Projet séries temporelles

AMU - AMSE 2024/2025 Le 10 mai 2025

Etudes statistiques de trois ETFs:

Amundi Index Solutions - Amundi MSCI World UCITS ETF C EUR (CW8.PA)

Amundi PEA Asie Pacifique (MSCI AC Asia Pacific Ex Japan) UCITS ETF Acc (PAEJ.PA)

Amundi PEA Immobilier Europe (FTSE EPRA/NAREIT) UCITS ETF Acc (PMEH.PA)

Lucas Simatovic

M1 Economie

Table des matières :

EXERCICE 1 : caractéristiques et visualisation

- I. Présentation des ETFs (exchange traded funds)
- II. Graphique de l'évolution des ETFs base 100

EXERCICE 2: rendements

- III. Statistiques descriptives des rendements
- IV. Matrice de corrélation
- V. Fonctions d'autocorrélations

EXERCICE 3: modèle GARCH univarié

- VI. Intérêt et objectif
- VII. Estimation du modèle
- VIII. Variance et écart type conditionnel

EXERCICE 4 : modèle GARCH multivarié

- IX. Intérêt et objectif
- X. Estimation BEKK (CW8.PA et PAEJ.PA)
- XI. Estimation BEKK (CW8.PA et PMEH.PA)

EXERCICE 5: modèles Vectoriels Auto-Regressif (VAR)

- XII. Intérêt et objectif
- XIII. Estimation du modèle VAR des rendements

I. Présentation des ETFs

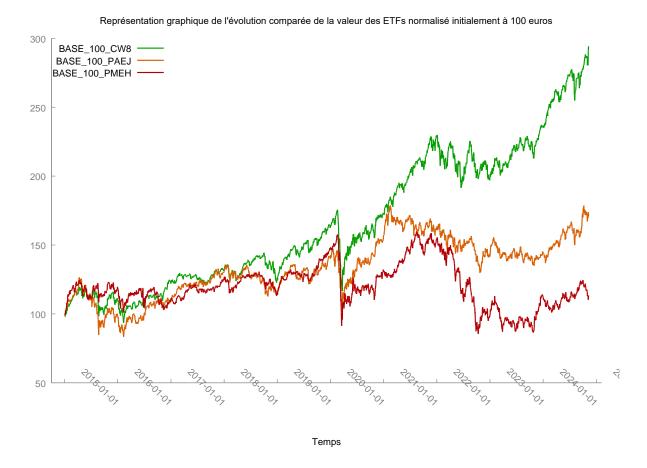
La présente étude se focalise sur des données quotidiennes du 02/01/2015 au 07/11/2024 sur des ETFs capitalisant.

Le CW8 est un ETF coté sur Euronext Paris répliquant l'évolution de l'indice MSCI World. Ce dernier regroupe plus de 1 500 actions de grandes et moyennes capitalisations de pays développés. Il permet d'avoir accès à une exposition mondiale équilibrée avec une pondération plus importante des marchés nord-américains et européens. C'est un support judicieux pour une stratégie de cœur de portefeuille d'autant plus avec son éligibilité au PEA.

Le PAEJ est un ETF qui suit la performance de l'indice MSCI AC Asia Pacific ex Japan. Il englobe les marchés d'Asie-Pacifique hors Japon en incluant à la fois des pays développés et émergents asiatiques. Il offre une porte d'entrée stratégique vers une zone en forte croissance, tout en bénéficiant d'une cotation en euros et d'une réplication synthétique. Disponible sur Euronext Paris, il est également éligible au PEA, ce qui en fait un outil attractif pour diversifier un portefeuille européen vers l'Asie.

Le PMEH vise à reproduire l'évolution de l'indice FTSE EPRA/NAREIT Developed Europe. Il regroupe les principales sociétés foncières et immobilières cotées en Europe. Cet ETF permet d'accéder à la performance du secteur immobilier européen avec une stratégie de capitalisation des revenus. Il est coté en euros, géré par réplication synthétique, et disponible sur Euronext Paris aussi. Son éligibilité au PEA le rend particulièrement pertinent pour les investisseurs souhaitant intégrer une composante immobilière à leur allocation d'actifs dans un cadre fiscal avantageux.

II. Graphique de l'évolution des ETFs base 100



Ce graphique illustre l'évolution comparée des valeurs des trois ETFs sélectionnés (CW8, PAEJ et PMEH) normalisés à 100 en début de période afin de faciliter la comparaison de leurs dynamiques respectives. On observe que ces ETFs, bien qu'évoluant sur des marchés différents accusent des tendances haussières similaires avant la crise du COVID-19; et après celle-ci différentes. En effet, CW8 a continué sur une tendance haussière, PAEJ s'est rattrapé jusqu'en 2021 avant de stagner et PMEH s'est effondré: son prix étant inférieur entre 2023 et 2024 à son prix normalisé en début de période décelant une faiblesse du marché européen notamment immobilier durant cette nouvelle guerre.

