STT5100 - Automne 2018 - Examen Intra

Arthur Charpentier

Examen **A**

Les calculatrices sont autorisées. Les documents sont en revanche interdits, sauf une page d'aide mémoire. L'examen dure 3 heures, toute sortie avant midi est autorisée, et définitive.

Dans les feuilles qui suivent, il y a 30 questions relatives au cours sur le modèle linéaire. Pour chaque question, cinq réponses sont proposées, une seule est valide, et vous ne devez en retenir qu'une (au maximum),

- vous gagnez 1 points par bonne réponse
- vous ne perdez pas de points pour une mauvaise réponse
- vous ne gagnez pas de point pour plusieurs réponses

Aucune justification n'est demandée. Votre note finale est le total des points (sur 30). Il y a une 31ème question, bonus. Une prédiction parfaite (sur 30) donnera un point bonus qui s'ajoutera à la note.

La page de réponse est au dos de cette page : merci de décrocher la feuille et de ne rendre que cette dernière, après avoir indiqué votre code permanent en haut.

Merci de cocher de carré en bleu ou en noir. En cas d'erreur, vous pouvez cocher une autre case en rouge. Seule cette dernière sera alors retenue.

Formulaire

Pour la loi normale, centrée et réduite ou une loi de Student, on utilisera 1.96 comme valeur du quantile à 97.5%, et 1.64 pour le quantile à 95%.

On notera $x \mapsto \mathbf{1}_A(x)$ la fonction indicatrice vérifiant $\mathbf{1}_A(x) = 0$ si $x \notin A$ et $\mathbf{1}_A(x) = 1$ si $x \in A$. Par extention, si $A = \{a\}$, on notera $x \mapsto \mathbf{1}_a(x)$ la fonction qui vérifie $\mathbf{1}_a(x) = 0$ si $x \neq a$ et $\mathbf{1}_a(x) = 1$ si $x = a$.

La notation $\underset{(0.021)}{0.072}$ pour $\widehat{\beta}_j$ signifie que l'estimateur de β_j vaut 0.072 et que l'écart-type de cet estimateur vaut 0.021.

Code permanent : Sujet : A

question 1	☐ A	☐ B	☐ C	☐ D	☐ E
question 2	☐ A	☐ B	☐ C	☐ D	☐ E
question 3	☐ A	☐ B	☐ C	☐ D	☐ E
question 4	☐ A	☐ B	☐ C	☐ D	☐ E
question 5	☐ A	☐ B	☐ C	☐ D	☐ E
question 6	☐ A	☐ B	☐ C	☐ D	☐ E
question 7	☐ A	☐ B	☐ C	☐ D	☐ E
question 8	☐ A	☐ B	☐ C	☐ D	☐ E
question 9	☐ A	☐ B	☐ C	☐ D	☐ E
question 10	☐ A	☐ B	☐ C	☐ D	☐ E
question 11	☐ A	☐ B	☐ C	☐ D	☐ E
question 12	☐ A	☐ B	☐ C	☐ D	☐ E
question 13	☐ A	☐ B	☐ C	☐ D	☐ E
question 14	☐ A	☐ B	☐ C	☐ D	☐ E
question 15	☐ A	☐ B	☐ C	☐ D	☐ E
question 16	☐ A	☐ B	☐ C	☐ D	☐ E
question 17	☐ A	☐ B	☐ C	☐ D	☐ E
question 18	☐ A	☐ B	☐ C	☐ D	☐ E
question 19	☐ A	☐ B	☐ C	☐ D	☐ E
question 20	☐ A	☐ B	☐ C	☐ D	☐ E
question 21	☐ A	☐ B	☐ C	☐ D	☐ E
question 22	☐ A	☐ B	☐ C	☐ D	☐ E
question 23	☐ A	☐ B	☐ C	☐ D	☐ E
question 24	☐ A	☐ B	☐ C	☐ D	☐ E
question 25	☐ A	☐ B	☐ C	☐ D	☐ E
question 26	☐ A	☐ B	☐ C	☐ D	☐ E
question 27	☐ A	☐ B	☐ C	☐ D	☐ E
question 28	☐ A	☐ B	☐ C	☐ D	☐ E
question 29	☐ A	☐ B	☐ C	☐ D	☐ E
question 30	☐ A	☐ B	☐ C	☐ D	☐ E
question 31					

