}{n+1} + \dfrac{\left(S_2^2/m\right)^2}{m+1}} - 2$

Eskualde kritikoa

$$S_1 = \left(-\infty, -t_{\nu;\alpha/2}\right] \cup \left[t_{\nu;\alpha/2}, +\infty\right)$$

Onarpen eremua

$$S_0 = \left(-t_{\nu;\alpha/2}, t_{\nu;\alpha/2}\right)$$



7.5 Zenbait hipotesi-kontraste

7.5.2 Bi banaketa independenteren batezbestekoen arteko kendurarako hipotesi-kontrastea

a) Banaketa normalak

2. $H_0: \mu_1 = \mu_2$ *eta* $H_a: \mu_1 > \mu_2$

A) σ_1 ***eta*** σ_2 ***ezagunak.***

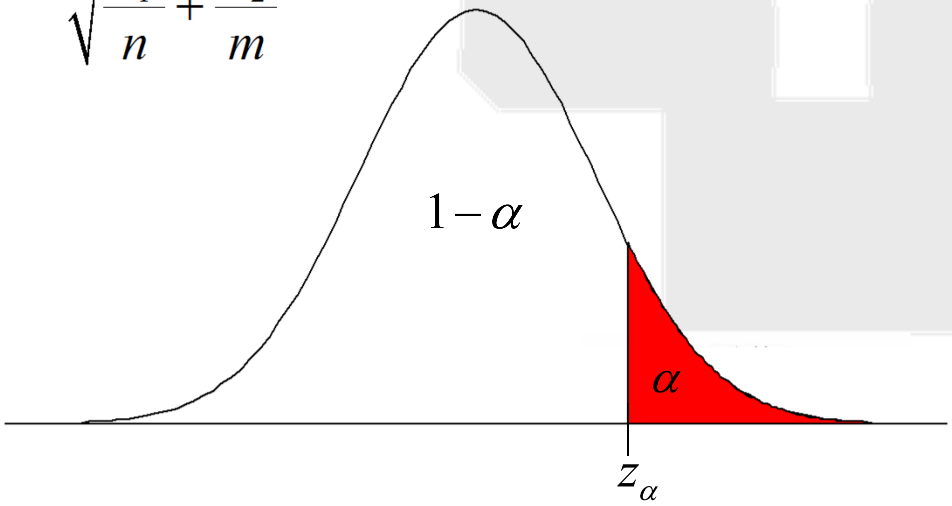
Kontrasterako estatistikoa: $\dfrac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n} + \dfrac{\sigma_2^2}{m}}} \sim N(0,1)$

Eskualde kritikoa

$$S_1 = [z_\alpha, +\infty)$$

Onarpen eremua

$$S_0 = (-\infty, z_\alpha)$$



7.5 Zenbait hipotesi-kontraste

7.5.2 Bi banaketa independenteren batezbestekoen arteko kendurarako hipotesi-kontrastea

a) Banaketa normalak

2. $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ *eta* $H_a : \mu_1 > \mu_2$

B) σ_1 eta σ_2 ezezagunak baina berdinak.

Kontrasterako estatistikoa:

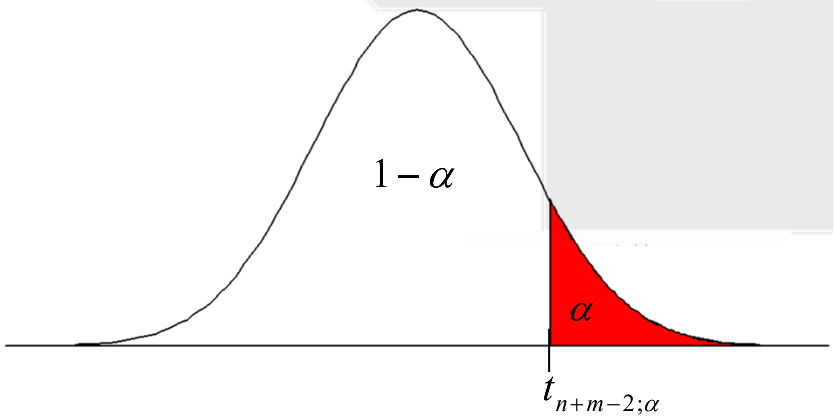
$$\frac{\left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right)}{\sqrt{\frac{(n-1)S_1^2 + (m-1)S_2^2}{n+m-2}}\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{1}{m}}} \sim t_{n+m-2}$$

Eskualde kritikoa

$$S_1 = \left[t_{n+m-2;\alpha}, +\infty\right)$$

Onarpen eremua

$$S_0 = \left(-\infty, t_{n+m-2;\alpha}\right)$$



7.5 Zenbait hipotesi-kontraste

7.5.2 Bi banaketa independenteren batezbestekoen arteko kendurarako hipotesi-kontrastea

a) Banaketa normalak

2. $H_0: \mu_1 = \mu_2 \;\; eta \;\; H_a: \mu_1 > \mu_2$

C) σ_1 eta σ_2 ezezagunak baina ezberdinak.

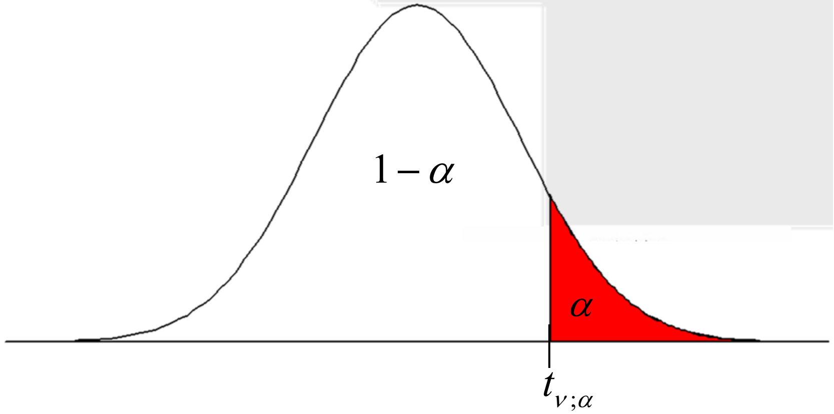
Kontrasterako estatistikoa: $\dfrac{\left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right)}{\sqrt{\dfrac{S_1^2}{n} + \dfrac{S_2^2}{m}}} \sim t_\nu$ non $\nu = \dfrac{\left(\dfrac{S_1^2}{n} + \dfrac{S_2^2}{m}\right)^2}{\dfrac{\left(S_1^2/n\right)^2}{n+1} + \dfrac{\left(S_2^2/m\right)^2}{m+1}} - 2$

Eskualde kritikoa

$$S_1 = \left[t_{\nu;\alpha}, +\infty\right)$$

Onarpen eremua

$$S_0 = \left(-\infty, t_{\nu;\alpha}\right)$$



7.5 Zenbait hipotesi-kontraste

Sarrera
Oinarrizko kontzeptuak
Hipotesi-kontraste motak
Hipotesi-kontrasteen urratsak
Zenbait hipotesi-kontraste
Errore motak
p-balioa

7.5.2 Bi banaketa independenteren batezbestekoen arteko kendurarako hipotesi-kontrastea

a) Banaketa normalak

3. $H_0: \mu_1 = \mu_2$ *eta* $H_a: \mu_1 < \mu_2$

A) σ_1 eta σ_2 ezagunak.

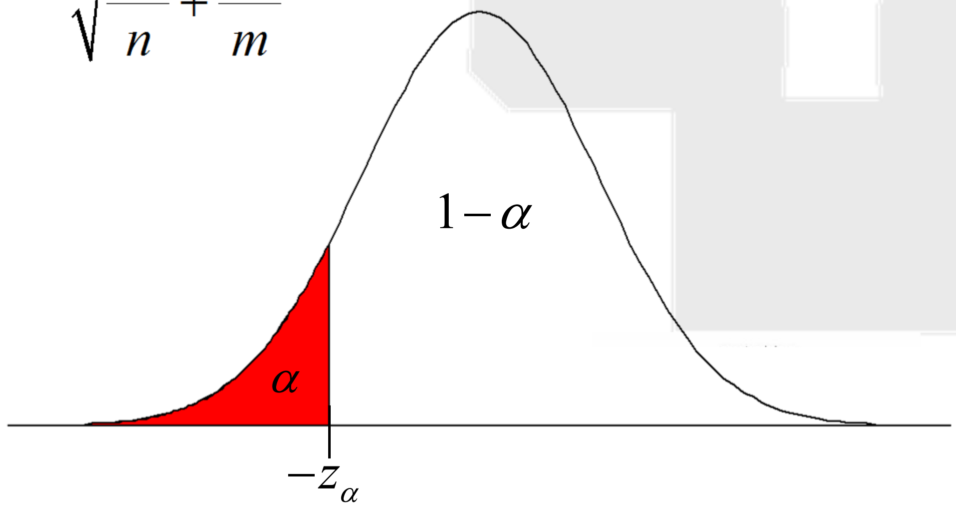
Kontrasterako estatistikoa: $\dfrac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n} + \dfrac{\sigma_2^2}{m}}} \sim N(0,1)$

Eskualde kritikoa

$$S_1 = (-\infty, -z_\alpha]$$

Onarpen eremua

$$S_0 = (-z_\alpha, +\infty)$$



7.5 Zenbait hipotesi-kontraste

7.5.2 Bi banaketa independenteren batezbestekoen arteko kendurarako hipotesi-kontrastea

a) Banaketa normalak

3. $H_0: \mu_1 = \mu_2$ *eta* $H_a: \mu_1 < \mu_2$

B) σ_1 eta σ_2 ezezagunak baina berdinak.

Kontrasterako estatistikoa:

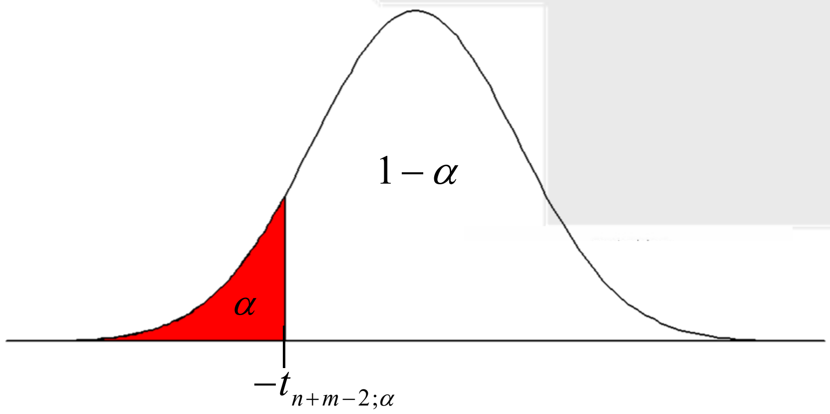
$$\frac{\left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right)}{\sqrt{\dfrac{(n-1)S_1^2 + (m-1)S_2^2}{n+m-2}}\sqrt{\dfrac{1}{n}+\dfrac{1}{m}}} \sim t_{n+m-2}$$

Eskualde kritikoa

$$S_1 = \left(-\infty, -t_{n+m-2;\alpha}\right]$$

Onarpen eremua

$$S_0 = \left(-t_{n+m-2;\alpha}, +\infty\right)$$



7.5 Zenbait hipotesi-kontraste

7.5.2 Bi banaketa independenteren batezbestekoen arteko kendurarako hipotesi-kontrastea

a) Banaketa normalak

3. $H_0: \mu_1 = \mu_2 \;\; eta \;\; H_a: \mu_1 < \mu_2$

C) σ_1 eta σ_2 ezezagunak baina ezberdinak.