L'ETF CW8 affiche la meilleure performance cumulée comparé aux deux autres avec une valeur approchant les 300 points fin 2024. Il bénéficie d'un effet d'entraînement des marchés américains particulièrement dominants dans l'indice MSCI World. L'ETF PAEJ progresse également de manière significative, atteignant un niveau d'environ 180 points reflétant une croissance soutenue mais plus modérée. Enfin PMEH, évoluant autour de 110 points est affecté par les taux d'intérêt élevés et les incertitudes économiques en Europe encore une fois de plus.

III. Statistiques descriptives des rendements

Statistique	CW8	PAEJ	PMEH
Moyenne	0,029805	0,015388	0,0031165
Médiane	0,046589	0,036306	0,00000
Minimum	-8,6267	-11,018	-11,786
Maximum	7,9012	8,2071	8,0695
Ecart-type	0,74322	0,90935	0,97989
C.V.	24,936	59,094	314,42
Asymétrie	-0,67405	-0,33264	-0,36668
Ex. Kurtosis	13,078	12,801	13,490
PC 5%	-1,1262	-1,3926	-1,4356
PC95%	1,1155	1,3776	1,4426
IQ	0,53303	0,72774	0,75255
Obs. manq.	2	2	2

PS: le logarithme des rendements a déjà été multiplié par 100 en amont. Ces statistiques nous permettront de comprendre dans un premier temps leurs comportements.

Moyenne: ici, la moyenne du rendement quotidien de l'ETF CW8 est de 0,03%. Celui-ci multiplié par 252 (nombres de jours ouvrables dans une année) est égale à 7,51% annuel. PAEJ lui est de 3,88% annuel et PMEH 0,78% annuel en moyenne. Cela suggère que l'indice large a de meilleurs rendements que les deux autres ETFs en moyenne. En d'autres termes, pour 1€ investi dans CW8, j'espère retirer en moyenne 0,075€ + 1€ l'année prochaine. Même opération pour les autres ETFs.

Médiane: la médiane sépare en deux les rendements (50% d'un côté pour ceux en dessous d'un certain niveau et 50% de l'autre pour ceux au-dessus de ce niveau); c'est finalement la valeur centrale de la distribution des rendements. Pour CW8, 50% des rendements sont en dessous d'une performance de 0,05% et 50% sont au-dessus de cette performance quotidienne. En revanche pour PMEH la médiane est de 0 signifiant que la moitié des rendements sont négatifs et l'autre moitié positifs. Annuellement, PAEJ a une médiane de 0,036306*252 = 9,15%. Cela présage que 50% des rendements ont un une performance inférieure à ce pourcentage et l'autre partie plus de 9,15% de performance. La même calcul est demandé pour trouver le rendement médian annualisé.

Minimum/Maximum: c'est simplement le rendement le plus bas enregistré sur la période considérée. Idem pour le maximum mais pour le rendement le plus élevé.

Ecart-type: il est de 0,91 pour PAEJ. Cet écart type reflète la dispersion des rendements autour de leurs moyenne. Plus il est élevé, plus les rendements seront dispersés autour de la moyenne et inversement s'il est faible. En effet PAEJ a le deuxième écart type le plus élevé parmi les trois ETFs reflétant les différentes dynamiques de marchés auxquelles sont confrontés ses ETFs. En ce qui s'agit de l'écart type annuel, PAEJ: 0,91*√252 = 14,44%. Les rendements annuels s'écartent de plus ou moins 14,44% autour de la moyenne. C'est une mesure de risque efficace car il rend compte de la différence entre les rendements futurs et le rendement espéré.

C.V. (coefficient de variation): $\frac{ECART\ TYPE}{MOYENNE}$ Il permet de savoir si les données sont homogènes (plus ce coefficient est élevé plus elles le sont, plus il est faible moins elles le sont). Il permet de comparer la variabilité entre les séries.

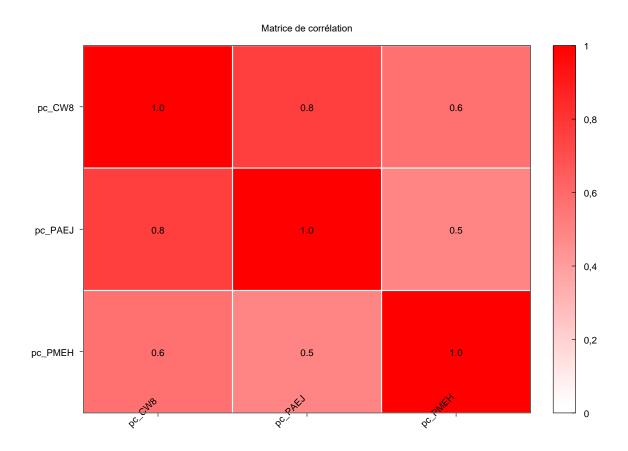
Asymétrie (Skewness): l'asymétrie va s'intéresser à la forme de la distribution des rendements. En effet une valeur négative signifie que les rendements s'étalent vers la gauche de notre distribution comme dans le cas de nos trois ETFs. Plus elle tend vers – l'infini, plus son risque de perte ponctuel est élevé. Ici, CW8 accuse d'une plus forte asymétrie négative (dû à son ouverture mondiale et son exposition) que PAEJ ou encore PMEH. Cela implique par conséquences que les queues seront plus longues du côté des pertes que des gains. Finalement les pertes potentielles sont plus importantes que les gains potentiels.