Pour les questions 1 à 11, on considère le modèle suivant

$$\widehat{\text{poids}}_i^{\mathsf{kg}} = \widehat{\beta}_0 + \widehat{\beta}_2 \text{ cigarettes}_i^{\mathsf{nb}} + \widehat{\beta}_3 \text{ revenu}_i^{\mathsf{\$}} \tag{1}$$

où, pour une naissance i, cigarettes$^{\mathsf{nb}}$ indique le nombre de cigarettes fumées par jour par la mère, revenu$^{\mathsf{\$}}$ le revenu de la mère (en dollars), et $\widehat{\text{poids}}^{\mathsf{kg}}$ est le poids à la naissance (en kilogrammes) prédit par le modèle linéaire (1). On décide de changer d'unités : le poids est en livres (1 livre = 0.454 kg) et le revenu est en milliers de dollars. On a alors le modèle

$$\overset{\smile}{\text{poids}}_i^{\mathsf{lb}} = \breve{\beta}_0 + \breve{\beta}_2 \text{ cigarettes}_i^{\mathsf{nb}} + \breve{\beta}_3 \text{ revenu}_i^{\mathsf{k\$}} \tag{2}$$

Un troisième modèle est considéré

$$\widetilde{\text{poids}}_i^{\mathsf{kg}} = \widetilde{\beta}_0 + \widetilde{\beta}_1 \mathbf{1}_0(\text{cigarettes}_i^{\mathsf{nb}}) + \widetilde{\beta}_2 \text{ cigarettes}_i^{\mathsf{nb}} + \widetilde{\beta}_3 \text{ revenu}_i^{\mathsf{\$}} \tag{3}$$

On suppose qu'il existe des personnes qui ne fument pas dans la base.

Les trois modèles sont estimés ici par la méthode des moindres carrés.

1 Comment peut-on interpréter $\widehat{\beta}_0$?

A) c'est le nombre de cigarettes par jour qu'il faut pour réduire le poids à la naissance de 1 kg, en moyenne

B) c'est de combien, une cigarette supplémentaire par jour diminue le poids à la naissance, en moyenne

C) c'est le poids qu'aurait, en moyenne, un bébé dont la mère ne fume pas, et n'ayant aucun revenu

D) c'est l'écart-type des résidus de la régression

E) aucune des réponses proposées

2 Quel est le rapport entre $\breve{\beta}_0$ et $\widehat{\beta}_0$?

A) $\breve{\beta}_0 = 2.202 \cdot \widehat{\beta}_0$

B) $\breve{\beta}_0 = 0.454 \cdot \widehat{\beta}_0$

C) $\breve{\beta}_0 = 1000 \cdot \widehat{\beta}_0$

D) $\breve{\beta}_0 = \widehat{\beta}_0$

E) aucune des réponses proposées

3 Quel est le rapport entre $\breve{\beta}_2$ et $\widehat{\beta}_2$?

A) $\breve{\beta}_2 = 2.202 \cdot \widehat{\beta}_2$

B) $\breve{\beta}_2 = 0.454 \cdot \widehat{\beta}_2$

C) $\breve{\beta}_2 = 2022 \cdot \widehat{\beta}_2$

D) $\breve{\beta}_2 = 454 \cdot \widehat{\beta}_2$

E) aucune des réponses proposées

4 Quel est le rapport entre $\breve{\beta}_3$ et $\widehat{\beta}_3$?

A) $\breve{\beta}_3 = 2.202 \cdot \widehat{\beta}_3$

B) $\breve{\beta}_3 = 0.454 \cdot \widehat{\beta}_3$

C) $\breve{\beta}_3 = 2022 \cdot \widehat{\beta}_3$

D) $\breve{\beta}_3 = 454 \cdot \widehat{\beta}_3$

E) aucune des réponses proposées

5 Quel est le rapport entre $\widetilde{\beta}_0$ et $\widehat{\beta}_0$?

A) $\widetilde{\beta}_0 = \widehat{\beta}_0$ quel que soit $\widetilde{\beta}_1$

B) $\widetilde{\beta}_0 > \widehat{\beta}_0$ quel que soit $\widetilde{\beta}_1$

C) $\widetilde{\beta}_0 < \widehat{\beta}_0$ quel que soit $\widetilde{\beta}_1$

D) ça dépend de $\widetilde{\beta}_1$

E) aucune des réponses proposées

6 Quel est le rapport entre $\widetilde{\beta}_3$ et $\widehat{\beta}_3$?

A) on a toujours $\widetilde{\beta}_3 = \widehat{\beta}_3$

B) on a $\widetilde{\beta}_3 = \widehat{\beta}_3$ si le revenu et le nombre de cigarettes fumées sont deux variables indépendantes