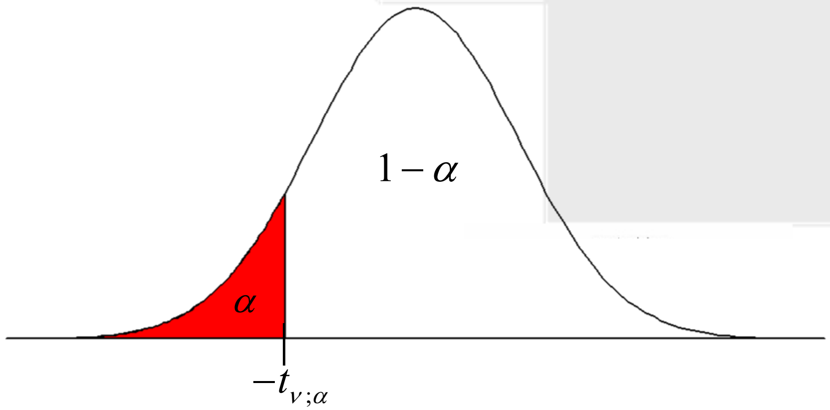
Kontrasterako estatistikoa: $\dfrac{\left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right)}{\sqrt{\dfrac{S_1^2}{n} + \dfrac{S_2^2}{m}}} \sim t_\nu$ non $\nu = \dfrac{\left(\dfrac{S_1^2}{n} + \dfrac{S_2^2}{m}\right)^2}{\dfrac{\left(S_1^2/n\right)^2}{n+1} + \dfrac{\left(S_2^2/m\right)^2}{m+1}} - 2$

Eskualde kritikoa

$$S_1 = \left(-\infty, -t_{\upsilon;\alpha}\right]$$

Onarpen eremua:

$$S_0 = \left(-t_{\upsilon;\alpha}, +\infty\right)$$



7.5.2 Bi banaketa independenteren batezbestekoen arteko kendurarako hipotesi-kontrastea

Populazioa	H_0	H_a	Kontrasterako estatistikoa	Eskualde kritikoa
Normalak independenteak σ_1, σ_2 ezagunak	$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$	$Z = \dfrac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n} + \dfrac{\sigma_2^2}{m}}}$	$\left(-\infty, -z_{\alpha/2}\right] \cup \left[z_{\alpha/2}, +\infty\right)$
		$\mu_1 < \mu_2$		$\left(-\infty, -z_{\alpha}\right]$
		$\mu_1 > \mu_2$		$\left[z_{\alpha}, +\infty\right)$
Normalak independenteak σ_1, σ_2 ezezagunak $\sigma_1 = \sigma_2$	$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$	$T = \dfrac{\left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right)}{S\sqrt{\dfrac{1}{n} + \dfrac{1}{m}}}$	$\left(-\infty, -t_{n+m-2;\alpha/2}\right] \cup \left[t_{n+m-2;\alpha/2}, +\infty\right)$
		$\mu_1 < \mu_2$		$\left(-\infty, -t_{n+m-2;\alpha}\right]$
		$\mu_1 > \mu_2$	$S = \sqrt{\dfrac{(n-1)S_1^2 + (m-1)S_2^2}{n+m-2}}$	$\left[t_{n+m-2;\alpha}, +\infty\right)$

7.5 Zenbait hipotesi-kontraste

7.5.2 Bi banaketa independenteren batezbestekoen arteko kendurarako hipotesi-kontrastea

Populazioa	H_0	H_a	Kontrasterako estatistikoa	Eskualde kritikoa
Normalak independenteak σ_1, σ_2 ezezagunak $\sigma_1 \neq \sigma_2$	$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$	$T = \dfrac{\left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right)}{\sqrt{\dfrac{S_1^2}{n} + \dfrac{S_2^2}{m}}}$	$\left(-\infty, -t_{\nu;\alpha/2}\right] \cup \left[t_{\nu;\alpha/2}, +\infty\right)$
		$\mu_1 < \mu_2$		$\left(-\infty, -t_{\nu;\alpha}\right]$
		$\mu_1 > \mu_2$		$\left[t_{\nu;\alpha}, +\infty\right)$

$$\text{non } \nu = \frac{\left(\dfrac{S_1^2}{n} + \dfrac{S_2^2}{m}\right)^2}{\dfrac{\left(S_1^2/n\right)^2}{n+1} + \dfrac{\left(S_2^2/m\right)^2}{m+1}} - 2$$

Sarrera

Oinarrizko kontzeptuak

Hipotesi-kontraste motak

Hipotesi-kontrasteen urratsak

Zenbait hipotesi-kontraste

Errore motak

p-balioa

7.5 Zenbait hipotesi-kontraste

7.5.2 Bi banaketa independenteren batezbestekoen arteko kendurarako hipotesi-kontrastea

b) Edozein banaketa

1. $H_0: \mu_1 = \mu_2$ *eta* $H_a: \mu_1 \neq \mu_2$

A) σ_1 eta σ_2 ezagunak. ($n,m>15$)

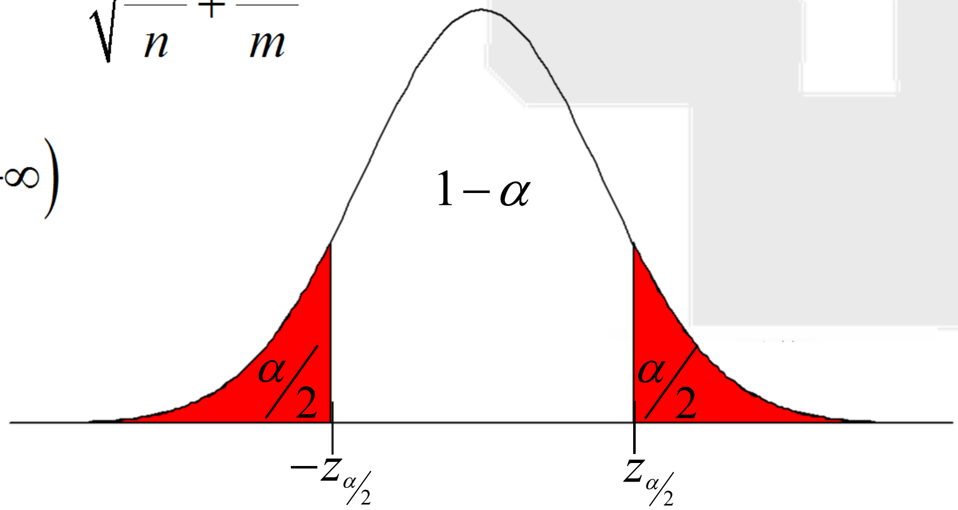
Kontrasterako estatistikoa: $\dfrac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n} + \dfrac{\sigma_2^2}{m}}} \sim N(0,1)$

Eskualde kritikoa

$$S_1 = \left(-\infty, -z_{\alpha/2}\right] \cup \left[z_{\alpha/2}, +\infty\right)$$

Onarpen eremua

$$S_0 = \left(-z_{\alpha/2}, z_{\alpha/2}\right)$$



7.5 Zenbait hipotesi-kontraste

7.5.2 Bi banaketa independenteren batezbestekoen arteko kendurarako hipotesi-kontrastea

b) Edozein banaketa

1. $H_0: \mu_1 = \mu_2$ *eta* $H_a: \mu_1 \neq \mu_2$

B) σ_1 ***eta*** σ_2 ***ezezagunak. (n,m>100)***

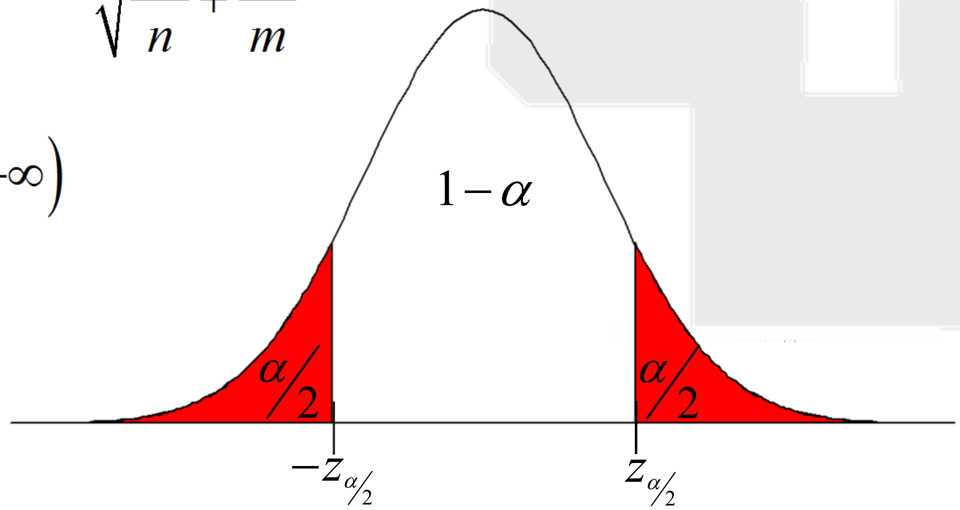
Kontrasterako estatistikoa: $$\frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n} + \frac{S_2^2}{m}}} \sim N(0,1)$$

Eskualde kritikoa

$$S_1 = \left(-\infty, -z_{\alpha/2}\right] \cup \left[z_{\alpha/2}, +\infty\right)$$

Onarpen eremua

$$S_0 = \left(-z_{\alpha/2}, z_{\alpha/2}\right)$$



7.5 Zenbait hipotesi-kontraste

7.5.2 Bi banaketa independenteren batezbestekoen arteko kendurarako hipotesi-kontrastea

b) Edozein banaketa

2. $H_0: \mu_1 = \mu_2$ *eta* $H_a: \mu_1 > \mu_2$

A) σ_1 eta σ_2 ezagunak. ($n,m>15$)

