

# Fractali sincronizați pe muzică

**Popa Jasmine**

jasmine-mihaela.popa@s.unibuc.ro

**Ioana Diana Beatrice Enache**

ioana-diana.enache@s.unibuc.ro

**Ştefania Flavia Fota**

stefania-flavia.fota@s.unibuc.ro

**Lungu Laura-Vanesa**

laura-vanesa.lungu@s.unibuc.ro

**Andreea Căpitănu**

andreea.capitanu@s.unibuc.ro

**Negoită-Crețu Raluca**

raluca-marina.negoita-cretu@s.unibuc.ro

**Popeangă Antonia-Maria**

antonia-maria.popeanga@s.unibuc.ro

## Abstract

Acest proiect explorează generarea fractalilor 3D Mandelbulb sincronizați cu semnale audio, combinând principii din matematica fractală, procesarea semnalelor și grafica computațională. Prin analiza frecvențelor și amplitudinilor unui flux audio în timp real, algoritmul ajustează parametrii fractalilor pentru a reflecta dinamica muzicii.

## 1 Introducere

Proiectul explorează generarea în timp real a fractalilor 3D, sincronizați dinamic cu semnale audio, cu scopul de a crea o experiență audio-vizuală interactivă. Prin analiza unui fișier audio, sistemul extrage caracteristici relevante — cum ar fi energia bassului, nivelul frecvențelor înalte — care sunt ulterior utilizate pentru a controla în mod direct parametrii vizuali ai unui fractal tridimensional. Fractalul ales pentru această animație reactivă este Mandelbulb, o extensie 3D a celebrului set Mandelbrot.

Motivația proiectului constă în îmbinarea domeniilor procesării digitale a semnalelor și graficii computaționale pentru a explora noi moduri de exprimare vizuală influențată de sunet. Această abordare permite o interacțiune indirectă, dar naturală, între componentele auditive și cele vizuale, transformând undele sonore în forme geometrice și în continuă schimbare. Astfel, fractalul devine o entitate vie, influențată permanent de ritmul și complexitatea semnalului audio.

Mandelbulb-ul a fost ales datorită naturii sale extrem de sensibile la variațiile parametrice. Chiar și modificările minore ale unghiurilor, factorilor de scalare sau numărului de iterații pot produce transformări vizuale radicale, ceea ce îl face ideal pentru control în timp real prin semnal audio. Această caracteristică îl diferențiază de alți fractali 2D sau forme geometrice rigide, oferind un grad ridicat de expresivitate vizuală și complexitate.

Prin această lucrare, se dorește nu doar implementarea unui sistem tehnic funcțional, ci și

evidențierea potențialului creativ al procesării semnalelor și al graficii computaționale în construcția de medii vizuale dinamice, în care muzica poate modela spațiul.

## 2 Related Work

### 2.1 Fundamente matematice ale fractalilor

Studiul fractalilor își are originile în lucrările matematicienilor francezi Gaston Julia și Pierre Fatou la începutul secolului XX, care au pus bazele a ceea ce ulterior vor fi numite mulțimile Julia. Aceste sisteme dinamice complexe sunt generate prin formula iterativă:

$$z_{n+1} = z_n^2 + c \quad (1)$$

unde  $c$  este un parametru complex fixat. Un punct  $z_n$  aparține mulțimii Julia dacă orbita sa rămâne mărginită sub iterații.

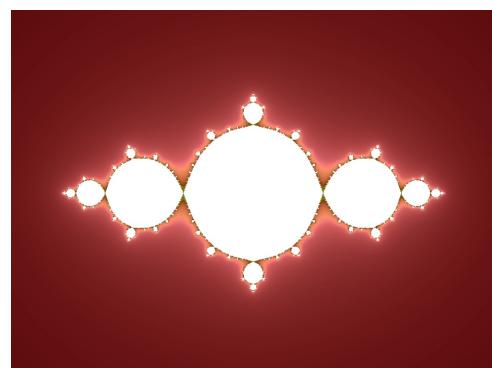


Figura 1: Fractal Julia quadratic generat pentru  $c = -0.9$ . Domeniu:  $\text{Re}(z) \in [-2, 2]$ ,  $\text{Im}(z) \in [-1.5, 1.5]$ , timp de randare: 1141 ms.

