

Tema 6:Ejercicio 3:

X_1 : "Ganancia de peso de los conejos que no han recibido ningún tipo de tratamiento".

X_2 : "Ganancia de peso de los conejos que han recibido un tratamiento determinado".

$$X_1 \sim N(\mu_1, \sigma^2 = 10) \quad ; \quad X_2 \sim N(\mu_2, \sigma^2 = 15)$$

$\left. \begin{array}{l} \text{Poblaciones normales} \\ \text{independientes} \\ \sigma_1 \text{ y } \sigma_2 \text{ conocidas} \end{array} \right\}$

muestra 1: $n = 16$

$$\bar{X}_1 = 105'3$$

muestra 2: $m = 8$

$$\bar{X}_2 = 175$$

$$\begin{aligned} I_{\mu_1 - \mu_2}^{1-\alpha} &= I_{\mu_1 - \mu_2}^{0'95} = \left[(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) \pm Z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n} + \frac{\sigma_2^2}{m}} \right] = \\ &= \left\{ \begin{array}{l} \bar{X}_1 - \bar{X}_2 = -69'2 \\ \sqrt{\frac{10^2}{16} + \frac{15^2}{8}} = \frac{\sqrt{85}}{2} = 4'609272229 \end{array} \right. \begin{array}{l} 5'8630197 \\ \rightarrow q_{\text{norm}}(0'975, 0, 1) = \\ 1'959964 \end{array} \end{aligned}$$

$$1-\alpha = 0'95 \rightarrow \alpha = 0'05 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0'025 \rightarrow q_{\text{norm}}(0'975, 0, 1) =$$

$$= 1'959964$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -69'2 - 1'959964 \cdot 4'609272229 = -78'73498762 \\ -69'2 + 1'959964 \cdot 4'609272229 = -60'66501238 \end{array} \right.$$

$$I_{\mu_1 - \mu_2}^{0'95} = [-78'73498762, -60'66501238] \quad [-81'113, -58'2087]$$

Con un nivel de confianza del 95%, se puede concluir que $\mu_1 < \mu_2$, dado que el intervalo es negativo

Ejercicio 4:

X_1 : "Tensiones de las baterías de tipo I".

X_2 : "Tensiones de las baterías de tipo II".

$$X_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$$

$$X_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$$

$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

muestra 1

$$n = 22$$

$$\bar{X}_1 = 19'2 \text{ V}$$

$$S_1 = 0'6 \text{ V}$$

muestra 2

$$m = 20$$

$$\bar{X}_2 = 18'2 \text{ V}$$

$$S_2 = 0'4 \text{ V}$$

$$S_1^2 = 0'6^2$$

$$S_1^2 = 0'6^2 \cdot \frac{22}{21} = 0'37714285 \text{ V}^2$$

$$S_2^2 = 0'4^2 \cdot \frac{20}{19} = 0'1684 \text{ V}^2$$

$$I_{\mu_1 - \mu_2}^{0'98} = \left[(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) \pm t_{n+m-2; 0'98} \cdot \sqrt{\frac{(n-1)S_1^2 + (m-1)S_2^2}{n+m-2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}} \right]$$

$$\bullet \quad \bar{X}_1 - \bar{X}_2 = 19'2 - 18'2 = 1'0 \text{ V}$$

$$\bullet \quad t_{n+m-2; 0'98} = t_{22+20-2; 0'01} = t_{40; 0'01} = qt(40, 0'99) = 2'423257$$

$$\bullet \quad \sqrt{\frac{(n-1)S_1^2 + (m-1)S_2^2}{n+m-2}} = \sqrt{\frac{21 \cdot 0'3771 + 19 \cdot 0'1684}{40}} = 0'5272$$

$$\bullet \quad \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}} = \sqrt{\frac{1}{22} + \frac{1}{20}} = 0'308957$$

$$I_{\mu_1 - \mu_2}^{0'98} = [1'1052, 1'8947]$$

Dado que $0 \notin I_{\mu_1 - \mu_2}^{0'98}$ con un nivel de confianza del 98%, no se puede aceptar que los dos tipos de baterías tienen la misma tensión media.