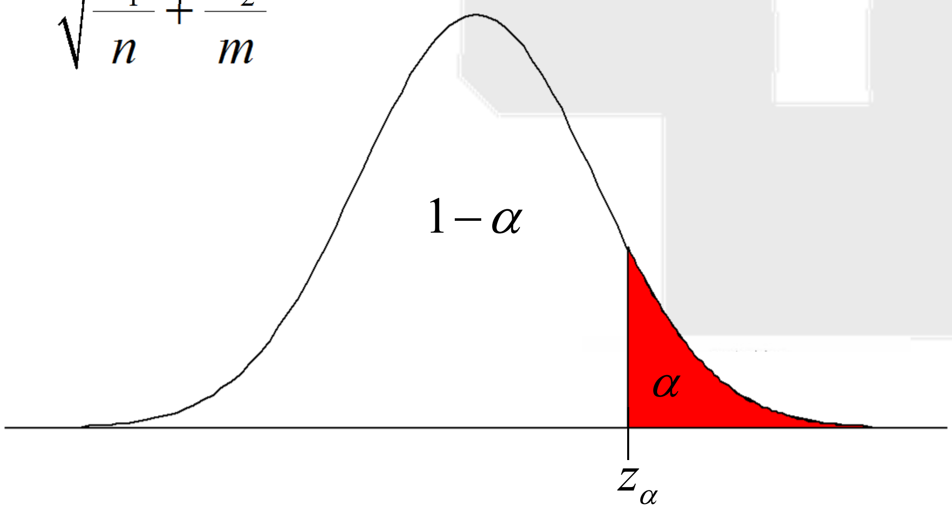
Kontrasterako estatistikoa: $\dfrac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n} + \dfrac{\sigma_2^2}{m}}} \sim N(0,1)$

Eskualde kritikoa

$$S_1 = [z_\alpha, +\infty)$$

Onarpen eremua

$$S_0 = (-\infty, z_\alpha)$$



7.5 Zenbait hipotesi-kontraste

7.5.2 Bi banaketa independenteren batezbestekoen arteko kendurarako hipotesi-kontrastea

b) Edozein banaketa

2. $H_0: \mu_1 = \mu_2$ *eta* $H_a: \mu_1 > \mu_2$

B) σ_1 **eta** σ_2 **ezezagunak. (*n*,*m*>100)**

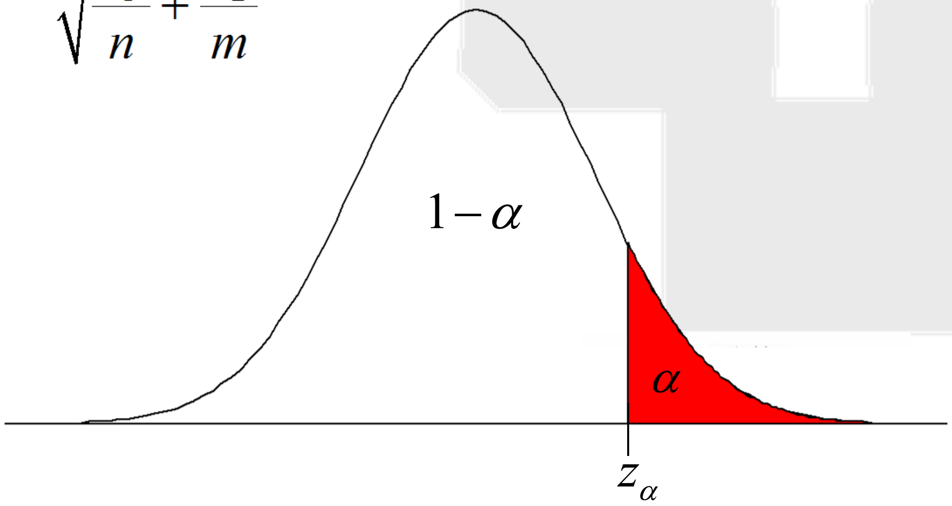
Kontrasterako estatistikoa: $\dfrac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\dfrac{S_1^2}{n} + \dfrac{S_2^2}{m}}} \sim N(0,1)$

Eskualde kritikoa

$$S_1 = [z_\alpha, +\infty)$$

Onarpen eremua

$$S_0 = (-\infty, z_\alpha)$$



7.5 Zenbait hipotesi-kontraste

7.5.2 Bi banaketa independenteren batezbestekoen arteko kendurarako hipotesi-kontrastea

b) Edozein banaketa

3. $H_0: \mu_1 = \mu_2 \;\; eta \;\; H_a: \mu_1 < \mu_2$

A) σ_1 eta σ_2 ezagunak. ($n,m>15$)

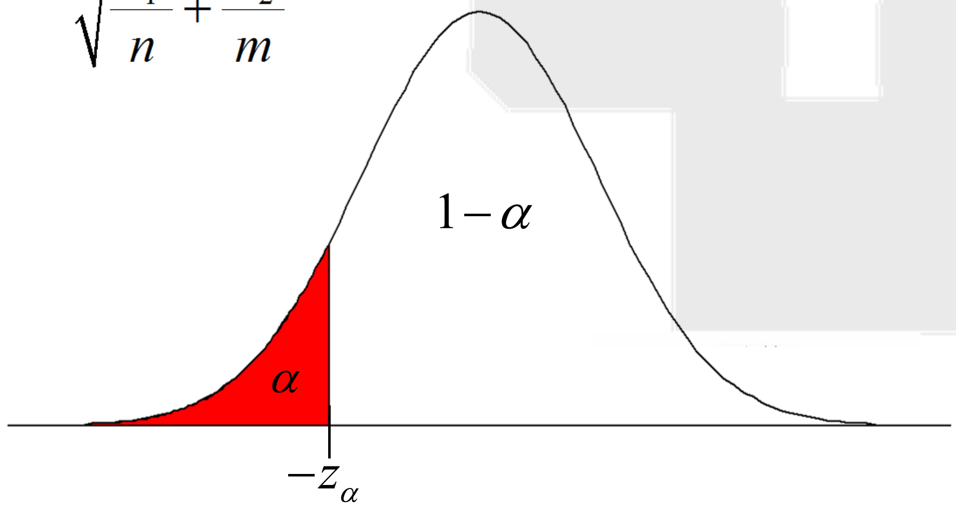
Kontrasterako estatistikoa: $$\frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n} + \frac{\sigma_2^2}{m}}} \sim N(0,1)$$

Eskualde kritikoa

$$S_1 = (-\infty, -z_\alpha]$$

Onarpen eremua

$$S_0 = (-z_\alpha, +\infty)$$



7.5 Zenbait hipotesi-kontraste

7.5.2 Bi banaketa independenteren batezbestekoen arteko kendurarako hipotesi-kontrastea

b) Edozein banaketa

3. $H_0: \mu_1 = \mu_2 \;\; eta \;\; H_a: \mu_1 < \mu_2$

B) σ_1 ***eta*** σ_2 ***ezezagunak. (n,m>100)***

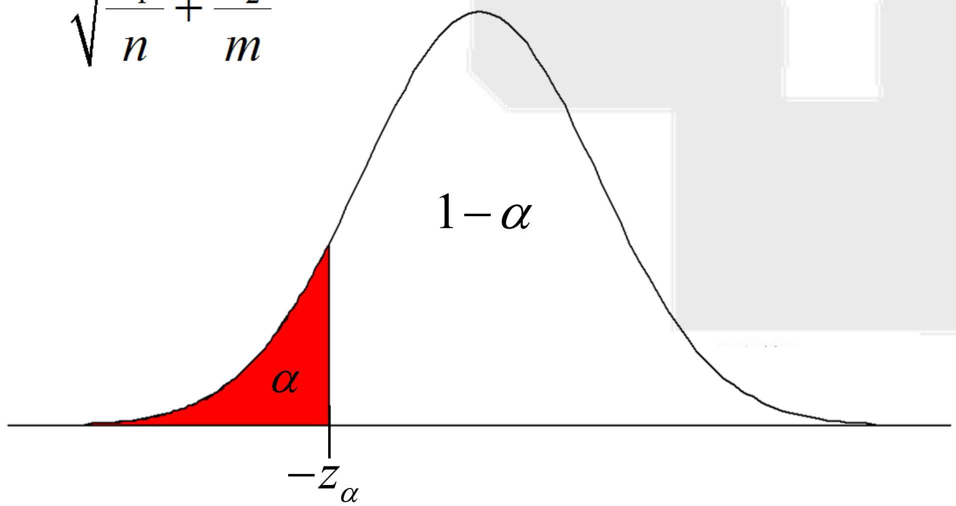
Kontrasterako estatistikoa: $\dfrac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\dfrac{S_1^2}{n} + \dfrac{S_2^2}{m}}} \sim N(0,1)$

Eskualde kritikoa

$$S_1 = \left(-\infty, -z_\alpha\right]$$

Onarpen eremua

$$S_0 = \left(-z_\alpha, +\infty\right)$$



7.5 Zenbait hipotesi-kontraste

7.5.2 Bi banaketa independenteren batezbestekoen arteko kendurarako hipotesi-kontrastea

Populazioa	H_0	H_a	Kontrasterako estatistikoa	Eskualde kritikoa
Edozein independenteak σ_1, σ_2 ezagunak $(n, m > 15)$	$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$	$Z = \dfrac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n} + \dfrac{\sigma_2^2}{m}}}$	$\left(-\infty, -z_{\alpha/2}\right] \cup \left[z_{\alpha/2}, +\infty\right)$
		$\mu_1 < \mu_2$		$\left(-\infty, -z_{\alpha}\right]$
		$\mu_1 > \mu_2$		$\left[z_{\alpha}, +\infty\right)$
Edozein independenteak σ_1, σ_2 ezezagunak $(n, m > 100)$	$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$	$Z = \dfrac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\dfrac{S_1^2}{n} + \dfrac{S_2^2}{m}}}$	$\left(-\infty, -z_{\alpha/2}\right] \cup \left[z_{\alpha/2}, +\infty\right)$
		$\mu_1 < \mu_2$		$\left(-\infty, -z_{\alpha}\right]$
		$\mu_1 > \mu_2$		$\left[z_{\alpha}, +\infty\right)$

7.5 Zenbait hipotesi-kontraste

7.5.3 Populazio normalaren bariantzarako hipotesi-kontrastea

1. $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2 \;\; eta \;\; H_a: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$

A) μ ***ezaguna***

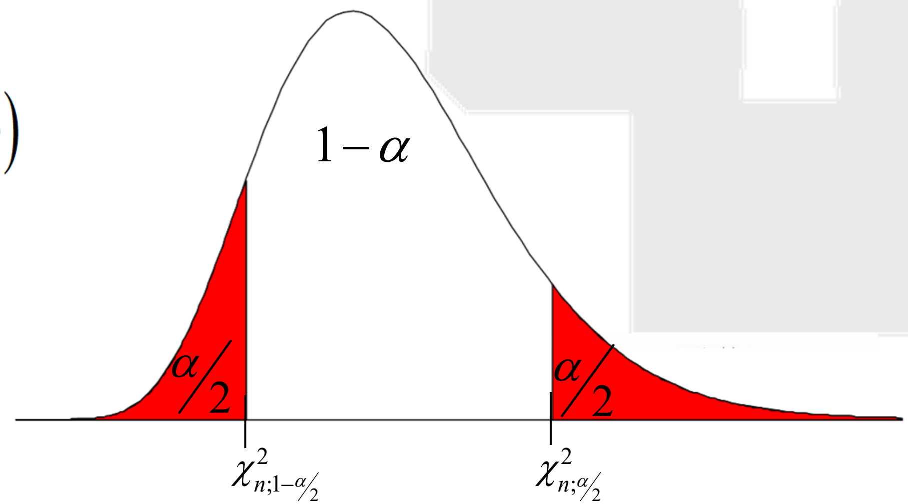
Kontrasterako estatistikoa: $\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2}{\sigma_0^2} \sim \chi_n^2$