Excès de Kurtosis (coefficient d'aplatissement) : Nos trois ETFs affirment des excès de Kurtosis bien supérieurs à trois démontrant que leurs distributions se manifestent de manière leptokurtiques (queues épaisses et distribution pointue). Ceci se traduisant par des rendements proches de la moyenne mais aussi d'une probabilité de rendements élevée de valeurs extrêmes.

Percentile 5%-95%: le percentile à 5% regroupe les rendements les plus faibles, autrement dit les 5% des rendements les plus faibles de la distribution. A l'inverse, le percentile à 95% regroupe les rendements les plus forts (soit les 5% les plus élevés de la distribution). En d'autres termes, ils vont capturer les rendements se trouvant dans les queues de la distribution. Ici PMEH, montre une plus forte variabilité quant à ses rendements extrêmes dans les queues de sa distribution.

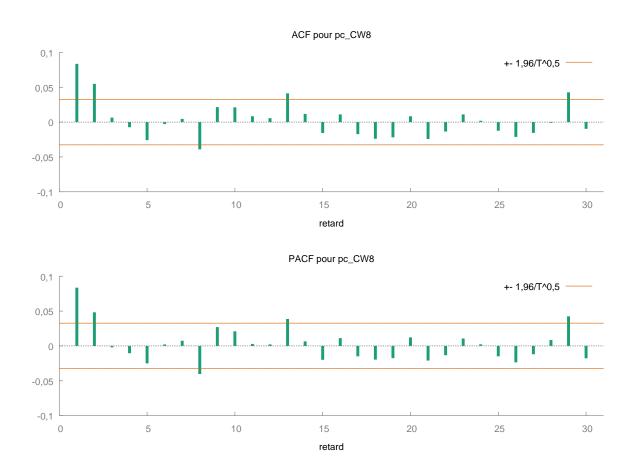
IQ (intervalle interquartile): c'est simplement la différence entre le troisième quartile et le premier. Il mesure la dispersion des rendements centraux. Ce coefficient peut être interprété comme la fluctuation des rendements autour de leurs médiane. On voit que CW8 a des rendements centraux plus proche de la médiane que PAEJ et PMEH.

IV. Matrice de corrélation



Nous retrouvons la matrice de corrélation de nos trois ETFs. Evidemment, la diagonale présente une corrélation parfaite de l'ETF par rapport à lui-même. Cependant, on décèle tout de même une corrélation assez forte entre les rendements de CW8 et PAEj laissant penser que ces deux évoluent dans le même sens. Pour PMEH, cet ETF n'est pas vraiment corrélé avec les autres. Une régression linéaire serait utile pour savoir de combien varie PMEH quand CW8 augmente d'une unité et inversement ainsi que pour PAEJ vis-à-vis de de PMEH. En effet, des coefficients de 0,5 (avec PAEJ) et 0,6 (avec CW8) montre que les rendements de PMEH ne suivent pas les mêmes tendances. Ces explications se justifient par des expositions différentes sur les marchés et des activités macroéconomiques différentes suivant les régions associées aux ETFs.

V. Fonctions d'autocorrélations

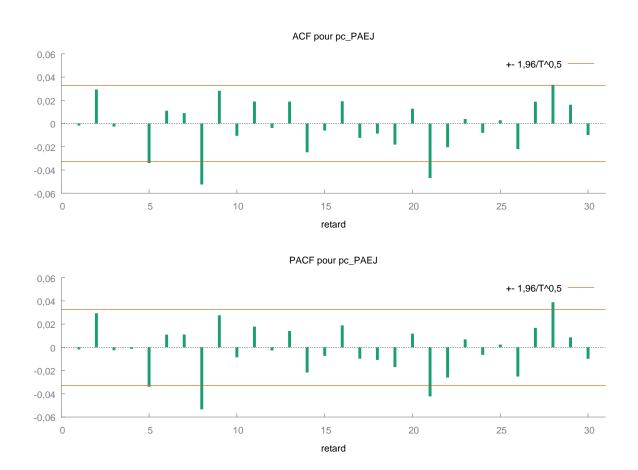


PS: pour tracer les fonctions d'autocorrélation, des retards de 30 sont appliqués pour les 3 ETFs.

Les fonctions d'autocorrélations des rendements de CW8, PAEJ et PMEH montrent une stationnarité des rendements car ces derniers oscillent toujours autour d'une moyenne, admettent une variance constante ainsi que des autocorrélations stables. On observe quelques valeurs significatives qui dépassent l'intervalle de confiance. La non-persistance des autocorrélations et l'absence de décroissance lente témoignent de la stationnarité de leurs séries.

