Aufgabe 1.

- a) Zulässig. Die Elemente einer Äquivalenzklasse sind alle gleich lang.
- b) Zulässig. Die Elemente einer Äquivalenzklasse haben alle die gleichen Buchstaben.
- c) Nicht zulässig. Die Elemente einer Äquivalenzklasse können sich in der Anordnung der Buchstaben unterscheiden.
- d) Zulässig. Zu zeigen ist $x \sim y \Rightarrow xx \sim yy$ (\sim sei die gegebene Relation, $x,y \in \Omega^*$). Es gilt |x| = |y| und somit auch |xx| = |yy| (Skriptum, Definition 2.2, S. 8). Ist ein beliebiger Buchstabe c nicht in einem beliebigen Wort ω enthalten so ist er auch nicht in $\omega\omega$ enthalten. Somit haben xx und yy die gleiche Länge und beinhalten die gleichen Buchstaben. Es gilt $xx \sim yy$.

Aufgabe 2.

- a) Nicht widerspruchsfrei. Es gilt etwa $h([0]_{\sim}) = 0$ und $f([0]_{\sim}) = 3$.
- b) Widerspruchsfrei. Es gilt

$$[0]_{\sim} = [3]_{\sim} = [6]_{\sim} = \{0, 3, 6\}$$
$$[1]_{\sim} = [4]_{\sim} = \{1, 4\}$$
$$[2]_{\sim} = [5]_{\sim} = [8]_{\sim} = \{2, 5, 8\}$$

und

$$[0]_{\equiv_3} = [3]_{\equiv_3} = [6]_{\equiv_3}$$
$$[1]_{\equiv_3} = [4]_{\equiv_3}$$
$$[2]_{\equiv_3} = [5]_{\equiv_3} = [8]_{\equiv_3}.$$

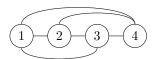
c) Widerspruchsfrei. Es gilt

$$[0]_{\equiv_6} = [6]_{\equiv_6} = [12]_{\equiv_6}$$
$$[2]_{\equiv_6} = [8]_{\equiv_6}$$
$$[4]_{\equiv_6} = [10]_{\equiv_6} = [16]_{\equiv_6}$$

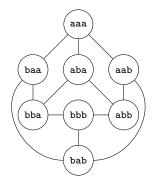
d) Nicht widerspruchsfrei. Es gilt etwa $h([0]_{\sim}) = \{\ldots, -6, 0, 6, 12, \ldots\}$ aber $h([3]_{\sim}) = \{\ldots, -9, -3, 3, 9, \ldots\}$ bei $[0]_{\sim} = [3]_{\sim}$.

Aufgabe 3.

a)



b)



c)