C) on a $\widetilde{\beta}_3 = \widehat{\beta}_3$ si le revenu et le revenu de la mère sont deux variables indépendantes

D) on a $\widetilde{\beta}_3 = \widehat{\beta}_3$ si le revenu et le fait de fumer sont deux variables indépendantes

E) aucune des réponses proposées

7 Comment interpréter le fait que $\widetilde{\beta}_1 < 0$?

A) il y a moins de mère qui ne fument pas que de mère qui fument dans la base de données

B) toutes choses égales par ailleurs, les bébés de poids faibles ont plus de chance de fumer quand ils seront adultes

C) toutes choses égales par ailleurs, le fait ne pas fumer fait que le poids à la naissance est plus faible

D) le revenu et le nombre de cigarettes fumées sont deux variables corrélées négativement

E) aucune des réponses proposées

En faisant l'estimation sur $n = 100$ naissances, on obtient

$$\widehat{\text{poids}}_i^{\mathsf{kg}} = \underset{(0.245)}{2.104} + \underset{(0.002)}{0.072} \text{ cigarettes}_i^{\mathsf{nb}} + \underset{(0.041)}{0.028} \text{ revenu}_i^{\mathsf{k\$}} \tag{4}$$

(avec les notations usuelles vues).

8 Une femme ne fumant pas et ayant un revenu de 57,000\$ annuel va accoucher. Quel serait le poids attendu de son bébé ?

A) 2.104 kg

B) 3.700 kg

C) 3.256 kg

D) 4.321 kg

E) aucune des réponses proposées

9 La variable de revenu est-elle significative (au seuil classique de 95%) ?

A) oui

B) non

C) on ne peut pas savoir

D) ——

E) ——

On se rend compte que la variable “genre” (du bébé) a été observée, et qu'il y a 50 garçons (“H”) et 50 filles (“F”). On suppose que le genre est indépendant du revenu de la mère, et du fait qu'elle soit fumeuse (ou pas). On estime

$$\widehat{\text{poids}}_i^{\mathsf{kg}} = \widehat{\alpha}_0 + \widehat{\alpha}_1 \ \mathbf{1}_{\text{H}}(\text{genre}_i) + \underset{(0.002)}{0.072} \ \text{cigarettes}_i^{\mathsf{nb}} + \underset{(0.041)}{0.028} \ \text{revenu}_i^{\mathsf{k\$}}$$

On suppose que les bébés garçons sont, en moyenne et toutes choses étant égales par ailleurs, (strictement) plus lourds que les bébés filles.

10 Que peut-on dire sur $\widehat{\alpha}_0$ et $\widehat{\alpha}_1$?

A) $\widehat{\alpha}_0 < \widehat{\alpha}_1$

B) $\widehat{\alpha}_0 \neq \widehat{\alpha}_1$

C) $\widehat{\alpha}_1 > 0$

D) $\widehat{\alpha}_1 > 2.104$

E) aucune des réponses proposées

11 Que peut-on dire sur $\widehat{\alpha}_0$ et $\widehat{\alpha}_1$?

A) $\widehat{\alpha}_0 + \widehat{\alpha}_1 = 2.104$

B) $\widehat{\alpha}_0 \cdot \widehat{\alpha}_1 = 2.104$

C) $\widehat{\alpha}_1 = 0$ car il y a autant de garçons que de filles dans l'échantillon

