

# Ariketak-Errepaso-II.pdf



NullPointerEHU



Métodos Estadísticos de la Ingeniería



2º Grado en Ingeniería Informática de Gestión y Sistemas de Información



Escuela Técnica Superior de Ingeniería de Bilbao - Campus Bizkaia  
Universidad del País Vasco/Euskal Herriko Unibertsitatea



¿GANAS DE QUE TERMINEN LOS EXÁMENES?

**VIAJA CON LADRÓN**

¡TAMBIÉN PODRÁS GANAR UN AÑO DE PRODUCTO GRATIS!

**Invitar a tus colegas a un viaje después de exámenes.  
¡Eso sí que es revolucionar el corral!**



Escanea, regístrate  
y podrás ganar

Ladrón de Manzanas recomienda el consumo responsable. Promoción disponible desde el 1 de Diciembre de 2024 hasta el 31 de Enero de 2025. Bases legales depositadas ante notario.



¿GANAS DE QUE TERMINEN LOS EXÁMENES?

# VIAJA CON LADRÓN

¡TAMBIÉN PODRÁS GANAR UN AÑO DE PRODUCTO GRATIS!



Escanea, regístrate  
y podrás ganar



## ERREPASO II.

1. Empresa batean, saltzen dituzten produktuen ur portzentajetarako lagin batuko hurrengo datuak bildu dira

Ur-portzentajea	Produktu kopurua
[12,16,5)	3
[16,5,21)	3
[21,25,5)	2
[25,5,30)	8
[30,34,5)	4

- a) Kalkula bitez batezbesteko, mediana, moda eta desbiderazio tipikoa.  
 b) Zein ur-portzentajeak uzten du laginaren %20a bere eskubian? Eta %35a bere ezkerrean?

$x_i$	$f_i$	$F_i$
[12, 16,5)	14,25	3
[16,5, 21)	18,75	3
[21, 25,5)	23,25	2
[25,5, 30)	27,75	8
[30, 34,5)	32,25	4
		20

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{n} = \frac{14,25 \cdot 3 + 18,75 \cdot 3 + 23,25 \cdot 2 + 27,75 \cdot 8 + 32,25 \cdot 4}{20}$$

$$\bar{x} = 24,825 \quad \checkmark$$

$$M_e = l_i + \frac{\frac{50 - 20}{100} - F_{i-1}}{f_i} \cdot d_i$$

$$M_e = 25,5 + \frac{10 - 8}{8} \cdot 4,5 \rightarrow M_e = 26,625 \quad \checkmark$$

$$S^2(x) = 37,0068$$

$$S(x) = 6,0833 \quad \checkmark$$

$$b) 20 \text{ eskubi} \rightarrow 80 \text{ ezk} \rightarrow 80 \cdot 0,2 = 16 \quad \checkmark$$

$$35 \text{ ezk} \rightarrow 0,35 \cdot 20 = 7$$

$$25,5 + \frac{16 - 8}{8} \cdot 4,5 = 30 \quad \checkmark$$

$$\rightarrow 21 + \frac{7 - 6}{2} \cdot 4,5 = 21 + \frac{4,5}{2} = 23,25 ? \quad \checkmark$$

Invitar a tus colegas a un viaje  
después de exámenes.  
¡Eso sí que es revolucionar el corral!

¡Eso sí que es revolucionar el corral!

¡Eso sí que es revolucionar el corral!



WUOLAH

2. Banku batek konprobatu duenez, fondoak dituen bezero batek data gaziki jarritako txeke bat luzatzeko probabilitatea 0.001-ekoa da. Bestalde, fonderik ez dituzten bezero guztiak data gaizki jartzen dute luzatzen dituzten txekeetan. Bankuaren bezeroen %90-ak fondoak ditu.

