Redes Neurais Artificiais

(Prof. Ivan Nunes da Silva)

EPC-4

Para a confecção de um sistema de ressonância magnética, observou-se que é de extrema importância para o bom desempenho do processador de imagens de que a variável {*y*}, que mede a energia absorvida do sistema, possa ser estimada a partir da medição de três outras grandezas {*x*1 , *x*2 , *x*3}. Entretanto, em função da complexidade do sistema, sabe-se que este mapeamento é de difícil obtenção por técnicas convencionais, sendo que o modelo matemático disponível para representação do mesmo não fornece resultados satisfatórios.

Assim, a equipe de engenheiros e cientistas pretende utilizar uma rede perceptron multicamadas como um aproximador universal de funções, tendo-se como objetivo final de que, dado como entrada os valores de {*x*1 , *x*2 , *x*3}, a mesma possa estimar (após o treinamento) o respectivo valor da variável {*y*} que representa a energia absorvida. A topologia da rede perceptron constituída de duas camadas neurais está ilustrada na figura abaixo.

1

2

10

*x*1

*x*2

*x*3

*y*

1

:

Utilizando o algoritmo de aprendizagem *backpropagation* (Regra Delta Generalizada) e os dados de treinamento apresentados no Anexo, sendo que as variáveis de entrada {*x*1 , *x*2 , *x*3} já estão todas normalizadas, realize as seguintes atividades:

1. Execute 5 treinamentos para a rede perceptron, inicializando-se as suas matrizes de pesos (em cada treinamento) com valores aleatórios entre 0 e 1. Se for o caso, reinicie o gerador de números aleatórios em cada treinamento, de tal forma que os elementos das matrizes de pesos iniciais não sejam os mesmos. Utilize a função de ativação *logística* para todos os neurônios, taxa de aprendizado η = 0.1 e precisão ε = 10-6.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Treinamento | Erro Quadrático Médio | Número de Épocas |
| 1o (T1) |  |  |
| 2o (T2) |  |  |
| 3o (T3) |  |  |
| 4o (T4) |  |  |
| 5o (T5) |  |  |

1. Registre os resultados finais desses 5 treinamentos na tabela abaixo:
2. Para os dois treinamentos acima, com maiores números de épocas, trace os respectivos gráficos dos valores de erro quadrático médio (EQM) em função de cada época de treinamento. Imprima os dois gráficos numa mesma folha de modo não superpostos.
3. Baseado na tabela do item 2, explique de forma detalhada por que tanto o erro quadrático médio quanto o número de épocas variam de treinamento para treinamento.
4. Para todos os treinamentos efetuados no item 2, faça então a validação da rede aplicando o conjunto de teste fornecido na tabela abaixo. Forneça, para cada treinamento, o erro relativo médio (%) entre os valores desejados e aqueles valores fornecidos pela rede em relação a todas as amostras de teste. Obtenha também a respectiva variância.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Amostra | *x*1 | *x*2 | | *x*3 | *d* | *y*rede  (T1) | *y*rede  (T2) | *y*rede  (T3) | *y*rede  (T4) | *y*rede  (T5) |
| 1 | 0.0611 | 0.2860 | | 0.7464 | 0.4831 |  |  |  |  |  |
| 2 | 0.5102 | 0.7464 | | 0.0860 | 0.5965 |  |  |  |  |  |
| 3 | 0.0004 | 0.6916 | | 0.5006 | 0.5318 |  |  |  |  |  |
| 4 | 0.9430 | 0.4476 | | 0.2648 | 0.6843 |  |  |  |  |  |
| 5 | 0.1399 | 0.1610 | | 0.2477 | 0.2872 |  |  |  |  |  |
| 6 | 0.6423 | 0.3229 | | 0.8567 | 0.7663 |  |  |  |  |  |
| 7 | 0.6492 | 0.0007 | | 0.6422 | 0.5666 |  |  |  |  |  |
| 8 | 0.1818 | 0.5078 | | 0.9046 | 0.6601 |  |  |  |  |  |
| 9 | 0.7382 | 0.2647 | | 0.1916 | 0.5427 |  |  |  |  |  |
| 10 | 0.3879 | 0.1307 | | 0.8656 | 0.5836 |  |  |  |  |  |
| 11 | 0.1903 | 0.6523 | | 0.7820 | 0.6950 |  |  |  |  |  |
| 12 | 0.8401 | 0.4490 | | 0.2719 | 0.6790 |  |  |  |  |  |
| 13 | 0.0029 | 0.3264 | | 0.2476 | 0.2956 |  |  |  |  |  |
| 14 | 0.7088 | 0.9342 | | 0.2763 | 0.7742 |  |  |  |  |  |
| 15 | 0.1283 | 0.1882 | | 0.7253 | 0.4662 |  |  |  |  |  |
| 16 | 0.8882 | 0.3077 | | 0.8931 | 0.8093 |  |  |  |  |  |
| 17 | 0.2225 | 0.9182 | | 0.7820 | 0.7581 |  |  |  |  |  |
| 18 | 0.1957 | 0.8423 | | 0.3085 | 0.5826 |  |  |  |  |  |
| 19 | 0.9991 | 0.5914 | | 0.3933 | 0.7938 |  |  |  |  |  |
| 20 | 0.2299 | 0.1524 | | 0.7353 | 0.5012 |  |  |  |  |  |
| Erro Relativo Médio (%) | | |  |  |  |  |  |
| Variância (%) | | |  |  |  |  |  |