D) $\widehat{\alpha}_0 < 2.104$

E) aucune des réponses proposées

Pour les questions 12 à 14, on considère le (vrai) modèle suivant

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1,i} + \beta_2 x_{2,i} + \varepsilon_i \tag{5}$$

où les observations sont des réalisation de variables aléatoires, avec en particulier $\mathbb{E}[\varepsilon] = 0$. On suppose de plus que $\text{cov}[X_1, X_2] > 0$. On estime trois modèles. Le premier est correctement spécifié

$$\widetilde{y}_i = \widetilde{\beta}_0 + \widetilde{\beta}_1 x_{1,i} + \widetilde{\beta}_2 x_{2,i} \text{ et } \widetilde{\varepsilon}_i = y_i - \widetilde{y}_i \tag{6}$$

Le second est mal spécifié (avec une sous-spécification)

$$\breve{y}_i = \breve{\beta}_0 + \breve{\beta}_1 x_{1,i} \text{ et } \breve{\varepsilon}_i = y_i - \breve{y}_i \tag{7}$$

ainsi que le troisième (avec une sur-spécification)

$$\widehat{y}_i = \widehat{\beta}_0 + \widehat{\beta}_1 x_{1,i} + \widehat{\beta}_2 x_{2,i} + \widehat{\beta}_3 x_{3,i} \text{ et } \breve{\varepsilon}_i = y_i - \widehat{y}_i \tag{8}$$

On suppose que la troisième variable vérifie $\text{cov}[X_1, X_3] < 0$.

12 Laquelle des affirmations ci-dessous est juste ?

A) comme le modèle (6) est correctement spécifié $\widetilde{\varepsilon}_i = \varepsilon_i$

B) comme le modèle (7) est sous-spécifié et (8) est sur-spécifié, pour tout i, $\widehat{\varepsilon}_i \geqslant \breve{\varepsilon}_i$

C) si $R^2_{(j)}$ est le R^2 du modèle (j), $R^2_{(7)} \leqslant R^2_{(6)}$ et $R^2_{(8)} \leqslant R^2_{(6)}$

D) si $R^2_{(j)}$ est le R^2 du modèle (j), $R^2_{(7)} \leqslant R^2_{(6)} \leqslant R^2_{(8)}$

E) aucune des réponses proposées

13 Laquelle des affirmations ci-dessous est juste ?

A) $\breve{\beta}_1 = \widetilde{\beta}_1$

B) $\breve{\beta}_1$ est un estimateur sans biais de β_1

C) comme le modèle (7) est sous-spécifié, alors pour tout i, $\breve{\varepsilon}_i < \varepsilon_i$

D) si on ordonne les observations suivant la valeur des y_i (avec $y_i \leqslant y_{i+1}$), $\breve{\varepsilon}_i \leqslant \breve{\varepsilon}_{i+1}$ pour tout i.

E) aucune des réponses proposées

14 Laquelle des affirmations ci-dessous est juste ?

A) La variance de $\widehat{\beta}_1$ est plus grande que la variance de $\widetilde{\beta}_1$

B) comme le modèle (8) est sur-spécifié, alors pour tout i, $\widehat{\varepsilon}_i > \varepsilon_i$

C) $\widehat{\beta}_3 = 0$

D) $\widehat{\beta}_3 \leqslant 0$ car $\text{cov}[X_1, X_3] < 0$

E) aucune des réponses proposées

Pour les questions 15 à 20, considérons le modèle

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1,i} + \beta_2 x_{2,i} + \beta_3 x_{3,i} + \varepsilon_i \tag{9}$$

15 Que signifie l'hypothèse d'*homoscédasticité* du modèle ?

A) $\text{Var}[X_1] = \text{Var}[X_2] = \text{Var}[X_3]$

B) $\text{Var}[X_1|Y] = \text{Var}[X_2|Y] = \text{Var}[X_3|Y]$

C) $\text{Var}[\varepsilon|X_1, X_2, X_3]$ est constante

D) $\text{Var}[X_1|Y]$, $\text{Var}[X_2|Y]$ et $\text{Var}[X_3|Y]$ sont constantes (pas forcément égales)

E) aucune des réponses proposées

16 Il n'est pas rare de supposer que $\mathbb{E}[\varepsilon|X_1, X_2, X_3] = 0$. Qu'est-ce que cette hypothèse implique ?

