TEMA 8

① $X :=$ "Número de mensajes recibidos por una empresa cada 5 minutos".

Tamaño de la muestra: $n = 530$

$\boxed{1}$ $H_0: X \sim \mathcal{P}(\lambda)$

X sigue una distribución de Poisson.

Ha: X no sigue una distribución de Poisson.

$\boxed{2}$ $E.C. = \dfrac{\sum_{i=1}^{k} (f_i - e_i)^2}{e_i}$

Habrá que estimar λ: $\hat{\lambda} = \bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{9} x_i \cdot f_i}{n} = \dfrac{0\cdot 4 + 1\cdot 90 + 2\cdot 140 + \dots + 8\cdot 4}{9} = 2'8$

$X \sim \mathcal{P}(\lambda = 2'8)$? $\quad P(X=0) = \dfrac{e^{-2'8} \cdot 2'8^0}{0!} = 0'061$

x_i	f_i	$P_i = P(X=x_i)$	$e_i = n \cdot p_i$	$\frac{(f_i - e_i)^2}{e_i}$
0	4	0'061	$530 \cdot 0'061 = 32'33$	24'8249
1	90	0'170	90'10	0'0001
2	140	0'238	126'14	1'5229
3	175	0'223	118'19	27'3067
4	60	0'156	82'68	6'2214
5	31	0'087	46'11	4'9515
6	20	0'041	21'73	0'1377
7	6 (10)	0'016 (0'024)	8'48 (12'72)	0'5816
8	4	0'008	4'14	

$1 - \Sigma = 0'008$

$EC = \dfrac{\sum_{i=1}^{k} (f_i - e_i)^2}{e_i} = 64'9501$

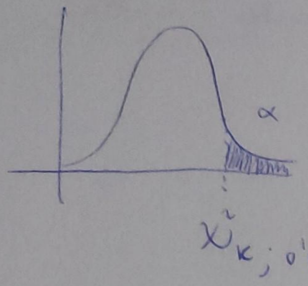
3 $\alpha = 0'05$

número de filas de la tabla final

$k = u - r - 1 = 8 - 1 - 1 = 6$

número de parámetros que se han tenido que estimar

4



$\chi^2_{u;0'05} = \chi^2_{6;0'05} = qchisq(0'95, 6) = 12'592$

$S_0 = [0, \chi^2_{6;0'05}) = [0, 12'592)$

$S_1 = [\chi^2_{6;0'05}, \infty) = [12'592, \infty)$

5 E.C. $\notin S_0 \rightarrow$ Rechazar H_0 con un nivel de significación del 5%.

②

$X :=$ "Número de piezas de alta calidad de entre 7 analizados"

tamaño de la muestra : 65

$\boxed{1}$ $H_0 : X \sim B(n=7, p)$

H_a: X no sigue una distribución binomial

$\boxed{2}$ $E.C. = \dfrac{\sum_{i=1}^{k} (f_i - e_i)^2}{e_i}$ $\qquad \hat{p} = \dfrac{\bar{x}}{n} = \dfrac{\frac{\sum_{i=1}^{8} x_i \cdot f_i}{65}}{7} = \dfrac{2'46}{7} = 0'35$

$\bar{x} = \dfrac{0 \cdot 10 + 1 \cdot 15 + \dots}{65}$

x_i	f_i	$p_i = P(X=x_i)$	$e_i = n \cdot p$	$\frac{(f_i - e_i)^2}{e_i}$
0	10	0'0490	$65 \cdot 0'049 = 3'185$	14'5822
1	15	0'1848	12'012	0'7433
2	10	0'2985	19'4025	4'5565
3	15	0'2679	17'4135	0'3345
4	5	0'1442	9'373	
5	3	0'0466	3'029	0'3120
6	4	0'0084	0'546	
7	3	0'0006	0'039	
	15	0'1998	12'987	

$E.C. = 20'5285$

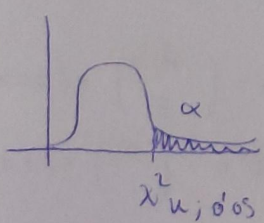
$P(X=0) = \binom{7}{0} \cdot 0'35^0 \cdot 0'65^7 = 0'0490$

$P(X=1) = \binom{7}{1} \cdot 0'35^1 \cdot 0'65^6 = 0'1848$

...

$\boxed{3}$ $\alpha = 0'05$

$\boxed{4}$



$k = U - r - 1 = 5 - 1 - 1 = 3$

$\chi^2_{3;0'05} = qchisq(0'95, 3) = 7'814728$

$S_0 = [0, 7'814728)$ $\qquad S_1 = [7'814728, \infty)$

$\boxed{5}$ $EC \notin S_0 \rightarrow$ Rechazar H_0 con un nivel de significación del 5%.