1. Baseado nas análises da tabela acima, indique qual das configurações finais de treinamento {T1 , T2 , T3 , T4 ou T5} seria a mais adequada para o sistema de ressonância magnética, ou seja, qual delas está oferecendo a melhor generalização.

## ANEXO

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Amostra | *x*1 | *x*2 | *x*3 | *d* | Amostra | *x*1 | *x*2 | *x*3 | *d* | Amostra | *x*1 | *x*2 | *x*3 | *d* |
| **1** | 0.8799 | 0.7998 | 0.3972 | 0.8399 | **71** | 0.3644 | 0.2948 | 0.3937 | 0.5240 | **141** | 0.2858 | 0.9688 | 0.2262 | 0.5988 |
| **2** | 0.5700 | 0.5111 | 0.2418 | 0.6258 | **72** | 0.2014 | 0.6326 | 0.9782 | 0.7143 | **142** | 0.7931 | 0.8993 | 0.9028 | 0.9728 |
| **3** | 0.6796 | 0.4117 | 0.3370 | 0.6622 | **73** | 0.4039 | 0.0645 | 0.4629 | 0.4547 | **143** | 0.7841 | 0.0778 | 0.9012 | 0.6832 |
| **4** | 0.3567 | 0.2967 | 0.6037 | 0.5969 | **74** | 0.7137 | 0.0670 | 0.2359 | 0.4602 | **144** | 0.1380 | 0.5881 | 0.2367 | 0.4622 |
| **5** | 0.3866 | 0.8390 | 0.0232 | 0.5316 | **75** | 0.4277 | 0.9555 | 0.0000 | 0.5477 | **145** | 0.6345 | 0.5165 | 0.7139 | 0.8191 |
| **6** | 0.0271 | 0.7788 | 0.7445 | 0.6335 | **76** | 0.0259 | 0.7634 | 0.2889 | 0.4738 | **146** | 0.2453 | 0.5888 | 0.1559 | 0.4765 |
| **7** | 0.8174 | 0.8422 | 0.3229 | 0.8068 | **77** | 0.1871 | 0.7682 | 0.9697 | 0.7397 | **147** | 0.1174 | 0.5436 | 0.3657 | 0.4953 |
| **8** | 0.6027 | 0.1468 | 0.3759 | 0.5342 | **78** | 0.3216 | 0.5420 | 0.0677 | 0.4526 | **148** | 0.3667 | 0.3228 | 0.6952 | 0.6376 |
| **9** | 0.1203 | 0.3260 | 0.5419 | 0.4768 | **79** | 0.2524 | 0.7688 | 0.9523 | 0.7711 | **149** | 0.9532 | 0.6949 | 0.4451 | 0.8426 |
| **10** | 0.1325 | 0.2082 | 0.4934 | 0.4105 | **80** | 0.3621 | 0.5295 | 0.2521 | 0.5571 | **150** | 0.7954 | 0.8346 | 0.0449 | 0.6676 |
| **11** | 0.6950 | 1.0000 | 0.4321 | 0.8404 | **81** | 0.2942 | 0.1625 | 0.2745 | 0.3759 | **151** | 0.1427 | 0.0480 | 0.6267 | 0.3780 |
| **12** | 0.0036 | 0.1940 | 0.3274 | 0.2697 | **82** | 0.8180 | 0.0023 | 0.1439 | 0.4018 | **152** | 0.1516 | 0.9824 | 0.0827 | 0.4627 |
| **13** | 0.2650 | 0.0161 | 0.5947 | 0.4125 | **83** | 0.8429 | 0.1704 | 0.5251 | 0.6563 | **153** | 0.4868 | 0.6223 | 0.7462 | 0.8116 |
| **14** | 0.5849 | 0.6019 | 0.4376 | 0.7464 | **84** | 0.9612 | 0.6898 | 0.6630 | 0.9128 | **154** | 0.3408 | 0.5115 | 0.0783 | 0.4559 |
| **15** | 0.0108 | 0.3538 | 0.1810 | 0.2800 | **85** | 0.1009 | 0.4190 | 0.0826 | 0.3055 | **155** | 0.8146 | 0.6378 | 0.5837 | 0.8628 |