Eskualde kritikoa

$$S_1 = \left[0, \chi^2_{n;1-\alpha/2}\right] \cup \left[\chi^2_{n;\alpha/2}, +\infty\right)$$

Onarpen eremua

$$S_0 = \left(\chi^2_{n;1-\alpha/2}, \chi^2_{n;\alpha/2}\right)$$



7.5 Zenbait hipotesi-kontraste

7.5.3 Populazio normalaren bariantzarako hipotesi-kontrastea

1. $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$ *eta* $H_a: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$

B) μ ezezaguna

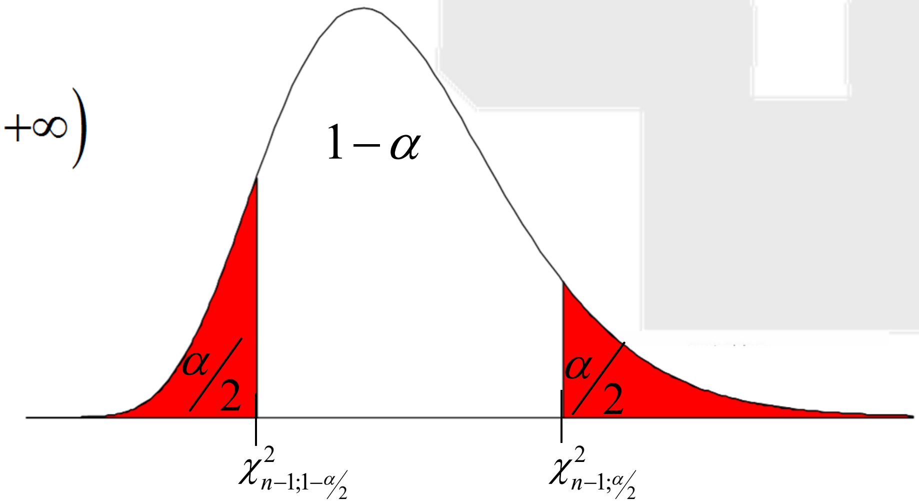
Kontrasterako estatistikoa: $\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \sim \chi^2_{n-1}$

Eskualde kritikoa

$$S_1 = \left[0, \chi^2_{n-1;1-\alpha/2}\right] \cup \left[\chi^2_{n-1;\alpha/2}, +\infty\right)$$

Onarpen eremua

$$S_0 = \left(\chi^2_{n-1;1-\alpha/2}, \chi^2_{n-1;\alpha/2}\right)$$



7.5 Zenbait hipotesi-kontraste

7.5.3 Populazio normalaren bariantzarako hipotesi-kontrastea

2. $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$ *eta* $H_a: \sigma^2 > \sigma_0^2$

A) μ ezaguna

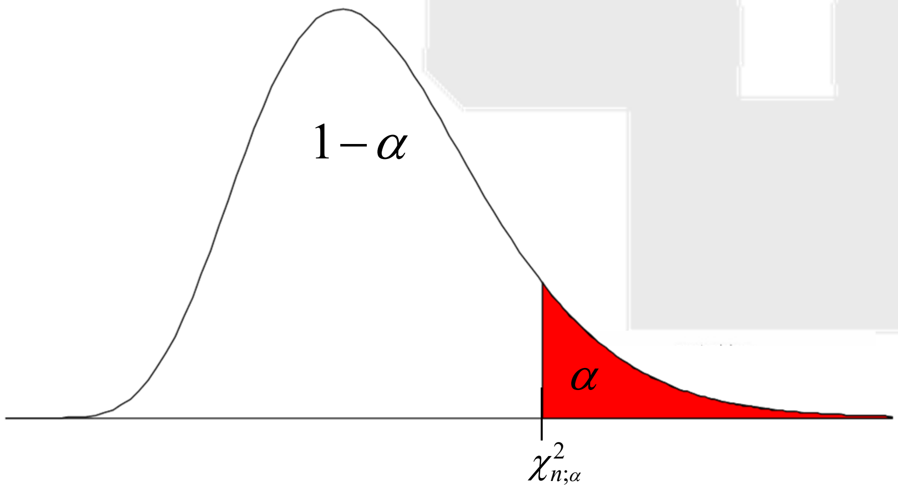
Kontrasterako estatistikoa: $\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2}{\sigma_0^2} \sim \chi_n^2$

Eskualde kritikoa

$$S_1 = \left[\chi^2_{n;\alpha}, +\infty\right)$$

Onarpen eremua

$$S_0 = \left[0, \chi^2_{n;\alpha}\right)$$



7.5 Zenbait hipotesi-kontraste

7.5.3 Populazio normalaren bariantzarako hipotesi-kontrastea

2. $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2 \;\; eta \;\; H_a: \sigma^2 > \sigma_0^2$

B) μ ***ezezaguna***

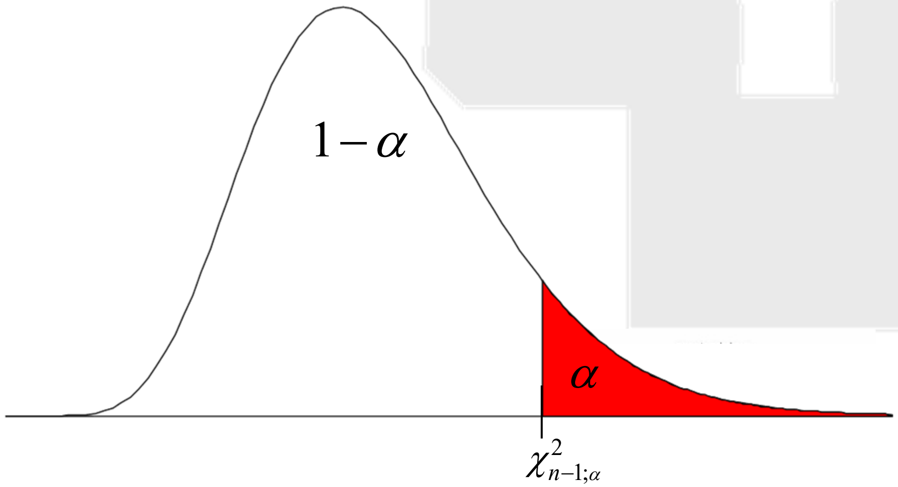
Kontrasterako estatistikoa: $\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \sim \chi^2_{n-1}$

Eskualde kritikoa

$$S_1 = \left[\chi^2_{n-1;\alpha}, +\infty\right)$$

Onarpen eremua

$$S_0 = \left[0, \chi^2_{n-1;\alpha}\right)$$



7.5 Zenbait hipotesi-kontraste

7.5.3 Populazio normalaren bariantzarako hipotesi-kontrastea

3. $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$ *eta* $H_a: \sigma^2 < \sigma_0^2$

A) μ **ezaguna**

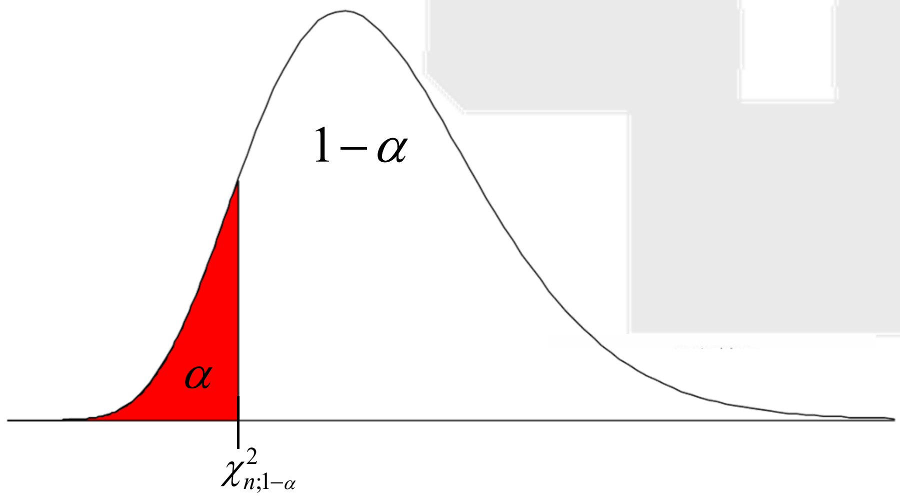
Kontrasterako estatistikoa: $$\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \mu\right)^2}{\sigma_0^2} \sim \chi_n^2$$

Eskualde kritikoa

$$S_1 = \left[0, \chi^2_{n;1-\alpha}\right]$$

Onarpen eremua

$$S_0 = \left(\chi^2_{n;1-\alpha}, +\infty\right)$$



7.5 Zenbait hipotesi-kontraste

7.5.3 Populazio normalaren bariantzarako hipotesi-kontrastea

3. $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$ *eta* $H_a: \sigma^2 < \sigma_0^2$

B) μ ***ezezaguna***

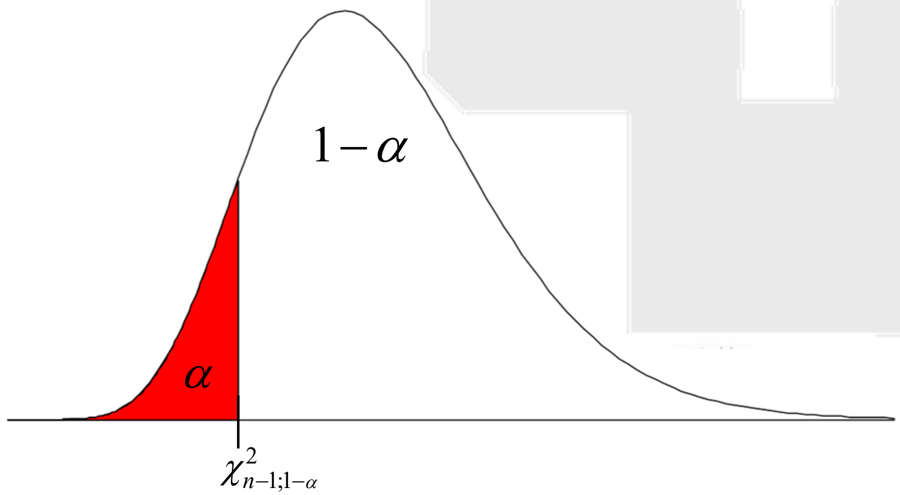
Kontrasterako estatistikoa: $\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \sim \chi^2_{n-1}$

