

6-7.

5. 不存在.

$$\because 2m = \sum_{v \in V} \deg(v).$$

由题 $\sum_{v \in V} \deg(v) = 11 \times 5 = 55$ 为奇数.

而 $2m$ 为偶数. 故 m 无解.

则不存在.

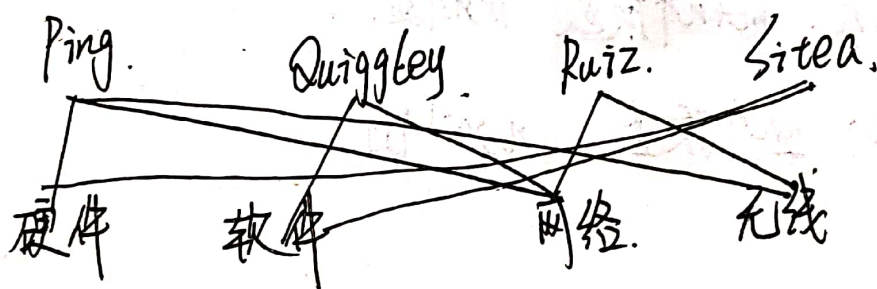
13. 顶点的度表示合作过的人数.

顶点的邻居表示合作过的人

孤立点表示从来没有合作过的某个人.

悬挂点表示只有一个合作者的某个人.

27.



b). 取 $V = \{ \text{Ping, Quiggley, Ruiz, Sitea} \}$.

则可知对 V 的任何一个子集, 均有 $|N(A)| \geq |A|$.

则由霍尔定理可知, 存在一个这样的分配.

c)

Sitea: 硬件

Quiggley: 软件

Ruiz: 网络

Ping: 无线



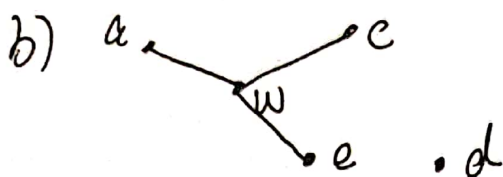
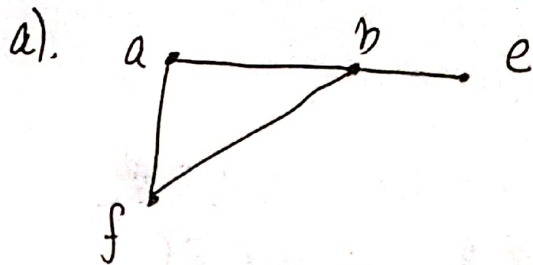
u₆

u₇

v₆

v₇

27.



37.

a) K_n : n 个顶点, $\frac{n(n-1)}{2}$ 个边.

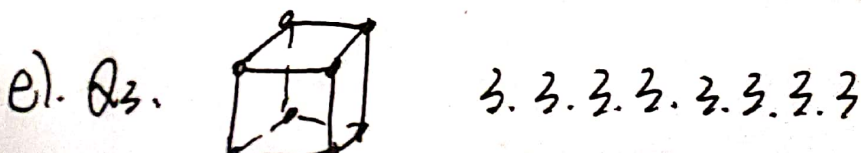
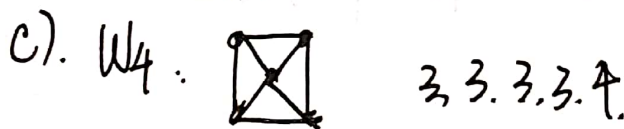
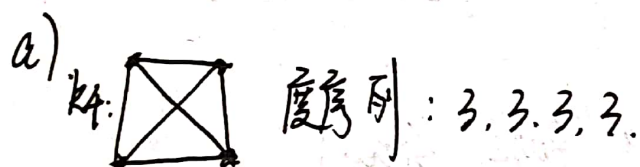
b) C_n : n 个顶点, n 个边.

c) W_n : $n+1$ 个顶点, $2n$ 个边.

d) $K_{m,n}$: $m+n$ 个顶点, mn 个边.

e) Q_n : 2^n 个顶点, $n \cdot 2^{n-1}$ 个边.

