

1-3.

3. $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

p	q	r	$p \wedge q$	$p \wedge r$	$q \vee r$	$p \wedge (q \vee r)$	$(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	F	T	T	T
T	F	T	F	T	T	T	T
T	F	F	F	F	F	F	F
F	T	T	F	F	T	F	F
F	T	F	F	F	T	F	F
F	F	T	F	F	T	F	F
F	F	F	F	F	F	F	F

5. 证明 F 为永真式.

a) $(p \wedge q) \rightarrow p$

p	q	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \rightarrow p$
T	T	T	T
T	F	F	T
F	T	F	T
F	F	F	T

b) $p \rightarrow (p \vee q)$

p	q	$p \vee q$	$p \rightarrow (p \vee q)$
T	T	T	T
T	F	T	T
F	T	T	T
F	F	F	T

c) $\neg p \rightarrow (p \rightarrow q)$

p	q	$\neg p$	$p \rightarrow q$	$\neg p \rightarrow (p \rightarrow q)$
T	T	F	T	T
T	F	F	F	T
F	T	T	T	T
F	F	T	T	T

d) $(p \wedge q) \rightarrow (p \rightarrow q)$

p	q	$p \wedge q$	$p \rightarrow q$	$(p \wedge q) \rightarrow (p \rightarrow q)$
T	T	T	T	T
T	F	F	F	T
F	T	F	T	T
F	F	F	T	T

e). $\neg(p \rightarrow q) \rightarrow p$

p	q	$p \rightarrow q$	$\neg(p \rightarrow q)$	$\neg(p \rightarrow q) \rightarrow p$
T	T	T	F	T
T	F	F	T	T
F	T	T	F	T
F	F	T	F	T

f). $\neg(p \rightarrow q) \rightarrow \neg q$

p	q	$\neg q$	$p \rightarrow q$	$\neg(p \rightarrow q)$	$\neg(p \rightarrow q) \rightarrow \neg q$
T	T	F	T	F	T
T	F	T	F	T	T
F	T	F	T	F	T
F	F	T	T	F	T

7). 用真值表验证吸收律

a). $p \vee (p \wedge q) \equiv p$

p	q	$p \wedge q$	$p \vee (p \wedge q)$
T	T	T	T
T	F	F	T
F	T	F	F
F	F	F	F

b). $p \wedge (p \vee q) \equiv p$

p	q	$p \vee q$	$p \wedge (p \vee q)$
T	T	T	T
T	F	T	T
F	T	T	F
F	F	F	F

12. 证明 $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)$ 和 $(p \vee q) \rightarrow r$ 逻辑等价

证: $(p \vee q) \rightarrow r$

$\Leftrightarrow [\neg(p \vee q)] \vee r$

$\Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q) \vee r$ 德摩根律

$\Leftrightarrow (\neg p \vee r) \wedge (\neg q \vee r)$ 分配律

$\Leftrightarrow (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)$ 则得证.

13. 证 $(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r)$ 和 $(p \wedge q) \rightarrow r$ 逻辑等价

证: $(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r)$

$\Leftrightarrow (\neg p \vee r) \vee (\neg q \vee r)$

$\Leftrightarrow \neg p \vee \neg q \vee r$ 交换律

$(p \wedge q) \rightarrow r$

$\Leftrightarrow [\neg(p \wedge q)] \vee r$

$\Leftrightarrow \neg p \vee \neg q \vee r$ 德摩根律

则两式逻辑等价

15. $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$ 是永真式.

p	q	r	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow r$	$p \rightarrow r$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	F	F	F	T
T	F	F	F	T	F	F	T
T	F	T	F	T	T	F	T
F	T	T	T	T	T	T	T
F	T	F	T	F	T	F	T
F	F	T	T	T	T	T	T
F	F	F	T	T	T	T	T

18. 求对偶式.

a) $p \wedge \neg q \wedge \neg r$

$\Rightarrow p \vee \neg q \vee \neg r$

b) $(p \wedge q \wedge r) \vee s$

$\Rightarrow (p \vee q \vee r) \wedge s$

c) $(p \vee F) \wedge (q \vee T)$

$\Rightarrow (p \wedge T) \vee (q \wedge F)$

20. 为什么只含 \wedge , \vee 和 \neg 的两个复合命题的对偶式也是等价的

令 p 和 q 为只含 \wedge , \vee 和 \neg 以及 T 和 F 等价的复合命题.

因为 $\neg p$ 和 $\neg q$ 也是等价的. 用德·摩根把否定尽可能往复合命题内推进. 同时将 \vee 变为 \wedge , 将 \wedge 变为 \vee . 将 T 变为 F , F 变为 T .

这样就能证明 $\neg p$ 和 $\neg q$ 与 $\neg p$ 和 $\neg q$ 是相同的. 只是其中的原子命题 p 被其否定命题 $\neg p$ 所取代. 由此可得 $\neg p$ 与 $\neg q$ 也是等价的.

因为 $\neg p$ 与 $\neg q$ 是等价的.

$$2). (p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge r \wedge q) \vee (r \wedge q \wedge p)$$

p	q	r	$p \wedge q \wedge r$	$p \wedge r \wedge q$	$r \wedge q \wedge p$	$(p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge r \wedge q) \vee (r \wedge q \wedge p)$
T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	F	F	F	F
T	F	T	F	T	F	T
T	F	F	F	F	F	F
F	T	T	F	F	T	T
F	T	F	F	F	F	F
F	F	T	F	F	F	F
F	F	F	F	F	F	F

$$2). (p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge r \wedge q) \vee (r \wedge q \wedge p)$$

$$2). (p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge r \wedge q) \vee (r \wedge q \wedge p)$$

$$(p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge r \wedge q) \vee (r \wedge q \wedge p)$$

$$(p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge r \wedge q) \vee (r \wedge q \wedge p)$$

Let p, q, r be propositions. Then the expression $(p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge r \wedge q) \vee (r \wedge q \wedge p)$ is a tautology.

The expression $(p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge r \wedge q) \vee (r \wedge q \wedge p)$ is a tautology.

The expression $(p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge r \wedge q) \vee (r \wedge q \wedge p)$ is a tautology.