Data okerra duen txeke bat jasotzen bada, zer probabilitatez izango da fonderik gabeko bezero batena?

$$P(\bar{D}|F) = 0.001$$

$$P(\bar{D}|\bar{F}) = 1$$

$$P(F) = 0.9$$

$$P(\bar{F}) = 0.1$$

$$P(\bar{F}|\bar{D}) = \frac{1}{1+0.001} = 0.999$$

3. Italian fabrikatzen diren moto fabrika ezagun baten modelo berrien gasolina kontsumoak (L/100 km) ondorengo dentsitate funtzioa dagokion zorizko aldagai jarraitua dauka.

$$f(x) = \begin{cases} mx e^{-x^2} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$$

- a) Zein da m konstantearen balioa?
- b) Lor bedi zorizko aldagai jarraituaren banaketa-funtzioa.
- c) Kalkulatu modelo berriaren gasolina kontsumoa 2,5 litro/100 km baino handiagoa izatearen probabilitatea eta 0-1.5 litro/100 km bitartean egotearen probabilitatea.

$$\text{a)} \int_0^\infty mx e^{-x^2} dx \rightarrow \lim_{c \rightarrow \infty} \int_0^c mx e^{-x^2} dx = \lim_{c \rightarrow \infty} m \int_0^c x e^{-x^2} dx = // \quad u = -x^2 \\ du = -2x dx \\ dx = \frac{du}{-2x}$$

$$\lim_{c \rightarrow \infty} m \int_0^c \frac{x}{-2x} e^u du = \lim_{c \rightarrow \infty} -\frac{m}{2} \int_0^c e^u du = \lim_{c \rightarrow \infty} -\frac{m}{2} [e^{-x^2}]_0^c = -\frac{m}{2} [e^{-\infty} - e^0] = -\frac{m}{2} (0 - 1) = \boxed{\frac{m}{2} = 1}$$

$$\boxed{m=2} \quad \checkmark$$

$$\text{b)} \text{I. } \int_{-\infty}^x 0 dt = 0$$

$$\text{II. } \int_{-\infty}^x 0 dt + \int_{-\infty}^x 2te^{-t^2} dt$$

$$2 \int_0^x t e^{-t^2} dt = / \quad u = -t^2 \\ du = -2t dt \\ dt = \frac{du}{-2t}$$

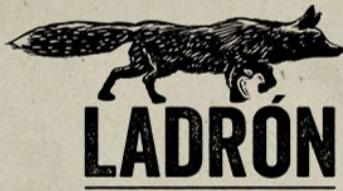
$$-1 \left| e^{-t^2} \right|_0^x = -e^{-x^2} \rightarrow -e^{-x^2}$$

$$\text{III. } \int_{-\infty}^0 0 dt + \int_0^\infty 2te^{-t^2} dt = 1$$

$$F(x) \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1 - e^{-x^2} & x \geq 0 \end{cases}$$



Escanea, regístrate  
y podrás ganar



¿GANAS DE QUE TERMINEN  
LOS EXÁMENES?

VIAJA

CON

LADRÓN

¡TAMBIÉN PODRÁS GANAR UN AÑO DE PRODUCTO GRATIS!



Invitar a tus colegas a un viaje  
después de exámenes.

¡Eso si que es revolucionar el corral!

\*Participa en el sorteo para el viajazo que podrás pegarte con algún colega y además disfruta de nuestros productos durante 1 año.

Ladrón de Manzanas recomienda el consumo responsable. Promoción disponible desde el 1 de Diciembre de 2024 hasta el 31 de Enero de 2025. Bases legales depositadas ante notario.