Eskualde kritikoa

$$S_1 = \left[0, \chi^2_{n-1;1-\alpha}\right]$$

Onarpen eremua

$$S_0 = \left(\chi^2_{n-1;1-\alpha}, +\infty\right)$$



7.5 Zenbait hipotesi-kontraste

7.5.3 Populazio normalaren bariantzarako hipotesi-kontrastea

Populazioa	H_0	H_a	Kontrasterako estatistikoa	Eskualde kritikoa
Normala μ ezaguna	$\sigma^2 = \sigma_0^2$	$\sigma^2 \neq \sigma_0^2$	$\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2}{\sigma_0^2}$	$\left[0, \chi^2_{n;1-\alpha/2}\right] \cup \left[\chi^2_{n;\alpha/2}, +\infty\right)$
		$\sigma^2 < \sigma_0^2$		$\left[0, \chi^2_{n;1-\alpha}\right]$
		$\sigma^2 > \sigma_0^2$		$\left[\chi^2_{n;\alpha}, +\infty\right)$
Normala μ ezezaguna	$\sigma^2 = \sigma_0^2$	$\sigma^2 \neq \sigma_0^2$	$\chi^2 = \dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$	$\left[0, \chi^2_{n-1;1-\alpha/2}\right] \cup \left[\chi^2_{n-1;\alpha/2}, +\infty\right)$
		$\sigma^2 < \sigma_0^2$		$\left[0, \chi^2_{n-1;1-\alpha}\right]$
		$\sigma^2 > \sigma_0^2$		$\left[\chi^2_{n-1;\alpha}, +\infty\right)$

7.5 Zenbait hipotesi-kontraste

7.5.3 Populazio normalaren bariantzarako hipotesi-kontrastea

Adibidea

2) Fabrikatzaile batek hornitzen duen materialaren erresistentziak banaketa normala du. Bere batezbestekoa 220 eta desbiderazio tipikoa 7.75 direla uste da. Bederatzi elementuko lagin bat hartu da:

203	229	215	220	223
233	208	228	209	

a) Kontrasta ezazu populazioaren batezbestekoa 220 dela (desbiderazio tipikoa edozein izanik) 0.05 adierazgarritasun maila erabili

b) Kontrasta ezazu populazioaren desbiderazio tipikoa gehienez 7.75 dela (batezbestekoa edozein izanik), 0.05 adierazgarritasun maila erabili.

7.5 Zenbait hipotesi-kontraste

7.5.4 Banaketa normaleko bi populazio independenteren bariantzen arteko zatidurarako hipotesi-kontrastea

1. $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \;\; eta \;\; H_a: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

A) μ_1 eta μ_2 ezagunak

Kontrasterako estatistikoa:

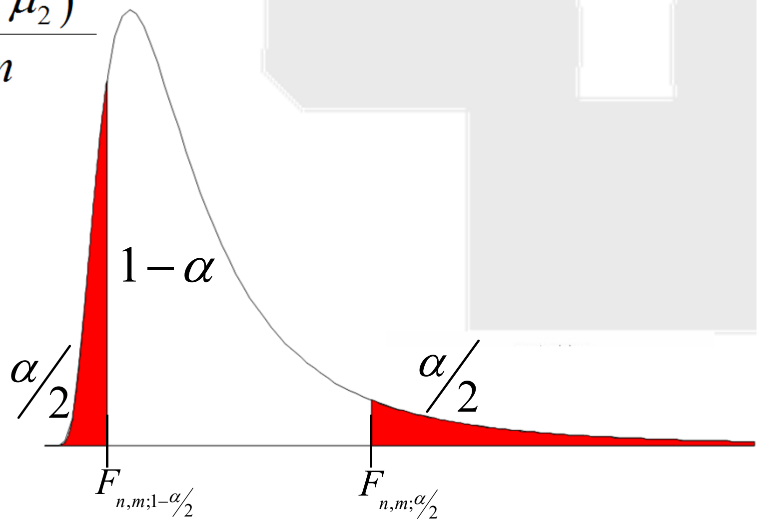
$$\frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{\left(x_{1i} - \mu_1\right)^2}{n}}{\sum_{i=1}^{m} \frac{\left(x_{2i} - \mu_2\right)^2}{m}} \sim F_{n,m}$$

Eskualde kritikoa

$$S_1 = \left[0, F_{n,m;1-\alpha/2}\right] \cup \left[F_{n,m;\alpha/2}, +\infty\right)$$

Onarpen eremua

$$S_0 = \left(F_{n,m;1-\alpha/2}, F_{n,m;\alpha/2}\right)$$



7.5 Zenbait hipotesi-kontraste

7.5.4 Banaketa normaleko bi populazio independenteren bariantzen arteko zatidurarako hipotesi-kontrastea

1. $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ *eta* $H_a: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

B) μ_1 ***eta*** μ_2 ***ezezagunak***

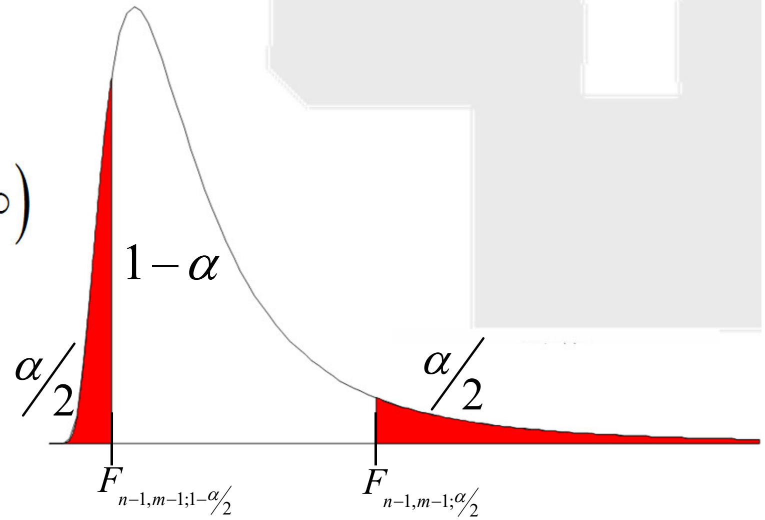
Kontrasterako estatistikoa: $\dfrac{S_1^2}{S_2^2} \sim F_{n-1,m-1}$

Eskualde kritikoa

$$S_1 = \left[0, F_{n-1,m-1;1-\alpha/2}\right] \cup \left[F_{n-1,m-1;\alpha/2}, +\infty\right)$$

Onarpen eremua

$$S_0 = \left(F_{n-1,m-1;1-\alpha/2}, F_{n-1,m-1;\alpha/2}\right)$$



7.5 Zenbait hipotesi-kontraste

7.5.4 Banaketa normaleko bi populazio independenteren bariantzen arteko zatidurarako hipotesi-kontrastea

2. $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ *eta* $H_a: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$

A) μ_1 eta μ_2 ezagunak

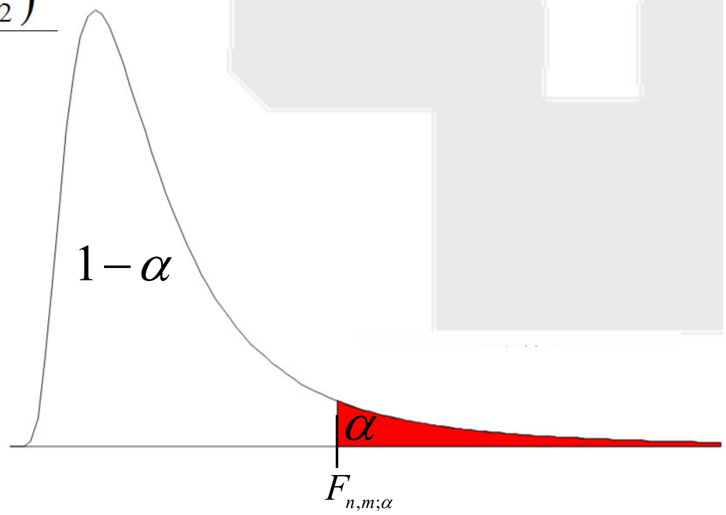
Kontrasterako estatistikoa: $\dfrac{\sum_{i=1}^{n} \dfrac{(x_{1i}-\mu_1)^2}{n}}{\sum_{i=1}^{m} \dfrac{(x_{2i}-\mu_2)^2}{m}} \sim F_{n,m}$

Eskualde kritikoa

$$S_1 = \left[F_{n,m;\alpha}, +\infty\right)$$

Onarpen eremua

$$S_0 = \left[0, F_{n,m;\alpha}\right)$$



7.5 Zenbait hipotesi-kontraste

7.5.4 Banaketa normaleko bi populazio independenteren bariantzen arteko zatidurarako hipotesi-kontrastea

2. $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \ eta \ \ H_a: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$

B) μ_1 eta μ_2 ezezagunak

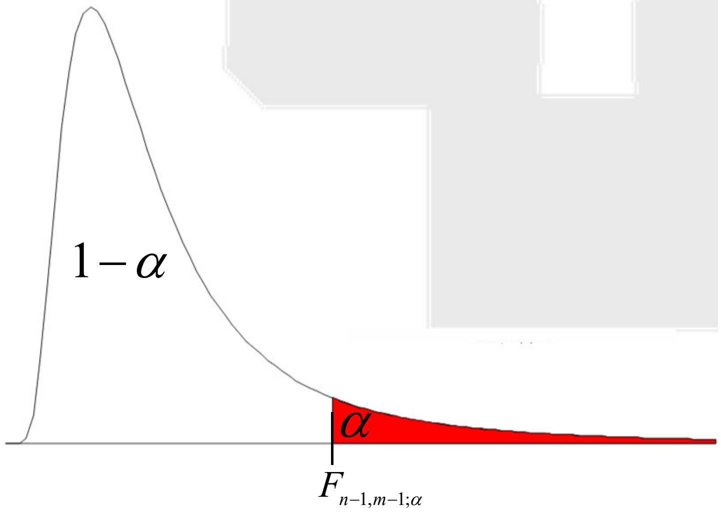
Kontrasterako estatistikoa: $\dfrac{S_1^2}{S_2^2} \sim F_{n-1,m-1}$

Eskualde kritikoa

$$S_1 = \left[F_{n-1,m-1;\alpha}, +\infty \right)$$

Onarpen eremua

$$S_0 = \left[0, F_{n-1,m-1;\alpha} \right)$$



7.5 Zenbait hipotesi-kontraste

7.5.4 Banaketa normaleko bi populazio independenteren bariantzen arteko zatidurarako hipotesi-kontrastea

3. $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \;\; eta \;\; H_a: \sigma_1^2 < \sigma_2^2$

A) μ_1 ***eta*** μ_2 ***ezagunak***

Kontrasterako estatistikoa:

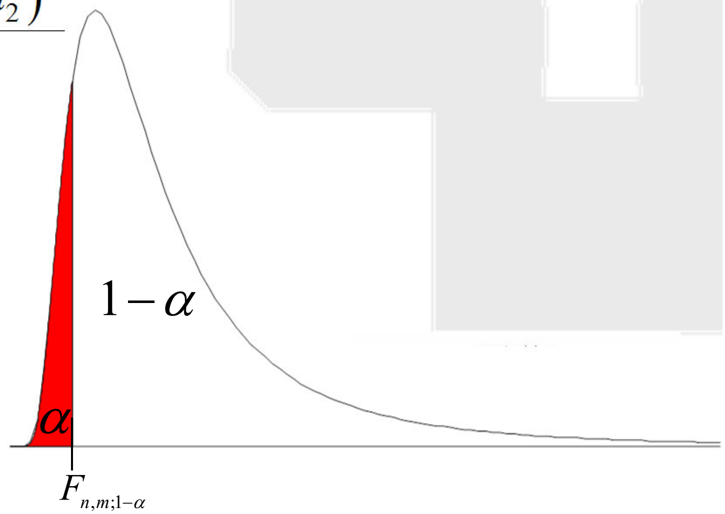
$$\frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{(x_{1i}-\mu_1)^2}{n}}{\sum_{i=1}^{m} \frac{(x_{2i}-\mu_2)^2}{m}} \sim F_{n,m}$$

Eskualde kritikoa

$$S_1 = \left[0, F_{n,m;1-\alpha}\right]$$

Onarpen eremua

$$S_0 = \left(F_{n,m;1-\alpha}, +\infty\right)$$



7.5 Zenbait hipotesi-kontraste

7.5.4 Banaketa normaleko bi populazio independenteren bariantzen arteko zatidurarako hipotesi-kontrastea

3. $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \; eta \;\; H_a: \sigma_1^2 < \sigma_2^2$

B) μ_1 eta μ_2 ezezagunak

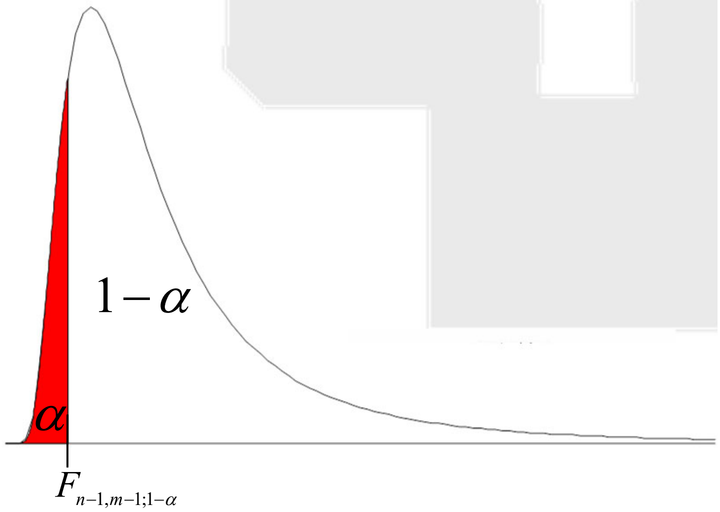
Kontrasterako estatistikoa: $\dfrac{S_1^2}{S_2^2} \sim F_{n-1,m-1}$

Eskualde kritikoa

$$S_1 = \left[0, F_{n-1,m-1;1-\alpha}\right]$$

Onarpen eremua

$$S_0 = \left(F_{n-1,m-1;1-\alpha}, +\infty\right)$$



7.5 Zenbait hipotesi-kontraste

7.5.4 Banaketa normaleko bi populazio independenteren bariantzen arteko zatidurarako hipotesi-kontrastea

Populazioa	H_0	H_a	Kontrasterako estatistikoa	Eskualde kritikoa
Normalak independenteak μ_1, μ_2 ezagunak	$\sigma_1^2 = \sigma_2^2$	$\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$	$\dfrac{\sum_{i=1}^{n} \dfrac{(X_{1i}-\mu_1)^2}{n}}{\sum_{i=1}^{m} \dfrac{(X_{2i}-\mu_2)^2}{m}}$	$\left[0, F_{n,m;1-\alpha/2}\right] \cup \left[F_{n,m;\alpha/2}, +\infty\right)$
		$\sigma_1^2 < \sigma_2^2$		$\left[0, F_{n,m;1-\alpha}\right]$
		$\sigma_1^2 > \sigma_2^2$		$\left[F_{n,m;\alpha}, +\infty\right)$
Normalak independenteak μ_1, μ_2 ezezagunak	$\sigma_1^2 = \sigma_2^2$	$\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$	$\dfrac{S_1^2}{S_2^2}$	$\left[0, F_{n-1,m-1;1-\alpha/2}\right] \cup \left[F_{n-1,m-1;\alpha/2}, +\infty\right)$
		$\sigma_1^2 < \sigma_2^2$		$\left[0, F_{n-1,m-1;1-\alpha}\right]$
		$\sigma_1^2 > \sigma_2^2$		$\left[F_{n-1,m-1;\alpha}, +\infty\right)$

7.5 Zenbait hipotesi-kontraste

7.5.4 Banaketa normaleko bi populazio independenteren bariantzen arteko zatidurarako hipotesi-kontrastea

Adibidea

3) Demagun bonbilen bizi iraupenak banaketa normala duela. 10 bonbila aukeratu dira euren bizi iraupena 1250 ordukoa eta kuasidesbiderazio tipikoa 115 izanik.

Bonbilak sortzeko erabiltzen den material berri bat probatu ondoren 13 bonbila hartu dira, hauen batezbesteko bizi iraupena 1340 ordu eta kuasidesbiderazio tipikoa 106 ordu izanik.

a) Onar al daiteke 0.05 adierazgarritasun mailaz bariantzak filamentuak aldatu baino lehen eta aldatu ondoren berdinak direla?

b) 0.05 adierazgarritasun mailaz material berria erabiliz bonbilen batezbesteko bizi itxaropena luzatu egin dela esan al dezakegu?

7.5 Zenbait hipotesi-kontraste

7.5.5 Banaketa binomialaren proportziorako hipotesi-kontrastea (n >100)

1. $H_0: p = p_0$ eta $H_a: p \neq p_0$

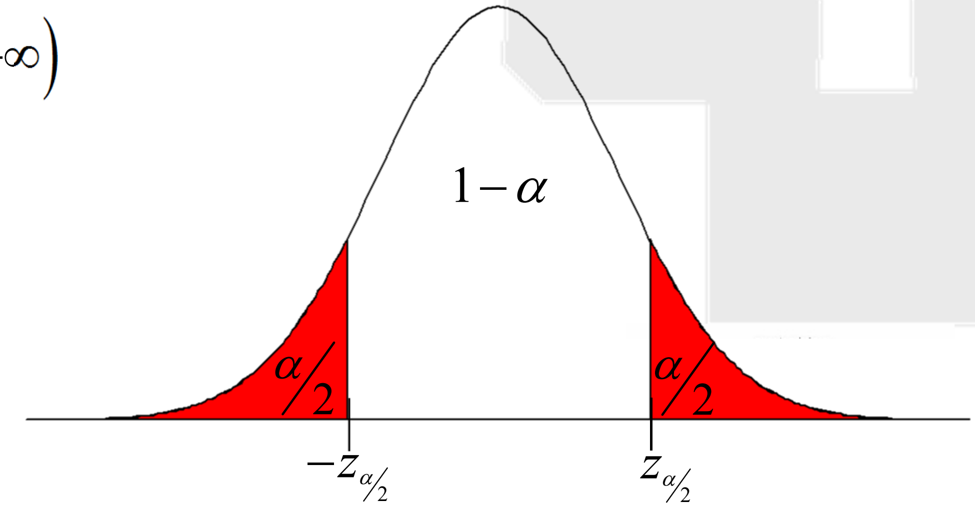
Kontrasterako estatistikoa: $\dfrac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0 q_0}{n}}} \sim N(0,1)$

Eskualde kritikoa

$$S_1 = \left(-\infty, -z_{\alpha/2}\right] \cup \left[z_{\alpha/2}, +\infty\right)$$

Onarpen eremua

$$S_0 = \left(-z_{\alpha/2}, z_{\alpha/2}\right)$$



Sarrera

Oinarrizko kontzeptuak

Hipotesi-kontraste motak

Hipotesi-kontrasteen urratsak

Zenbait hipotesi-kontraste

Errore motak

p-balioa

7.5 Zenbait hipotesi-kontraste

7.5.5 Banaketa binomialaren proportziorako hipotesi-kontrastea (n >100)

2. $H_0: p = p_0$ *eta* $H_a: p > p_0$

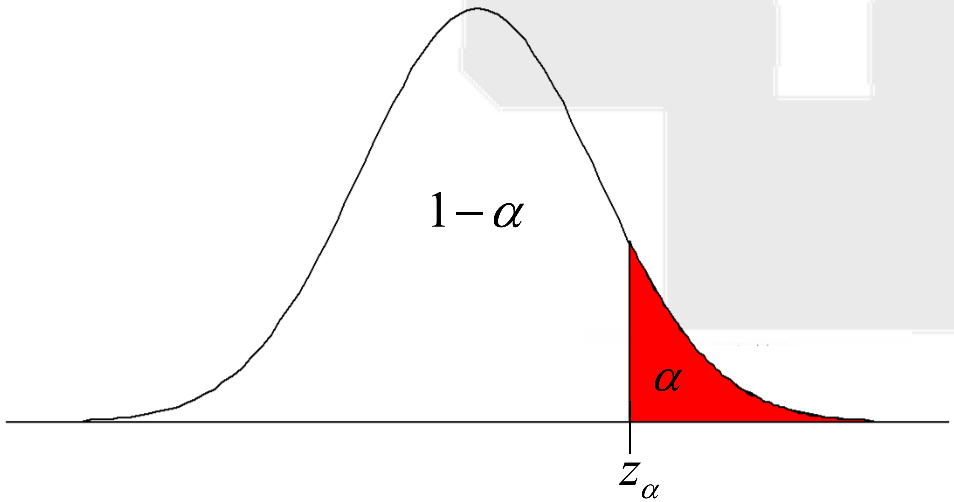
Kontrasterako estatistikoa: $\dfrac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0 q_0}{n}}} \sim N(0,1)$

Eskualde kritikoa

$$S_1 = [z_\alpha, +\infty)$$

Onarpen eremua

$$S_0 = (-\infty, z_\alpha)$$



7.5 Zenbait hipotesi-kontraste

7.5.5 Banaketa binomialaren proportziorako hipotesi-kontrastea (n >100)

3. $H_0: p = p_0$ *eta* $H_a: p < p_0$

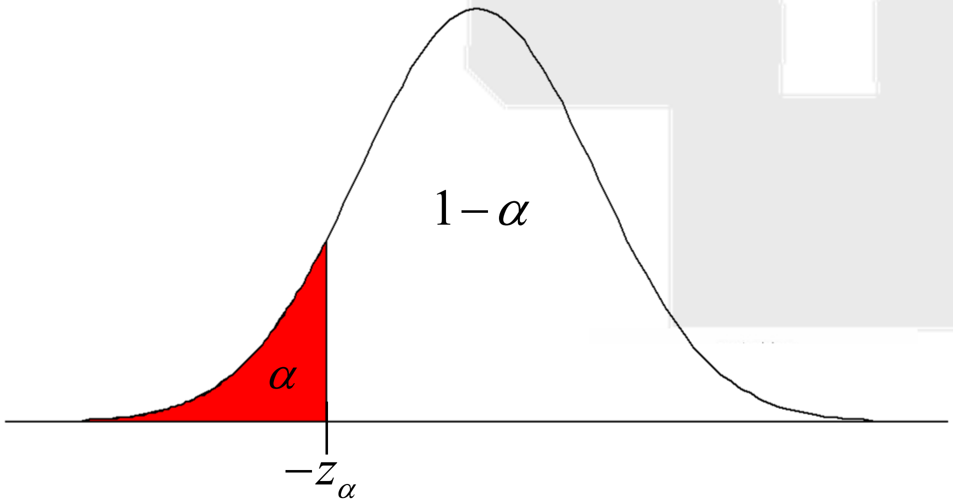
Kontrasterako estatistikoa: $\dfrac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0 q_0}{n}}} \sim N(0,1)$