Ejercicio 5:

X = "Vida útil de las baterías".

$$X \sim N(4, \sigma)$$

muestra:

$$n = 41$$

$$\bar{X} = \frac{x^{16} + x^{19} + x^{22} + \dots + x^{41}}{41} = \dots$$

$$\hat{\sigma}^{0.99} = \left[\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{\chi^2_{n; \alpha/2}}} , \sqrt{\frac{\dots}{\chi^2_{n+1; \alpha/2}}} \right]$$

$$\cdot \chi^2_{n; \alpha/2} = \chi^2_{40; 0.005} = q_{\text{chiq}}(0.995, 40) = 68.05273$$

$$\cdot \chi^2_{n+1; 1-\alpha/2} = \chi^2_{41; 0.995} = q_{\text{chiq}}(0.005, 41) = 21.42078$$

$$\cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 = 19132439 \quad (\text{hecho con R})$$

BIE/EIB

$$\hat{\sigma}^{0.99} = \left[\sqrt{\frac{19132439}{68.05273}} , \sqrt{\frac{19132439}{21.42078}} \right] = \left[0.5328 , 0.9498 \right]$$

Ejercicio 6:

X_1 : "Producción diaria de piezas mecánicas de tipo A". $X_1 \sim N$

X_2 : "Producción diaria de piezas mecánicas de tipo B". $X_2 \sim N$

muestra 1:

$$n = 5$$

$$S_1^2 = 16'3$$

$$\bar{x}_1 = 91'4$$

muestra 2:

$$m = 5$$

$$S_2^2 = 21'2$$

$$\bar{x}_2 = 90'8$$

$$a) I_{\sigma^2}^{0.9} = \left[\frac{(n-1) S^2}{\chi_{n-1; \alpha_h}^2}, \frac{(n-1) S^2}{\chi_{n-1; 1-\alpha_h}^2} \right]$$

$$\cdot (n-1) \cdot S^2 = 4 \cdot 16'3$$

$$\cdot \chi_{n-1; \alpha_h}^2 = \chi_{4; 0.05}^2 = \text{qchisq}(0.05, 4) = 9'487729$$

$$\cdot \chi_{n-1; 1-\alpha_h}^2 = \chi_{4; 0.95}^2 = \text{qchisq}(0.95, 4) = 0'710723$$

$$I_{\sigma^2}^{0.9} = \left[\frac{4 \cdot 16'3}{9'487729}, \frac{4 \cdot 16'3}{0'710723} \right] = \left[6'8720, 91'7376 \right]$$

Puesto que $5 \notin I_{\sigma^2}^{0.9}$, no se puede afirmar que la varianza de la producción diaria de piezas de tipo A es de 5 (piezas)², con un nivel de confianza del 90%.

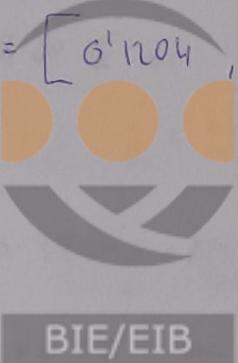
$$\text{b) } I_{S_1^2/S_2^2}^{0.9} = \left[\frac{S_1^2/S_2^2}{F_{n-1, m-1; \alpha}} , \frac{S_1^2/S_2^2}{F_{n-1, m-1; 1-\alpha}} \right]$$

$$\cdot \frac{S_1^2}{S_2^2} = \frac{16.3}{21.2} = 0.7689$$

$$\cdot F_{4; 4; 0.05} = qf(0.05, 4, 4) = 0.1565378$$

$$\cdot F_{4; 4; 0.95} = qF(0.95, 4, 4) = 6.388233$$

$$I_{S_1^2/S_2^2}^{0.9} = \left[\frac{0.7689}{0.1565378} , \frac{0.7689}{6.388233} \right] = [4.9131, 0.1204]$$

$$\rightarrow I_{S_1^2/S_2^2}^{0.9} = [0.1204, 4.9131]$$


The logo features three overlapping circles in orange, yellow, and grey. Below the circles is a stylized grey 'V' shape. At the bottom, there is a dark grey rectangular box containing the text "BIE/EIB" in white.

