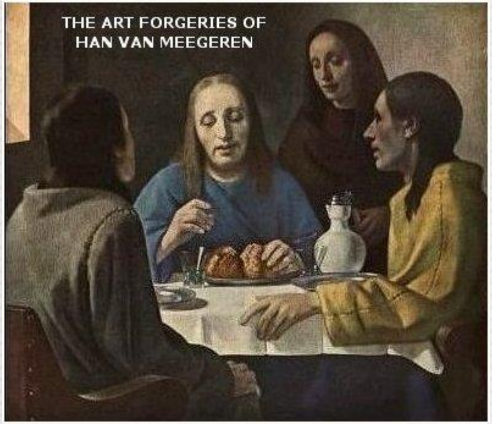
微分方程

— 引例

重庆大学数学与统计学院

伪画鉴定

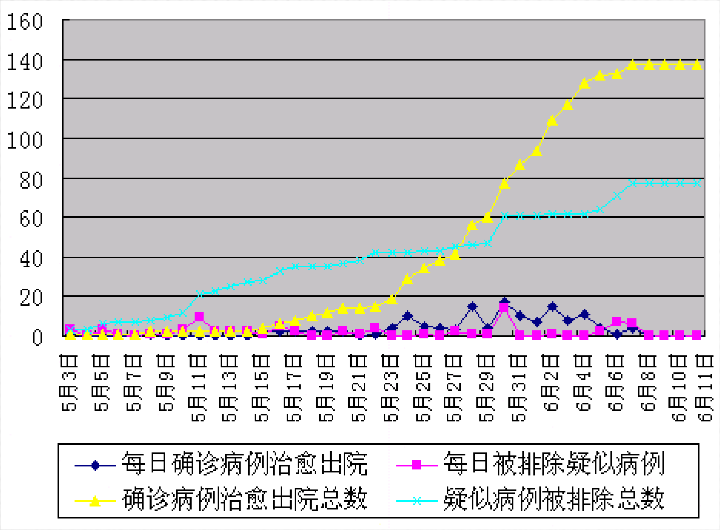


Disciples at Emmaus

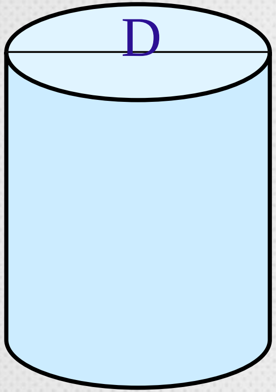
H.A. VAN Meegeren

江湖河流的污染

疾病的传播

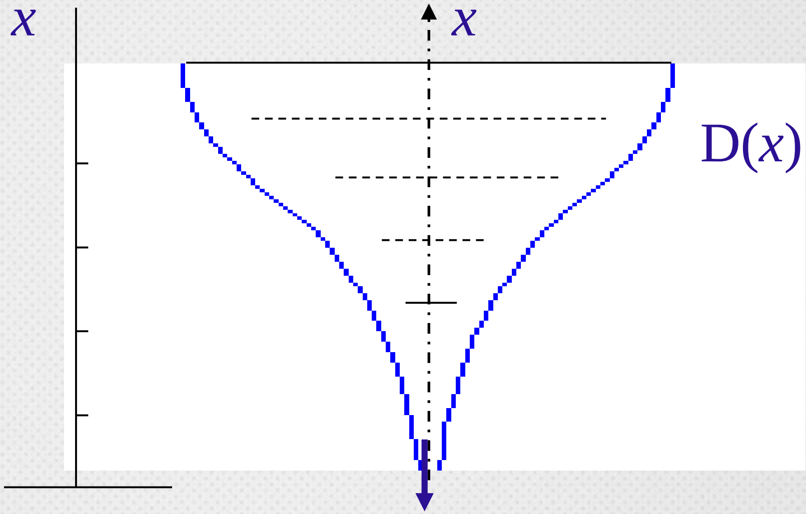

160
140
120
100
80
60
40
20
0
5月3日
5月5日
5月7日
5月9日
5月11日
5月13日
5月15日
5月17日
5月19日
5月21日
5月23日
5月25日
5月27日
5月29日
5月31日
6月2日
6月4日
6月6日
6月8日
6月10日
6月11日
每日确诊病例治愈出院
每日被排除疑似病例
确诊病例治愈出院总数
疑似病例被排除总数

倒葫芦形状容器壁上的刻度问题



圆柱体形状容器

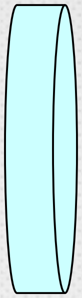
$V=\pi D^2 x / 4$ (D是常数)



倒葫芦形状容器

由微元法分析知

$$\mathrm{d}V=\underbrace{\frac{1}{4}\pi D(x)^2}_{\text{截面积}}\underbrace{\mathrm{d}x}_{\text{厚度}}$$



或

$$\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}x}=\frac{1}{4}\pi D(x)^2,\qquad V(0)=0$$

例如：

$$\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}x}=\frac{1}{4}\pi(2x+1)^2 \Longrightarrow V(x)=?$$

微分方程—引例

人口的增长、 河流的污染、 疾病的传播，这些问题都涉及一个变化的速度问题，并且一般不是恒速，而是变速问题，速度可以用导数描述。

分析和解决这些问题的第一步就是根据物理的、非物理的原理或规律，作出适当的假设，并建立反映或近似反映该微分问题的微分方程模型。

牛顿冷却定律

将温度为x_0的物体放入处于常温m的介质中,则该物体的冷却率正比于物体温度与周围介质温度m的差.

设物体在t时刻的温度为x(t), 则

$$\frac{dx}{dt}=-k(x-m)$$

$$x(t_0)=x_0$$

卢瑟福放射性衰变定律

放射性物质衰变的速度与现存的放射性物质的原子数成正比．

设N(t)为该放射性物质在时刻t的原子数，则

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N$$

微分方程—引例

思考?

把读数为25 ℃的温度计放到室外，20分钟后，读数为28.2 ℃，再过20分钟后读数为30.32 ℃，试推算一下室外温度是多少？

Thanks