

Fractali sincronizați pe muzică

Popa Jasmine

jasmine-mihaela.popa@s.unibuc.ro

Ioana Diana Beatrice Enache

ioana-diana.enache@s.unibuc.ro

Flavia Ștefania Fota

stefania-flavia.fota@s.unibuc.ro

Lungu Laura-Vanesa

laura-vanesa.lungu@s.unibuc.ro

Andreea Căpitănu

andreea.capitanu@s.unibuc.ro

Negoită-Crețu Raluca

raluca-marina.negoita-cretu@s.unibuc.ro

Popeangă Antonia-Maria

antonia-maria.popeanga@s.unibuc.ro

Abstract

Acest proiect explorează generarea fractalilor sincronizați cu semnale audio, combinând principii din matematica fractală, procesarea semnalelor și grafica computațională. Prin analiza frecvențelor și amplitudinilor unui flux audio în timp real, algoritmul propus ajustează parametrii fractalilor pentru a reflecta dinamica muzicii.

1 Introducere

Proiectul explorează generarea în timp real a fractalilor 3D, sincronizați dinamic cu semnale audio, cu scopul de a crea o experiență audio-vizuală interactivă. Prin analiza unui fișier audio, sistemul extrage caracteristici relevante — cum ar fi energia bassului, nivelul frecvențelor înalte — care sunt ulterior utilizate pentru a controla în mod direct parametrii vizuali ai unui fractal tridimensional. Fractalul ales pentru această animație reactivă este Mandelbulb, o extensie 3D a celebrului set Mandelbrot.

Motivația proiectului constă în îmbinarea domeniilor procesării digitale a semnalelor și graficii computaționale pentru a explora noi moduri de exprimare vizuală influențată de sunet. Această abordare permite o interacțiune indirectă, dar naturală, între componentele auditive și cele vizuale, transformând undele sonore în forme geometrice și în continuă schimbare. Astfel, fractalul devine o entitate vie, influențată permanent de ritmul și complexitatea semnalului audio.

Mandelbulb-ul a fost ales datorită naturii sale extrem de sensibile la variațiile parametrice. Chiar și modificările minore ale unghiurilor, factorilor de scalare sau numărului de iterații pot produce transformări vizuale radicale, ceea ce îl face ideal pentru control în timp real prin semnal audio. Această caracteristică îl diferențiază de alți fractali 2D sau forme geometrice rigide, oferind un grad ridicat de expresivitate vizuală și complexitate.

Prin această lucrare, se dorește nu doar implementarea unui sistem tehnic funcțional, ci și

evidențierea potențialului creativ al procesării semnalelor și al graficii computaționale în construcția de medii vizuale dinamice, în care muzica poate modela spațiul.

2 Related Work

Studiul fractalilor își are originile în lucrările matematicienilor francezi Gaston Julia și Pierre Fatou la începutul secolului XX, care au pus bazele a ceea ce ulterior vor fi numite mulțimile Julia. Aceste sisteme dinamice complexe sunt generate prin formula iterativă:

$$z_{n+1} = z_n^2 + c \quad (1)$$

unde c este un parametru complex fixat. Un punct z_n aparține mulțimii Julia dacă orbita sa rămâne mărginită sub iterații.

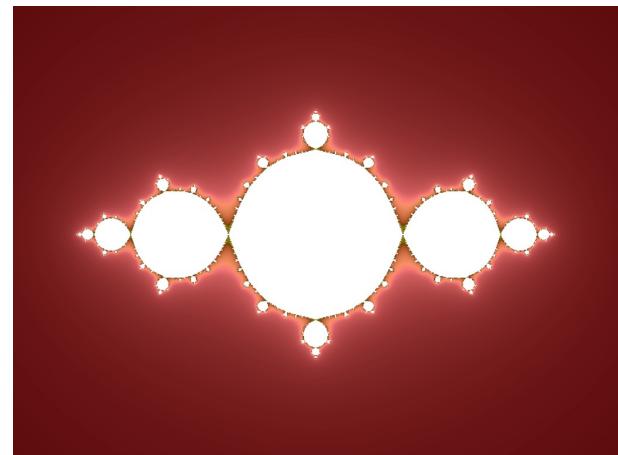


Figura 1: Fractal Julia quadratic generat pentru $c = -0.9$. Domeniu: $\text{Re}(z) \in [-2, 2]$, $\text{Im}(z) \in [-1.5, 1.5]$, timp de randare: 1141 ms.

