

Übung 1

Laurenz Weixlbaumer, 11804751

Oktober 2018

2 Boolesche Algebra

Prüfe oder widerlege die folgenden Aussagen und verwende dazu die Regeln und Gesetze der Booleschen Algebra. Gib dazu bei jedem Beweisschritt die verwendete Regel oder das verwendete Gesetz an.

(a) $\overline{a \wedge (b \vee c) \vee (\bar{a} \wedge b)} = (\bar{a} \wedge \bar{b}) \vee (\bar{b} \wedge \bar{c})$

Der Übersicht halber wird die Funktionsgleichung im folgenden in $f_1(a, b, c) = \overline{a \wedge (b \vee c) \vee (\bar{a} \wedge b)}$ und $f_2(a, b, c) = (\bar{a} \wedge \bar{b}) \vee (\bar{b} \wedge \bar{c})$ geteilt, und vorerst getrennt vereinfacht.

f_1	
$\overline{a \wedge (b \vee c) \vee (\bar{a} \wedge b)}$	Ausgangsfunktion
$\overline{(a \wedge b) \vee (a \wedge c) \vee (\bar{a} \wedge b)}$	Distributivgesetz
$\overline{b \wedge (a \vee \bar{a}) \vee (a \wedge c)}$	Distributivgesetz
$\overline{b \vee (a \wedge c)}$	Komplementärgesetz

Es sei angemerkt, dass in den obigen Beweisschritten das Gesetz der Kommutativität neben anderen ohne expliziten Hinweis angewandt wurde.

f_2	
$(\bar{a} \wedge \bar{b}) \vee (\bar{b} \wedge \bar{c})$	Ausgangsfunktion
$\overline{(a \vee b) \vee (b \vee c)}$	De Morgansche Regel
$\overline{(a \vee b) \wedge (b \vee c)}$	De Morgansche Regel
$\overline{b \vee (a \wedge c)}$	Distributivgesetz

Damit ist das Zutreffen der Aussage $f_1 = f_2$ bewiesen.

$$(b) \quad (x \vee y) \wedge (\bar{x} \vee y) = (\bar{x} \vee y) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y})$$

Wie bereits in **(a)** wird die Funktionsgleichung auch hier in $f_1(x, y) = (x \vee y) \wedge (\bar{x} \vee y)$ und $f_2(x, y) = (\bar{x} \vee y) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y})$ geteilt, und getrennt vereinfacht.

f_1	
$(x \vee y) \wedge (\bar{x} \vee y)$	Ausgangsfunktion
$y \vee (x \wedge \bar{x})$	Distributivgesetz
y	Komplementärgesetz
f_2	
$(\bar{x} \vee y) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y})$	Ausgangsfunktion
$\bar{x} \vee (y \wedge \bar{y})$	Distributivgesetz
\bar{x}	Komplementärgesetz

Nachdem $y \neq \bar{x}$, ist die Aussage $f_1 = f_2$ als falsch widerlegt.