| **16** | 0.9008 | 0.7264 | 0.9184 | 0.9602 | **86** | 0.7071 | 0.7704 | 0.8328 | 0.9298 | **156** | 0.2820 | 0.5409 | 0.7256 | 0.6939 |
| **17** | 0.0023 | 0.9659 | 0.3182 | 0.4986 | **87** | 0.3371 | 0.7819 | 0.0959 | 0.5377 | **157** | 0.5716 | 0.2958 | 0.5477 | 0.6619 |
| **18** | 0.1366 | 0.6357 | 0.6967 | 0.6459 | **88** | 0.1555 | 0.5599 | 0.9221 | 0.6663 | **158** | 0.9323 | 0.0229 | 0.4797 | 0.5731 |
| **19** | 0.8621 | 0.7353 | 0.2742 | 0.7718 | **89** | 0.7318 | 0.1877 | 0.3311 | 0.5689 | **159** | 0.2907 | 0.7245 | 0.5165 | 0.6911 |
| **20** | 0.0682 | 0.9624 | 0.4211 | 0.5764 | **90** | 0.1665 | 0.7449 | 0.0997 | 0.4508 | **160** | 0.0068 | 0.0545 | 0.0861 | 0.0851 |
| **21** | 0.6112 | 0.6014 | 0.5254 | 0.7868 | **91** | 0.8762 | 0.2498 | 0.9167 | 0.7829 | **161** | 0.2636 | 0.9885 | 0.2175 | 0.5847 |
| **22** | 0.0030 | 0.7585 | 0.8928 | 0.6388 | **92** | 0.9885 | 0.6229 | 0.2085 | 0.7200 | **162** | 0.0350 | 0.3653 | 0.7801 | 0.5117 |
| **23** | 0.7644 | 0.5964 | 0.0407 | 0.6055 | **93** | 0.0461 | 0.7745 | 0.5632 | 0.5949 | **163** | 0.9670 | 0.3031 | 0.7127 | 0.7836 |
| **24** | 0.6441 | 0.2097 | 0.5847 | 0.6545 | **94** | 0.3209 | 0.6229 | 0.5233 | 0.6810 | **164** | 0.0000 | 0.7763 | 0.8735 | 0.6388 |
| **25** | 0.0803 | 0.3799 | 0.6020 | 0.4991 | **95** | 0.9189 | 0.5930 | 0.7288 | 0.8989 | **165** | 0.4395 | 0.0501 | 0.9761 | 0.5712 |
| **26** | 0.1908 | 0.8046 | 0.5402 | 0.6665 | **96** | 0.0382 | 0.5515 | 0.8818 | 0.5999 | **166** | 0.9359 | 0.0366 | 0.9514 | 0.6826 |
| **27** | 0.6937 | 0.3967 | 0.6055 | 0.7595 | **97** | 0.3726 | 0.9988 | 0.3814 | 0.7086 | **167** | 0.0173 | 0.9548 | 0.4289 | 0.5527 |
| **28** | 0.2591 | 0.0582 | 0.3978 | 0.3604 | **98** | 0.4211 | 0.2668 | 0.3307 | 0.5080 | **168** | 0.6112 | 0.9070 | 0.6286 | 0.8803 |
| **29** | 0.4241 | 0.1850 | 0.9066 | 0.6298 | **99** | 0.2378 | 0.0817 | 0.3574 | 0.3452 | **169** | 0.2010 | 0.9573 | 0.6791 | 0.7283 |
| **30** | 0.3332 | 0.9303 | 0.2475 | 0.6287 | **100** | 0.9893 | 0.7637 | 0.2526 | 0.7755 | **170** | 0.8914 | 0.9144 | 0.2641 | 0.7966 |
| **31** | 0.3625 | 0.1592 | 0.9981 | 0.5948 | **101** | 0.8203 | 0.0682 | 0.4260 | 0.5643 | **171** | 0.0061 | 0.0802 | 0.8621 | 0.3711 |
| **32** | 0.9259 | 0.0960 | 0.1645 | 0.4716 | **102** | 0.6226 | 0.2146 | 0.1021 | 0.4452 | **172** | 0.2212 | 0.4664 | 0.3821 | 0.5260 |
| **33** | 0.8606 | 0.6779 | 0.0033 | 0.6242 | **103** | 0.4589 | 0.3147 | 0.2236 | 0.4962 | **173** | 0.2401 | 0.6964 | 0.0751 | 0.4637 |
