学到

1.16作业：

1-4：1. a). T　b). T　c). F

3. a). 在全体学生中存在一个学生每个工作日都花5个多小时上课

b). 每个学生都在每个工作日都花5个多小时上课

c). 在全体学生中有学生并没有在每个工作日都花5个多小时上课

d). 每一个学生都没有在每个工作日都花5个多小时上课

5. a) $\exists x(P(x)\land Q(x))$　b) $\exists x(P(x)\land \neg Q(x))$

c) $\forall x(P(x)\lor Q(x))$　d). $\forall x\neg(P(x)\land Q(x))$

7. a). T　($1^2>0$ 成立)　b) T　$(n=0)$

c). T　$(n=0)$　d). F　(若 $n<0$，则 $3n\geq 4n$

12. 令 $P(x)$ 为x说印地语．$Q(x)$ 为x很友好．$R(x)$ 为x出生在加利福尼亚．

$A(x)$ 为x看过电影　$B(x)$ 为x上过逻辑编程课．

1). x为班上学生：

a). $\exists x P(x)$.　b). $\forall x Q(x)$.　c). $\exists x \neg R(x)$

d). $\forall x A(x)$　e). $\forall x\neg B(x)$

2) x为所有人．$C(x)$ 为x是班上的学生

a). $\exists x(C(x)\land P(x))$　b). $\forall x(C(x)\land Q(x))$.　c) $\exists x(C(x)\land\neg R(x))$

d) $\exists x(C(x)\land A(x))$　e) $\forall x(C(x)\land\neg B(x))$

(9). a). $P(x)$→被认为贵宾资格. $Q(x)$.一年飞行里程超25000英里

$R(x)$→一年内坐航班超25次

$\forall x((Q(x)\vee R(x))\rightarrow P(x))$.

b). $P(x)$→获准参加马拉松. $Q(x,y)$. x最好成绩y小时以内.

$M(x)$.是x是男性.

$\forall x[((M(x)\wedge Q(x,3))\vee(\neg M(x)\wedge Q(x,3.5)))\rightarrow P(x)]$

c). $P(x)$→x获得博士学位. $H(x,y)$是x修满y个学分 $Q(x)$是x通过硕士论文答辩 $B(x)$→x所有必修课程成绩不低于B.

$\forall x[((H(x,60)\vee(H(x,45)\wedge Q(x)))\wedge B(x))\rightarrow P(x)]$

d) $P(x,y)$→x在一个学期内修了y个学分. $Q(x,y)$是x课程成绩都为y

$\exists x(P(x,21)\wedge Q(x,A))$.

1-5.

1. a). 对任意实数x都存在实数y使得 $x<y$

b). 对任意实数x和任意实数y, 若x和y均大于等于0. 则xy大于等于0.

c). 对任意实数x和任意实数y, 都存在实数z, 使 $xy=z$.

3. a) Sarah Smith 访问过网站 www.att.com.

b). 存在一个学生访问过 www.imdb.org

c) Jose Orez 至少访问了一个网站

d). 有一个网络站 Ashok Puri 和 Cindy Yoon 都访问过.

e). 除了 David Belcher 以外还有人访问过所有 David Belcher 访问过的网站

f). 有两个不同的人他们访问过同样的网站

5). a). $\forall x\, L(x, \text{Jerry})$. b). $\forall x \exists y\, L(x,y)$.

c). $\exists y \forall x\, L(x,y)$ d). $\forall x \exists y\, \neg L(x,y)$

e). $\exists y\, \neg L(\text{Lydia}, y)$. f). $\exists x \forall y\, \neg L(y,x)$

g). $\exists x(\forall y\, L(y,x) \wedge \forall z(\forall w\, L(w,z) \rightarrow z=x))$

h). $\exists x \exists y\, ((x \neq y) \wedge L(\text{Lynn}, x) \wedge L(\text{Lynn}, y) \wedge \forall z\, L(\text{Lynn}, z) \rightarrow (z=x \vee z=y))$

i). $\forall x\, L(x,x)$. j). $\exists x \forall y\, (L(x,y) \leftrightarrow x=y)$