În anii 1960, Benoît Mandelbrot, în timp ce studia zgromotul pe liniile telefonice la IBM, a descoperit modele fractale în ceea ce a numit "praf Cantor". Pornind de la lucrările lui Julia și Fatou, Mandelbrot a schimbat parametrii funcției iterative, fixând de data aceasta numărul  $z$ , ceea ce l-a condus la celebra descoperire a mulțimii

Mandelbrot. Lucrarea sa *The Fractal Geometry of Nature* (Mandelbrot, 1982) a stabilit fractalii ca obiecte fundamentale atât în matematică cât și în grafica computerizată.

## 2.2 Fractali tridimensionali și Mandelbulb

Mandelbulbul este o extensie tridimensională a mulțimii Mandelbrot, introdusă de Daniel White și Paul Nylander în 2009 (White and Nylander, 2009). Spre deosebire de versiunea clasică, care este bidimensională și definită în planul complex, Mandelbulbul utilizează coordonate sferice și funcții trigonometrice pentru a aproxima comportamentul complex al iterațiilor în spațiul tridimensional.

Pentru a construi un Mandelbulb, se aplică următoarea generalizare polară a formulei Mandelbrot:

$$\begin{aligned} r_{n+1} &= r_n^n \\ \theta_{n+1} &= n \cdot \theta_n \\ \phi_{n+1} &= n \cdot \phi_n \\ \vec{x}_{n+1} &= r_{n+1} \cdot \begin{pmatrix} \sin \theta_{n+1} \cos \phi_{n+1}, \\ \sin \theta_{n+1} \sin \phi_{n+1}, \\ \cos \theta_{n+1} \end{pmatrix} + \vec{c} \end{aligned} \quad (2)$$

unde  $\vec{c}$  este punctul inițial în spațiu și  $n$  este o putere aleasă, adesea  $n = 8$  pentru rezultate estetice.

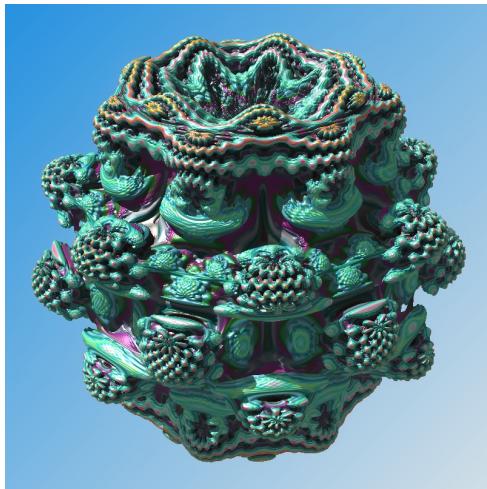


Figura 2: Mandelbulb cu parametrul puterii  $n=8$

## 2.3 Tehnica Ray Marching

Tehnica de ray marching a fost popularizată de Inigo Quilez prin proiecte dezvoltate pe platforma Shadertoy, demonstrând capabilitățile impresionante ale tehnicii pentru generarea de scene realiste,

inclusiv umbre moi, reflexii, iluminare globală și refracții (Quilez, 2013). Metoda se bazează pe algoritmul de *sphere tracing* propus de Hart (Hart, 1996), care introduce o strategie geometrică eficientă pentru randarea precisă cu margini netede a suprafețelor. Algoritmul utilizează *signed distance* pentru a optimiza trasarea razelor:

- Raza avansează cu pas egal cu *signed distance*, asigurând că nu intersectează prematur obiectul.
- Când distanța devine zero, se detectează coliziunea cu suprafața.

Randarea Mandelbulbului folosind *ray marching* implică estimarea distanței *signed distance* față de suprafață fractalului și aplicarea metodei *sphere tracing* pentru fiecare rază lansată în scenă.

## 3 Metodologie

### 3.1 Arhitectura generală a sistemului vizual

Pentru vizualizarea fractalului tridimensional *Mandelbulb*, am implementat o metodă avansată de *ray marching* care adaptează dinamic funcțiile de estimare a distanței (DE) (McGuire, 2008; Hart, 1996) în funcție de caracteristicile spectrale ale semnalului audio. Această abordare permite generarea în timp real a unor reprezentări vizuale detaliate și realiste ale structurilor fractale complexe, cu transformări morfologice sincronizate cu componentele muzicale. Implementarea tehnică se bazează pe un fragment shader GLSL optimizat, în cadrul arhitecturii de randare Three.js, asigurând astfel eficiența computațională necesară pentru aplicații interactive.

