

**Leibniz Universität Hannover**Logik und Formale Systeme  
Hausübungsblätter

Gruppenmitglied 01: Holtermann, Lukas

Gruppenmitglied 02: Duc Nguyen, Nam

Gruppenmitglied 03: Lünsmann, Mario

e-Mail 01: [Lukas.Holtermann@gmx.de](mailto:Lukas.Holtermann@gmx.de)e-Mail 02: [Y](#)e-Mail 01: [mr.ml.fwm@t-online.de](mailto:mr.ml.fwm@t-online.de)

Übungsblattnummer: Hausübungsblatt 03

Status: Lösung 01

Punkte/Prozente:

Anmerkungen/Verbesserungsvorschläge:

# Logik und Formale Systeme

## Hausübungsblatt 03 - Abgabetermin 20.05.2019

### 1 Hausübungen

#### 1.1 Aufgabe 1

##### 1.1.1 (a)

Zeigen der Erfüllbarkeit durch Hornformeln und Markierungsalgorithmus:

Es gilt:  $\varphi_1 := (P_1 \wedge P_3 \rightarrow 0) \wedge (1 \rightarrow P_1) \wedge (P_4 \wedge P_3 \rightarrow P_2) \wedge (P_1 \wedge P_2 \rightarrow P_3) \wedge (P_1 \wedge P_4 \rightarrow P_2) \wedge (1 \rightarrow P_4)$

Es gilt Markierungsalgorithmus:

Programmschritt	$\mathfrak{I}_{P_1}$	$\mathfrak{I}_{P_2}$	$\mathfrak{I}_{P_3}$	$\mathfrak{I}_{P_4}$
Initialzustand	1	0	0	1
1. Durchlauf	1	1	0	1
2. Durchlauf	1	1	1	1
Ergebnis	1	1	1	1

**Tabelle 1:** Markierungsalgorithmus zu  $\varphi_1$

Ausgabe: nicht „Erfüllbar“.

Somit gilt:  $\mathfrak{I}_{P_1} = \mathfrak{I}_{P_2} = \mathfrak{I}_{P_3} = \mathfrak{I}_{P_4} = 1$  und aber  $(P_1 \wedge P_3 \rightarrow 0)$

Daher gilt:  $\mathfrak{I}_{P_n} \not\models \varphi_1$

##### 1.1.2 (b)

Zeigen der Erfüllbarkeit durch Hornformeln und Markierungsalgorithmus:

Es gilt:  $\varphi_2 := (P_1 \wedge P_2 \rightarrow P_3) \wedge (P_3 \rightarrow P_1) \wedge (P_2 \rightarrow P_1)$

Es gilt Markierungsalgorithmus:

Programmschritt	$\mathfrak{I}_{P_1}$	$\mathfrak{I}_{P_2}$	$\mathfrak{I}_{P_3}$
Initialzustand	0	0	0
Ausgabe	0	0	0

**Tabelle 2:** Markierungsalgorithmus zu  $\varphi_2$

Ausgabe: „Erfüllbar“.

Somit gilt:  $\mathfrak{I}_{P_1} = \mathfrak{I}_{P_2} = \mathfrak{I}_{P_3} = 0$  aber  $P_2 \rightarrow P_1 = 1$  und nicht 0.

Daher gilt:  $\mathfrak{I}_{P_n} \models \varphi_2$

**1.1.3 (c)**

Zeigen der Erfüllbarkeit durch Hornformeln und Markierungsalgorithmus:

Es gilt:  $\varphi_3 := (1 \rightarrow P_4) \wedge (P_4 \rightarrow P_1) \wedge (P_4 \rightarrow P_3) \wedge (P_1 \wedge P_5 \rightarrow 0) \wedge (P_3 \wedge P_4 \rightarrow P_1) \wedge (P_2 \rightarrow P_4) \wedge (P_4 \rightarrow P_2)$

Es gilt Markierungsalgorithmus:

Programmschritt	$\mathfrak{S}_{P_1}$	$\mathfrak{S}_{P_2}$	$\mathfrak{S}_{P_3}$	$\mathfrak{S}_{P_4}$	$\mathfrak{S}_{P_5}$
Initialzustand	0	0	0	1	0
1. Durchlauf	1	0	0	1	0
2. Durchlauf	1	0	1	1	0
3. Durchlauf	1	1	1	1	0
Ausgabe	1	1	1	1	0

**Tabelle 3: Markierungsalgorithmus zu  $\varphi_3$**

Ausgabe: „Erfüllbar“.