). a). $\neg M(\text{chou}, \text{koko})$

b). $\neg(M(\text{Arlene}, \text{Sarah}) \vee T(\text{Arlene}, \text{Sarah}))$

c). $\neg M(\text{Deborah}, \text{José})$.

d). $\forall x\, M(x, \text{ken})$.

e). $\forall x\, \neg T(x, \text{Nina})$

f). $\forall x\, (M(x, \text{Avi}) \vee T(x, \text{Avi}))$

g). $\exists x \forall y\, ((x \neq y) \rightarrow M(x,y))$

h). $\exists x \forall y\, ((x \neq y) \rightarrow (M(x,y) \vee T(x,y)))$

i). $\exists x \exists y\ ((x \neq y) \wedge M(x,y) \wedge M(y,x))$

j) $\exists x\ M(x,x)$

k) $\exists x \forall y\ ((x \neq y) \rightarrow (\neg M(y,x) \wedge \neg T(y,x)))$

l) $\forall x \exists y\ ((x \neq y) \wedge (M(y,x) \vee T(y,x)))$

m). $\exists x \exists y\ ((x \neq y) \wedge M(x,y) \wedge T(y,x))$

n) $\exists x \exists y \forall z\ ((x \neq y \neq z) \rightarrow M(x,z) \vee M(y,z) \vee T(x,z) \vee T(y,z))$

12). 论域为全体实数.

a) $\forall x \forall y\ (((x<0) \wedge (y<0)) \rightarrow (xy>0))$

b) $\forall x\ (x-x=0)$

c) $\forall x \exists y \exists z\ (y \neq z \wedge \forall c\ (c^2=x \leftrightarrow ((c=x) \vee (c=z)))$

d) $\forall x\ ((x<0) \rightarrow \neg\exists y\ (x=y^2))$

14) a) T. ($n^2 \geq 0$. 令 $m<0$ 即可)　b) T. ($m^2 \geq 0$. $n<0$ 即可)

c) T ($n=-m$)　d) T. ($n=1$)

e). T ($n=1$. $m=2$)　f) F (没有整数 m.n 可成立)

g). F ($n=2.5$. $m=1.5$)　h) T ($n=3$. $m=1$)

i) F (当 $m+n$ 为奇数时. 不存在整数 p 使之成立)

15. a) $P(1,1) \wedge P(1,2) \wedge P(1,3) \wedge P(2,1) \wedge P(2,2) \wedge P(2,3) \wedge P(3,1) \wedge P(3,2) \wedge P(3,3)$

b). $P(1,1) \vee P(1,2) \vee P(1,3) \vee P(2,1) \vee P(2,2) \vee P(2,3) \vee P(3,1) \vee P(3,2) \vee P(3,3)$

c). $(P(1,1) \wedge P(1,2) \wedge P(1,3)) \vee (P(2,1) \wedge P(2,2) \wedge P(2,3)) \vee (P(3,1) \wedge P(3,2) \wedge P(3,3))$

d). $(P(1,1) \vee P(2,1) \vee P(3,1)) \wedge (P(1,2) \vee P(2,2) \vee P(3,2)) \wedge (P(1,3) \vee P(2,3) \vee P(3,3))$

16).

a) $\exists x \forall y \exists z \neg T(x,y,z)$

b) $\exists x \forall y \neg P(x,y) \wedge \exists x \forall y \neg Q(x,y)$

c) $\exists x \forall y (\neg P(x,y) \vee \forall z \neg R(x,y,z))$

d). $\exists x \forall y (P(x,y) \wedge \neg Q(x,y))$

17). a). $\exists x \exists y \neg P(x,y)$

b). $\exists y \forall x \neg P(x,y)$

c). $\exists y \exists x (\neg P(x,y) \wedge \neg Q(x,y))$

d) $(\forall x \forall y P(x,y)) \vee \exists x \exists y \neg Q(x,y))$

e). $\exists x (\forall y \exists z \neg P(x,y,z) \vee \forall z \exists y \neg P(x,y,z))$

1-6.

