**期末练习题答案**

1. **切钢管问题**

钢管长度和价值的对应表格如下：

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 长度 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 价值 | 1 | 5 | 8 | 9 | 10 | 17 | 18 | 20 | 24 | 24 | 26 | 27 |

1. 给出求总价值最大的钢管切割递推方程

r(i) =

1. 设钢管长度为12，用表格计算最优切法及最大价值

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 长度 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 最大价值 | 1 | 5 | 8 | 10 | 13 | 17 | 18 | 22 | 25 | 27 | 30 | 34 |

1. 给出渐进时间复杂度

或

1. **最长公共子序列**

（1）（2分）



（2）（8分）

0 1 2 3 4 5 6 7

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Y** | **1** | **0** | **0** | **1** | **1** | **1** | **0** |
| **X** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **0** | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| **1** | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| **1** | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 3 |
| **0** | 0 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 |
| **0** | 0 | 1 | 2 | 3 | 3 | 3 | 3 | 4 |
| **1** | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| **0** | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 4 | 5 |
| **1** | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 5 | 5 |

0

1

2

3

4

5

6

7

8

(3) 输出：（5分）

3 1

4 2

5 3

6 4

8 5 最长公共子序列依次出现在X和Y中的位置

1. **最长回文子序列**
2. 设L[i,j]表示序列<ci,ci+1,…,cj>中的最长回文子序列的长度，完成下面的递推方程 (
3. 分析算法的时间复杂性和空间复杂性

与求最长公共子序列问题一样，时间复杂度和空间复杂度均为

1. 用表格计算<a,b,c,a,c,b,c,b>的最长回文子序列长度

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **i=1** | **i=2** | **i=3** | **i=4** | **i=5** | **i=6** | **i=7** | **i=8** |
| **j=1** | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **j=2** | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **j=3** | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **j=4** | 3 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **j=5** | 3 | 3 | 3 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| **j=6** | 5 | 5 | 3 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| **j=7** | 5 | 5 | 3 | 3 | 3 | 1 | 1 | 0 |
| **j=8** | 5 | 5 | 3 | 3 | 3 | 3 | 1 | 1 |

1. **5G基站覆盖问题**
2. 该问题可用贪心法求解，简要描述计算过程并分析时间复杂度
3. 设pi是最左边的尚未覆盖的楼房（开始时i=1）, 在pi + K的位置上设置基站。
4. 依次判断pi+1, pi+2,…是否被该基站覆盖，如果pn已覆盖则结束，否则找到第一个未被覆盖的基站pj, 满足, 对pj执行1.

时间复杂度

1. 写出该算法的代码：

int min\_base\_stations(int p[], int n, int K)

{

if(n==0 || K<0) return 0;

int pos,num; //pos为需要设置新基站覆盖的楼房编号

for(int i=1,pos=1,num=1; i<=n; i++)

{

if(p[i] – p[pos] <= 2\*K) continue;

pos = i;

num++;

}

return num;

}

1. 证明上述方法中选择的覆盖第一个楼房的基站位置是最优（贪心选择原则）

首先第一个楼房不需要被2个以上基站覆盖，如果覆盖p1的基站有2个，把位置较大的基站向右移动直到其覆盖范围与位置较小基站不产生重叠为止，这只会扩大两个基站覆盖的范围，所以不会影响基站对楼房的全覆盖。同样，覆盖p1的基站位置必须小于或等于pi + K, 但p1的左边没有楼房需要覆盖，所以把覆盖p1的基站移动到pi + K上，也只会增加该基站能够覆盖的楼房范围。综上，贪心选择的覆盖第一个楼房的基站位置是最优。