

# Programmiersprachen und Übersetzer

## Übung 6

Ausgabe am: **Mai 16 2024**

Abgabe bis: **Mai 29 2024**

### Aufgabe 1 - Typed Arithmetic Expressions (4 Punkte)

(a) Geben Sie einen context  $\Gamma$  an, in welchem der Term

`if x then succ(y) else z`

vom Typ  $Int$  ist.

(b) Bestimmen Sie den Typ  $T$  des Ausdrucks:

$$\vdash (\lambda x : Int. iszero\ x) : T$$

# Aufgabe 1

$$\frac{t_1 : \text{Bool} \quad t_2 : T \quad t_3 : T}{\text{if } t_1 \text{ then } t_2 \text{ else } t_3 : T} \quad (\text{T-If})$$

$$\frac{t_1 : \text{Nat}}{\text{succ } t_1 : \text{Nat}} \quad (\text{T-Succ})$$

$$\frac{\text{we have } (x:T) \in \Gamma}{\Gamma \vdash x : T} \quad (\text{T-Var})$$

$$\frac{\frac{(u:\text{Bool}) \in \Gamma}{\Gamma \vdash u : \text{Bool}} \quad (\text{T-Var}), \quad \frac{\frac{(y:\text{Int}) \in \Gamma}{\Gamma \vdash y : \text{Int}} \quad (\text{T-Var})}{\Gamma \vdash \text{succ}(y) : \text{Int}} \quad (\text{T-Succ}), \quad \frac{(z:\text{Int}) \in \Gamma}{\Gamma \vdash z : \text{Int}} \quad (\text{T-Var})}{\Gamma \vdash \text{if } u \text{ then succ}(y) \text{ else } z : \text{Int}} \quad (\text{T-If})$$

$$\Gamma = \{u:\text{Bool}, y:\text{Int}, z:\text{Int}\}$$

b)

$$\frac{\frac{\frac{(u:\text{Int}) \in \{u:\text{Int}\}}{u:\text{Int} \vdash u:\text{Int}} \quad (\text{T-Var})}{u:\text{Int} \vdash \text{iszero } u \text{ sBool}} \quad (\text{T-Iszero})}{\vdash (\lambda u:\text{Int}. \text{iszero } u) : \text{Int} \rightarrow \text{Bool}} \quad (\text{T-Abs})$$

$$(\lambda u:\text{Int}. \text{iszero } u) : \text{Int} \rightarrow \text{Bool}$$

## Aufgabe 2 - Simply-typed Lambda Calculus (6 Punkte)

Unter Benutzung der Typregeln für  $\lambda_{\rightarrow}$ :

$$\frac{(x : T) \in \Gamma}{\Gamma \vdash x : T} \text{ T-VAR} \qquad \frac{\Gamma, x : T \vdash t : T'}{\Gamma \vdash (\lambda x : T. t) : T \rightarrow T'} \text{ T-ABS}$$

$$\frac{\Gamma \vdash t_1 : T \rightarrow T' \quad \Gamma \vdash t_2 : T}{\Gamma \vdash t_1 t_2 : T'} \text{ T-APP}$$

Geben Sie den Typenableitungsbaum für den folgenden Ausdruck in  $\lambda_{\rightarrow}$  mit Boolean and Integer Basistypen an:

$\lambda x : \text{Bool} \rightarrow \text{Bool}. \lambda y : \text{Bool}. x y$

$$\frac{\frac{\frac{(x : \text{Bool} \rightarrow \text{Bool}) \in \{x : \text{Bool} \rightarrow \text{Bool}\}}{\Gamma \vdash x : \text{Bool} \rightarrow \text{Bool}} \text{ (T-VAR)} \quad \frac{(y : \text{Bool}) \in \{y : \text{Bool}\}}{\Gamma \vdash y : \text{Bool}} \text{ (T-VAR)}}{\Gamma \vdash x y : \text{Bool}} \text{ (T-APP)}}{\Gamma \vdash \lambda y : \text{Bool}. x y : \text{Bool}} \text{ (T-ABS)}$$

$$\frac{\Gamma \vdash \lambda y : \text{Bool}. x y : \text{Bool}}{\Gamma \vdash \lambda x : \text{Bool} \rightarrow \text{Bool}. \lambda y : \text{Bool}. x y : (\text{Bool} \rightarrow \text{Bool}) \rightarrow (\text{Bool})} \text{ (T-ABS)}$$

Abgabe

Die Antworten können als beliebige allgemein lesbare Datei(en) (Textdatei, Scan als PDF, etc.) im bestehenden Repository in einem neu zu erstellenden Verzeichnis "ex6" eingereicht werden.