Pour l'ETF CW8 on distingue une autocorrélation significative sur les deux premiers retards se traduisant par une dépendance des rendements à court terme. En revanche, le reste du graphique nous dis que la majorité des coefficients d'autocorrélations ne sont pas significatifs. Donc les rendements de cet ETF suggèrent qu'ils ne sont généralement pas dépendants les uns des autres dans le temps.

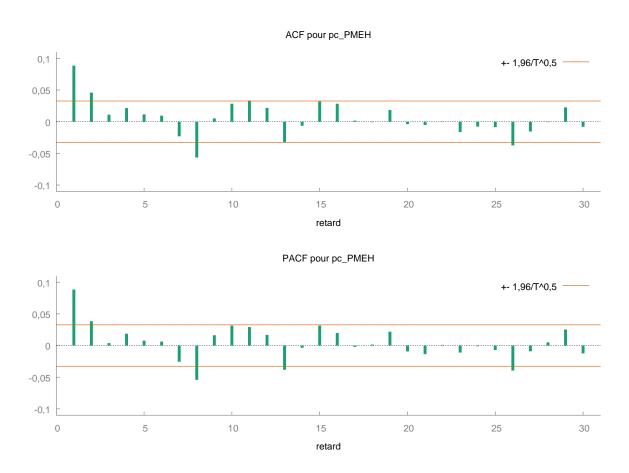
Le fait que la série présente une certaine décroissance après un retard p (caractéristique d'un processus AR) mais pas de coupure nette après un retard q (caractéristique d'un processus MA), nous laisse penser que la série suit un processus AR(1) car la PACF nous montre une coupure nette au premier retard et visiblement des coefficients contenus en majorité dans l'intervalle de confiance par la suite. L'ACF permet de soutenir cette conclusion car elle aussi admet un pic significatif au premier lag et une décroissance exponentielle après ce pic. Ceci est typiquement un processus autorégressif d'ordre 1. Des critères d'information tel HQC, AIC ou BIC seraient nécessaires pour confirmer. On peut aussi dire que seules les informations récentes finalement influencent les rendements. AR(2) serait aussi une possibilité au regard de la significativité du deuxième lag.



Pour l'ETF PAEJ, présente à vue d'œil une série aléatoire. Déjà le premier retard est très proche de 0 indiquant une cohérence avec l'hypothèse d'efficience des marchés. En d'autres termes, il n'existe pas de corrélation entre la valeur du rendement en t et la valeur du retard en t. On peut même penser que la série puisse suivre des effets saisonniers ou cycliques comme en témoignent les coefficients significatifs hors de l'intervalle.

Conclure sur le processus suivi par la série serait délicat. Cependant, nous serions tentés de dire que la série suit un processus ARMA mixte de faible ordre ou plus complexe un ARIMA avec saisonnalité car on ne peut distinguer de structure de persistance claire. Des

tests comme Ljung-Box (vérification de l'absence d'autocorrélation), Dickey-Fuller (confirmation de la stationnarité) ou encore KPSS permettraient de clarifier la situation. De plus, avec ces autocorrélations significatives à des retards multiples étalées, laissent à suggérer que le marché sous-jacent de l'ETF présente une inefficience plus prononcée par rapport à CW8.



Pour l'ETF PMEH, la présence d'une autocorrélation positive au premier retard présage d'une tendance à court terme : « momentum » sur 1 jour (un rendement positif en t tend à être suivi par un rendement positif demain et inversement quand le rendement est négatif) ou encore comme pour CW8, les autocorrélations ne sont pas majoritaires.

De la même manière que pour CW8, le processus suivi est similaire du fait de la significativité des deux premiers coefficients retardés. En effet peu d'autocorrélations sont significatives traduisant une absence de dépendance linéaire entre les rendements sur la durée. On peut quand même interpréter que le processus suivi par cette série est un bruit blanc. En effet, l'analyse nous montre finalement que les rendements sont imprévisibles à partir de leurs valeurs passées dans la majorité des cas. Une analyse supplémentaire des carrés des rendements nous aiderait à écarter toute hétéroscédasticité conditionnelle. Alors, si des pics significatifs venaient à apparaître grâce à cette analyse complémentaire, on pourrait conclure sur le fait qu'une modélisation AR(1) ou AR(2) grâce aux pics de significativité au premier retard.

Cependant, avant de conclure sur l'utilisation d'un AR(1) ou AR(2), il faut savoir que même si la PACF montre une significativité au lag 1 et 2, il faut prendre en compte si AR(1) détient des valeurs minimales ou encore s'ils n'ont pas un écart significatifs entre les log de vraisemblance entre les deux processus ; et d'autres part si les résidus ne montrent pas d'autocorrélation résiduelle, alors dans tous ces cas l'utilisation d'un AR(1) serait plus justifié et adéquat autant pour PMEH et CW8. Rendant compte d'un choix de modèle plus complexe si on se dirige vers un AR(2).