În anii 1960, Benoît Mandelbrot, în timp ce studia zgromotul pe liniile telefonice la IBM, a descoperit modele fractale în ceea ce a numit "praf Cantor". Pornind de la lucrările lui Julia și Fatou, Mandelbrot a schimbat parametrii funcției iterative, fixând de data aceasta numărul z , ceea

ce l-a condus la celebra descoperire a mulțimii Mandelbrot. Lucrarea sa fundamentală *The Fractal Geometry of Nature* (Mandelbrot, 1982) a stabilit fractalii ca obiecte fundamentale atât în matematică cât și în grafica computerizată.

Mandelbulbul este o extensie tridimensională a mulțimii Mandelbrot, introdusă de Daniel White și Paul Nylander în 2009 (White and Nylander, 2009). Spre deosebire de versiunea clasică, care este bidimensională și definită în planul complex, Mandelbulbul utilizează coordonate sferice și funcții trigonometrice pentru a aproxima comportamentul complex al iterațiilor în spațiul tridimensional.

Pentru a construi un Mandelbulb, se aplică următoarea generalizare polară a formulei Mandelbrot:

$$\begin{aligned} r_{n+1} &= r_n^n \\ \theta_{n+1} &= n \cdot \theta_n \\ \phi_{n+1} &= n \cdot \phi_n \\ \vec{x}_{n+1} &= r_{n+1} \cdot \begin{pmatrix} \sin \theta_{n+1} \cos \phi_{n+1}, \\ \sin \theta_{n+1} \sin \phi_{n+1}, \\ \cos \theta_{n+1} \end{pmatrix} + \vec{c} \end{aligned} \quad (2)$$

unde \vec{c} este punctul inițial în spațiu și n este o putere aleasă, adesea $n = 8$ pentru rezultate estetice. Acest tip de fractal nu are o definiție matematică formală unică, ci este rezultatul unei aproximări artistice a unui fractal 3D cu proprietăți asemănătoare cu Mandelbrotul.

Randarea Mandelbulbului folosind *ray marching* implică estimarea distanței *signed distance* față de suprafața fractalului și aplicarea metodei *sphere tracing* pentru fiecare rază lansată în scenă.

Ray marching a fost popularizat de Inigo Quilez prin proiecte dezvoltate pe platforma Shadertoy, demonstrând capabilitățile impresionante ale tehnicii pentru generarea de scene realiste, inclusiv umbre moi, reflexii, iluminare globală și refracții (Quilez, 2013). Metoda se bazează pe algoritmul de *sphere tracing* propus de Hart (Hart, 1996), care introduce o strategie geometrică eficientă pentru randarea precisă cu margini netede a suprafețelor. Algoritmul utilizează *signed distance* pentru a optimiza trasarea razelor:

- Raza avansează cu pas egal cu *signed distance*, asigurând că nu intersectează prematur obiectul.
- Când distanța devine zero, se detectează coliziunea cu suprafața.

3 Metodologie

Pentru randarea fractalului 3D *Mandelbulb*, am utilizat tehnica *ray marching*, o metodă eficientă de randare a suprafețelor implicate definite prin funcții de distanță (McGuire, 2008; Hart, 1996). Aceasta permite obținerea unor imagini detaliate și realiste ale structurilor fractale, în special atunci când este combinată cu un algoritm de *distance estimation* (DE). Randarea se realizează într-un fragment shader GLSL, cu un *shader material* aplicat pe un patrat full-screen în cadrul scenei Three.js.