③ X:= "Número de partículas α emitidas por ... en un intervalo corto ...".

tamaño de la muestra: 492

$\boxed{1}$ $H_0: X \sim \mathcal{P}(\lambda)$

H_a: X no sigue una distribución de Poisson.

$$\hat{\lambda} = \bar{x} = \frac{0\cdot 120 + 1\cdot 200 + 2\cdot 140 + 3\cdot 20 + 4\cdot 10 + 5\cdot 2}{492} = 1'\overline{199186}$$

$\boxed{2}$ E.C. $= \dfrac{\sum_{i=1}^{k}(f_i - e_i)^2}{e_i}$

x_i	f_i	$p_i = P(X=i)$	$e_i = n\cdot p_i$	$(f_i - e_i)^2 / e_i$
0	120	0'3012	492·0'3012 = 148'1904	5'3627
1	200	0'3614	177'8088	2'7695
2	140	0'2169	106'7148	10'3819
3	20	0'0867	42'6564	12'0337
4	10 \] 12	0'0260 \] 0'0322	12'792 \] 15'8424	0'9319
5	2	0'0062	3'0504	

E.C. = 31'4797

$$P(X=0) = \frac{e^{-1'2}\cdot 1'2^0}{0!} = 0'3012$$

$$P(X=1) = \frac{e^{-1'2}\cdot 1'2^1}{1!} = 0'3614$$

$P(X=2) = 0'2169$

$P(X=3) = 0'0867$

$P(X=4) = 0'0260$

$P(X=5) = 0'0062$

$\boxed{3}$ $\alpha = 0'01$ $\boxed{4}$ $\chi^2_{k;0'01} = qchisq(0'99, 3) = 11'34487$

$k = v - r - 1 = 5 - 1 - 1 = 3$

$S_0 = [0, 11'3449]$ $S_1 = [11'3449, \infty)$

$\boxed{5}$ $EC \notin S_0 \rightarrow$ Rechazar H_0 con un nivel de significación del $0'01$.

(4)

X := "Número de mujeres en puestos de responsabilidad"

tamaño de la muestra : 1000

$\boxed{1}$ $H_0: X \sim B(n = 4, p)$

H_a: X no sigue una distribución binomial.

$$\hat{p} = \frac{\bar{x}}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{k=5} x_i \cdot \cancel{f_i/n}}{n} = 0'373$$

$\boxed{2}$ $E.C. = \frac{\sum_{i=1}^{k} (f_i - e_i)^2}{e_i}$

x_i	f_i	$p_i = P(X=i)$	$e_i = n \cdot p_i$	$\frac{(f_i - e_i)^2}{e_i}$
0	200	0'1546	154'6	13'3322
1	155	0'3678	367'8	123'1208
2	300	0'3282	328'2	2'4230
3	270	0'1302	130'2	150'1078
4	75	0'0194	19'4	159'3485

$E.C. = 448,3323$

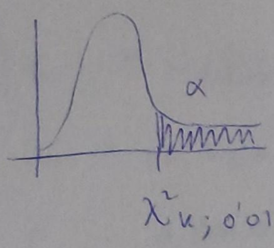
$P(x=0) = \binom{4}{0} \cdot 0'373^0 \cdot 0'627^4 = 0'1546$

$P(x=1) = \binom{4}{1} \cdot 0'373^1 \cdot 0'627^3 = 0'3678$

...

$\boxed{3}$ $\alpha = 0'01$

$\boxed{4}$



$k = v - r - 1 = 5 - 1 - 1 = 3$

$\chi^2_{3;0'01} = \text{qchisq}(0'99, 3) = 11'34487$

$S_0 = [0, 11'34487)$; $S_1 = [11'34487, \infty)$

$\boxed{5}$ E.C. $\in S_0 \rightarrow$ Rechazar H_0 con un nivel de significación del $0'01$.

(5) $X :=$ "Número de urgencias tratadas diariamente en el hospital del Bidasoa".

tamaño de la muestra: 350

$\boxed{1}$ H_0: X sigue una distribución normal

$X \sim N(\mu, \sigma)$

H_a: X no sigue una distribución normal.