VI. Intérêt et objectif du modèle GARCH univarié

Le modèle GARCH univarié a pour objectif d'analyser et de prévoir la volatilité sur les marchés. En effet, cette volatilité n'est pas constante dans le temps. L'intérêt va être de la modéliser car le risque d'aujourd'hui dépend à la fois de la volatilité passée mais aussi des chocs récents.

VII. Estimation du modèle GARCH(1,1) sur les rendements des ETFs

<u>CW8</u>	Coefficient	Ecart type	Z	P. critique
Constante	0,0552216	0,0110505	4,997	5,82e-07
Alpha(0)	0,0130949	0,00421033	3,110	0,0019
Alpha(1)	0,0838483	0,0202484	4,141	3,46e-05
Beta(1)	0,893924	0,0234423	38,13	0,0000

Moyenne var. dép. 0,029805 Éc. type var. dép. 0,743220

Log de vraisemblance -3585,132 Critère d'Akaike 7180,264

Critère de Schwarz 7211,203 Hannan-Quinn 7191,291

Variance non conditionnelle de l'erreur = 0,589134

Test du ratio de vraisemblance pour les termes (G)ARCH:

Khi-deux(2) = 901,664 [1,60765e-196]

Avec un coefficient beta(1) significatif de 0,894, cela signifie que près de 90% de la volatilité s'explique par son niveau passé de volatilité pour l'ETF CW8. De plus, un coefficient alpha(1) de 0,084 (8,4%) lui aussi significatif nous montre lui que les chocs récents ont un impact modéré face à la volatilité. Et bien sûr la constante de 0,055 confirme l'existence d'une volatilité de base existante sans l'influence de chocs passés ou encore de sa volatilité passée.

Comme nous le verrons par la suite, en ce qui s'agit de la qualité d'ajustement du modèle, le GARCH de CW8 reconnait une meilleure qualité d'ajustement avec une valeur plus faible que les autres ETFs (log vraisemblance). Sur la base des critères AIC, BIC et HQC plus le ces derniers sont bas comparés aux autres modèles plus le modèle sera pertinent et adapté à l'ETF. La variance non conditionnelle de l'erreur nous indique sur la variance à long terme ainsi que sur l'interprétation de la volatilité moyenne de la série. Avec une valeur de la p-value proche de 0, le test du Khi-deux nous renseigne sur le fait que les terme ARCH et GARCH sont significatifs et que l'utilisation d'un modèle GARCH est totalement justifiée : la volatilité autour des rendements de cet ETF est affecté par les chocs passés.

<u>PAEJ</u>	Coefficient	Ecart type	Z	P. critique
Constante	0,0338682	0,0134517	2,518	0,0118
Alpha(0)	0,0217385	0,00747801	2,907	0,0036
Alpha(1)	0,0628485	0,0146731	4,283	1,84e-05
Beta(1)	0,908430	0,0203340	44,68	0,0000

Moyenne var. dép. 0,015388 Éc. type var. dép. 0,909349

Log de vraisemblance –4372,038 Critère d'Akaike 8754,076

Critère de Schwarz 8785,016 Hannan-Quinn 8765,103

Variance non conditionnelle de l'erreur = 0,756884

Test du ratio de vraisemblance pour les termes (G)ARCH:

Khi-deux(2) = 779,147 [6,46182e-170]

Dans le cadre de l'estimation du modèle GARCH pour l'ETF PAEJ, une constante de 0,034 signifie une très faible volatilité de base. Alpha(1), lui aussi, admet que les chocs récents qu'à connu l'ETF ont un impact modéré sur la volatilité. Et enfin, beta(1) sur l'explication de sa volatilité en fonction de sa volatilité passée reconnait un coefficient expliquant 90% de sa volatilité actuelle.

Comme nous l'avons dit précédemment, le log de vraisemblance est plus élevé témoignant d'une moins bonne qualité d'ajustement que CW8; et ce sera similaire pour PMEH. Les critères d'informations admettent le fait que les modèles GARCH pour PAEJ et PMEH sont moins adaptés qu'à CW8. En revanche, la variance conditionnelle de l'erreur est plus forte indiquant une plus forte volatilité autour de la moyenne. Un khi-deux plus faible dans ce cas (toujours avec une p-value proche de 0 et donc des coefficients significatifs) montre une moins forte dépendance aux chocs passés.