IKASLE
KONTSEILUA
CONSEJO DE
ESTUDIANTES

Ejercicio 7:

X : "Número de proyectos de investigación que logran su objetivo".

$$X \sim B(n, p)$$

$$\hat{p} = \frac{x}{n} = \frac{102}{126} = 0'8492063 \quad \hat{p} \sim N(p, \sqrt{\frac{pq}{n}})$$

$$a) I_p^{0'984} = \left[\hat{p} - z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}, \hat{p} + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} \right]$$

$$\hat{p} = 0'8492$$

$$\hat{q} = 1 - \hat{p} = \frac{126 - 102}{126} = 0'1507936$$

$$\sqrt{\frac{0'8492 \cdot 0'1508}{126}} = 0'0319$$

$$z_{\alpha/2} = z_{0'016} = z_{0'008} =$$

$$= qnorm(0'992, 0, 1) =$$

$$= 2'4089$$

$$I_p^{0'984} = \left[0'8492 - 2'4089 \cdot 0'0319, 0'8492 + 2'4089 \cdot 0'0319 \right] =$$

$$= [0'7724, 0'9260] \rightarrow 77'24\% - 92'60\%$$

Con un nivel de confianza del 98'4%, es aceptable afirmar que el porcentaje de proyectos que logra su objetivo se encuentra aproximadamente en el intervalo 77'3% - 92'6%.

$$b) P(|p - \hat{p}| \leq 0'05) = 1 - \alpha = 0'984$$

$$P(\hat{p} - z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} \leq p \leq \hat{p} + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}) = 1 - \alpha$$

$$P(-z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} \leq p - \hat{p} \leq z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}) = 1 - \alpha$$

$$P(|p - \hat{p}| \leq \boxed{z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}}) = 1 - \alpha$$

$$n = \left(z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sqrt{\hat{p}\hat{q}}}{0'05} \right)^2$$

$$n = 297'24$$

$\boxed{n \geq 298 \text{ proyectos}}$

Ejercicio 8:

$X_1 :=$ "Número de vehículos de la primera marca que requieren reparación durante los dos primeros años". $X_1 \sim B(n_1, p_1)$

$X_2 :=$ "Número de vehículos de la segunda marca que requieren reparación durante los dos primeros años". $X_2 \sim B(n_2, p_2)$

muestra 1:

$$n = 200$$

$$\hat{p}_1 = \frac{9}{200} = 0'045$$

$$\hat{q}_1 = \frac{191}{200} = 0'955$$

muestra 2:

$$m = 300$$

$$\hat{p}_2 = \frac{15}{300} = 0'05$$

$$\hat{q}_2 = \frac{285}{300} = 0'95$$

$$\hat{p}_1 \sim N(p_1, \sqrt{\frac{p_1 q_1}{n_1}})$$

$$\hat{p}_2 \sim N(p_2, \sqrt{\frac{p_2 q_2}{n_2}})$$

a) $I_{p_1-p_2}^{0'95} = \left[(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}_1 \hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2 \hat{q}_2}{n_2}} \right]$

* $n > 100$

$m > 100$

Si el intervalo es negativo, entonces

BIE₂/EIB₁

$$\cdot (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) = \frac{9}{200} - \frac{15}{300} = -0'005 = -\frac{1}{200}$$

$$\cdot z_{\alpha/2} = z_{0'025} = qnorm(0'975, 0, 1) = 1'9599$$

$$\cdot \sqrt{\frac{0'045 \cdot 0'955}{200} + \frac{0'05 \cdot 0'95}{300}} = 0'01932$$

$$I_{p_1-p_2}^{0'95} = [-0'0428, 0'0328]$$

Dado que el intervalo no es negativo en todo el rango, con un nivel de confianza del 95%, no se puede afirmar que la proporción de vehículos de la segunda marca es mayor que la de la primera.

$$b) \quad I_{p_1-p_2}^{0.99} = \left[(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) \pm z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}_1 \hat{q}_1}{n} + \frac{\hat{p}_2 \hat{q}_2}{m}} \right]$$

$$\Rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0.005} = q_{\text{norm}} (0.005, 0, 1) = -2.575829.$$

$$I_{p_1-p_2}^{0.99} = [-0.0548, 0.04476]$$

Con un nivel de confianza del 99%, tampoco se aceptará.

Ejercicio 9:

X_1 : "Tiempo empleado en realizar la tarea asignada con la herramienta antigua". $X_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1)$

X_2 : "Tiempo empleado en realizar la tarea asignada con la nueva herramienta". $X_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2)$

muestra 1:

$$n=9$$

$$\bar{x}_1 = 38'31$$

$$S_1^2 = 12'3911$$

muestra 2:

$$m=9$$

$$\bar{x}_2 = 36'17$$

$$S_2^2 = 23'7475$$

estimación puntual de las σ_1 y σ_2 : cuasivarianza muestral

$$S_1^2 \neq S_2^2$$

Por tanto, diferencia de medias poblacionales, siendo estas normales independientes, σ_1 y σ_2 desconocidos pero diferentes (mediante estimación).