# Métodos Estadísticos de la I...



Comparte estos flyers en tu clase y consigue más dinero y recompensas



- 1** Imprime esta hoja
- 2** Recorta por la mitad
- 3** Coloca en un lugar visible para que tus compis puedan escanear y acceder a apuntes
- 4** Llévate dinero por cada descarga de los documentos descargados a través de tu QR

## Banco de apuntes de la

WUOLAH



4. Herri bateko biztanleen %30-ak telebistan dagoen saio bat ikusten du. Saio horretatik, zoriz herrian bizi diren 10 biztanleei deitzen zaie. Kalkulatu, 10 pertsona horietatik:

- a) 8 baino gehiagok saioa ikusten ari zirela
- b) Baten bat saioa ikusten ari zela
- c) Kalkulatu batezbestekoa eta desbiderazio tipikoa

$$X = \text{"Telebista ikusi"} \quad X \sim \text{Bin}(10, 0.3)$$

$$a) P(X > 8) \rightarrow 1 - F(8) = 1 - p\text{Binom}(8, 10, 0.3) = 0.00019 \checkmark$$

$$b) P(X = 1) = q\text{Binom}(1, 10, 0.3) \rightarrow \\ \text{edo}$$

$$p\text{Binom}(1, 10, 0.3) - p\text{Binom}(0, 10, 0.3) = 0.1211$$

$$c) E(X) \rightarrow \text{Binomialean } n \cdot p = 13 \checkmark$$

$$S(X) \rightarrow npq = \sqrt{10 \cdot 0.3 \cdot 0.7} = 1.449 \checkmark$$



¿GANAS DE QUE TERMINEN LOS EXÁMENES?

# VIAJA CON LADRÓN

¡TAMBIÉN PODRÁS GANAR UN AÑO DE PRODUCTO GRATIS!



Escanea, regístrate  
y podrás ganar



5. Aseguru konpainia batek, 12 ordu baino gehiagoko atzerapena duten hegaldien kontrako polizak eskaintzen ditu. Inkesta baten bidez urte batean zehar pertsona batek 1/1000-ko probabilitatearekin modu horretako atzerapen bat jasango duela estimatu da. Gainera, konpainiak 4000 poliza salduko dituela urtero ere estimatu da. Hurrengo probabilitateak aurkitu:

- a) Poliza honek jasotzen dituen atzerapen motak urtero 4 baino gehiago ez izatea
- b) Urtero itxaron daitezkeen atzerapenak
- c) Urteroko atzerapenak bi baino gehiago izatea
- d) Urtero 12 atzerapen egotea

a)  $p(\text{berando}) = 1/1000 \quad n = 4000$

$\text{Bin}(4000, 1/1000) \approx \text{poisson}(np) \approx \text{poisson}(4)$  orduan

$$F(x < 4) = \text{ppois}(4, 4) = \sum_{x=0}^4 \frac{e^{-4}}{x!} \left( \frac{4^0}{0!} + \frac{4^1}{1!} + \frac{4^2}{2!} + \frac{4^3}{3!} + \frac{4^4}{4!} \right)$$

$$F(x < 4) = 0.6288 \checkmark$$

b)  $E(x) = \lambda \rightarrow 4 \checkmark$

c)  $1 - F(2) = 1 - \sum_{x=0}^2 \frac{e^{-4}}{x!} \left( \frac{4^0}{0!} + \frac{4^1}{1!} + \frac{4^2}{2!} \right) = 0.7618 \checkmark$

d)  $P(x = 12) = \frac{e^{-4} \cdot 4^{12}}{12!} = 6.4151 \cdot 10^{-4} \checkmark$

Invitar a tus colegas a un viaje

después de exámenes.

¡Eso sí que es revolucionar el corral!



WUOLAH

5. Analisiak egiteko xiringa automatiko batek flaskoak betetzen ditu banaketa normal bat jarraituz batezbestekoa 34 mL eta desbiderazio tipikoa 1,5 mL-koia izanik.