Eskualde kritikoa

$$S_1 = (-\infty, -z_\alpha]$$

Onarpen eremua

$$S_0 = (-z_\alpha, +\infty)$$



7.5 Zenbait hipotesi-kontraste

7.5.5 Banaketa binomialaren proportziorako hipotesi-kontrastea (n >100)

Populazioa	H_0	H_a	Kontrasterako estatistikoa	Eskualde kritikoa
Binomiala	$p = p_0$	$p \neq p_0$	$Z = \dfrac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0 q_0}{n}}}$	$\left(-\infty, -z_{\alpha/2}\right] \cup \left[z_{\alpha/2}, +\infty\right)$
		$p < p_0$		$\left(-\infty, -z_{\alpha}\right]$
		$p > p_0$		$\left[z_{\alpha}, +\infty\right)$

Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea

7.5 Zenbait hipotesi-kontraste

7.5.6 Bi banaketa binomial independenteren proportzioen arteko kendurarako hipotesi-kontrastea ($n,m > 100$)

1. $H_0 : p_1 = p_2$ *eta* $H_a : p_1 \neq p_2$

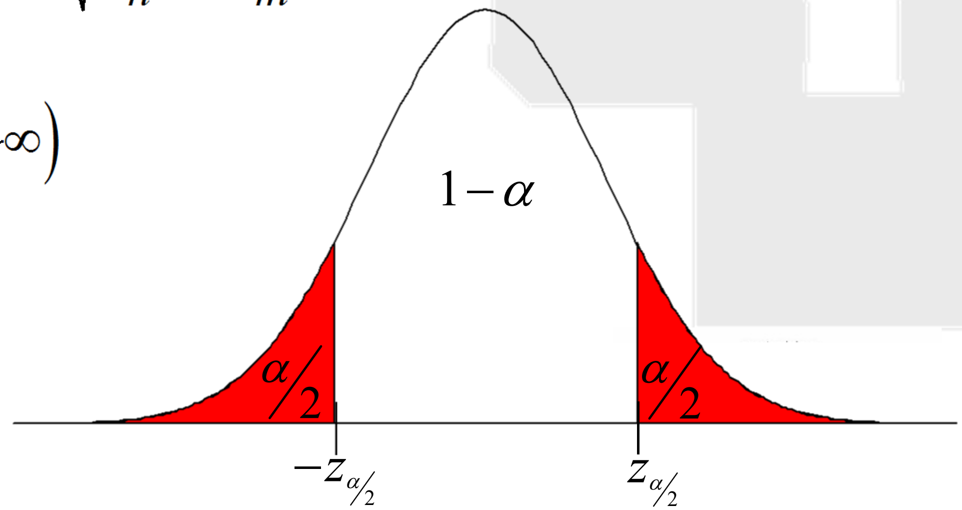
Kontrasterako estatistikoa: $\dfrac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\dfrac{\hat{p}_1 \hat{q}_1}{n} + \dfrac{\hat{p}_2 \hat{q}_2}{m}}} \sim N(0,1)$

Eskualde kritikoa

$$S_1 = \left(-\infty, -z_{\alpha/2}\right] \cup \left[z_{\alpha/2}, +\infty\right)$$

Onarpen eremua

$$S_0 = \left(-z_{\alpha/2}, z_{\alpha/2}\right)$$



7.5 Zenbait hipotesi-kontraste

7.5.6 Bi banaketa binomial independenteren proportzioen arteko kendurarako hipotesi-kontrastea ($n,m > 100$)

2. $H_0: p_1 = p_2$ eta $H_a: p_1 > p_2$

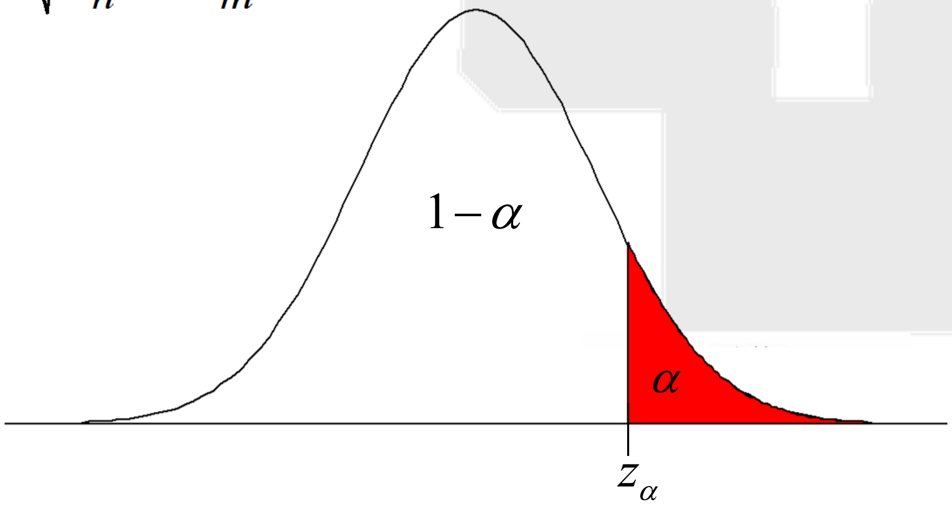
Kontrasterako estatistikoa: $\dfrac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\dfrac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n} + \dfrac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{m}}} \sim N(0,1)$

Eskualde kritikoa

$$S_1 = [z_\alpha, +\infty)$$

Onarpen eremua

$$S_0 = (-\infty, z_\alpha)$$



7.5.6 Bi banaketa binomial independenteren proportzioen arteko kendurarako hipotesi-kontrastea ($n,m > 100$)

3. $H_0 : p_1 = p_2$ *eta* $H_a : p_1 < p_2$

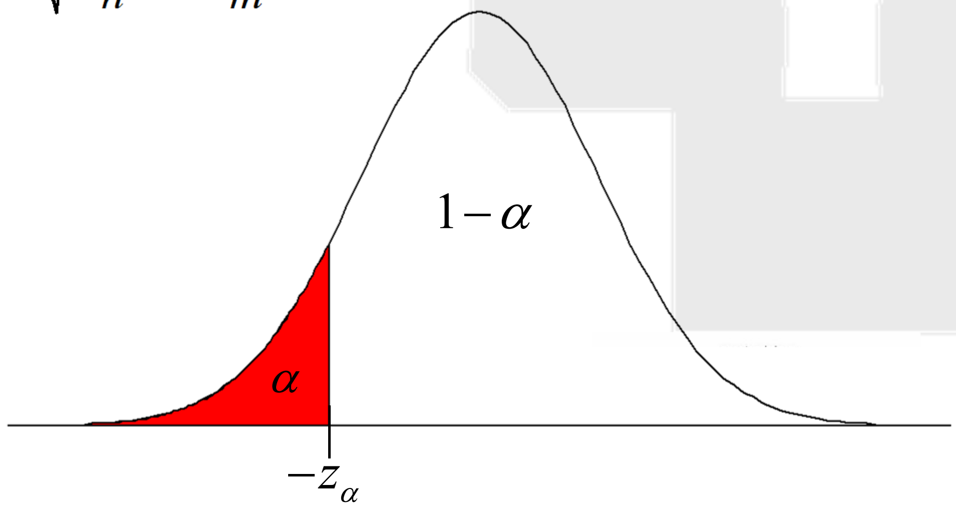
Kontrasterako estatistikoa: $\dfrac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\dfrac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n} + \dfrac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{m}}} \sim N(0,1)$

Eskualde kritikoa

$$S_1 = (-\infty, -z_\alpha]$$

Onarpen eremua

$$S_0 = (-z_\alpha, +\infty)$$



7.5 Zenbait hipotesi-kontraste

7.5.6 Bi banaketa binomial independenteren proportzioen arteko kendurarako hipotesi-kontrastea ($n,m > 100$)

Populazioa	H_0	H_a	Kontrasterako estatistikoa	Eskualde kritikoa
Binomialak	$p_1 = p_2$	$p_1 \neq p_2$	$Z = \dfrac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\dfrac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n} + \dfrac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{m}}}$	$\left(-\infty, -z_{\alpha/2}\right] \cup \left[z_{\alpha/2}, +\infty\right)$
		$p_1 < p_2$		$\left(-\infty, -z_{\alpha}\right]$
		$p_1 > p_2$		$\left[z_{\alpha}, +\infty\right)$

7.5 Zenbait hipotesi-kontraste

7.5.6 Bi banaketa binomial independenteren proportzioen arteko diferentziarako hipotesi-kontrastea (n,m>100)

Adibidea

4) Hiri bateko errepide-zirkulazioa oso txarra zenez, udaletxeak bi bidaiari edo gehiagoko ibilgailuak sustatzeko kanpaina bat egin du. Kanpaina baino lehen 2000 ibilgailutik 655 ibilgailuk bi edo bidaiari gehiago zituen eta kanpaina ondoren berriz, 1500 ibilgailu aukeratu ziren, hauetako 576-k bi edo bidaiari gehiago izanez.

Kanpainak bere helburua lortu du? 0.05 adierazgarritasun maila erabili

7.5 Zenbait hipotesi-kontraste

7.5.7 Bi banaketa normal ez independenteren batezbestekoen arteko diferentziarako hipotesi-kontrastea

$$D = X - Y \qquad \bar{d} = \sum_{i=1}^{n} \frac{d_i}{n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i - y_i)}{n} \qquad S^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{\left(d_i - \bar{d}\right)^2}{n-1}$$

Oharra:

Parekatutako datuak direnean (lagin ez independenteak direnean) bikoteen diferentziak kalkulatu eta lagin bakarra dela kontsideratu.

Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea

7.5 Zenbait hipotesi-kontraste

Adibidea

5) Esperimentu kimiko bat egiteko nahasketan, esperimentuaren hasieran eta bukaeran azido azetiko kantitatea (mol) aztergai da. Zoriz sei nahasketa hartu dira eta dagozkien azido azetiko kantitateak neurtu dira.

Azido aztetikoa, hasieran	7.0	9.1	7.8	8.1	7.2	9.0
Azido aztetikoa, bukaeran	7.5	8.7	7.6	8.4	7.5	9.1

Normaltasunaren hipotesia suposatuz eta %2 adierazgarritasun-mailaz, onartuko al zenuke esperimentu kimikoaren hasieran eta bukaeran azido azetiko kantitate berdina delako hipotesia?

