

2-3.

1. a). 当 $x=0$ 是 $f(x)$ 无定义.

b). x 必须 ≥ 0 .

c). $2x+1 \geq 0 \Rightarrow x \geq -\frac{1}{2}$.

3. a). 定义域: 正整数的集合. 值域: 整数集合.

b). 定义域: 正整数的集合. 值域: 非负偶整数集合.

c). 定义域: 正整数的集合. 值域: 不超过 7 的非负整数集合.

d). 定义域: 正整数的集合. 值域: 正整数平方的集合 = $\{1, 4, 9, 16, \dots\}$.

8. a). 是. 对 $\forall z \in \mathbb{Z}$. 则一定 $\exists x, y \in \mathbb{Z}$. 使 $f(x, y) = x+y = z$.

b). 不是. 如 $f(m, n) = m^2 + n^2 = 6$ 时. 没有 $m, n \in \mathbb{Z}$ 使之成立.

c). 是. 对 $\forall k \in \mathbb{Z}$. $f(m, n) = m = k$. 即 $m = k$.

d). 不是. 若要 $f(m, n) = |n| = -1$. 则不存在这样的 $n \in \mathbb{Z}$ 使之成立.

e). 是. 对 $\forall k \in \mathbb{Z}$. $f(m, n) = m - n = k$. 可以找到 $m, n \in \mathbb{Z}$ 使之成立.



12) a). 是. 对 $\forall x, y \in \mathbb{R}$. 若 $f(x) = f(y) \Rightarrow 2x+1 = 2y+1$
 则 $x=y$. 即为单射的.
 又 $\forall y \in f(x)$. $y = 2x+1$ 都有唯一解. 为满射.
 即为双射

b). 不是. 对 $\forall x, y \in \mathbb{R}$. $f(x) = f(y) \Rightarrow x^2+1 = y^2+1$
 只有 $x^2 = y^2$. 不能判断 $x=y$. 即不是单射. 故非双射.

c). 是. $\forall x, y \in \mathbb{R}$. $f(x) = f(y) \Rightarrow x^2 = y^2 \Rightarrow x=y$. 为单射
 对 $\forall z = x^2 \in \mathbb{R}$ 都可找到 $x \in \mathbb{R}$. 使之成立. 为满射. \Rightarrow 故为双射

d). 不是. $\forall x, y \in \mathbb{R}$. $f(x) = f(y) \Rightarrow x^2 = y^2$.
 不能判断 $x=y$. 不是单射. 故非双射

8). 不是. 例如 $A = \{a\}$, $B = \{b, c\}$, $C = \{d\}$. 令 $g(a) = b$, $f(b) = d$.
 $f(c) = d$. 则 f 和 $f \circ g$ 是映上的, 但 g 不是.



39 a). S 有 m 个不同的元素. 我给第 1 个对象赋值 1, 第 2 个赋值 2, 第 ... 即为一个一一对应函数

b). 由 a) 可知存在一个从 S 到 $\{1, 2, \dots, m\}$ 的双射函数 f 和一个从 $\{1, 2, \dots, m\}$ 到 T 的双射函数 g , 则合成函数 $g \circ f$ 即为从 S 到 T 的双射函数

上周订正:

1. a). $\{-1, 1\}$

b). $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$

c). $\{0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81\}$

5. d). T f). F g). T

★ C : 真子集 \subset : 子集

