5-5.

(1). ∵ $\langle G, *\rangle$ 是一个独异点. 则它封闭可结合. 有幺元.

∵ $\forall x \in G$. $x*x=e$. 则 $x^{-1}=x$.

则 $\forall a, b \in G$. $a*b=(a*b)^{-1}=b^{-1}*a^{-1}=b*a$.

则 $*$ 可交换.

则 $\langle G, *\rangle$ 是阿贝尔群.

(4). 是循环群. 循环元为[3] 和[5]

$[3]\times_7[3]=[3]^2=[2]$. $[3]^3=[6]$. $[3]^4=[4]$. $[3]^5=[5]$ $[3]^6=[1]$

$[5]\times_7[5]=[5]^2=[4]$ $[5]^3=[6]$. $[5]^4=[2]$. $[5]^5=[3]$. $[5]^6=[1]$

5-7.

(2) 子群有: $\langle\{[0]\}, +_6\rangle$ $\langle\{[0],[3]\}, +_6\rangle$, $\langle\{[0],[2],[4]\}, +_6\rangle$ $\langle Z_6, +_6\rangle$.

{[0]}左陪集: {[0]}, {[1]}. {[2]} {[3]}. {[4]}. {[5]}

{[0].[3]}的左陪集: {[0].[3]}. {[1].[4]}. {[2].[5]}

{[0].[2].[4]}的左陪集: {[0]. [2]. [4]}. {[1]. [3]. [5]}

Z_6 的左陪集即为它本身

(5) 对 $\forall a,b\in A$，则必有 $a\in G$，$a*H*a^{-1}=H$

$b\in G$，$b*H*b^{-1}=H$

$$b^{-1}*b*H*b^{-1}*b = e*H*e = H = b^{-1}*H*b$$

则 $(a*b^{-1})*H*(a*b^{-1})^{-1} = a*(b^{-1}*H*b)*a^{-1}$

$$= a*H*a^{-1} = H$$

则 $a*b^{-1}\in A$.

则 $\langle A,*\rangle$ 是 $\langle G,*\rangle$ 的一个子群