| **34** | 0.0838 | 0.5472 | 0.3758 | 0.4835 | **104** | 0.3471 | 0.8889 | 0.1564 | 0.5875 | **174** | 0.7881 | 0.9833 | 0.3038 | 0.8049 |
| **35** | 0.0303 | 0.9191 | 0.7233 | 0.6491 | **105** | 0.5762 | 0.8292 | 0.4116 | 0.7853 | **175** | 0.2435 | 0.0794 | 0.5551 | 0.4223 |
| **36** | 0.9293 | 0.8319 | 0.9664 | 0.9840 | **106** | 0.9053 | 0.6245 | 0.5264 | 0.8506 | **176** | 0.2752 | 0.8414 | 0.2797 | 0.6079 |
| **37** | 0.7268 | 0.1440 | 0.9753 | 0.7096 | **107** | 0.2860 | 0.0793 | 0.0549 | 0.2224 | **177** | 0.7616 | 0.4698 | 0.5337 | 0.7809 |
| **38** | 0.2888 | 0.6593 | 0.4078 | 0.6328 | **108** | 0.9567 | 0.3034 | 0.4425 | 0.6993 | **178** | 0.3395 | 0.0022 | 0.0087 | 0.1836 |
| **39** | 0.5515 | 0.1364 | 0.2894 | 0.4745 | **109** | 0.5170 | 0.9266 | 0.1565 | 0.6594 | **179** | 0.7849 | 0.9981 | 0.4449 | 0.8641 |
| **40** | 0.7683 | 0.0067 | 0.5546 | 0.5708 | **110** | 0.8149 | 0.0396 | 0.6227 | 0.6165 | **180** | 0.8312 | 0.0961 | 0.2129 | 0.4857 |
| **41** | 0.6462 | 0.6761 | 0.8340 | 0.8933 | **111** | 0.3710 | 0.3554 | 0.5633 | 0.6171 | **181** | 0.9763 | 0.1102 | 0.6227 | 0.6667 |
| **42** | 0.3694 | 0.2212 | 0.1233 | 0.3658 | **112** | 0.8702 | 0.3185 | 0.2762 | 0.6287 | **182** | 0.8597 | 0.3284 | 0.6932 | 0.7829 |
| **43** | 0.2706 | 0.3222 | 0.9996 | 0.6310 | **113** | 0.1016 | 0.6382 | 0.3173 | 0.4957 | **183** | 0.9295 | 0.3275 | 0.7536 | 0.8016 |
| **44** | 0.6282 | 0.1404 | 0.8474 | 0.6733 | **114** | 0.3890 | 0.2369 | 0.0083 | 0.3235 | **184** | 0.2435 | 0.2163 | 0.7625 | 0.5449 |
| **45** | 0.5861 | 0.6693 | 0.3818 | 0.7433 | **115** | 0.2702 | 0.8617 | 0.1218 | 0.5319 | **185** | 0.9281 | 0.8356 | 0.5285 | 0.8991 |
| **46** | 0.6057 | 0.9901 | 0.5141 | 0.8466 | **116** | 0.7473 | 0.6507 | 0.5582 | 0.8464 | **186** | 0.8313 | 0.7566 | 0.6192 | 0.9047 |
| **47** | 0.5915 | 0.5588 | 0.3055 | 0.6787 | **117** | 0.9108 | 0.2139 | 0.4641 | 0.6625 | **187** | 0.1712 | 0.0545 | 0.5033 | 0.3561 |
| **48** | 0.8359 | 0.4145 | 0.5016 | 0.7597 | **118** | 0.4343 | 0.6028 | 0.1344 | 0.5546 | **188** | 0.0609 | 0.1702 | 0.4306 | 0.3310 |
| **49** | 0.5497 | 0.6319 | 0.8382 | 0.8521 | **119** | 0.6847 | 0.4062 | 0.9318 | 0.8204 | **189** | 0.5899 | 0.9408 | 0.0369 | 0.6245 |
| **50** | 0.7072 | 0.1721 | 0.3812 | 0.5772 | **120** | 0.8657 | 0.9448 | 0.9900 | 0.9904 | **190** | 0.7858 | 0.5115 | 0.0916 | 0.6066 |