$$\hat{\mu} = \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{6} \overset{\text{marca de clase}}{x_i} \cdot f_i}{n} = \frac{2'5 \cdot 20 + 7'5 \cdot 65 + 12'5 \cdot 100 + 17'5 \cdot 95 + 22'5 \cdot 60 + 27'5 \cdot 10}{350} =$$

$$= 14'5 \ \frac{\text{urgencias}}{\text{día}}$$

$$\hat{\sigma} = S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{6} (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{n-1}} = \sqrt{\frac{(2'5 - 14'5)^2 \cdot 20 + (7'5 - 14'5)^2 \cdot 65}{349}}$$

$$= \sqrt{36'81948424} = 6'067906084 \ \text{urgencias}/\text{día}.$$

$X \sim N(14'5, 6'0679)$

Clases	x_i	f_i	p_i	$e_i = n \cdot p_i$	$\frac{(f_i - e_i)^2}{e_i}$
$(-\infty, 0)$	–	0			
$[0, 5)$	2'5	20	0'0498	$350 \cdot p_i = 17'43$	0'0067
$[5, 10)$	7'5	65	0'1714	59'99	0'42
$[10, 15)$	12'5	100	0'3023	105'81	0'32
$[15, 20)$	17'5	95	0'2867	100'35	0'29
$[20, 25)$	22'5	60	0'1396	48'86	2'54
$[25, 30)$	27'5	10	0'0416	14'56	1'43
$[30, \infty)$	–	0			

E.C. = 5'6067

$P(0 < X < 5) = P(X \leq 5) - P(X \leq 0) =$ Tipificar $=$

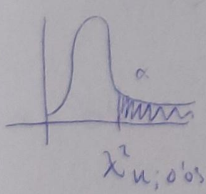
$= P\left(Z \leq \frac{5 - 14'5}{6'0679}\right) - P\left(Z \leq \frac{0 - 14'5}{6'0679}\right) = P(Z \leq -1'57) - P(Z \leq -2'3931) =$

$= P(Z \geq 1'57) - P(Z \geq 2'3931) = 1 - P(Z \leq 1'57) - 1 + P(Z \leq 2'3931) =$

$= 1 - 0'9417924 - (1 + 0'9916467 = 0'0498543$

$\boxed{3}$ $\alpha = 0'05$

$\boxed{4}$



$k = U - r - 1 = 6 - 2 - 1 = 3$

$\chi^2_{3;0'05} =$ qchisq $(0'95, 3) = 7'814728$

$S_0 = [0, 7'8147)$; $S_1 = [7'8147, \infty)$

$\boxed{5}$ E.C. $\in S_0 \rightarrow$ Aceptar Ho con un nivel de significación del 5%.

⑥ $X :=$ "Nivel de fosfina ($\mu g/m^3$) en una huerta"

tamaño de la muestra: 101

[1] H_0: "X sigue una distribución normal".

H_a: "X no sigue una distribución normal". $X \sim N(\mu, \sigma)$

$$\hat{\mu} = \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{6} x_i \cdot f_i}{n} = \frac{45 \cdot 28 + 55 \cdot 25 + 65 \cdot 33 + 75 \cdot 8 + 85 \cdot 4 + 95 \cdot 3}{101} = 59'\overline{4554}$$

$$\hat{\sigma} = S = \sqrt{S^2} = 12'5399 = 12'54$$

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{6} (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{n-1} = \frac{(45-60)^2 \cdot 28 + \dots}{100} = 157'25$$

[2] $$E.C. = \frac{\sum_{i=1}^{k} (f_i - e_i)^2}{e_i}$$

Clases	x_i	f_i	P_i	$e_i = n \cdot p_i$	$\frac{(f_i - e_i)^2}{e_i}$
$(-\infty, 40)$	–	0			
$[40, 50)$	45	28	0'1572421	$101 \cdot p_i = 15'8772$	9'2562
$[50, 60)$	55	25	0'2874	29'0274	0'5588
$[60, 70)$	65	33	0'2874	29'0274	0'5437
$[70, 80)$	75	8	0'1572421	15'8772	3'9081
$[80, 90)$	85	4	0'04699	4'74599	
$[90, 100)$	95	3	0'0077	0'7777	
$[100, \infty)$	–	0			

7   5'52369   0'3946

E.C. = 14'6614

$$P(40 \le X \le 50) = P(X \le 50) - P(X \le 40) = \text{Tipificar} = P\left(Z \le \frac{50-60}{12'54}\right) - P\left(Z \le \frac{40-60}{12'54}\right) =$$

$$= P(Z \le -0'7974) - P(Z \le -1'5949) =$$

$$= P(Z \ge 0'7974) - P(Z \ge 1'5949) = 1 - P(Z \le 0'7974) - 1 + P(Z \le 1'5949) =$$

$$= 1 - 0'7873906 - 1 + 0'9446327 = 0'157242$$

$$P(50 \leq X \leq 60) = P\left(Z \leq \frac{60-60}{12'54}\right) - P\left(Z \leq \frac{50-60}{12'54}\right) = P(Z \leq 0) - P(Z \leq -0'7974) =$$

$$= 0'5 - 1 + \text{pnorm}(0'7974, 0, 1) = 0'7873906 + 0'5 - 1 =$$

$$= 0'2873906$$

$$P(60 \leq X \leq 70) = P\left(Z \leq \frac{70-60}{12'54}\right) - P\left(Z \leq \frac{60-60}{12'54}\right) = P(Z \leq 0'7974) - P(Z \leq 0) =$$

$$= 0'7873906 - 0'5 = 0'2873906$$

$$P(70 \leq X \leq 80) = P\left(Z \leq \frac{80-60}{12'54}\right) - P\left(Z \leq \frac{70-60}{12'54}\right) = P(Z \leq 1'5949) - P(Z \leq 0'7974) =$$

$$= 0'9446327 - 0'7873906 = 0'1572421$$

$$P(80 \leq X \leq 90) = P\left(Z \leq \frac{90-60}{12'54}\right) - P\left(Z \leq \frac{80-60}{12'54}\right) = P(Z \leq 2'3923) - P(Z \leq 1'5949) =$$