<u>PMEH</u>	Coefficient	Ec. type	Z	P. critique
Constante	0.0348301	0.0127796	2.725	0.0064
Alpha(0)	0.00688194	0.00344566	1.997	0.0458
Alpha(1)	0.0690062	0.0184912	3.732	0.0002
Beta(1)	0.928282	0.0176786	52.51	0.0000

Moyenne var. dép. 0,003117 Éc. type var. dép. 0,979889

Log de vraisemblance -4507,183 Critère d'Akaike 9024,367

Critère de Schwarz 9055,306 Hannan-Quinn 9035,393

Variance non conditionnelle de l'erreur = 2,53797

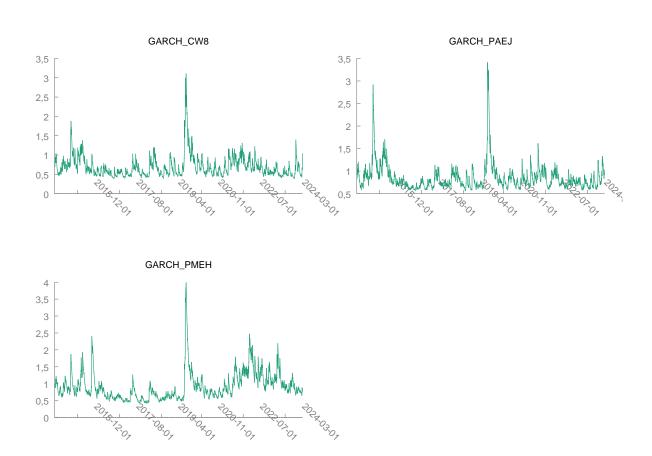
Test du ratio de vraisemblance pour les termes (G)ARCH:

Khi-deux(2) = 1046,32[6,22127e-228]

Dernièrement, l'actif PMEH admet une constante proche de 0 mais significative ainsi qu'un alpha(1) expliquant qu'environ 7% des chocs passés expliquent la volatilité actuelle. Pour beta(1), plus élevé que les deux autres ETF, explique près de 93% de sa volatilité actuelle par sa volatilité antécédente. Ici les rendements de l'ETF PMEH suivent quasiment la même trajectoire que PAEJ en terme de critère d'informations et de log de vraisemblance. Néanmoins on voit que la variance non conditionnelle de l'erreur est 3,3 fois plus élevée que PAEJ ou encore 4,3 fois plus élevée que CW8. Cela nous dit que PMEH à une volatilité à long terme beaucoup plus élevée (comme nous avons pu le voir graphes au graphique base 100 et aux statistiques descriptives) et donc que les rendements fluctuent beaucoup plus fortement autour de la moyenne. Par contre le test du ratio de vraisemblance montre un coefficient plus élevé. En effet, sa volatilité dépend plus des chocs passés que son historique ou autre.

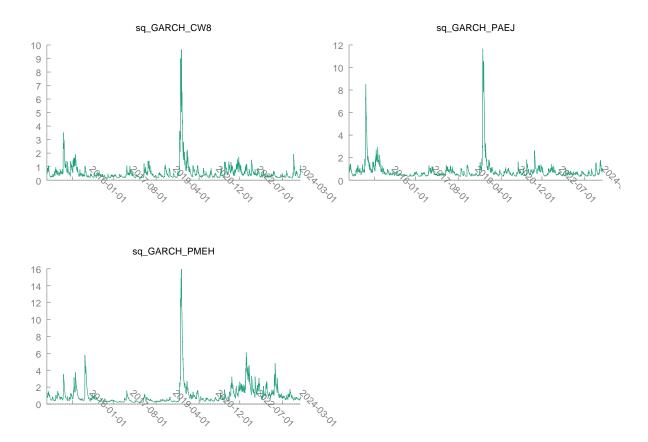
De plus la somme de beta(1) et alpha(1) pour toutes les estimations indique que les périodes de turbulences sur les marchés (proche de 1 dans nos cas) ont tendance à se prolonger car cette somme tend vers 1 expliquant la majorité de la volatilité actuelle par les chocs passés et la volatilité historique de l'ETF. Et comme le montre les graphiques, ces pics de volatilité se manifestantes de manière très importante lors de la crise du COVID-19 et de moindre manière fin 2015 - début 2016. Mais aussi, pour l'ETF PMEH, on voit que de fortes variations sont recensées lié à la guerre en Ukraine.

VIII. Variance et écart type conditionnel



Nous retrouvons la volatilité conditionnelle des rendements des ETFs. On voit une fois de plus qu'ici cette variance (dépendant de son historique de volatilité passé, des chocs récents et d'une constante établissant un niveau de base de volatilité) reconnait une explosion en 2020 (crise COVID-19) car les valeurs en t dépendent de valeurs en t-1, t-2, ... Avant de retourner vers de faibles chocs de volatilité, on peut noter quelques exemples sur ces graphiques : notons en fin d'année 2015, le pic de volatilité visible sur le graphique de PAEJ est dû à la dévaluation du yuan chinois impactant directement les marchés émergents inclus dans l'ETF, la réévaluation à la hausse des taux d'intérêts directeurs de

la FED et la chute du prix du pétrole. Finalement ces rendements extrêmes liés à ces chocs ont alimenté la variance conditionnelle s'expliquant par des pics sur le graphique. Pour les mêmes raisons citées précédemment, l'ETF PMEH (sociétés foncières et immobilières européennes) a lui aussi connu une variance conditionnelle élevée durant cette période ; mais une autre période s'ajoute celle de la guerre en Ukraine chamboulant les marchés européens. L'ETFB CW8, lui a connu les mêmes pics de volatilité que les précédemment mais de moindre manière hormis la crise sanitaire ; ceci s'explique par l'exposition mondiale à laquelle il est assujetti le rendant sensible aux chocs internationaux.