- a) 33 mL baino gutxiagoko flaskoak erabilgarriak ez badira, zein da baztertutako flaskoen proportzioa?
- b) Zein izango behar litzateke xiringa automatikoak flaskoetan isuritako bolumenaren batezbestekoa soilik flaskoen %1-a baztertzeko? (Desbiderazio tipiko bera kontsideratu)
- c) Hasierako batezbestekoa kontsideratuz (34 mL) zoriz 10 flasko aukeratzen dira. Zein izango da gehienez bat baztertzeko probabilitatea?

a)

$$X \sim \text{norm}(34, 1.5) \rightarrow P_{\text{norm}}(33, 34, 1.5)$$

25,24% out ✓

$$\hookrightarrow F(z < \frac{33-34}{1.5}) = F(z < -0.66)$$

$$F(z > 0.66)$$

$$1 - F(z < 0.66)$$

$$1 - 0.7476 = 0.2524$$

b)  $F(33, ?, 1.5) = 0.01$   $P(z < \frac{33-x}{1.5}) = 0.1$

$$\frac{33-x}{1.5} = 0.01 \rightarrow P(z > \frac{33-x}{1.5}) = 0.99$$

c)  $\text{Binom}(10, 0.2524)$

$$P(\text{Binom}(1, 10, 0.2524)) = \binom{10}{1} \cdot 0.2524^1 \cdot (1-0.2524)^9 + = 0.18$$

$$\binom{10}{0} \cdot 1 \cdot (1-0.2524)^{10} = 0.659$$

$$0.2345 \checkmark$$

$$q_{\text{norm}}(0.99, 0.1) = 2.3263$$

$$2.3263 = \frac{33-x}{1.5} \Rightarrow \boxed{\mu = 36.489}$$

7. Bidasa ibai ondoan dagoen arrain-hazitegi bateko izokinen pisuak banaketa normala jarraitzen du, batezbestekoa sasoi batetik bestera ezberdina izanik eta desbiderazio tipikoa 0.5 kilotan finko mantenduz. Izokinen lagin bat hartu nahi da non bere batezbestekoa, populazioaren batezbestekoarekiko 0.1 kiloko differentzia baino gutxiago eduki dezan.

- a) Zein izango da hartu beharko den izokinen kopuru minimoa %90-eko konfiantza mailaz differentzia gehienez 0.1 kilotan mantendu dadin?
- b) Zein izango da %95-eko konfiantza mailaz, izokinen pisuen konfiantza-tartea baldin eta aurreko laginaren batezbestekoa 6 kilokoa bada?

$X$ : Bidasa alboan dagoen arrain izokin pisuak  
 $X \sim N(\mu, 0.5)$

a)

6.9.1

$$\begin{aligned} P(|\mu - \bar{x}| \leq 0.1) &= 0.9 \rightarrow P\left[\bar{x} - 2 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + 2 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right] \rightarrow \\ \rightarrow P\left(|\mu - \bar{x}| \leq 2 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) &= 0.9 \quad 1 - 0.9 \\ &\downarrow \\ \text{Lorduan } \rightarrow 2 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} &= 0.1 \rightarrow qnorm(0.95, 0, 1) \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 0.1 \\ 1.6449 \cdot \frac{0.5}{\sqrt{n}} &= 0.1 \rightarrow 1.6449 \cdot 0.5 = \sqrt{n} \\ \boxed{u = 67.69} &\approx \\ \boxed{68} &\checkmark \end{aligned}$$

b) Konfiantza-tartea:

$$X \sim N(6, 0.5) \quad \alpha = 1 - 0.95 \rightarrow \boxed{\alpha = 0.05} \quad n = 68$$

$$I_6^{95} = \left[ \bar{x} - 2 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + 2 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right] \rightarrow I_6^{95} = \left[ 6 - 1.96 \cdot \frac{0.5}{\sqrt{68}}, 6 + 1.96 \cdot \frac{0.5}{\sqrt{68}} \right]$$

$$2 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = qNorm(1 - 0.95/2, 0, 1) =$$

$$I_6^{95} = [5.821159, 6.11884]$$



¿GANAS DE QUE TERMINEN LOS EXÁMENES?

# VIAJA CON LADRÓN

¡TAMBIÉN PODRÁS GANAR UN AÑO DE PRODUCTO GRATIS!