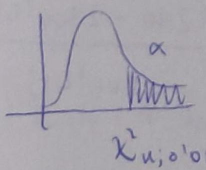
$$= 0'9916284 - 0'9446327 = 0'04699572$$

$$P(90 \leq X \leq 100) = P\left(Z \leq \frac{100-60}{12'54}\right) - P\left(Z \leq \frac{90-60}{12'54}\right) = P(Z \leq 3'1898) - P(Z \leq 2'3923) =$$

$$= 0'9992881 - 0'9916284 = 0'007659719$$

$\boxed{3}$ $\alpha = 0'01$

$\boxed{4}$



$k = U - r - 1 = 5 - 2 - 1 = 2$

$\chi^2_{2;0'01} = \text{qchisq}(0'99, 2) = 9'21034$

$S_0 = [0, 9'21034)$, $S_1 = [9'21034, \infty)$

$\boxed{5}$ $EC \notin S_0 \rightarrow$ Rechazar H_0 con un nivel de significación del 0'01.

(7) $X :=$ "Tipo de tienda"

$Y :=$ "Número de semana".

[1] H_0: X e Y son independientes

H_a: X e Y no son independientes

[2] $$E.C. = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{m} \frac{(f_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}} \sim \chi^2_{(k-1)(m-1)}$$ k = nº filas, m = nº columnas

	Semana 1	Semana 2	Semana 3	Semana 4	
Tienda A	* 2331'171662	2087'411	2241'907	2159'510	
Tienda B	2 1969'074	1763'176	1883'675	1824'076	
Tienda C	2489'755	2229'412	2394'418	2306'415	

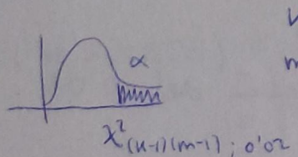
$$* \quad \frac{6790 \cdot 8820}{25.690} = 2.331'171662$$

...

$$2 \quad \frac{6790 \cdot 7450}{25690} = 1969'073569$$

$$E.C. = \frac{(2500 - 2331'171662)^2}{2331'171662} + \frac{(1850 - 2087'411)^2}{2087'411} + \dots + \frac{(2110 - 2306'415)^2}{2306'415} = 163'034$$

[3] $\alpha = 0'02$

[4] 

$k = 3$, $m = 4$ $\quad \chi^2_{(3-1)(4-1);\, 0'02} = \chi^2_{6,\, 0'02} = \text{qchisq}(0'98, 6) = 15'03321$

$S_0 = [0, 15'03321)$; $S_1 = [15'03321, \infty)$

[5] $EC \notin S_0 \rightarrow$ Rechazar H_0 con un nivel de significación de $0'02$.

8 $X ::=$ "Número de personas a favor de los nuevos estatutos"

$X \sim B(n, p)$

[1] H_0: X se distribuye homogéneamente en los diferentes ~~estatutos~~ departamentos.

H_a: X no se distribuye homogeneamente.

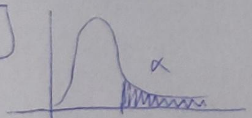
[2] $$E.C. = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{m} \frac{(o_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}} \sim \chi^2_{(k-1)(m-1)}$$

	Producción	Ventas	
A favor	* 73'97	91'03	
En contra	44'83	55'17	
En blanco	11'21	13'79	

$$* \ \frac{130 \cdot 165}{290} = 73'9655\ldots$$

$$E.C. = \frac{(80-73'97)^2}{73'97} + \frac{(85-91'03)^2}{91'03} + \cancel{(18)} \cdots + \frac{(15-13'79)^2}{13'79} = 2'07$$

[3] $\alpha = 0'01$

[4] 

α

$\chi^2_{(k-1)(m-1);\, 0'01}$

$(k-1)(m-1) = (3-1)(2-1) = 2$

$\chi^2_{2;\, 0'01} = \text{qchisq}(0'99, 2) = 9'21034$

$S_0 = [0, 9'21034)$; $S_1 = [9'21034, \infty)$

[5] $E.C. \in S_0 \rightarrow$ Aceptar H_0 con un nivel de significación del $0'01$.