

**Leibniz Universität Hannover**

Logik und Formale Systeme

Hausübungsblätter

Gruppenmitglied 01: Holtermann, Lukas      Matrikelnummer: 10022034

Gruppenmitglied 02: Duc Nguyen, Nam      Matrikelnummer: 10006592

Gruppenmitglied 03: Lünsmann, Mario      Matrikelnummer: 10016353

e-Mail 01:      [Lukas.Holtermann@gmx.de](mailto:Lukas.Holtermann@gmx.de)

e-Mail 02:      [Y](#)

e-Mail 03:      [mr.mpaotq@t-online.de](mailto:mr.mpaotq@t-online.de)

Übungsblattnummer: Hausübungsblatt 4

Status:      Lösung 01

Punkte/Prozente:

Anmerkungen/Verbesserungsvorschläge:

# Logik und Formale Systeme

## Hausübungsblatt 4- Abgabetermin 27.05.2019

### 1 Hausübungen

#### 1.1 Aufgabe 1

Zeigen, dass  $\varphi$  unerfüllbar ist via Resolutionswiderlegung.

Es gilt:  $\varphi := (q_4 \vee \neg q_2) \wedge (\neg q_4 \vee q_1) \wedge (q_3 \vee q_2) \wedge (\neg q_4 \vee \neg q_1) \wedge (\neg q_3 \vee q_2)$

Zu erst gilt: Umschreiben in Klauseln

$$\{\overbrace{\{q_4, \neg q_2\}}^{K1}, \overbrace{\{\neg q_4, q_1\}}^{K2}, \overbrace{\{q_3, q_2\}}^{K3}, \overbrace{\{\neg q_4, \neg q_1\}}^{K4}, \overbrace{\{\neg q_3, q_2\}}^{K5}\}$$

Nun gilt: Anwenden der Heuristik  $h_{(q)} = |\{C \in \Gamma \mid q \in C\}| \cdot |\{C \in \Gamma \mid \neg q \in C\}| > 0$  bei dem Davis-Putnam-Algorithmus.

Somit gilt:

#### 1. Schritt:

$$h_{(q_1)} = |\underbrace{\{K2\}}_1| \cdot |\underbrace{\{K4\}}_1| = 1$$

$$h_{(q_2)} = |\underbrace{\{K3, K5\}}_2| \cdot |\underbrace{\{K1\}}_1| = 2$$

$$h_{(q_3)} = |\underbrace{\{K3\}}_1| \cdot |\underbrace{\{K5\}}_1| = 1$$

$$h_{(q_4)} = |\underbrace{\{K1\}}_1| \cdot |\underbrace{\{K2, K4\}}_2| = 2$$

Da gilt: Nehme den aussagenlogisch kleineren Wert der Variable q gilt somit:

Wähle  $q_3$  da  $q_3 > q_1$  mit  $\varphi_0 = \{K1, K2, K3, K4, K5\}$

Daher gilt:

$$\frac{K3}{K6 = q_2} \quad \varphi_1 = \{K1, K2, K4, K6\}$$

#### 2. Schritt:

$$h_{(q_1)} = |\underbrace{\{K2\}}_1| \cdot |\underbrace{\{K4\}}_1| = 1$$

$$h_{(q_2)} = |\underbrace{\{K6\}}_1| \cdot |\underbrace{\{K1\}}_1| = 1$$

$$h_{(q_3)} = 0$$

$$h_{(q_4)} = |\underbrace{\{K1\}}_1| \cdot |\underbrace{\{K2, K4\}}_2| = 2$$

Wähle  $q_2$  da  $q_2 > q_1$  mit  $\varphi_1 = \{K1, K2, K4, K6\}$

Daher gilt:

$$\frac{K6}{K7 = q_4} \quad \varphi_2 = \{K2, K4, K7\}$$

**3. Schritt:**

$$h_{(q_1)} = |\underbrace{\{K2\}}_1| \cdot |\underbrace{\{K4\}}_1| = 1$$

$$h_{(q_2)} = 0$$

$$h_{(q_3)} = 0$$

$$h_{(q_4)} = |\underbrace{\{K7\}}_1| \cdot |\underbrace{\{K2, K4\}}_2| = 2$$

Wähle  $q_1$  mit  $\varphi_3 = \{K2, K4, K7\}$

Daher gilt:

$$\frac{K2}{K8 = \neg q_4} \quad \varphi_4 = \{K7, K8\}$$

**4. Schritt:**

$$h_{(q_1)} = 0$$

$$h_{(q_2)} = 0$$

$$h_{(q_3)} = 0$$

$$h_{(q_4)} = |\underbrace{\{K7\}}_1| \cdot |\underbrace{\{K8\}}_1| = 1$$

Wähle  $q_4$  mit  $\varphi_4 = \{K7, K8\}$

Daher gilt:

$$\frac{K7}{K9 = \emptyset} \quad \frac{K8}{\emptyset}$$

**1.2 2****1.2.1 a)**

Es gilt: Zeigen via Widerspruchsbeweis, dass folgendes *nicht* gilt:

$$\frac{C \cup \{p, q\} \quad D \cup \{\neg p, \neg q\}}{C \cup D}$$

Da folgende Voraussetzung gilt:  $C \cup \{p, q\}$  und  $D \cup \{\neg p, \neg q\}$  gleichzeitig, gilt ja im Grunde folgendes:

$$\varphi = C \cup D$$

$\mathfrak{S} \models \varphi$  und somit gilt aufgrund von Voraussetzung s.o. folgendes:

$$\varphi = TAUT$$

Da aber Resolutionswiderlegung im Grunde die Unerfüllbarkeit einer aussagenlogischen Formelmengende bemisst, gilt im Grunde eher folgendes:

$$\varphi \neq TAUT, \text{ da gilt:}$$

$$\mathfrak{S} \not\models \varphi$$

Dies geht darauf zurück, dass in einem Schritt nicht zwei Variablen gleichzeitig eliminiert werden können, daher würde ja auf jeden Fall immer das aussagenlogische negierte Äquivalent übrig

bleiben, falls die Schlussregel s.o. gelten soll.

Das heißt es würde immer bspw.  $\{\neg q, q\}$  oder  $\{\neg p, p\}$  übrig bleiben was eine Tautologie impliziert, da beides immer bei so einer Belegung gilt und dies ist nach Resolutionswiderlegung ein sogenannter mathematischer Widerspruch  $\nmid$ .

Somit ist diese vermeintliche Abkürzung der Schlussregeln natürlich falsch dank Widerspruchsbeweis.

### 1.2.2 b)

Zeigen der folgenden Resolution via Resolutionswiderlegung:

$$\frac{C_1 \cup \{p, q\} \quad C_2 \cup \{p, \neg q\} \quad C_3 \cup \{\neg p, q\} \quad C_4 \cup \{\neg p, \neg q\}}{C_1 \cup C_2 \cup C_3 \cup C_4}$$

Somit gilt:

$$\frac{\frac{C_1 \quad C_2}{p} \quad \frac{C_3 \quad C_4}{\neg p}}{\emptyset}$$

Man sieht sofort:

Nacheinander lösen sich die Variablen auf und es bleibt im Endeffekt eine Resolutionswiderlegung die durch diese Regel beide Variablen auf einmal auflöst indem diese nacheinander aufgelöst werden um dann die Unerfüllbarkeit einer bestimmten Formelmenge zu zeigen, wie s.o. mit der Resolutionswiderlegung.