A) $\mathbb{E}[\varepsilon] = 0$

B) $\text{Var}[\varepsilon|X_1, X_2, X_3] = 0$

C) $\text{Var}[\varepsilon|X_1, X_2, X_3]$ est constante (pas forcément nulle)

D) $\text{Var}[\varepsilon]$ est constante

E) aucune des réponses proposées

Pour les deux questions suivantes, on procéde à une estimation par moindres carrés, et on note $\widehat{\beta}_j$ l'estimateur de β_j, pour $j = 0, 1, 2, 3$.

17 Quelle affirmation donnera une plus grande variance pour $\widehat{\beta}_3$?

A) si la taille de l'échantillon augmente (toutes autres choses étant égales par ailleurs)

B) si la variance de X_3 augmente (toutes autres choses étant égales par ailleurs)

C) si la valeur absolue de la corrélation entre X_1 et X_3 diminue (toutes autres choses étant égales par ailleurs)

D) si on calcule l'estimateur après avoir ordonné les observations suivant la valeur des y_i dans l'ordre croissant

E) aucune des réponses proposées

18 On note $[b^-_{n,90\%}, b^+_{n,90\%}]$ l'intervalle de confiance de $\widehat{\beta}_3$ à 90% obtenu à partir des n observations. Quelle affirmation parmi les suivantes est **fausse** ?

A) $[b^-_{n,90\%}, b^+_{n,90\%}]$ est toujours inclu dans $[b^-_{n,99\%}, b^+_{n,99\%}]$

B) si on suppose $\varepsilon \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$, $b^+_{n,\alpha\%} - b^-_{n,\alpha\%}$ est proportionnel à σ

C) $[b^-_{n,99\%}, b^+_{n,99\%}]$ contient toujours $\widehat{\beta}_3$

D) $[b^-_{n,99\%}, b^+_{n,99\%}]$ contient toujours β_3

E) aucune des réponses proposées

19 Si on suppose que $\varepsilon \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$, alors $[b^-_{n,95\%}, b^+_{n,95\%}]$ s'écrit

A) $\left[\widehat{\beta}_3 \pm \dfrac{1.96}{\sqrt{n}}\sigma\right]$

B) $\left[\widehat{\beta}_3 \pm 1.96\sigma\right]$

C) $\left[\widehat{\beta}_3 \pm \dfrac{1.96}{\sqrt{n}}s\right]$ avec $s > \sigma$

D) $\left[\widehat{\beta}_3 \pm 1.96s\right]$ avec $s > 0$, a priori différent de σ et de $\sigma/\sqrt{n}$

E) aucune des réponses proposées

20 On rajoute ici une variable X_4 pour construire le modèle

$$y_i = \alpha_0 + \alpha_1 x_{1,i} + \alpha_2 x_{2,i} + \alpha_3 x_{3,i} + \alpha_4 x_{4,i} + \eta_i \tag{10}$$

Soit $R^2_{(j)}$ le coefficient de déterminiation, R^2, pour le modèle (j). A quelle condition a-t-on $R^2_{(10)} \geqslant R^2_{(9)}$?

A) si X_4 est corrélée positivement avec *au moins* une variable X_j (avec $j = 1, 2, 3$), mais pas forcément toutes

B) si X_4 est corrélée positivement avec *toutes* les variables X_j (avec $j = 1, 2, 3$)

C) on a toujours $R^2_{(10)} \geqslant R^2_{(9)}$

D) si $\beta_0 \geqslant \alpha_0$

E) aucune des réponses proposées

Pour les questions 21 à 26, on considère le moèle suivant :

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1,i} + \beta_2 x_{2,i} + \varepsilon_i = \boldsymbol{x}_i^\top \boldsymbol{\beta} + \varepsilon_i$$

en utilisant l'écriture vectorielle classique. Soit $\boldsymbol{X}$ la matrice $n \times 3$ dont les lignes sont les $\boldsymbol{x}_i$. On suppose que

$$\boldsymbol{X}^\top \boldsymbol{X} = \begin{pmatrix} 25 & 0 & 0 \\ \star & 9.3 & 5.4 \\ \star & \star & 12.7 \end{pmatrix} \text{ et } (\boldsymbol{X}^\top \boldsymbol{X})^{-1} = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ \star & 0.1428 & -0.0607 \\ \star & \star & 0.1046 \end{pmatrix}$$

où $\star$ indique une valeur supprimée.

