EUSKAL HERRIKO UNIBERTSITATEA
UNIVERSIDAD DEL PAIS VASCO

ALJEBRA

Kudeaketaren eta Informazio Sistemen Informatikaren Ingeniaritzako Gradua

OHIKO DEIALDIA

2021ko maiatzaren 27a

Izena eta abizenak:

LEHENENGO PARTZIALA

1. ARIKETA:

Adjuntuen metodoa erabiliz, hurrengo determinantea kalkulatu:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & 1 & 2 & 3 \\ -2 & -1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & -1 & 5 \end{vmatrix}$$

(2 puntu)

2. ARIKETA:

Izan bitez A eta B $\mathrm{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$ espazio bektorialaren bi matrize, arrazoitu hurrengo egiaztapenak egia ala gezurra diren.

a) $A\cdot A^T$ matrizea simetrikoa da

b) $A^T\cdot A\cdot A^T$ matrizea simetrikoa da

c) $(A\cdot B)^2 = A^2\cdot B^2$

(1,25 puntu)

3. ARIKETA:

Gaussen metodoa aplikatuz, sailkatu hurrengo ekuazio linealetako sistema a parametro errealaren balioen arabera eta ebatzi bateragarria denean:

$$\begin{cases} x+2y+z=1 \\ x-y+(a+2)z=-3a-5 \\ 4x+2y+(a+6)z=-3a^2-8 \end{cases}$$

(3 puntu)

4. ARIKETA:

Izan bitez $P_2(\mathbb{R})$ espazio bektorialeko hurrengo azpiespazioak:

$$V=L(S),\ \text{non}\quad S=\left\{(2-a)x+a,\ -ax^2+x,\ ax^2+2ax+(2+a)\right\}$$

$$T=\left\{p(x)\in P_2(x)\ /\ p(0)=0\right\}$$

a) a parametroaren zein baliotarako izango da S $P_2(\mathbb{R})$-ren oinarri bat?

b) Kalkulatu $V=L\{S\}$ azpiespazioaren ekuazio inplizituak a=1 denean

c) Kalkulatu $S\cap T$ a=1 denean

d) Kalkulatu S+T a=1 denean

e) Osatu S-ren oinarria a=1 denean $P_2(\mathbb{R})$ espazio bektorialaren oinarri bat lortu arte

(3,75 puntu)

OHIKO DEIALDIA

2021ko maiatzaren 27a

Izena eta abizenak:

BIGARREN PARTZIALA

1. ARIKETA:

Ondorengo aplikazioak $\mathbb{R}^3$ espazio bektorialean biderkadura eskalar bat definitzen du?

$$\langle \vec{x}, \vec{y} \rangle = \langle (x_1, x_2, x_3), (y_1, y_2, y_3) \rangle = x_1 y_1 + 2x_2 y_2 + x_3 y_3 + 2x_1 y_2$$

(puntu 1)

2. ARIKETA:

Espazio euklidear baten norma kontzeptua definitu

(puntu 1)

3. ARIKETA:

Karratu txikien metodoa erabiliz, ondorengo sistema bateraezina ebatzi:

$$\begin{cases} -6x + y = -1 \\ -2x + y = 2 \\ x + y = 1 \\ 7x + y = 6 \end{cases}$$

(3 puntu)

4. ARIKETA:

Izan bedi $A = \begin{pmatrix} a & b & b \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ matrizea, non $a,b \in \mathbb{R}$ eta $b \neq 0$

a) *a* eta *b* parametroen zein baliotarako izango da *A* diagonalizagarria? Diagonalizatu posible denean.

b) *A* matrizea ortogonalki diagonalizagarria da? Erantzuna arrazoitu.

c) Cayley-Hamilton-en teorema erabiliz, A^{-1} kalkulatu

(5 puntu)