Funcția de estimare a distanței pentru Mandelbulb a fost adaptată astfel încât să răspundă în timp real la componente audio. Acești parametri audio sunt extrăși dintr-un semnal audio folosind o rețea Web Audio API cu un obiect AnalyserNode. Sunt calculate două valori esențiale:

- **bassLevel** – nivelul frecvențelor joase, calculat din primele 10 bin-uri FFT.
- **trebleLevel** – nivelul frecvențelor înalte, calculat din binurile superioare FFT.



Figura 2: Screenshot din aplicație

Transformata Fourier Rapidă (FFT) este un algoritm eficient care ajută la calcularea unei transformate matematice folosite pentru a analiza semnalele, reducând timpul necesar pentru procesare. În loc să facă toate calculele într-un mod direct, FFT folosește o metodă mai rapidă care economisește resursele de calcul, trecând de la o complexitate mai mare la una mult mai mică.

Implementarea noastră se bazează pe metoda *Cooley-Tukey* (Cooley and Tukey, 1965), care funcționează în trei pași principali:

1. **Descompunerea semnalului:** În primul rând, semnalul original este împărțit în bucăți mai

mici, până când ajungem la secvențe foarte mici de lungime 2.

2. **Aplicarea unei fereastre:** Se aplică o tehnică care reduce unele zgomote și distorsiuni din semnal, astfel încât rezultatele finale să fie mai clare și mai precise.
3. **Combinarea rezultatelor:** După ce semnalul este împărțit în bucăți mici, rezultatele sunt combinate pentru a reconstrui semnalul complet.

Pentru a analiza sunetul în timp real, procesăm blocuri mici de semnal (în jur de 4096 puncte) care sunt procesate rapid, astfel încât să obținem informații despre frecvențele sunetului într-un timp foarte scurt. Acest proces ne permite să vedem și să analizăm rapid cum variază sunetul pe măsură ce acesta evoluează.

Puterea fractalului (exponentul) este ajustată după formula:

$$\begin{aligned} \text{power} = & 8.0 + 4.0 \cdot (\text{bassLevel})^{0.3} \\ & + 5.0 \cdot \text{iBoom} \\ & + 2.0 \cdot \sin(0.2 \cdot iTime + \text{lfo}) \\ & + 1.5 \cdot \text{trebleLevel} \end{aligned} \quad (3)$$

- **iBoom** – detecția unor bătăi puternice (“boom”) în bass.
- **lfo** – un semnal oscilant sinusoidal care introduce o variație subtilă.

În plus, parametrii *iTime* și *zoom* sunt ajustați dinamic pentru a reflecta ritmul piesei. Viteza animației este modificată în funcție de intensitatea bass-ului:

$$speedFactor = 1.0 + 0.5 \cdot \sqrt{\text{bassLevel}}$$

$$iTime = \text{elapsedTime} \cdot speedFactor$$

Scopul principal al acestui sistem este de a crea o experiență imersivă în care vizualul este în permanență influențat de dinamica audio. Această sincronizare nu este doar estetică, ci și informativă — evidențiază momentele de intensitate ritmică și variațiile melodice prin transformări vizibile ale structurii fractale.

Fiecare componentă audio este mapată către un set specific de parametri vizuali:

- **bassLevel** afectează power (puterea fractalului), determinând cât de abrupt se extind ramificațiile fractale. Acest parametru controlă complexitatea vizuală și densitatea.
- **trebleLevel** influențează subtil rotația și dinamica culorilor, adăugând variații rapide și detaliu fine.
- **iBoom** (deteția impulsurilor puternice) este utilizat pentru a crea o „pulsare” vizuală — un efect de expansiune sau contracție temporară, amplificând impactul unor beat-uri puternice.
- **lfo** (low frequency oscillator) adaugă o variație ciclică lentă pentru a evita rigiditatea mișcării și a crea o senzație de „respirație” a fractalului.
- **zoom** și **rotation** sunt ajustate pentru a reflecta atât tempo-ul piesei, cât și variațiile sale armonice.