Escanea, regístrate  
y podrás ganar



- B. Lantegi batean ekoizten den A motako pieza-kantitatea eta B motako pieza kantitatea neurtzen dituzten aldagai aleatorioak elkarrekiko independenteak eta banaketa normalekoak dira.

Zoriz 31 egunetako ekoizpena hartu da eta A motako batez besteko pieza-kantitatea 100 eta kuasidesbiderazio tipikoa 10 izan dira. Zoriz hartutako egun horietan B motako batez besteko pieza-kantitatea 90 eta kuasidesbiderazio tipikoa 9 izan dira.

- a) %90eko konfianza mailaz, zein da bariantzen arteko zatidura estimatzeko konfianza-tartea?  
 b) %90eko konfianza mailaz, lortu batez besteko ekoizpenen arteko differentzia estimatzeko konfianza-tartea.

$$n = 31 \quad m = 31 \quad \bar{x}_1 = 100 \quad \bar{x}_2 = 90 \quad S_1 = 10 \quad S_2 = 9$$

### qj 6.4.6 Formula Erabiliz

Estatistikoa: Bariantzen arteko zatidura

$$\alpha = 0'1$$

$$I_{\frac{\alpha^2}{\sigma_2^2}}^{0'9} = \left[ \frac{S_1^2 / S_2^2}{F_{n-1, m-1, \alpha/2}}, \frac{S_1^2 / S_2^2}{F_{n-1, m-1, 1-\alpha/2}} \right] = \left[ \frac{1'1234567}{F_{30, 30, 0'05}}, \frac{1'1234567}{F_{30, 30, 0'95}} \right] = \\ \left[ \frac{1'123456}{0'5432}, \frac{1'123456}{1'8409} \right] = \left[ 2'06821, 0'61027 \right]$$

### bj 6.4.3 Formula Erabiliz

9. Marka komertzial bateko muskuilu-latek beraien pisu netoa 250 g-koa dela zehazten dute. Hala ere, kontsumitzaile bat produktu horren batezbesteko pisu netoa baxuagoa dela konbentzituta dago. Pisu netoak desbiderazio tipikoa 9 g dituen banaketa normala jarraitzen du. Kontsumitzailearen zalantza egiaztatzeko, Kontsumitzaile Erakunde batek 100 tamaina duen zorizko aldagai bakuna hartu du. Legin honen batezbesteko pisu netoa 245 g dira eta bere kuasibariantza  $0.35 \text{ g}^2$ .

tamaina  
aprenderse

- a) Adierazgarritasun maila % 3a bada, arrazoia al du kontsumitzaileak?
- b) Kontraste horren p-balioa kalkulatu. Lortutako balioaren esanahia azaldu. **proporción**
- c) Zein izan behar da laginaren tamaina, %95-eko konfianzia mailaz, estimatutako errorea 0.5 g baino txikiagoa izateko?
- d) II. motako errorea egiteko probabilitatea kalkulatu (pisu netoa 248 g badira) eta kontrastearen potentzia zehaztu.

$$H_0: \mu = 60?$$

$$H_a: \mu \neq 60?$$

$$\alpha = 0.03 \rightarrow z = 2.45 -$$

$$I_{245}^{0.97} = [245 - t_{0.99, 0.9715} \cdot \frac{0.5916}{\sqrt{10}}, 245 + t_{0.99, 0.9715} \cdot \frac{0.5916}{\sqrt{10}}]$$

$$\left| \begin{array}{l} n = 100 \\ \bar{M} = 245 \\ S^2 = 6.35 \text{ g}^2 \rightarrow S = 0.5916 \end{array} \right.$$

cj n?

