Leibniz Universität Hannover
Logik und Formale Systeme
Hausübungsblätter

Gruppenmitglied 01: Holtermann, Lukas Matrikelnummer: 10022034

Gruppenmitglied 02: Duc Nguyen, Nam Matrikelnummer: 10006592

Gruppenmitglied 03: Lünsmann, Mario Matrikelnummer: 10016353

e-Mail 01: Lukas.Holtermann@gmx.de

e-Mail 02: Y

e-Mail 03: mr.mpaotq@t-online.de

Übungsblattnummer: Hausübungsblatt 5

Status: Lösung 01

Punkte/Prozente:

Anmerkungen/Verbesserungsvorschläge:

Logik und Formale Systeme

Hausübungsblatt 5 - Abgabetermin 03.06.2019

1 Hausübungen

1.1 Aufgabe 1

Es gilt folgendes:

Nach Endlichkeitssatz gilt:

Eine Menge θ aussagenlogischer Formeln ist erfüllbar genau dann, wenn jede endliche Teilmenge $\theta_0 \subseteq \theta$ erfüllbar ist.

Da gilt φ und Γ_φ immer erfüllbarkeitsäquivalent gilt somit:

$\mathfrak{I}_{\varphi_1}$ ist SAT,
$\mathfrak{I}_{\varphi_2}$ ist SAT,
$\vdots$
$\mathfrak{I}_{\varphi_n}$ ist SAT

Jedoch gilt: $\mathfrak{I}_{\varphi_1} \not\models \mathfrak{I}_{\varphi_2}$ etc. da φ_1 von der Belegung her unterschiedlich zu φ_2 sein kann.

Da φ_1 eine Subformel von Γ_φ ist und φ_2 ebenfalls eine Subformel von Γ_φ ist, können beide aber nicht diesselbe Subformel sein, denn dann würde gelten:

$\mathfrak{I}_{\varphi_1} \equiv \mathfrak{I}_{\varphi_2}$ und dass würde bedeuten

$\mathfrak{I}_{\varphi_1} \models \mathfrak{I}_{\varphi_2}$ was ja semantische Äquivalenz zwischen zwei Teilformeln impliziert (also im Grunde genommen ist $\varphi_1 = \varphi_2$ womit es keinen strukturellen Unterschied zwischen beiden Teilformeln mehr gibt und Sie somit auch keine zwei Subformeln mehr sein können, was aber Vorraussetzung für eine Untergliederung in Subformeln sein muss), die jedoch nicht semantisch äquivalent sein können, weil Sie eine unterschiedliche Struktur haben.

1.2 Aufgabe 2

1.2.1 a)

Es gilt: $\Gamma_\chi = \bigcup \, \{\Delta_\psi | \psi \text{ ist eine Teilformel von } \chi\} \, \cup \, \{\{q_\chi\}\}$

$\psi = ((r \to \neg p) \land (p \to r)) \land p$

Also gilt: $Sub(\psi) = \{r, p, \neg p, (r \to \neg p), (p \to r), (r \to \neg p) \land (p \to r), \psi\}$

Nun gilt: Tseitin-Codierung von ψ

$\Delta_p = \{\{q_p, \neg p\}, \{\neg q_p, p\}\}$

$\Delta_{\neg p} = \{\{q_p, q_{\neg p}\}, \{\neg q_p, \neg q_{\neg p}\}\}$

$\Delta_r = \{\{q_r, \neg p\}, \{\neg q_r, p\}\}$

$\Delta_{\psi_1} = \{\{\neg q_{r \to \neg p}, \neg q_r, q_{\neg p}\}, \{q_{r \to \neg p}, q_r\}, \{q_{r \to \neg p}, \neg q_{\neg p}\}\}$

$\Delta_{\psi_2} = \{\{\neg q_{p \to r}, \neg q_p, q_r\}, \{q_{p \to r}, q_p\}, \{q_{p \to r}, \neg q_r\}\}$

