SERIEAK

1.- Aztertu honako serie hauen konbergentzia:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{2n+1}$ Sol.: Dibergente

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+3)^n}$ Sol.: Konbergente

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+3}{n}\right)^n$ Sol.: Dibergente

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^3+n}$ Sol.: Konbergente

e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n}$ Sol.: Konbergente

f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n+\cos(3n)}{n^2+n}$ Sol.: Konbergente

g) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)^p}$ (p>0) Sol.: $\begin{cases} \forall p > 2 \to \text{Konbergente} \\ \forall p \le 2 \to \text{Dibergente} \end{cases}$

h) $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 e^{-n}$ Sol.: Konbergente

i) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2 7^n}{(2n)!}$ Sol.: Dibergente

j) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{4n-3}}{(4n-3)!}$ Sol.: Konbergente

k) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{4n}}{x^{4n}+2n^3}$ $\forall x \ge 0$ Sol.: $\begin{cases} \forall x \le 1 \to \text{Konbergente} \\ \forall x > 1 \to \text{Dibergente} \end{cases}$

l) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot 7\cdot \ldots \cdot (2n-1)}{3\cdot 6\cdot 9\cdot \ldots \cdot 3n}$ Sol.: Konbergente

m) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n+2}}{n^3+1}$ Sol.: Konbergente

n) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-1)\sqrt[3]{n^5+3n}}{(n^3-1)\sqrt{n^3-2}}$ Sol.: Konbergente

o) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n\cdot 3^{2n}}{2^n}a^n\quad (a>0)$ Sol.: $\begin{cases}\forall a<\frac{2}{9}\to \text{Konbergente}\\ \forall a\geq\frac{2}{9}\to \text{Dibergente}\end{cases}$

p) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n^2-1}$ Sol.: Konbergente

q) $\sum_{n=1}^{\infty}\left[\ln\left(1+\frac{1}{n(n+2)}\right)-\frac{1}{n(n+1)}\right]$ Sol.: Konbergente

r) $\sum_{n=1}^{\infty}n^a\ln\left(1+\frac{1}{2^n}\right)$ Sol.: Konbergente $\forall a\in\mathbb{R}$

s) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n\cdot a^n}{e^n}\quad (a>0)$ Sol.: $\begin{cases}\forall a\geq e\to \text{Dibergente}\\ \forall a<e\to \text{Konbergente}\end{cases}$

t) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{(a+b)(a+2b)(a+3b)\dots(a+nb)}$ Sol.: $\begin{cases}\forall b<1\to \text{Dibergente}\\ \forall b>1\to \text{Konbergente}\\ \text{b=1}\to\begin{cases}a>1\to \text{Konbergente}\\ a\leq 1\to \text{Dibergente}\end{cases}\end{cases}$

2.- Aztertu hurrengo seriearen izaera eta, posible bada, seriearen batura kalkulatu:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}$$

non a>0 den Sol.: Konbergente eta batura=1/(a-1)

3.- Aztertu hurrengo seriearen izaera eta, posible bada, seriearen batura kalkulatu:

$$\frac{1}{1\cdot 2\cdot 3}+\frac{1}{2\cdot 3\cdot 4}+\dots+\frac{1}{n(n+1)(n+2)}+\dots$$

Sol.: Konbergente eta batura=1/4

4.- Aztertu hurrengo seriearen izaera eta, posible bada, seriearen batura kalkulatu:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\pi a}{3^{n-1}}\quad (a>0)$$

Sol.: Konbergente eta batura= $\frac{3\pi a}{2}$

5.- Serie baten batura partziala $S(n)=\frac{3}{2}+\frac{2n}{4n+7}$ dela jakinda, kalkulatu S seriearen batura: Sol.: 2

6.- Serie baten batura partziala $S(n)=\dfrac{n^2+1}{n+1}$ dela jakinda, kalkulatu S seriearen batura:

Sol.: Dibergente

7.- Kalkulatu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ seriearen 7. gaia, bere batura partziala $S(n)=\dfrac{n^2+1}{n+1}$ dela jakinda:

Sol.: $a_7=\dfrac{27}{28}$

<u>Bibliografia:</u>

- “Análisis Matemático” T.M. Apostol- Editorial Reverte S.A.
- “Analisi Matematikoa” Kudeaketaren eta Informazio Sistemen Informatikaren Ingeniaritzako Graduko Apunteak. Clara Baquerizo, Izaskun Basterrechea, Emilia Martín.
- http://www.ehu.eus/olatzgz/