

178.

5-1.

(2)

运算

集合 \ 运算	+	-	$ x-y $	max	min	$ x $
\mathbb{I}	是	是	是	是	是	是
\mathbb{N}	是	否	是	是	是	是
$\{x \mid 0 \leq x \leq 10\}$	否	否	是	是	是	是
$\{x \mid -10 \leq x \leq 10\}$	否	否	否	是	是	是
$\{2x \mid x \in \mathbb{I}\}$	是	是	是	是	是	是

\mathbb{I} : 一个整数 $+$, $-$, $|x-y|$, max, min, $|x|$ 均 $\in \mathbb{I}$.

\mathbb{N} : $a, b \in \mathbb{N}$. 则 $a+b \in \mathbb{N}$, $|a-b| \in \mathbb{N}$, max, min, $|x|$ 均 $\in \mathbb{N}$.

取 $a=1$, $b=2$. 则 $a-b=-1 \notin \mathbb{N}$. 故 $-$ 不封闭

$\{x \mid 0 \leq x \leq 10\}$: $+$: $9+8=17 \notin [0, 10]$. 不封闭

$-$: $8-9=-1 \notin [0, 10]$. 不封闭

$|x-y|$: $\forall x, y \in [0, 10]$. 则 $0 \leq |x-y| \leq |x-y| \leq x-y \leq 10$. 封闭

max, min, $|x|$ 均封闭

$\{x \mid -10 \leq x \leq 10\}$: $+$: $9+8=17 \notin [-10, 10]$. 不封闭

$-$: $-10-10=-20 \notin [-10, 10]$. 不封闭

$|x-y|$: $|-10-10|=|-20|=20 \notin [-10, 10]$. 不封闭

max, min, $|x|$ 均封闭

$\{2x \mid x \in \mathbb{I}\}$: 该集合即为偶数集 A .

$\forall x, y \in A$. $+$: 则 $x+y=2k+2j=2(k+j) \in A$

$-$: $x-y=2k-2j=2(k-j) \in A$ 同理 $|x-y| \in A$

max, min, $|x|$ 均 $\in A$.

故封闭



扫描全能王 创建

5-2.

(1).

	+	-	·	max	min	$ x-y $
可结合性	是	否	是	是	是	否
可交换性	是	否	是	否	否	是
存在么元	是	否	是	否	否	否
存在零元	否	否	是	否	否	否

+: 结合: $(a+b)+c = ea+(cb+c)$

交换: $a+b = b+a$

么元: $0+a = a+0 = a$ 0为么元

无零元: 不存在b, 使 $\forall a$ 都有 $a+b$ 或 $b+a = b$.

- 无结合: $(a-b)-c \neq a-(b-c)$

无交换: $a-b \neq b-a$

无么元: 不存在b, 使 $a-b = b-a = a$

无零元: 不存在b, 使 $a-b = b-a = b$

· 结合: $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

交换: $a \cdot b = b \cdot a$

么元: $1 \cdot a = a \cdot 1 = a$

零元: $0 \cdot a = a \cdot 0 = 0$

max: 结合: $\max(\max(a, b), c) = \max(a, \max(b, c))$

交换: $\max(a, b) = \max(b, a)$

无么元: 不 $\exists b$, 使 $\max(a, b) = \max(b, a) = a$

无零元: 不 $\exists b$, 使 $\max(a, b) = \max(b, a) = b$

min: 同 max.

$|x-y|$: 无结合: $||3-2|-1| \neq |3-|2-1||$

交换: $|a-b| = |b-a|$

么元: $|a-0| = |0-a| = |a|$

无零元: 不 $\exists b$, 使 $|a-b| = |b-a| = |b|$



2). (a). 有交换性: 由表可知 $a*b = b*a$. $a*c = c*a$. $b*c = c*b$
 无等幂性: $b*b = c \neq b$. $c*c = b \neq c$.

有么元: a .

逆元: a 有逆元 a . $a*a = a$.

b, c 互为逆元. $b*c = c*b = a$.

(b). 有交换性: $a*b = b*a$. $a*c = c*a$. $b*c = c*b$

无等幂性: $b*b = a \neq b$

有么元: a .

逆元: a 有逆元 a . b 有逆元 b .

$a*a = a$ $b*b = a$.

(c). 无交换性: $a*c = c$. $c*a = a$.

有等幂性: $a*a = a$. $b*b = b$. $c*c = c$

无么元

(d). 有交换性: $a*b = b*a$. $c*c = c*a$ $c*b = b*c$

无等幂性: $c*c = b \neq c$

有么元: a .

逆元: a 有逆元 a .

$a*a = a$.

(5). α 设 $\forall x, y, z \in I_\alpha$

则 $x * (y \Delta z) = x * (y \cdot z) = x^{y \cdot z}$.

而 $(x * y) \Delta (x * z) = x^y \cdot x^z = x^{y+z}$.

$\therefore x^{y+z} \neq x^{y \cdot z}$.

则 $*$ 对 Δ 是不可分配的



改正: 4) (b). $\{(0,0), (0,1), (1,0), (1,1), (2,2), (2,3), (3,2), (3,3),$
 $(4,4), (4,5), (5,4), (5,5)\}$

33. (9). 15. 5. 3. h) 15.