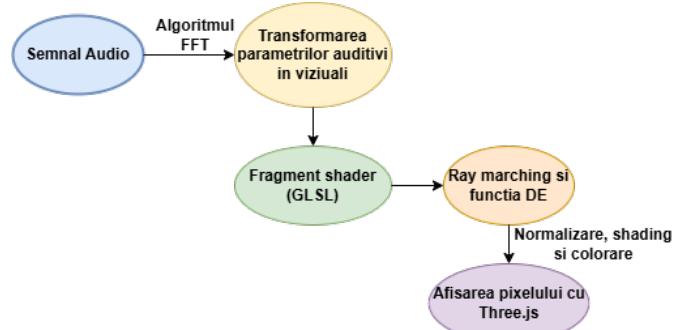


Figura 3: Diagramă logică a pipeline-ului vizual

### 3.2 Estimarea distanței pentru Mandelbulb

Funcția de estimare a distanței (DE) pentru Mandelbulb a fost adaptată astfel încât să răspundă în timp

real la componente audio. Acești parametri audio sunt extrași dintr-un semnal audio folosind o rețea Web Audio API cu un obiect AnalyserNode.

Funcția de estimare a distanței (DE) pentru Mandelbulb este dată de:

$$DE(\mathbf{z}) = \frac{1}{2} \log(r) \cdot r/dr$$

unde:

$$r = |\mathbf{z}|, \quad \mathbf{z} = (x, y, z), \quad \text{și} \quad dr = \frac{d|\mathbf{z}|}{dt}$$

În contextul randării Mandelbulb-ului,  $\mathbf{z}$  este iterat printr-un proces recursiv, iar distanța sa față de origine este recalculatează la fiecare pas. Iterația continuă până când punctul părăsește multimea punctelor aflate în fractal sau până când este atins un număr maxim de iterări.

Randarea fractalului, prin ray marching, vizualizează aceste schimbări calculând distanța de la o rază la suprafața fractalului pe baza funcției DE modificate.



Figura 4: Screenshot din aplicație

### 3.3 Analiza semnalului sonor

Pentru analiza semnalului audio în timp real, am utilizat algoritmul FFT (Fast Fourier Transform), în implementarea sa Cooley-Tukey ([Cooley and Tukey, 1965](#)), care descompune eficient semnalul în componente sale de frecvență. Această analiză rapidă permite extragerea valorilor de bass și treble, care sunt apoi folosite pentru a ajusta în timp real parametrii vizuali ai fractalului în funcție de ritmul muzicii.

Analiza sunetului se face prin procesarea rapidă de blocuri mici de semnal (256 puncte), astfel încât să obținem informații despre frecvențele sunetului într-un timp foarte scurt. Acest proces ne permite să vedem și să analizăm rapid cum variază sunetul pe măsură ce acesta evoluează.

### 3.4 Parametrii vizuali controlați de muzică

Puterea fractalului (exponentul) este ajustată după formula:

$$\begin{aligned} \text{power} = & 8.0 + 4.0 \cdot (\text{bassLevel})^{0.3} \\ & + 5.0 \cdot \text{iBoom} \\ & + 2.0 \cdot \sin(0.2 \cdot \text{iTime} + \text{lfo}) \\ & + 1.5 \cdot \text{trebleLevel} \end{aligned} \quad (3)$$

Viteza animației este modificată în funcție de intensitatea bass-ului:

$$\text{speedFactor} = 1.0 + 0.5 \cdot \sqrt{\text{bassLevel}}$$

$$\text{iTime} = \text{elapsedTime} \cdot \text{speedFactor}$$

Scopul principal al acestui sistem este de a crea o experiență imersivă în care vizualul este în permanență influențat de dinamica audio. Această sincronizare nu este doar estetică, ci și informativă — evidențiază momentele de intensitate ritmică și variațiile melodice prin transformări vizibile ale structurii fractale.

Astfel, fiecare componentă audio este mapată către un set specific de parametri vizuali:

- **bassLevel** afectează power (puterea fractalului), determinând cât de abrupt se extind ramificațiile fractale.
- **trebleLevel** influențează subtil rotația și dinamica culorilor, adăugând variații rapide și detaliu.
- **iBoom** (detecția impulsurilor puternice) este utilizat pentru a crea o „pulsare” vizuală — un efect de expansiune sau contracție temporară, amplificând impactul unor beat-uri puternice.
- **lfo** (low frequency oscillator) adaugă o variație ciclică lentă pentru a evita rigiditatea mișcării și a crea o senzație de „respirație” a fractalului.
- **zoom** și **rotation** sunt ajustate pentru a reflecta atât tempo-ul piesei, cât și variațiile sale.