| **51** | 0.1185 | 0.5084 | 0.8376 | 0.6211 | **121** | 0.4011 | 0.4138 | 0.8715 | 0.7222 | **191** | 1.0000 | 0.1653 | 0.7103 | 0.7172 |
| **52** | 0.6365 | 0.5562 | 0.4965 | 0.7693 | **122** | 0.5949 | 0.2600 | 0.0810 | 0.4480 | **192** | 0.2007 | 0.1163 | 0.3431 | 0.3385 |
| **53** | 0.4145 | 0.5797 | 0.8599 | 0.7878 | **123** | 0.1845 | 0.7906 | 0.9725 | 0.7425 | **193** | 0.2306 | 0.0330 | 0.0293 | 0.1590 |
| **54** | 0.2575 | 0.5358 | 0.4028 | 0.5777 | **124** | 0.3438 | 0.6725 | 0.9821 | 0.7926 | **194** | 0.8477 | 0.6378 | 0.4623 | 0.8254 |
| **55** | 0.2026 | 0.3300 | 0.3054 | 0.4261 | **125** | 0.8398 | 0.1360 | 0.9119 | 0.7222 | **195** | 0.9677 | 0.7895 | 0.9467 | 0.9782 |
| **56** | 0.3385 | 0.0476 | 0.5941 | 0.4625 | **126** | 0.2245 | 0.0971 | 0.6136 | 0.4402 | **196** | 0.0339 | 0.4669 | 0.1526 | 0.3250 |
| **57** | 0.4094 | 0.1726 | 0.7803 | 0.6015 | **127** | 0.3742 | 0.9668 | 0.8194 | 0.8371 | **197** | 0.0080 | 0.8988 | 0.4201 | 0.5404 |
| **58** | 0.1261 | 0.6181 | 0.4927 | 0.5739 | **128** | 0.9572 | 0.9836 | 0.3793 | 0.8556 | **198** | 0.9955 | 0.8897 | 0.6175 | 0.9360 |
| **59** | 0.1224 | 0.4662 | 0.2146 | 0.4007 | **129** | 0.7496 | 0.0410 | 0.1360 | 0.4059 | **199** | 0.7408 | 0.5351 | 0.2732 | 0.6949 |
| **60** | 0.6793 | 0.6774 | 1.0000 | 0.9141 | **130** | 0.9123 | 0.3510 | 0.0682 | 0.5455 | **200** | 0.6843 | 0.3737 | 0.1562 | 0.5625 |
| **61** | 0.8176 | 0.0358 | 0.2506 | 0.4707 | **131** | 0.6954 | 0.5500 | 0.6801 | 0.8388 |  |  |  |  |  |
| **62** | 0.6937 | 0.6685 | 0.5075 | 0.8220 | **132** | 0.5252 | 0.6529 | 0.5729 | 0.7893 |  |  |  |  |  |
| **63** | 0.2404 | 0.5411 | 0.8754 | 0.6980 | **133** | 0.3156 | 0.3851 | 0.5983 | 0.6161 |  |  |  |  |  |
| **64** | 0.6553 | 0.2609 | 0.1188 | 0.4851 | **134** | 0.1460 | 0.1637 | 0.0249 | 0.1813 |  |  |  |  |  |
| **65** | 0.8886 | 0.0288 | 0.2604 | 0.4802 | **135** | 0.7780 | 0.4491 | 0.4614 | 0.7498 |  |  |  |  |  |
| **66** | 0.3974 | 0.5275 | 0.6457 | 0.7215 | **136** | 0.5959 | 0.8647 | 0.8601 | 0.9176 |  |  |  |  |  |
| **67** | 0.2108 | 0.4910 | 0.5432 | 0.5913 | **137** | 0.2204 | 0.1785 | 0.4607 | 0.4276 |  |  |  |  |  |
| **68** | 0.8675 | 0.5571 | 0.1849 | 0.6805 | **138** | 0.7355 | 0.8264 | 0.7015 | 0.9214 |  |  |  |  |  |
| **69** | 0.5693 | 0.0242 | 0.9293 | 0.6033 | **139** | 0.9931 | 0.6727 | 0.3139 | 0.7829 |  |  |  |  |  |
| **70** | 0.8439 | 0.4631 | 0.6345 | 0.8226 | **140** | 0.9123 | 0.0000 | 0.1106 | 0.3944 |  |  |  |  |  |