



Universität Hannover
Logik und Formale Systeme
Hausübungsblätter

Gruppenmitglied 01: Holtermann, Lukas

Gruppenmitglied 02: Duc Nguyen, Nam

Gruppenmitglied 03: Lünsmann, Mario

e-Mail 01: Lukas.Holtermann@gmx.de

e-Mail 02: [Y](#)

e-Mail 01: mr.ml.fwm@t-online.de

Übungsblattnummer: Hausübungsblatt 01

Status: Lösung 01

Punkte/Prozente:

Anmerkungen/Verbesserungsvorschläge:

Logik und Formale Systeme

Hausübungsblatt 01 - Abgabetermin 06.05.2019

1 Hausübungen

1.1 Aufgabe 1

Zeigen durch passende Wahrheitstafeln:

$$\theta_1 := \neg(P_1 \wedge \neg P_2) \rightarrow ((P_2 \rightarrow P_3) \vee \neg P_1)$$

P_1	P_2	P_3	$\neg P_1$	$\neg P_2$	$\neg(P_1 \wedge \neg P_2)$	\rightarrow	$(P_2 \rightarrow P_3)$	$\vee \neg P_1$
0	0	0	1	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	1	0	1	1	0	1
0	1	1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	1	1	1
1	0	1	0	1	0	1	1	1
1	1	0	0	0	1	0	0	0
1	1	1	0	0	1	1	1	1

Tabelle 1: Wahrheitstafel θ_1

$$\theta_2 := \neg(P_1 \rightarrow \neg P_2) \vee P_3$$

P_1	P_2	P_3	$\neg P_2$	$\neg(P_1 \rightarrow \neg P_2)$	$\vee P_3$
0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	0	1
0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	1
1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	0	1
1	1	0	0	1	1
1	1	1	0	1	1

Tabelle 2: Wahrheitstafel θ_2

$$\theta_3 := \neg(P_1 \wedge P_2 \wedge \neg P_3)$$

P_1	P_2	P_3	$\neg P_3$	$\neg(P_1 \wedge P_2 \wedge \neg P_3)$
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1

Tabelle 3: Wahrheitstafel θ_3

$\theta_4 := \neg P_1 \leftrightarrow (\neg P_3 \rightarrow \neg P_2)$ Es gilt:

P_1	P_2	P_3	$\neg P_1$	$\neg P_2$	$\neg P_3$	$\neg P_1 \leftrightarrow$	$(\neg P_3 \rightarrow \neg P_2)$
0	0	0	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	0	1	1
0	1	0	1	0	1	0	0
0	1	1	1	0	0	1	1
1	0	0	0	1	1	0	1
1	0	1	0	1	0	0	1
1	1	0	0	0	1	1	0
1	1	1	0	0	0	0	1

Tabelle 4: Wahrheitstafel θ_4

Semantisch äquivalent sind folgende Beziehungen:

$$\theta_1 \equiv \theta_3$$

Es gilt aber nicht:

$$(\theta_4 \not\equiv \theta_1) \vee (\theta_4 \not\equiv \theta_2) \vee (\theta_4 \not\equiv \theta_3)$$

$$(\theta_2 \not\equiv \theta_1) \vee (\theta_2 \not\equiv \theta_4) \vee (\theta_2 \not\equiv \theta_3)$$

1.2 Aufgabe 2

Zeigen via passender Wahrheitstafeln:

Es gilt dabei:

Unerfüllbarkeit := $\mathfrak{S} \not\models \phi$

Erfüllbarkeit (Satisfiability) := $\mathfrak{S} \models \phi$

Allgemeingültigkeit (Tautologie) := $\models \phi$

Somit gilt:

$$\psi_1 := \left((\neg P_1 \rightarrow \neg P_2) \wedge ((P_3 \vee P_2) \wedge \neg P_2) \right) \rightarrow (\neg(\neg P_1 \rightarrow P_2) \rightarrow P_3)$$

$$\psi_2 := \left(P_1 \rightarrow ((P_1 \wedge P_2) \rightarrow P_3) \right) \rightarrow (P_2 \rightarrow (P_1 \rightarrow P_3))$$

Somit gilt:

Zu $\psi_1 := \left((\neg P_1 \rightarrow \neg P_2) \wedge ((P_3 \vee P_2) \wedge \neg P_2) \right) \rightarrow (\neg(\neg P_1 \rightarrow P_2) \rightarrow P_3)$ gilt:

P_1	P_2	P_3	$\neg P_1$	$\neg P_2$	$(\neg P_1 \rightarrow \neg P_2)$	\wedge	$(P_3 \vee P_2)$	$\wedge \neg P_2$	\rightarrow	$\neg(\neg P_1 \rightarrow P_2)$	$\rightarrow P_3$
0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0
0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1
0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1
1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1
1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1
1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1
1	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1

Tabelle 5: Wahrheitstafel ψ_1

Somit gilt: ψ_1 ist eine Tautologie und somit Allgemeingültig sowie Erfüllbar, also gilt:

$\mathfrak{S} \models \psi_1$ und

$\models \psi_1$

Zu $\psi_2 := \left(P_1 \rightarrow ((P_1 \wedge P_2) \rightarrow P_3) \right) \rightarrow (P_2 \rightarrow (P_1 \rightarrow P_3))$ gilt:

P_1	P_2	P_3	$P_1 \rightarrow$	$(P_1 \wedge P_2)$	$\rightarrow P_3$	\rightarrow	$P_2 \rightarrow$	$P_1 \rightarrow P_3$
0	0	0	1	0	1	1	1	1
0	0	1	1	0	1	1	1	1
0	1	0	1	0	1	1	1	1
0	1	1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	1	0	1	1	1	0
1	0	1	1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	1	0	1	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1

Tabelle 6: Wahrheitstafel ψ_2

Somit gilt: ψ_2 ist eine Tautologie und somit Allgemeingültig sowie Erfüllbar, also gilt:

$\mathfrak{S} \models \psi_2$ und

$\models \psi_2$