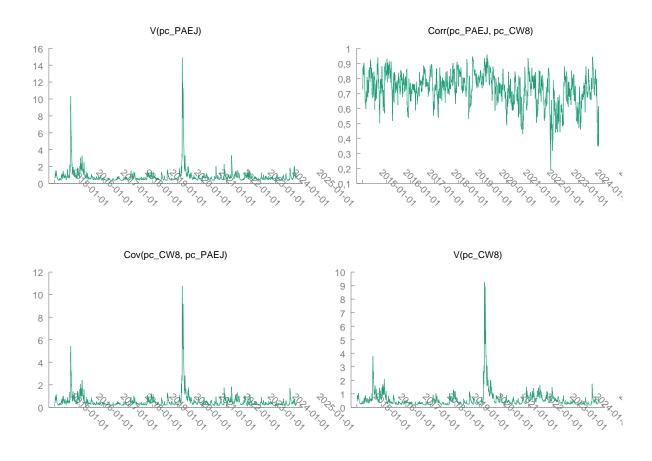


Et là, nous retrouvons les écarts types conditionnels. C'est tout simplement la racine carrée de la variance conditionnelle; ils sont plus intéressants à utiliser car ils permettent d'exprimer directement en pourcentage afin de donner une mesure du risque quotidien quant à la volatilité précédente. Principalement, ces écarts types conditionnels suivent les mêmes tendances que la variance conditionnelle mais ont des périodes de volatilité plus faibles lors de périodes d'accalmies sur les marchés et connaissent des pics accrus lors de périodes de crises (périodes de turbulences et donc de volatilité plus importantes).

IX. Intérêt et objectif du modèle GARCH multivarié

Les modèles GARCH multivariés, à la différence des univariés, analysent plusieurs actifs simultanément capturant leurs interactions. Ils vont permettre de trouver des relations de dépendance entre actifs, leurs corrélations en période de choc et ainsi allouer des ressources financières en tenant comptes des risques associés.

X. Estimation BEKK (CW8.PA et PAEJ.PA)

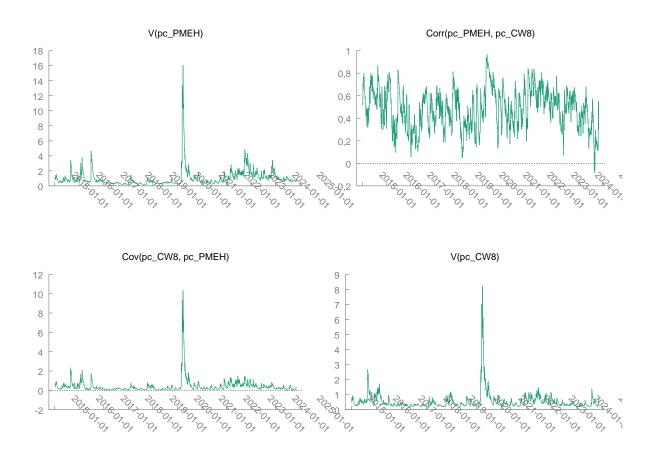


Notre estimation du modèle BEKK nous renseigne sur la variance de CW8 et PAEJ déjà étudiée ci-dessus situés sur la diagonale. Nous avons en plus la covariance et la corrélation entre les deux ETFs. Premièrement, la corrélation entre nos deux ETFs témoignent qu'ils évoluent dans le même sens en termes de volatilité entre 1 et 0,5 ; cela nous permettant de distinguer comment chacun des ETF évoluent pendant un choc. Effectivement, leurs volatilités respectives différent suivant les chocs qu'ils subissent.

Néanmoins, nous noterons que leurs corrélations différent fortement pendant la guerre en Ukraine (dû à une composition bien différente).

La covariance dans le cas présent nous enseigne que l'apparition de pic dans le graphique témoigne de fortes variations conjointes entre ces deux. La covariance nous fait comprendre que, lors de chocs internationaux leurs corrélations grandies appelés phénomène de contagion. Sauf pendant la crise du COVID-19; ce même pic qui a mis à mal toute l'économie mondiale.

XI. Estimation BEKK (CW8.PA et PMEH.PA)



De même pour ces graphiques analysant la corrélation et la covariance entre l'indice large et l'indice qui regroupe les sociétés foncières et immobilières européennes, nous informe que, pour ce qui est de la corrélation, les indices évoluent dans le même sens mais de moindre manière que la corrélation entre CW8 et PAEJ. En effet, le graphique nous montre que la différence de volatilité entre ces deux différent entre 0,8 et 0. Parmi ces différences de corrélation en termes de volatilité, on voit qu'en fin 2024, la corrélation

est même négative. Cela signifie que quand un actif connait de la volatilité l'autre n'en subit pas, on peut même dire qu'il y une faible relation inverse.