$$I_{\mu_1 - \mu_2}^{0.95} = \left[(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) \pm t_{v; 0.95} \cdot \sqrt{\frac{s_1^2}{n} + \frac{s_2^2}{m}} \right]$$

$$v = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n} + \frac{s_2^2}{m} \right)^2}{\frac{\left(\frac{s_1^2}{n} \right)^2}{n+1} + \frac{\left(\frac{s_2^2}{m} \right)^2}{m+1}} - 2$$

$$\bullet (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) = 38^{\circ}39'11'' - 36^{\circ}7^{\prime}2 = 2^{\circ}61'11''$$

$$\bullet \sqrt{\frac{s_1^2}{n} + \frac{s_2^2}{m}} = \sqrt{\frac{12^{\circ}39'11''}{9} + \frac{23^{\circ}74'25''}{9}} = 2^{\circ}00'38''$$

$$\bullet v = \frac{\left(\frac{12^{\circ}39'11''}{9} + \frac{23^{\circ}74'25''}{9} \right)^2}{\left(\frac{12^{\circ}39'11''}{9} \right)^2 + \left(\frac{23^{\circ}74'25''}{9} \right)^2} = 18^{\circ}20'24''9678 \approx 18$$

$$\bullet t_{v; 0.95} = t_{18; 0.025} = q_t^{(0.975, 18)} = +2^{\circ}10'09.22''$$

$$I_{\mu_1 - \mu_2}^{0.95} = [-2^{\circ}59'87'', 5^{\circ}82'09'']$$

BIE/EIB

IKASLE
KONTSEILUA
CONSEJO DE
ESTUDIANTES

Ejercicio 10.

X : "Número de personas que presentan problemas respiratorios".

$$X \sim B(n, p)$$

muestra:

$$\hat{p} = \frac{x}{n} = \frac{18}{200} = 0.09 \quad \hat{p} \sim N(p, \sqrt{\frac{pq}{n}})$$

$$n = 200$$

a) $I_p^{0.99} = \left[\hat{p} \pm z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} \right]$

$$\bullet \hat{q} = 1 - \hat{p} = 0.91$$

$$\bullet \sqrt{\frac{0.09 \cdot 0.91}{200}} = 0.02024$$

$$\bullet z_{\alpha/2} = z_{0.01} = z_{0.005} = q_{\text{norm}}(0.995, 0, 1) = 2.5758$$

$$I_p^{0.99} = [0.0379, 0.1421]$$

b) $P(|p - \hat{p}| \leq 0.05) = 1 - \alpha$ NIVEL de CONFIANZA

$$P(\underbrace{\hat{p} - z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}}_{\leq p} \leq p \leq \underbrace{\hat{p} + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}}_{}) = 1 - \alpha$$

$$P(-z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} \leq p - \hat{p} \leq z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}) = 1 - \alpha$$

$$\rightarrow \varepsilon = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} = 0.05$$

$$z_{\alpha/2} = 2.4703 \rightarrow p_{\text{norm}}(2.4703, 0, 1) = (0.99325)$$

$$\frac{\alpha}{2} = 0.99325 \rightarrow \alpha = 1.9865 \rightarrow 1 - \alpha = 0.9865$$

Nivel de Confianza: 98.65 %

Ejercicio 11.1

$X :=$ "Edad de los trabajadores de la industria de la automoción."

$$X \sim N(\mu, \sigma)$$

muestra:

$$n = 61$$

$$\bar{x} = 45$$

$$s = 15$$

$$a) I_{\mu}^{0.95} = [\bar{x} \pm t_{n-1; \alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}]$$

$$\cdot t_{n-1; \alpha/2} = t_{60; 0.025} = qt(0.975, 60) = 2.000298$$

$$\cdot \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{15 \cdot \frac{61}{60}}{\sqrt{61}} = 1.9526$$

$$I_{\mu}^{0.95} = [41.0948, 48.9051]$$



$$b) I_{\sigma}^{0.95} = \left[\sqrt{\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{n-1; \alpha/2}}}, \sqrt{\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{n-1; 1-\alpha/2}}} \right]$$

$$\cdot (n-1)s^2 = 60 \cdot \left(15 \cdot \frac{61}{60}\right)^2 = 60 \cdot 15^2 s^2 = 13.953175$$

$$\cdot \chi^2_{60; 0.025} = qchisq(0.975, 60) = 83.2977$$

$$\chi^2_{60; 0.975} = qchisq(0.025, 60) = 40.4818$$

$$I_{\sigma}^{0.95} = [12.9428, 18.5659]$$

Ejercicio 12:

X_1 : "Crecimiento del beneficio con las estrategias de planificación antiguas". $X_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1)$

X_2 : "Crecimiento del beneficio con las estrategias de planificación nuevas". $X_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2)$

muestra 1:

$$n = 8$$

$$\bar{x}_1 = 10$$

$$S_1 = 2'8$$

$$S_1^2 = 2'8 \cdot \frac{8}{7} = 3'2$$

$$S_1^2 = 3'2^2 = 10'24$$

$$\boxed{S_1^2 = S_2^2}$$

muestra 2:

$$m = 10$$

$$\bar{x}_2 = 7$$

$$S_2 = 3'2$$

$$S_2^2 = 3'2 \cdot \frac{10}{9} = 3'55$$

$$S_2^2 = 3'55^2 = 12'6420$$

$$I_{\mu_1 - \mu_2}^{0.999} = \left[(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm t_{n+m-2; \alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{(n-1)S_1^2 + (m-1)S_2^2}{n+m-2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}} \right] =$$

$$\cdot \bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 3$$

$$\cdot t_{n+m-2; \alpha/2} = t_{16; 0.0005} = qt(0.0005, 16) = -4'0150$$

$$\cdot \sqrt{\frac{7 \cdot 10'24 + 9 \cdot 12'6420}{16}} \cdot \sqrt{\frac{1}{8} + \frac{1}{10}} = 1'6149$$

$$I_{\mu_1 - \mu_2}^{0.999} = [-3'4838, 9'4838]$$

Ejercicio 13:

$X := \text{"Nivel del cloro antes del tratamiento"} \quad X \sim N(\mu_1, \sigma_1)$

$Y := \text{"Nivel del cloro después del tratamiento"} \quad Y \sim N(\mu_2, \sigma_2)$

$D := \text{"Diferencia del nivel del cloro"} \quad D \sim N(\mu_1 - \mu_2, \sigma_D)$

muestra X :

$$\bar{x} = 2'36$$

$$n = 5$$

muestra Y :

$$\bar{y} = 2$$

$$m = 5$$

muestra D :

-	2,0	2,5	2,2	2,8	2,3
-	1,5	2,1	2,0	2,4	2,0
-	0,5	0,4	0,2	0,4	0,3

$$\bar{d} = 0'36$$

$$S^2 = \frac{\sum (d_i - \bar{d})^2}{n-1} = 0'013$$

$$S = \sqrt{0'013} = 0'1140175425$$

KONTSEILUA
CONSEJO DE
ESTUDIANTES

$$I_{\mu_D}^{0'99} = \left[\bar{d} - t_{n-1; \alpha/2} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}, \bar{d} + t_{n-1; \alpha/2} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} \right]$$

$$\cdot t_{n-1; \alpha/2} = t_4; 0'005 = qt(0'995, 4) = 4'604095$$

$$\cdot \frac{0'1140}{\sqrt{5}} = 0'0510$$

$$I_{\mu_D}^{0'99} = [0'1252, 0'5948]$$

* En realidad hay que calcular $I_{\mu_1 - \mu_2}^{0'99}$, pero X e Y son DEPENDIENTES, por lo que es necesario definir una nueva variable.

Ejercicio 14:

X : "Precipitación diaria sobre una ciudad determinada".

$$X \sim N(\mu, \sigma)$$

muestra:

$$16, 17, 18, 32, 40 \text{ l/m}^2 ; n = 5$$

$$\bar{x} = 24.6 \text{ l/m}^2$$

$$S^2 = \frac{(16-24.6)^2 + (17-24.6)^2 + (18-24.6)^2 + (32-24.6)^2 + (40-24.6)^2}{5-1} =$$

$$= 116.8 \text{ (l/m}^2\text{)}^2$$

a) $I_{\sigma^2}^{0.95} = \left[\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{n-1; \alpha/2}}, \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{n-1; 1-\alpha/2}} \right]$

$$\cdot (n-1)S^2 = 4 \cdot 116.8 = 467.2$$

$$\cdot \chi^2_{4; 0.025} = \text{qchisq}(0.975, 4) = 11.14329$$

$$\cdot \chi^2_{4; 0.975} = \text{qchisq}(0.025, 4) = 0.4844$$

$$I_{\sigma^2}^{0.95} = [41.9265, 9.644922]$$

b) $\mu = 21 \text{ L/m}^2$

$$I_{\sigma^2}^{0.95} = \left[\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{\chi^2_{n-1-\alpha/2}}, \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{\chi^2_{n-1+\alpha/2}} \right]$$