21 Que vaut a dans le coin supérieur gauche de la matrice de droite ?

A) on ne peut pas savoir
B) 0.04
C) 0.004
D) 0.1854
E) aucune des réponses proposées

22 Combien y-a-t-il d'observations n ?

A) on ne peut pas savoir
B) 25
C) 5
D) 100
E) aucune des réponses proposées

23 Que vaut (environ) la corrélation empirique entre les vecteurs des deux variables X_1 et X_2 ?

A) on ne peut pas savoir
B) 0.5
C) 0.25
D) 0.707
E) aucune des réponses proposées

24 On suppose que $y_i = 1.60 + 0.61\ x_1 + 0.460\ x_2 + \widehat{\varepsilon}_i$, avec

$$\sum_{i=1}^{n} \widehat{\varepsilon}_i^2 = 0.3$$

Que vaut $\overline{y}$ (la moyenne empirique des observations y_i)

A) on ne peut pas savoir

B) 1.6

C) -1.6

D) 0

E) aucune des réponses proposées

25 Que vaut $\overline{\widehat{y}}$ (la moyenne empirique des prévisions $\widehat{y}_i$)

A) on ne peut pas savoir

B) 1.6

C) -1.6

D) 0

E) aucune des réponses proposées

26 Que vaut le coefficient de détermination R^2

A) on ne peut pas savoir

B) 78.2%

C) 90.5%

D) 96.8%

E) aucune des réponses proposées

Pour les questions 27 à 30, On considère un modèle estime par moindres carrés

$$\widehat{y}_i = \widehat{\beta}_0 + \widehat{\beta}_1 x_i \text{ et } \widetilde{\varepsilon}_i = y_i - \widetilde{y}_i \quad (11)$$

On veut faire une prévision pour un nouveau point $x^\star$, et on pose

$$\widehat{y}^\star = \widehat{\beta}_0 + \widehat{\beta}_1 \ x^\star.$$

27 Pour quel valeur de $x^\star$ la variance de $\widehat{Y}^\star$ sera-t-elle minimale ?

A) on ne peut pas savoir

B) quand $x^\star = 0$

C) quand $x^\star = \overline{x}$

D) quand $x^\star = \min\{x_1, \cdots, x_n\}$

E) aucune des réponses proposées

La régression informatique sur des vraies données donne la sortie suivante

```
Coefficients:
             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  -4.72385    0.12974    ?     < 2e-16 ***
X            -0.27793       ?     -11.04 1.05e-11 ***
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1
Residual standard error: 0.3548 on 28 degrees of freedom
Multiple R-Squared: 0.8131,     Adjusted R-squared: 0.8064
F-statistic: 121.8 on 1 and 28 DF,  p-value: ?
```

28 Que vaut la statistique du test de significativité de la constante ?

A) 10.39404

B) -36.41013

C) -280.6392

D) 0.027464

E) aucune des réponses proposées

29 Que vaut la p-value pour le test de Fisher (derniére ligne) ?

A) $8.21 \cdot 10^{-3}$

B) $3.24 \cdot 10^{-6}$

C) $2.29 \cdot 10^{-1}$

D) $1.05 \cdot 10^{-11}$

E) on ne peut pas savoir

30 Toujours pour ce modèle linéaire simple, on suppose que β_0 est connue, vaut 2, et on estime le modèle suivant

$$y_i = 2 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i \tag{12}$$

par moindres carrés. On note $\widetilde{\beta}_1$ l'estimateur de β_1. Que vaut $\widetilde{\beta}_1$?

A) $\widetilde{\beta}_1 = \dfrac{\sum(x_i - \overline{x})y_i}{\sum(x_i - \overline{x})^2}$

B) $\widetilde{\beta}_1 = \dfrac{\sum(y_i - 2)}{\sum(x_i - \overline{x})}$

C) $\widetilde{\beta}_1 = \dfrac{\sum x_i(y_i - 2)}{\sum(x_i - \overline{x})^2}$

D) $\widetilde{\beta}_1 = \dfrac{\sum x_i(y_i - 2)}{\sum x_i^2}$

E) aucune des réponses proposées

31 question bonus : quel sera votre nombre de bonnes réponses sur les 30 questions précédantes ?