3. R表示"Randy很用功"，S表示"他Randy是个好孩子"，W表示"Randy会得到工作"

前提：R，$R \to S$，$S \to \neg W$。

结论：$\neg W$。

1.	R	P
2.	$R \to S$	P
3.	S	T (1).(2) I
4.	$S \to \neg W$	P
5.	$\neg W$	T (3).(4) I

5. a). 结论：周二没有休假，我在周四休假，周四下雨了

b). 结论：我没有吃辣的食物或做奇怪的梦

c). 结论：我聪明。（析取三段论）

d). 结论：Ralph不是主修计算机科学的学生。（拒取式）

(e). 结论：你购买许多东西就对美国有利且对你有利。（假言三段论）

f). 结论：老鼠啃咬他们的食物（假言推理）

野兔不是老鼠。（拒取式）

8\)、 a) 正确. $R(x)$ 表示x是这个班上学生. $L(x)$ 为x懂逻辑.

1\. $\forall x(R(x)\rightarrow L(x))$ P.

2\. $R(a)$ US.

3\. $L(a)$. T (1).(2). I.

b) 不正确. $C(x)$ 表示x是计算机专业. $M(x)$ 表示x学离散数学.

1\. $\forall x(C(x)\rightarrow M(x))$. P.

2\. $M(a)$. P.

不能推出 $C(a)$.

c). 不正确. $F(x)$ 表示x喜欢吃水果. $T(x)$ 表示x是鹦鹉

1\. $\forall x(T(x)\rightarrow F(x))$ P.

2\. $\neg T(a)$. P.

不能推出 $\neg F(a)$.

d). 正确. $F(x)$ 表示x每天吃麦片. $H(x)$ 表示x健康.

1\. $\forall x(F(x)\rightarrow H(x))$. P

2\. $\neg H(a)$. P.

3\. $\neg T(a)$ T (2).(1). I.

12). ①. 前提引入应为: $\exists x P(x)\wedge\exists x Q(x)$.

②. 第4步存在实例中. c已满足 $P(x)$. 不能保证 $\exists x Q(x)$ 中. 满足 $Q(x)$ 的就是c. 即不一定有 $Q(c)$.

(4).

1.	$\forall x(P(x)\land R(x))$.	P.
2.	$P(a)\land R(a)$.	US.
3.	$P(a)$.	T(2). I.
4.	$\forall x(P(x)\to(Q(x)\land S(x)))$.	P.
5.	$Q(a)\land S(a)$.	T(3).(4).I.
6.	$S(a)$.	T(5) I.
7.	$R(a)$.	T(3) I.
8.	$R(a)\land S(a)$.	T(6).(7).I
9.	$\forall x(R(x)\land S(x))$.	UG.

(5).

1.	$\exists x\,\neg P(x)$.	P
2.	$\neg P(a)$.	ES. (1).
3.	$\forall x(P(x)\lor Q(x))$.	P
4.	$Q(a)$.	T(2).(3). I.
5.	$\forall x(\neg Q(x)\lor S(x))$.	P
6.	$S(a)$.	T(4).(5). I.
7.	$\forall x(R(x)\to\neg S(x))$.	P.
8.	$\neg R(a)$.	T(6).(7). I
9.	$\exists x\,\neg R(x)$.	EG.

1-7.

1. 令 $n=2k+1$. $m=2l+1$ 为奇数

则 $n+m = 2(k+l+1)$ 为偶数.

3. 直接证明法. 设 $m.n.p$ 为整数.

设 $m+n=2k$. ① $\Rightarrow m=2k-n$

$n+p=2l$. ② $\Rightarrow p=2l-n$.

则 $m+p=2(k+l-n)$ 为偶数

5. 假设 r 是有理数. i 为无理数.

且 $s=r+i$ 为有理数.

由例8. 则 $s+(-r)=i$ 为有理数. 矛盾.

故 $r+i$ 为无理数

12. 假设任意64天中至多有9天在每星期的同一天里

因为一周有7天. 则 $7\times 9=63$ 天 <64 天.

则至少有10天在每星期的同一天.

16. (iii) x^2 是偶数. 则 x 必为偶数. $x=2k$.

则 $3x+2 = 2(3k+1)$ 为偶数. 且 $x+5=2k+5$ 为奇数.

若 $x+5$ 为奇数. 则 ~~x必为~~ x 必为偶数. 同理 (i). (iii) 成立

若 $3x+2$ 为偶数. 则 x 也必为偶数, 同理可得

故 (i). (ii) (iii) 等价