

Aufgabe 1.

- a) Zulässig. Die Elemente einer Äquivalenzklasse sind alle gleich lang.
- b) Zulässig. Die Elemente einer Äquivalenzklasse haben alle die gleichen Buchstaben.
- c) Nicht zulässig. Die Elemente einer Äquivalenzklasse können sich in der Anordnung der Buchstaben unterscheiden.
- d) Zulässig. Zu zeigen ist $x \sim y \Rightarrow xx \sim yy$ (\sim sei die gegebene Relation, $x, y \in \Omega^*$). Es gilt $|x| = |y|$ und somit auch $|xx| = |yy|$ (Skriptum, Definition 2.2, S. 8). Ist ein beliebiger Buchstabe c nicht in einem beliebigen Wort ω enthalten so ist er auch nicht in $\omega\omega$ enthalten.

Somit haben xx und yy die gleiche Länge und beinhalten die gleichen Buchstaben. Es gilt $xx \sim yy$.

Aufgabe 2.

- a) Nicht widerspruchsfrei. Es gilt etwa $h([0]_{\sim}) = 0$ und $f([0]_{\sim}) = 3$.
- b) Widerspruchsfrei. Es gilt

$$\begin{aligned} [0]_{\sim} &= [3]_{\sim} = [6]_{\sim} = \{0, 3, 6\} \\ [1]_{\sim} &= [4]_{\sim} = \{1, 4\} \\ [2]_{\sim} &= [5]_{\sim} = [8]_{\sim} = \{2, 5, 8\} \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned} [0]_{\equiv_3} &= [3]_{\equiv_3} = [6]_{\equiv_3} \\ [1]_{\equiv_3} &= [4]_{\equiv_3} \\ [2]_{\equiv_3} &= [5]_{\equiv_3} = [8]_{\equiv_3}. \end{aligned}$$

- c) Widerspruchsfrei. Es gilt

$$\begin{aligned} [0]_{\equiv_6} &= [6]_{\equiv_6} = [12]_{\equiv_6} \\ [2]_{\equiv_6} &= [8]_{\equiv_6} \\ [4]_{\equiv_6} &= [10]_{\equiv_6} = [16]_{\equiv_6} \end{aligned}$$

- d) Nicht widerspruchsfrei. Es gilt etwa $h([0]_{\sim}) = \{\dots, -6, 0, 6, 12, \dots\}$ aber $h([3]_{\sim}) = \{\dots, -9, -3, 3, 9, \dots\}$ bei $[0]_{\sim} = [3]_{\sim}$.

Aufgabe 3.

a)



b)



c)

