解析几何练习

一、填空题：（本大题共有 10 题，满分 35 分，第 1~5 题每题 3 分，第 6~10 题每题 4 分）

1. 经过点$A(0,1)$、点$B(-1,\ -1)$的直线l的两点式方程为_________.
2. 抛物线$y=2x^2$的顶点到准线的距离为_________.
3. 已知动点P到$(3,0)$的距离减去它到$(-3,0)$的距离为4，记P的轨迹为曲线Γ，则Γ的标准方程为_________.
4. 若倾斜角为$\frac{5}{6}\pi$的直线l过点$(-1,2)$，则直线l的点法式方程为_________.
5. 若对任意$k\in R$，直线$x+ky-2k+1=0$与抛物线$y^2=-2px(p>0)$均有公共点，那么实数p的取值范围是_________.
6. 若双曲线$(m^2-2)x^2-y^2=m$的虚轴长和实半轴长相等，则实数m的值为_________.
7. 定义：若一条线段上包括端点的所有点均在某圆内，则称这条线段在该圆内部.在平面直角坐标系xOy中，设实数$r>0$,点A、B坐标分别为$(1,2)$和$(3,-1)$，若在x轴上存在点P使得线段AB在以P为圆心，r为半径的圆内部，那么r的取值范围是_________.
8. 圆P的方程为$x^2+y^2+2x-2y=0$，点A、B、C为圆P上三个不同的动点，则$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CB}$的取值范围是_________.
9. 已知椭圆Γ：$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{b^2}=1(0<b<5)$的右焦点为$F$，直线$MN$过坐标原点$O$且与椭圆$\Gamma$交于$M$、$N$两点，若$\triangle OMF$的周长为$11$，$\triangle ONF$的周长为$13$，那么$\Gamma$的离心率为_________.
10. 在平面直角坐标系xOy中，点O为坐标原点，双曲线Γ：$\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1(a>0,\ b>0)$的离心率为$e$，上顶点为$A$，上焦点为$F$，点$P$为$\Gamma$上支上一点，直线$OP$与$\Gamma$的另一个异于$P$的交点为$Q$，线段$QF$与$\Gamma$的上支交于点$M$，记$\triangle PFM$、$\triangle AFQ$、$\triangle AFM$的面积分别为$S_1$、$S_2$、$S_3$，当$S_1=S_2=eS_3$时，直线$PQ$的方程为_________.

二、选择题：（本大题共有 4 题，满分 14 分，第 11~12 题每题 3 分，第 13~14 题每题 4 分）

11. 椭圆$2x^2+y^2=1$的短轴长为（　　）.

A. 1　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\sqrt{2}$　　D. 2

12. 设实数$p>0$，则当p变化时，下列抛物线中一定不恒在曲线$y=e^x$下方的是（　　）.

①$y^2=2px$　　②$y^2=-2px$　　③$x^2=2py$　　④$x^2=-2py$

A. ③　　B. ②③　　C. ①②　　D. ④

13. 给定双曲线Γ: $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a,b>0)$和平面上一点$P(x_0,\ y_0)$，设$\Gamma$的两条渐进线的斜率分别为$k_1$、$k_2(k_1<0,k_2>0)$，则下列选项中错误的是（　　）.

A. 存在P使得过P可做两条与Γ的同一支相切的切线

B. 过P任作一条斜率在(k_1,k_2)之间的直线必与Γ的左右两支各有一个交点

C. 若已知Γ两条渐进线的夹角解得的Γ的离心率唯一，则Γ为等轴双曲线

D. 若P在渐近线上，过P且与Γ有且仅有一个公共点的直线共有 2 条

14. 在平面直角坐标系xOy中，已知圆A与x轴切于点$(1,0)$，直线l在两坐标轴截距的绝对值相等. 当直线l截圆A所得弦长为1且将圆A分成面积比为$1:3$的两部分时，称直线l与圆A为一组“线圆对”. 则不同的“线圆对”的组数为（　　）.

A. 4　　B. 6　　C. 8　　D. 12

三、解答题：（本大题共有 4 题，满分 51 分）

15.（本题满分 8 分，第 1 小题满分 4 分，第 2 小题满分 4 分）

设实数$r>0$，圆$A:(x+1)^2+(y-1)^2=r^2$.

(1) 已知直线l的方程为$y=x+4$，设l与y轴交于点B，当直线l是圆A的一条切线时，设过点B与圆A的另一条切线为l'，求直线l'与l的夹角；（结果用反三角函数值表示）

(2) 当圆A与曲线$y=-\sqrt{4-x^2}$有且仅有一个公共点时，求r的取值范围.

16.（本题满分 9 分，第 1 小题满分 4 分，第 2 小题满分 5 分）

焦距为4的双曲线Γ：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a,\ b>0)$的左右焦点分别为$F_1$、$F_2$，左右两个顶点分别为$A$、$B$，焦点为$F_2$的抛物线$y^2=2px(p>0)$与$\Gamma$的渐近线在第一象限内的交点为点$P$，且$F_2P=\frac{14}{3}$.

(1) 求双曲线Γ的方程；

(2) 直线l的斜率为3，在y轴上的截距为$m(m\in R)$，若直线l与双曲线Γ交于M、N两点且点M、N均在第三象限，求$\triangle AMN$的面积$S=f(m)$的表达式.

【附加题】满分 3 分，若已学习导数可尝试完成：

已知点$R(0,\ m)$，当$\triangle AMN$的面积最大时，求$\tan\angle F_1RM$的值.

17.（本题满分 14 分，第 1 小题满分 4 分，第 2 小题满分 4 分，第 3 小题满分 6 分）

已知Γ_1：$\frac{x^2}{m}+y^2=1(m>0$且$m\neq1)$与Γ_2：$x^2-\frac{y^2}{n}=1(n>0)$的焦点相同，且Γ_1与Γ_2在第一象限内的交点为M，在第二象限内的交点为N.

(1) 设Γ_1的离心率为e_1，Γ_2的离心率为e_2，若$e_1e_2=\frac{m-1}{n}$，求Γ_2的渐近线方程；

(2) 设F_1为左焦点，F_2为右焦点，若$\left|\overrightarrow{F_1M}+\overrightarrow{F_2N}\right|=1$，求线段$|MN|$的长度；

(3) 设Γ_1的上顶点为Q，记$\triangle QMF_2$的面积为S，求证：$S<\frac{1}{2}$.

18.（本题满分 20 分，第 1 小题满分 4 分，第 2 小题满分 6 分，第 3 小题满分 10 分）

焦距为2的椭圆Γ：$\frac{y^2}{a^2}+\frac{x^2}{b^2}=1(a>b>0)$的焦点为$F_1$、$F_2$，右顶点为$N$，点$M$在$\Gamma$上，满足$M$、$N$、$F_1$共线且$\triangle MNF_2$为等腰三角形，焦点为$F$的抛物线$C:y^2=2px(p>0)$与$\Gamma$交于$Q$、$R$两点.

(1) 求Γ的标准方程；

(2) 当$\angle QFR=\frac{2}{3}\pi$时，求点$Q$的坐标；

(3) 设过F的直线l与Γ交于S、T两点，点集$\Omega=\{K|K\in l\cap C\}$，若存在点$J\in\Omega$满足$|TJ|=|JF|=|FS|$，求直线$l$的方程.