Somit gilt:  $\mathfrak{S}_{p_1} = \mathfrak{S}_{p_2} = \mathfrak{S}_{p_3} = \mathfrak{S}_{p_4} = 1$  und aber  $(P_1 \wedge P_5 \rightarrow 0) = 1$

Daher gilt:  $\mathfrak{S}_{p_n} \models \varphi_3$

**1.2 Aufgabe 2****1.2.1 (a)**

Es gilt:  $\theta_1 := \neg(\neg P_1 \wedge \neg P_1) \wedge (\neg P_5 \wedge P_2 \rightarrow \neg P_3) \wedge P_3 \wedge (P_1 \wedge \neg P_2 \rightarrow \neg P_3) \wedge (P_1 \rightarrow \neg P_4) \wedge (P_2 \rightarrow \neg P_3)$

Zu erst äquivalente Hornformel in Implikationsschreibweise:

Äquivalente Hornformel in KNF:

$$(P_1) \wedge (P_5 \vee \neg P_2 \vee \neg P_3) \wedge (\neg P_1 \vee P_2 \vee \neg P_3) \wedge P_3 \wedge (\neg P_1 \vee \neg P_4) \wedge (\neg P_2 \vee \neg P_3)$$

Jetzt gilt: Implikationsschreibweise:

$$(1 \rightarrow P_1) \wedge (P_2 \wedge P_3 \rightarrow P_5) \wedge (P_1 \wedge P_3 \rightarrow P_2) \wedge (1 \rightarrow P_3) \wedge (P_4 \wedge P_1 \rightarrow 0) \wedge (P_2 \wedge P_3 \rightarrow 0)$$

Jetzt gilt: Klauseln

$$\{\{P_1\}, \{\neg P_2, \neg P_3, P_5\}, \{\neg P_1, P_2, \neg P_3\}, \{P_3\}, \{\neg P_4, \neg P_1\}, \{\neg P_3, \neg P_2\}\}$$

**1.2.2 (b)**

Es gilt:  $\theta_2 := (P_2 \rightarrow \neg(P_1 \wedge \neg P_3)) \wedge ((\neg P_1 \vee P_4) \rightarrow P_1 \wedge P_5) \wedge ((P_2 \vee \neg P_2) \rightarrow P_4) \wedge (\neg P_2 \rightarrow \neg P_5) \wedge (P_3 \rightarrow \neg P_6) \wedge (P_5 \wedge P_6 \rightarrow \neg P_4)$

Zu erst äquivalente Hornformel in Implikationsschreibweise:

Äquivalente Hornformel in KNF:

$$(\neg P_2 \vee \neg P_1 \vee P_3) \wedge P_1 \wedge (\neg P_4 \vee P_5) \wedge \underbrace{(\neg(P_2 \vee \neg P_2) \wedge P_4)}_{\substack{\text{wird zu 1} \\ \text{wird zu } P_4}} \wedge (P_2 \vee \neg P_5) \wedge (\neg P_3 \vee \neg P_6) \wedge (\neg P_5 \vee \neg P_6 \vee \neg P_4)$$

Jetzt gilt: Implikationsschreibweise:

$$(1 \rightarrow P_1) \wedge (P_1 \wedge P_2 \rightarrow P_3) \wedge (P_4 \rightarrow P_5) \wedge (1 \rightarrow P_4) \wedge (P_5 \rightarrow P_2) \wedge (P_3 \wedge P_6 \rightarrow 0) \wedge (P_5 \wedge P_6 \wedge P_4 \rightarrow 0)$$

Jetzt gilt: Klauseln

$$\{\{P_1\}, \{\neg P_1, \neg P_2, P_3\}, \{\neg P_4, P_5\}, \{P_4\}, \{P_2, \neg P_5\}, \{\neg P_3, \neg P_6\}, \{\neg P_5, \neg P_6, \neg P_4\}\}$$