WUOLAH

Istripu kopurua/eguneko	Egun kopurua
0	2415
1	2670
2	1520
3	500
4	154
5	40
6	1

- a) Azertutako aldagaiak Poisson-en banaketa bat,  $P(\lambda)$ , jarraitzen al duen jakiteko,  $\alpha = 5\%$  adierazgarritasun-maila duen hipotesi-kontraste bat burutu.
- b) Zehaztu zorizko aldagai honen itxaropen matematikoa eta desbideratze tipikoa. → Poisson-ena.
- c) Zein da kontrastearen p-balioa? Arrazoitu grafikoki erantzuna, a) atalean egindako hipotesi-kontrastearekin alderatuz.
- d) Proposatutako ereduaren baliotasuna suposatuz, zein da egun jakin batean istripu 1 baino gutxiago edo gutxienez 4 istripu egoteko probabilitatea?

a)  $X = \text{"Istripu Kopurua eguneko"} \sim \text{poison}(\lambda)$

$H_0 = \text{"X - poisson banaketa jarraitzen du"}$

$H_1 = \text{" " " ez du jarraitzen"}$

$$\lambda = \frac{1}{n} \sum x_i \cdot o_i \rightarrow \frac{1}{20365} (2670 + 2 \cdot 1520 + 3 \cdot 500 + 4 \cdot 154 + 50 \cdot 40 + 6)$$

$$\boxed{\hat{\lambda} = 1'1027}$$

$$7 - 1 - 1 = \boxed{5}$$

$x_i$	$o_i$	$p_i (P(x=x_i))$	$e_i = n \cdot p_i$	$(o_i - e_i)^2 / e_i$
0	2415	0'33	2409	0'0149
1	2670	0'366	2671'8	3'74 \cdot 10^{-4}
2	1520	0'21	1533	0'11
3	500	0'07	511	0'23
4	154	0'62045	190'28	0'149
5	40	4'51 \cdot 10^{-3}	32'93	1'51
6	6	8'29 \cdot 10^{-4}	6'0517	4'41 \cdot 10^{-4}

$$11'07 > 2'014$$

$$\chi^2_{6,65:5} \rightarrow \sum_{0-}$$



¿GANAS DE QUE TERMINEN LOS EXÁMENES?

# VIAJA CON LADRÓN

¡TAMBIÉN PODRÁS GANAR UN AÑO DE PRODUCTO GRATIS!



Escanea, regístrate  
y podrás ganar



$$\sum_{605: j}^2 > 2'039 \quad (\sum (i_0 - e_i)^2 / e_i) \text{ enrejusatu } H_1 \rightarrow \text{Orontiflo}$$

Poisson(?)

Invitar a tus colegas a un viaje

después de exámenes.

¡Eso sí que es revolucionar el corral!



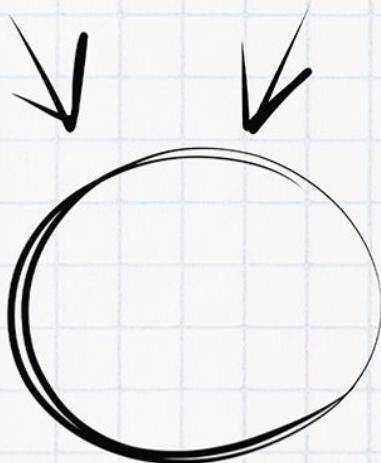
WUOLAH

# Imagínate aprobando el examen

## Necesitas tiempo y concentración

Planes	PLAN TURBO	PLAN PRO	PLAN PRO+
diamond Descargas sin publi al mes	10 🟡	40 🟡	80 🟡
clock Elimina el video entre descargas	✓	✓	✓
folder Descarga carpetas	✗	✓	✓
download Descarga archivos grandes	✗	✓	✓
circle Visualiza apuntes online sin publi	✗	✓	✓
glasses Elimina toda la publi web	✗	✗	✓
€ Precios	Anual <input type="checkbox"/>	0,99 € / mes	3,99 € / mes
			7,99 € / mes

Ahora que puedes conseguirlo,  
¿Qué nota vas a sacar?



**WUOLAH**