7.6 Errore motak

I. Motako errorea: E_I

H_0 hipotesi nulua egia izanik, errefusatu egiten da.

- **α adierazgarritasun maila:** I. motako errorea egiteko probabilitatea. (H_0 errefusatu, H_0 egia izanik)
- **1-α konfiantza-maila**: H_0 hipotesi nulua egia izanik, H_0 onartzeko probabilitatea.

Adierazgarritasun maila (E_I errorearen probabilitatea)

$$\alpha = P(\mathrm{E_I}) = P\left(H_0 \text{ errefusatu} \middle| H_0 \text{ egia}\right)$$

Konfiantza-maila (erabaki egokia)

$$1-\alpha = 1 - P(\mathrm{E_I}) = P\left(H_0 \text{ onartu} \middle| H_0 \text{ egia}\right)$$

7.6 Errore motak

II. Motako errorea: E_{II}

H_0 hipotesi nulua gezurra izanik, onartu egiten da.

- β : II. motako errorea egiteko probabilitatea.
  (H_0 onartu, H_0 gezurra izanik)

- **1-β kontrastearen-potentzia edo ahalmena**: H_0 hipotesi nulua gezurra izanik, H_0 errefusatzeko probabilitatea.

β (E_{II} errorearen probabilitatea)

$$\beta = P(\mathrm{E}_{\mathrm{II}}) = P\left(H_0 \text{ onartu} \middle| H_0 \text{ gezurra}\right)$$

1-β kontrastearen-potentzia edo ahalmena (erabaki egokia)

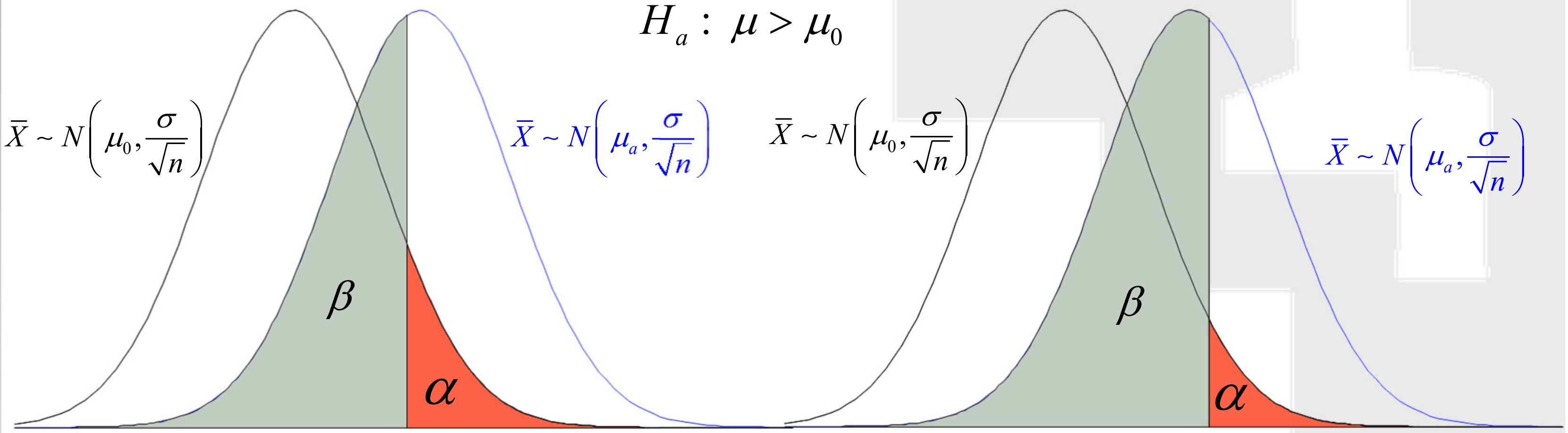
$$1-\beta = 1 - P(\mathrm{E}_{\mathrm{II}}) = P\left(H_0 \text{ errefusatu} \middle| H_0 \text{ gezurra}\right)$$

7.6 Errore motak

Erroreen arteko erlazioa

Hipotesi-kontraste batean I. motako errorea egiteko probabilitatea jaisterakoan, II. motako probabilitatea egiteko probabilitatea handitu egiten da eta alderantziz.

$$H_0 : \mu = \mu_0$$
$$H_a : \mu > \mu_0$$



Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea

7.6 Errore motak

Erroreen laburpena

	H_0 egia	H_0 gezurra
H_0 errefusatu	I. motako errorea	Erabaki egokia
H_0 onartu	Erabaki egokia	II. motako errorea

- α adierazgarritasun-maila aldez aurretik finkatzea komeni da.
- $1-\beta$ potentzia maximoa (edo bigarren motako errore minimoa)

7.6 Errore motak

Adibidea

6) Irakasle batek egia edo gezurra motako 10 galderaz osatutako test bat planteatu du. Ikasleak zoriz erantzuten duten aztertzeko hurrengo erabaki-araua kontsideratu da:

"Erantzun egokien kopurua gutxienez 7 bada, ikasleak ez du zoriz erantzun"

Kalkula ezazu I. motako errorea egiteko probabilitatea.

7.6 Errore motak

Adibidea

7) Txanpon bat egokia den (aurpegia lortzeko probabilitatea 0.5 den) edo ez aztertzeko, hurrengo erabaki-araua kontsideratu da:

"Txanpona 100 aldiz jaurti ondoren lortutako aurpegi kopurua 40 eta 60 artekoa bada (biak barne), txanpona egokia dela onartzen da."

a) Kalkula ezazu H_0 hipotesi nulua egia izanik errefusatzeko probabilitatea
b) Aurreko ataleko erabaki-araua irudikatu
c) Kalkulatu II. Motako errorearen probabilitatea p=0.7 izanik
d) Kalkula ezazu p=0.5 izanik, txanpona 100 aldiz jaurtitzean, gutxienez 55 aurpegi lortzeko probabilitatea.

7.7 p-balioa

p-balioa edo α_c adierazgarritasun-maila kritikoa

Estatistikoaren balioa eremu-kritikoan dagoeneko adierazgarritasun-maila minimoa da. Hau da, hipotesi nulua errefusatzeko (ez onartzeko) adierazgarritasun maila minimoa da.

$$p - \text{balioa} = \alpha_c = \min\left\{\alpha \middle| T\left(x_1, x_2, \ldots, x_n\right) \in S_1\right\}$$

Oharra: p-balioa edo α_c adierazgarritasun-maila kritikoa

p-balioa hurrengo eran ere definitu daiteke:

Estatistikoaren balioa onarpen eremuan dagoeneko adierazgarritasun-maila maximoa da. Hau da, hipotesi nulua ez errefusatzeko (onartzeko) adierazgarritasun maila maximoa da.

p-balioa-ren erabilpena:

p-balioak hipotesi nulua errefusatzeko edo onartzeko balio du.

7.7 p-balioa

Adibidez, p-balioan oinarrituta α=0.05 duen hipotesi kontrastearen onarpen araua hurrengoa litzateke:

- $p - \text{balioa} < 0.05, H_0$ errefusatu egiten da, konfiantza-maila %95 izanik.
- $p - \text{balioa} \geq 0.05, H_0$ onar daiteke, konfiantza-maila %95 izanik.

<u>Orokorrean:</u>

- $p - \text{balioa} < \alpha, H_0$ errefusatu egiten da, adierazgarritasun-maila α izanik.
- $p - balioa \geq \alpha, H_0$ onar daiteke, adierazgarritasun-maila α izanik.

7.7 p-balioa

p-balioa zenbat eta txikiagoa izan, hipotesi nulua errefusatzeko ebidentzia gehiago daude:

- $p - \text{balioa} < 0.01, H_0$ errefusatzeko ebidentzia asko daude
- $0.01 \leq p - \text{balioa} < 0.05, H_0$ errefusatzeko ebidentzia sendoak daude
- $0.05 \leq p - \text{balioa} < 0.1, H_0$ errefusatzeko ebidentzia gutxi daude
- $p - \text{balioa} \geq 0.1$, ez dago H_0 errefusatzeko ebidentziarik

7.7 p-balioa

p-balioaren kalkulua

Demagun kontrasterako estatistikoa **S** dela eta estatistiko honek laginean hartzen duen balioa berriz, **s** dela. Orduan:

- $H_a : \theta \neq \theta_0 \;\Rightarrow\; \boxed{\text{p-balioa} = 2 \cdot \min\left\{P\left(S \leq s \middle| \theta = \theta_0\right), P\left(S \geq s \middle| \theta = \theta_0\right)\right\}}$
- $H_a : \theta > \theta_0 \;\Rightarrow\; \boxed{\text{p-balioa} = P\left(S \geq s \middle| \theta = \theta_0\right)}$
- $H_a : \theta < \theta_0 \;\Rightarrow\; \boxed{\text{p-balioa} = P\left(S \leq s \middle| \theta = \theta_0\right)}$

7.7 p-balioa

Adibidea

8) Demagun bonbilen bizi iraupenak banaketa normala duela. 10 bonbila aukeratu dira euren batezbesteko bizi iraupena 1250 ordukoa eta kuasidesbiderazio tipikoa 115 izanik.

Bonbilak sortzeko erabiltzen den material berri bat probatu ondoren 13 bonbila hartu dira, hauen batezbesteko bizi iraupena 1340 ordu eta kuasidesbiderazio tipikoa 106 ordu izanik. Demagun bariantzak filamentuak aldatu baino lehen eta aldatu ondoren berdinak direla.

0.05 adierazgarritasun mailaz, material berria erabiliz bonbilen batezbesteko bizi itxaropena luzatu egin dela esan al dezakegu? Kalkula ezazu kontrastearen p-balioa.

7.7 p-balioa

Adibidea

9) Lantegi batek ekoiztutako kableek jasan dezaketen tentsioek banaketa normala dute. Kableek 1800 batezbestekoa eta 100 desbiderazio tipikoa dutela dakigu. Makinarian egindako mantentze lanen ostean ekoiztutako kableek jasan dezaketen batezbesteko tentsioa altuagoa den susmoa dago. Susmo hau egiaztatzeko, 50 kable hartu dira, hauek jasan dezaketen batezbesteko tentsioa 1850 izanik.

a) 0.01 adierazgarritasun maila erabiliz, esan al daiteke orain kableen kalitatea hobetzen dela (tentsioari dagokionez)?

b) Kalkula ezazu p-balioa $\bar{x} = 1850$ izanik.

7.7 p-balioa

Sarrera

Oinarrizko kontzeptuak

Hipotesi-kontraste motak

Hipotesi-kontrasteen urratsak

Zenbait hipotesi-kontraste

Errore motak

p-balioa

Adibidea

10) Fruitu mota baten pisua neurtzeko 10 fruituz osatutako lagin bat hartu da, euren kuasibariantza 402 izanik. Demagun fruituen pisuak banaketa normala duela.

a) 0.05 adierazgarritasun maila erabiliz, populazioaren bariantza 1000 dela errefusa al daiteke?

b) Kalkula ezazu p-balioa edo adierazgarritasun maila kritikoa.

Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea