

# Programmiersprachen und Übersetzer

## Übung 4

Ausgabe am: **Apr 30 2024**

Abgabe bis: **Mai 7 2024**

### Aufgabe 1: (4 Punkte)

Betrachten Sie die verschiedenen scopes im folgenden Ausdruck

$(\lambda x.\lambda y.x(yx)) \ (\lambda z.w)$

und markieren Sie jeweils die freien und gebundenen Variablen in den Teilausdrücken.

Berechnen Sie anschliessend das Ergebnis des (kompletten) Ausdrucks durch  $\beta$ -Reduktion.

### Aufgabe 2: (8 Punkte)

Die Notation für Church Booleans im  $\lambda$  Calculus ist wie folgt:

$$\begin{aligned} true &= \lambda t.\lambda f.t \\ false &= \lambda t.\lambda f.f \end{aligned}$$

und Church Numerals können wie folgt ausgedrückt werden:

$$\begin{aligned} 0 &= \lambda s.\lambda z.z \\ 1 &= \lambda s.\lambda z.s \ z \\ 2 &= \lambda s.\lambda z.s \ (s \ z) \\ &\text{etc.} \end{aligned}$$

Die Funktion *iszero* kann geschrieben werden als:

$$iszero = \lambda m.m(\lambda x.false) \ true$$

# Aufgabe 1.

$x$

freie Variable:  $x$

gebundene Variable: -

$\lambda y. x(y, x)$

freie Variable:  $x$

gebundene Variable:  $y$

$\lambda x \lambda y. x(y, x)$

freie Variable: -

gebundene Variable:  $y, x$

$\lambda x \lambda y. x$

freie Variable: -

gebundene Variable:  $x, y$

$(\lambda x \lambda y. x(y, x))$

freie Variable = -

gebundene Variable =  $x, y$

$w$

freie Variable =  $w$

gebunden  $\nu$  = -

$\lambda z. w$

freie Variable =  $w$

gebundene  $\nu$  =  $z$

$(\lambda x. \lambda y. x(y, x)) (\lambda z. w)$

freie Variable =  $w$

gebundene  $\nu$  =  $x, y, z$

$$(\lambda u. \lambda y. \underbrace{u(yu)}_M) (\underbrace{\lambda z. w}_N)$$

$$(\lambda u. \lambda y. u(yu)) (\lambda z. w) \rightarrow_{\beta} (\lambda y. y y) (\lambda z. w)$$

$$\rightarrow_{\beta} (\lambda z. w) (\lambda z. w)$$

$$\rightarrow_{\beta} w$$

gebundene Variable  $u$  wird durch  
gebundene Variable  $y$  ersetzt

gebundene Variable  $y$  wird durch  
gebundene Variable  $z$  ersetzt

## Aufgabe 2

$\text{iszero } 0 = \text{true}$  dann müssen wir zeigen, dass  $\text{iszero} \Rightarrow^* \text{true}$

$$\text{iszero} = (\lambda m. m (\lambda u. \text{false}) \text{true}) (\lambda s. \lambda z. z)$$

$$\rightarrow_{\beta} (\lambda s. \lambda z. z) (\lambda u. \text{false}) \text{true}$$

$$\rightarrow_{\beta} (\lambda z. z) \text{true}$$

$$\rightarrow_{\beta} \text{true}$$

$\text{iszero } 2 = \text{false}$  dann müssen wir zeigen, dass  $\text{iszero} \Rightarrow^* \text{false}$

$$\text{iszero} = (\lambda m. m (\lambda u. \text{false}) \text{true}) (\lambda s. \lambda z. s(s z))$$

$$\rightarrow_{\beta} (\lambda s. \lambda z. s(s z)) (\lambda u. \text{false}) \text{true}$$

$$\rightarrow_{\beta} (\lambda z. (\lambda u. \text{false}) . ((\lambda u. \text{false}) z)) \text{true}$$

$$\rightarrow_{\beta} (\lambda z. \text{false}) \text{true}$$

$$\rightarrow_{\beta} \text{false}$$

Gelb markierte Variablen sind die gebundenen Variablen, die durch Orangemarkierte Variablen ersetzt wurden.

Orangemarkierte Variablen sind auch gebundene

Zeigen Sie, dass

$$\textit{iszero } 0 = \textit{true}$$

und

$$\textit{iszero } 2 = \textit{false}.$$

gilt.

## Abgabe

Die Antworten können als beliebige allgemein lesbare Datei(en) (Textdatei, Scan als PDF, etc.) im bestehenden Repository **in einem neu zu erstellenden Verzeichnis "ex4"** eingereicht werden.