

Programmiersprachen und Übersetzer

Übung 6

Ausgabe am: **Mai 16 2024**

Abgabe bis: **Mai 29 2024**

Aufgabe 1 - Typed Arithmetic Expressions (4 Punkte)

(a) Geben Sie einen context Γ an, in welchem der Term

`if x then succ(y) else z`

vom Typ Int ist.

(b) Bestimmen Sie den Typ T des Ausdrucks:

$$\vdash (\lambda x : Int. iszero\ x) : T$$

Aufgabe 1

$$\frac{t_1 : Bool \quad t_2 : T \quad t_3 : T}{if \ t_1 \ then \ t_2 \ else \ t_3 : T} \quad (T\text{-If})$$

$$\frac{t_1 : Nat}{succ \ t_1 : Nat} \quad (T\text{-Succ})$$

les

$$\frac{(x : T) \in \Gamma}{\Gamma \vdash x : T} \quad (T\text{-Var})$$

$$\frac{\frac{(u : Bool) \in \Gamma}{\Gamma \vdash u : Bool} \quad (T\text{-Var}), \quad \frac{\frac{(y : Int) \in \Gamma}{\Gamma \vdash y : Int} \quad (T\text{-Var})}{\Gamma \vdash succ(y) : Int} \quad (T\text{-Succ}), \quad \frac{(z : Int) \in \Gamma}{\Gamma \vdash z : Int} \quad (T\text{-Var})}{\Gamma \vdash if \ u \ then \ succ(y) \ else \ z : Int} \quad (T\text{-If})$$

$\Gamma = \{u : Bool, y : Int, z : Int\}$ ✓

b)

$$\frac{\frac{\frac{(u : Int) \in \{u : Int\}}{u : Int \vdash u : Int} \quad (T\text{-Var})}{u : Int \vdash iszero \ u : Bool} \quad (T\text{-Iszero})}{\vdash (\lambda u : Int. iszero \ u) : Int \rightarrow Bool} \quad (T\text{-Abs})$$

$(\lambda u : Int. iszero \ u) : Int \rightarrow Bool$ ✓

Schon!

Aufgabe 2 - Simply-typed Lambda Calculus (6 Punkte)

Unter Benutzung der Typregeln für λ_{\rightarrow} :

$$\frac{(x : T) \in \Gamma}{\Gamma \vdash x : T} \quad T\text{-VAR}$$

$$\frac{\Gamma, x : T \vdash t : T'}{\Gamma \vdash (\lambda x : T. t) : T \rightarrow T'} \quad T\text{-ABS}$$

$$\frac{\Gamma \vdash t_1 : T \rightarrow T' \quad \Gamma \vdash t_2 : T}{\Gamma \vdash t_1 t_2 : T'} \quad T\text{-APP}$$

Geben Sie den Typenableitungsbaum für den folgenden Ausdruck in λ_{\rightarrow} mit Boolean and Integer Registern an:

$\lambda x : \text{Bool} \rightarrow \text{Bool}. \lambda y : \text{Bool}. x y$

Das muss schon der gesamte Kontext Γ sein. -1P.

$$\begin{array}{c}
 \frac{(x : \text{Bool} \rightarrow \text{Bool}) \in \{x : \text{Bool} \rightarrow \text{Bool}\} \quad (y : \text{Bool}) \in \{y : \text{Bool}\}}{(\Gamma \text{-Var})} \quad (\Gamma \text{-Var}) \\
 \hline
 \frac{\Gamma \vdash (x : \text{Bool} \rightarrow \text{Bool}) : x : \text{Bool} \rightarrow \text{Bool} \quad \Gamma \vdash y : \text{Bool}}{(\Gamma \text{-App})} \\
 \hline
 \Gamma = \frac{(x : \text{Bool} \rightarrow \text{Bool}, y : \text{Bool}) \vdash xy : \text{Bool}}{(\Gamma \text{-Abs})} \\
 \hline
 \frac{x : \text{Bool} \rightarrow \text{Bool} \vdash \lambda y : \text{Bool}. xy : \text{Bool} \rightarrow \text{Bool} \quad (\Gamma \text{-Abs})}{\vdash \lambda x : \text{Bool} \rightarrow \text{Bool}. \lambda y : \text{Bool}. xy : (\text{Bool} \rightarrow \text{Bool}) \rightarrow (\text{Bool}) \rightarrow \text{Bool}}
 \end{array}$$

-1P.

Abgabe

Die Antworten können als beliebige allgemein lesbare Datei(en) (Textdatei, Scan als PDF, etc.) im bestehenden Repository in einem neu zu erstellenden Verzeichnis "ex6" eingereicht werden.