Melodie și autor	Bass (%)	Frecv. Înalte (%)
Billie Eilish – You Should See Me in a Crown	80–86	31–36
Alexandrina Hristov – Explozie Solară	49–54	5–21
Diplo – Revolution	68–82	16–25

Tabela 1: Analiză componentă audio

Melodia "You Should See Me in a Crown" de Billie Eilish prezintă cea mai pronunțată componentă de bass (80–86%), în timp ce "Explozie Solară" de Alexandrina Hristov are cea mai redusă prezență a frecvențelor înalte (5–21%), sugerând un sunet mai cald și mai profund. "Revolution" de Diplo are un echilibru mai moderat, dar tot cu o predominanță clară a bass-ului. Aceste diferențe pot influența percepția auditivă și efectele vizuale sincronizate, în special în contexte multimedia sau instalatii interactive audio-vizuale.

Această legătură între domeniul auditiv și cel vizual este inspirată din concepțele de *music visualization* și *synesthesia simulation*, iar rezultatul este o animație care pare să „danzeze” în sincron cu muzica. Alegerea fractalului Mandelbulb ca formă de bază este motivată de complexitatea sa structurală și de faptul că răspunde vizual spectaculos la modificări minore de parametri, oferind o experiență audio-vizuală sincronizată.

4 Directii viitoare

Acest proiect deschide calea către directii viitoare interesante, precum explorarea altor tipuri de fractali 3D (de exemplu, fractali quaternionici) sau extinderea aplicatiei în medii de realitate virtuală. O direcție promițătoare o reprezintă integrarea unor metode mai avansate de analiză muzicală, care să permită detectarea armoniei, a structurii ritmice sau a instrumentelor individuale dintr-o piesă. Astfel, vizualul ar putea reacționa nu doar la intensitatea sunetului, ci și la caracteristicile muzicale mai profunde, oferind o experiență audio-vizuală mult mai expresivă și imersivă.

5 Concluzie

În această lucrare am explorat o metodă modernă de randare a fractalului 3D Mandelbulb folosind tehnica *ray marching*, în combinație cu analiza în timp real a semnalului audio. Am demonstrat cum forma, culoarea și dinamica fractalului pot fi controlate interactiv prin parametri extrași din muzică, rezultând o experiență audio-vizuală sincronizată și captivantă. Utilizarea estimării distanței a permis obținerea unor vizualuri complexe în timp real, în ciuda naturii costisitoare a calculului fractalilor 3D.

Integrarea cu biblioteca Three.js și Web Audio API a permis crearea unei aplicații web portabile, capabile să reacționeze dinamic la sunet, fără a necesita instalarea de software adițional.

Limitări

Deși rezultatele obținute sunt vizual impresionante, proiectul prezintă câteva limitări. Performanța aplicatiei depinde de capabilitățile hardware ale utilizatorului, în special de placa grafică, deoarece randarea în timp real a fractalilor 3D prin *ray marching* este intensivă din punct de vedere computațional. De asemenea, controlul asupra formei fractalului prin parametri audio este în prezent limitat la variații simple (ex. amplitudinea bass-ului sau a notelor înalte), fără o analiză mai profundă a structurii muzicale, cum ar fi detectarea ritmului, armoniei sau instrumentelor.

Referințe

James W. Cooley and John W. Tukey. 1965. An algorithm for the machine calculation of complex fourier series. *Mathematics of Computation*, 19(90):297–301.

John C Hart. 1996. Sphere tracing: A geometric method for the antialiased ray tracing of implicit surfaces. *The Visual Computer*, 12(9):527–545.

Benoît B. Mandelbrot. 1982. *The Fractal Geometry of Nature*. Freeman.

Morgan McGuire. 2008. *Graphics Codex*. Morgan Kaufmann. Capitole despre distance estimation și ray marching.

Inigo Quilez. 2013. Raymarching distance fields. <https://iquilezles.org/articles/raymarchingdf/>. Accessed: 2025-05-11.

Daniel White and Paul Nylander. 2009. The mandelbulb: A 3d fractal. <http://www.skytopia.com/project/fractal/mandelbulb.html>. Accessed: 2025-05-11.