Pour la covariance, nous décelons les mêmes relations que précédemment. En effet, le graphique exprime le fait que seulement la crise du COVID-19 est le seul pic de volatilité qui a drastiquement explosé. Lors des périodes « calmes », la covariance entre les deux ETFs reste positive soulignant une relation moyenne modérée entre le volatilité des nos deux actifs.

XII. Intérêt et objectif des modèles VAR

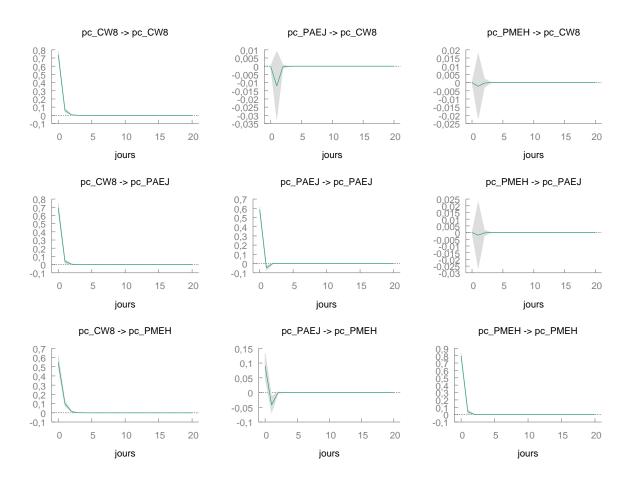
Les modèles Vectoriels Auto-Régressifs (VAR) sont des systèmes d'équations capturant les dynamiques interdépendantes de plusieurs séries temporelles (ici les rendements). Chaque variable du système est expliquée à la fois par ses propres valeurs antérieures mais aussi par les valeurs antérieures des autres variables du système. Ces modèles vont nous permettre de comprendre les interactions entre les variables, anticiper et prévoir les valeurs de plusieurs séries en même temps mais aussi d'analyser les impacts de chocs grâce aux fonctions de réponses aux impulsions.

XIII. Estimation du modèle VAR des rendements

retards	log-vrais.	p(LR)	AIC	BIC	HQC
1	-		6,398357	6,419073*	6,405741*
	11447,45695				
2	-	0,00021	6,394478*	6,430731	6,407401
	11431,51053				
3	-	0,97325	6,398734	6,450524	6,417196
	11430,13339				
•••		•••	•••	•••	•••
15	-	0,03362	6,406995	6,645227	6,491917
	11336,92835				

Sur le critère de l'estimation du modèle VAR de nos trois rendements et l'application de 15 retards, le choix du critère HQC (Hannan-Quinn Criterion) est plus adéquat que le AIC ou encore le BIC, le premier sur-estimant le nombre de retards et le second étant trop restrictif, même si nous pouvons voir que le BIC donne le même nombre de retard optimal

pour l'estimation du modèle à savoir 1 : reconnaissable là où se trouve l'astérisque. Cela nous permet de tracer les fonctions de réponses aux impulsions de nos rendements.



Grâce à ce choix de 1 retard préconisé par HQC en incluant des écarts types robustes, nous pouvons tracer les fonctions de réponses aux impulsions. Sur la diagonale, nous retrouvons les réponses des ETFs à la suite d'un choc. On peut en déduire que pour les ETFs CW8 et PMEH, leur stabilisation est quasiment immédiate : il suffit de deux jours, pour que le choc s'estompe complètement. Pour PAEJ, le choc disparait rapidement de la même manière mais indique une réponse négative avant de se stabiliser à 0 dans les premiers jours signifiant un effet de correction du marché. Mais nous ne pouvons être sur de la significativité de ce résultat car la courbe de la réponse impulsionnelle est comprise dans l'intervalle de confiance.

Ensuite, quand nous regardons le graphique d'un choc impulsionnel sur les rendements de l'ETF CW8 sur les rendements de PAEJ ou de PMEH, on voit qu'eux aussi ont également leur période de stabilisation très courte. En revanche, un choc sur les rendements de PAEJ aura une réponse négative sur du court terme sur les rendements de PMEH.

La réponse des rendements de CW8 après un choc impulsionnel sur les rendements de PAEJ n'est pas significative. En effet, le fait que la ligne de réponse soit dans l'intervalle de confiance signifie qu'on ne peut affirmer avec certitude qu'un choc de PAEJ a un effet sur CW8. De même pour l'impulsion dans PMEH sur CW8, témoigne peut-être de la non-significativité de son effet dans ce modèle. De la même façon du choc dans PMEH sur PAEJ. De plus, pour ces trois constations, leurs non-significativité, si elles s'avèrent vraies, établissent des réponses négatives extrêmement faibles ne pouvant pas dénoncer qu'un tel choc puisse réellement affecter les rendements.