$\Delta_{\psi_3} = \{\{q_{(r\to\neg p)\wedge(p\to r)}, \neg q_{r\to\neg p}, \neg q_{p\to r}\}, \{\neg q_{(r\to\neg p)\wedge(p\to r)}, q_{r\to\neg p}\}, \{\neg q_{(r\to\neg p)\wedge(p\to r)}, q_{p\to r}\}\}$

$\Delta_{\psi_4} = \{\{q_{((r\to\neg p)\wedge(p\to r))\wedge p}, \neg q_{(r\to\neg p)\wedge(p\to r)}, \neg q_p\}, \{\neg q_{((r\to\neg p)\wedge(p\to r))\wedge p}, q_{(r\to\neg p)\wedge(p\to r)}\}, \{\neg q_{((r\to\neg p)\wedge(p\to r))\wedge p}, q_p\}\}$

$$\Gamma_\psi = \{\overbrace{\{q_p, \neg p\}}^{K_1}, \overbrace{\{\neg q_p, p\}}^{K_2}, \overbrace{\{q_p, q_{\neg p}\}}^{K_3}, \overbrace{\{\neg q_p, \neg q_{\neg p}\}}^{K_4}, \overbrace{\{q_r, \neg p\}}^{K_5}, \overbrace{\{\neg q_r, p\}}^{K_6}, \overbrace{\{\neg q_{r\to\neg p}, \neg q_r, q_{\neg p}\}}^{K_7}, \overbrace{\{q_{r\to\neg p}, q_r\}}^{K_8},$$
$$\overbrace{\{q_{r\to\neg p}, \neg q_{\neg p}\}}^{K_9}, \overbrace{\{\neg q_{p\to r}, \neg q_p, q_r\}}^{K_{10}}, \overbrace{\{q_{p\to r}, q_p\}}^{K_{11}}, \overbrace{\{q_{p\to r}, \neg q_r\}}^{K_{12}}, \overbrace{\{q_{(r\to\neg p)\wedge(p\to r)}, \neg q_{r\to\neg p}, \neg q_{p\to r}\}}^{K_{13}},$$
$$\overbrace{\{\neg q_{(r\to\neg p)\wedge(p\to r)}, q_{r\to\neg p}\}}^{K_{14}}, \overbrace{\{\neg q_{(r\to\neg p)\wedge(p\to r)}, q_{p\to r}\}}^{K_{15}}, \overbrace{\{q_{((r\to\neg p)\wedge(p\to r))\wedge p}, \neg q_{(r\to\neg p)\wedge(p\to r)}, \neg q_p\}}^{K_{16}},$$
$$\overbrace{\{\neg q_{((r\to\neg p)\wedge(p\to r))\wedge p}, q_{(r\to\neg p)\wedge(p\to r)}\}}^{K_{17}}, \overbrace{\{\neg q_{((r\to\neg p)\wedge(p\to r))\wedge p}, q_p\}}^{K_{18}}, \overbrace{q_\psi}^{K_{19}}\}$$

1.2.2 b)

Es gilt: Resolutionswiederlegung von Γ_ψ, also gilt:

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{K19 \quad K17}{K_{20}=q_{(r\to\neg p)\wedge(p\to r)}} \quad K14}{K_{21}=q_{r\to\neg p}} \quad K7}{K_{22}=\neg q_r\wedge q_{\neg p}} \quad K4}{K_{23}=\neg q_r\wedge\neg q_p} \quad K5}{K_{24}=\neg q_p\wedge\neg p} \quad K2}{K_{25}=\neg q_p} \qquad \dfrac{K18 \quad K19}{K_{26}=q_p}}{K_{27}=\varnothing}$$

Somit gilt folgende Folge: $(K_{19}, K_{17}, K_{20}, K_{14}, K_{21}, K_7, K_{22}, K_4, K_{23}, K_5, K_{24}, K_2, K_{18}, K_{19}, K_{25}, K_{26}, K_{27})$