### 3.5 Corelarea sunet-vizual: studiu de caz pe melodii

Melodie și autor	Bass (%)	Frecv. înalte (%)
Billie Eilish – You Should See Me in a Crown	80–86	31–36
Alexandrina Hristov – Explozie Solară	49–54	5–21
Diplo – Revolution	68–82	16–25

Tabela 1: Analiză componentă audio

Melodia "You Should See Me in a Crown" de Billie Eilish prezintă cea mai pronunțată componentă de bass (80–86%), în timp ce "Explozie Solară" de Alexandrina Hristov are cea mai redusă prezență a frecvențelor înalte (5–21%), sugerând un sunet mai cald și mai profund. "Revolution" de Diplo are un echilibru mai moderat, dar tot cu o predominantă clară a bass-ului.

Acest studiu de caz evidențiază eficiența mapării componentelor audio către parametri vizuali în crearea unei experiențe sinestezice coerente și expresive. Vizualul nu este doar decorativ, ci reflectă fidel structura și energia piesei muzicale analizate.

## 4 Direcții viitoare

Acest proiect deschide calea către direcții viitoare interesante, precum explorarea altor tipuri de fractali 3D (de exemplu, fractali quaternionici) sau extinderea aplicației în medii de realitate virtuală. O direcție promițătoare o reprezintă integrarea unor metode mai avansate de analiză muzicală, care să permită detectarea armoniei, a structurii ritmice sau a instrumentelor individuale dintr-o piesă. Astfel, vizualul ar putea reacționa nu doar la intensitatea sunetului, ci și la caracteristicile muzicale mai profunde, oferind o experiență audio-vizuală mult mai expresivă și imersivă.

## 5 Concluzie

În această lucrare am explorat o metodă modernă de randare a fractalului 3D Mandelbulb folosind tehnica *ray marching*, în combinație cu analiza în timp real a semnalului audio. Am demonstrat cum forma, culoarea și dinamica fractalului pot fi controlate interactiv prin parametri extrași din muzică,

rezultând o experiență audio-vizuală sincronizată și captivantă. Utilizarea estimării distanței a permis obținerea unor vizualuri complexe în timp real, în ciuda naturii costisitoare a calculului fractalilor 3D.

Integrarea cu biblioteca Three.js și Web Audio API a permis crearea unei aplicații web capabile să reacționeze dinamic la sunet.

În concluzie, această transpunere vizuală a sunetului poate fi folosită nu doar în scopuri artistice sau de divertisment, ci și în contexte educaționale, de analiză muzicală sau de accesibilitate pentru persoanele cu deficiențe de auz. Experiența sinestezică astfel creată deschide noi perspective în interacțiunea om–muzică–vizual.

## Limitări

Deși rezultatele obținute sunt vizual impresionante, proiectul prezintă câteva limitări. Performanța aplicației depinde de capabilitățile hardware ale utilizatorului, în special de placa grafică, deoarece randarea în timp real a fractalilor 3D prin *ray marching* este intensivă din punct de vedere computațional. De asemenea, controlul asupra formei fractalului prin parametri audio este în prezent limitat la variații simple (ex. amplitudinea bass-ului sau a notelor înalte), fără o analiză mai profundă a structurii muzicale, cum ar fi detectarea ritmului, armoniei sau instrumentelor.

## Referințe

- James W. Cooley and John W. Tukey. 1965. An algorithm for the machine calculation of complex fourier series. *Mathematics of Computation*, 19(90):297–301.
- John C Hart. 1996. Sphere tracing: A geometric method for the antialiased ray tracing of implicit surfaces. *The Visual Computer*, 12(9):527–545.
- Benoît B. Mandelbrot. 1982. *The Fractal Geometry of Nature*. Freeman.
- Morgan McGuire. 2008. *Graphics Codex*. Morgan Kaufmann. Capitole despre distance estimation și ray marching.
- Inigo Quilez. 2013. Raymarching distance fields. <https://iquilezles.org/articles/raymarchingdf/>. Accessed: 2025-05-11.
- Daniel White and Paul Nylander. 2009. The mandelbulb: A 3d fractal. <http://www.skytopia.com/project/fractal/mandelbulb.html>. Accessed: 2025-05-11.