$$\begin{aligned} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 &= (16-21)^2 + (17-21)^2 + (18-21)^2 + (32-21)^2 + (40-21)^2 = \\ &= 25 + 16 + 9 + 121 + 361 = 532 \end{aligned}$$

$$\cdot \chi^2_{5, 0.975} = q_{\text{chisq}}(0.975, 5) = 12.8323$$

$$\cdot \chi^2_{5, 0.925} = q_{\text{chisq}}(0.925, 5) = 0.8312$$

$$I_{\sigma^2}^{0.95} = [41.4572, 640.0385]$$



c) Al conocer la media de la población, especialmente para

muestras pequeñas como esta, la incertidumbre se reduce considerablemente y por tanto el intervalo de confianza para la varianza tiene una menor amplitud.

Ejercicio 15:

$X :=$ "Coste de la manufactura de un producto mediante el procedimiento A".
 $X \sim N(\mu_1, \sigma_1)$

$Y :=$ "Coste de la manufactura de un producto mediante el procedimiento B".
 $Y \sim N(\mu_2, \sigma_2)$

muestra 1:

$$n = 10$$

$$\bar{X} = 2.600 \text{ €}$$

$$S_1^2 = 101.124 \text{ €}^2$$

muestra 2:

$$m = 16$$

$$\bar{Y} = 2.200 \text{ €}$$

$$S_2^2 = 40.000 \text{ €}^2$$

a) $I_{\frac{S_1^2}{S_2^2}}^{0.9} = \left[\frac{S_1^2 / S_2^2}{F_{n-1; m-1; \alpha/2}}, \frac{S_1^2 / S_2^2}{F_{n-1; m-1; 1-\alpha/2}} \right]$

$$\cdot \frac{S_1^2}{S_2^2} = \frac{101.124}{40.000} = 2.5281$$

$$\cdot F_{n-1; m-1; \alpha/2} = F_{9; 15; 0.05} = qF(0.95, 9, 15) = 2.587626$$

$$\cdot F_{n-1; m-1; 1-\alpha/2} = F_{9; 15; 0.95} = qF(0.95, 9, 15) = 0.3326567$$

$$I_{\frac{S_1^2}{S_2^2}}^{0.9} = \left[0.9770, 7.5987 \right]$$

$$\text{b) } \boxed{\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2}$$

$$I_{\mu_1 - \mu_2}^{0.9} = \left[(\bar{X}_1 - \bar{Y}) \mp t_{1-\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{s_1^2}{n} + \frac{s_2^2}{m}} \right]$$

$$v = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n} + \frac{s_2^2}{m} \right)^2}{\frac{\left(\frac{s_1^2}{n} \right)^2}{n+1} + \frac{\left(\frac{s_2^2}{m} \right)^2}{m+1}} - 2$$

$$\circ \quad \bar{X} - \bar{Y} = 2600 - 2200 = 400$$

$$\circ \quad \sqrt{\frac{s_1^2}{n} + \frac{s_2^2}{m}} = \sqrt{\frac{101.124}{10} + \frac{40.000}{16}} = 112'304942$$

$$\circ \quad v = \frac{159.072.633'7}{\left(\frac{101.124}{10} \right)^2 + \left(\frac{40.000}{16} \right)^2} = \frac{159.072.633'7}{9.664.068'31} = 16'46021413$$

$$\circ \quad t_{14; 0.95} = t_{0.95, 14} = 1.76131$$

$$I_{\mu_1 - \mu_2}^{0.9} = \left[202'1974, 592'8027 \right]$$

Ejercicio 16:

$X :=$ "Velocidad en $\frac{\text{megahercios}}{\text{Hz}}$ de un procesador recientemente desarrollado por una empresa informática".

muestra:

$$n = 101$$

$$\bar{x} = 52 \text{ MHz}$$

$$S = 6 \text{ MHz}$$

Población cualquiera \neq desconocida,

$$\text{muestra } n > 100.$$

$$I_{\mu}^{0.95} = \left[\bar{x} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \right] =$$

$$\cdot z_{\alpha/2} = z_{0.025} = -z_{0.025} = q_{\text{norm}}(0.975, 0, 1) = 1.959964$$

$$\cdot \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{6}{\sqrt{101}} = 0.5970$$

$$I_{\mu}^{0.95} = \left[50.8299, 53.1701 \right]$$