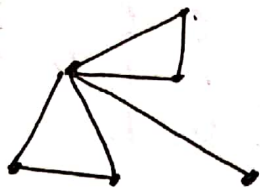
39.



43).

$$\because 2m = \sum_{v \in V} \deg(v) = 14$$

$$\Rightarrow m = 7. \text{ 则有 7 条边}$$



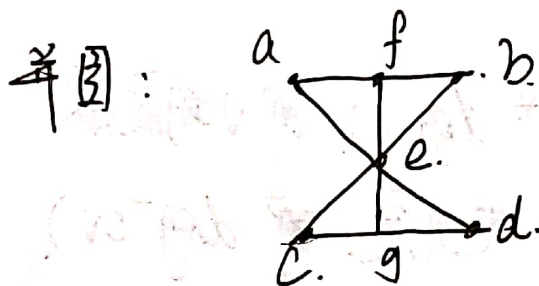
57).

$$2m = \sum_{v \in V} \deg(v)$$

由正则图定义, 每个顶点的度均为 4.

$$\Rightarrow 2 \times 10 = 4 \cdot k \Rightarrow k = 5$$

则有 5 个顶点.



63).

G 有 v 个顶点和 e 条边.

G 的完全图有 $C_v^2 = \frac{v(v-1)}{2}$ 条边. v 个顶点.

设 $\bar{G} = \langle V', E' \rangle$. 则 $V' = V$. $E' = \frac{v(v-1)}{2} - e$.

故 \bar{G} 有 $\frac{v(v-1)}{2} - e$ 条边.



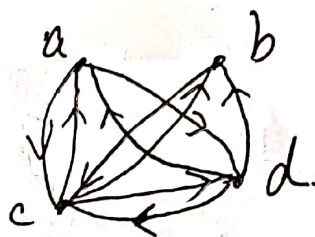
6-3.

按 a, b, c, d 顺序

5.
$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

7.
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

11.
$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow$$



定义: 无向图: 一列各项之和为 $\deg(v)$, 即 v 的度数
有向图: 一列各项之和为其出度, 即 $\deg^+(v)$

49. 自反: G 通过恒等函数与自身同构, 则同构是自反的
对称: 假设 H 与 G 同构, 则存在从 G 到 H 的一一对应 f ,
使 f 保持相邻性与非相邻性. 则 f^{-1} 是从 H 到 G
的一一对应, 且 f^{-1} 保持相邻性与非相邻性.
则同构是对称性.

传递: 若 G 同构于 H , 且 H 同构于 K , 则存在从 G 到 H ,
从 H 到 K 的一一对应 f 和 g , f 和 g 保持相邻
性与非相邻性. 则 $f \circ g$ 是从 G 到 K 的一一对应 R ,
 R 保持相邻性与非相邻性. 则同构可传递

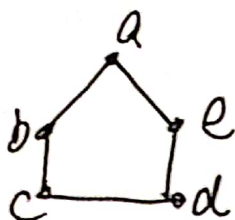
综上, 同构是等价关系.



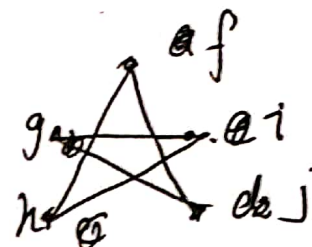
扫描全能王 创建

11.

例 G 为 C_5 :



例 \bar{G} 为



例从 G 到 \bar{G} 存在一个一一对应的 f .

$$a = f(a)$$

$$c = f(c)$$

$$b = f(b)$$

$$d = f(d)$$

$$e = f(e)$$

使得 \bar{G} 保持与 G 一样的相邻性和非相邻性

例 G 和 \bar{G} 是同构的.

G 为自补图.

