

**Aufgabe 1.**

$$f(x) = a(0) + a(1)x + a(2)x^2 + a(3)x^3 + \dots$$

$$\begin{aligned} g(x) &= 3(a(0) + a(1)x + a(2)x^2 + a(3)x^3 + \dots) + (a(0) + a(1)x + a(2)x^2 + a(3)x^3 + \dots)^2 \\ &= 3a(0) + 3a(1)x + 3a(2)x^2 + 3a(3)x^3 + \dots + a(0)^2 + a(1)^2x^2 + a(2)^2x^4 + a(3)^2x^6 + (\dots)^2 \\ &= \underbrace{(3a(0) + a(0)^2)}_{1\text{st}}x^0 + \underbrace{3a(1)}_{2\text{nd}}x + \underbrace{(3a(2) + a(1)^2)}_{3\text{rd}}x^2 + \underbrace{3a(3)}_{4\text{th}}x^3 + \dots \end{aligned}$$

**Aufgabe 2.**

**Aufgabe 3.** Satz 7.14. kann nicht verwendet werden weil  $\sin' = \cos$  und es gibt  $x \in \mathbb{R}$  mit  $\cos(x) = 0$ .

**Aufgabe 4.** Sei  $x_0 \in (a, b)$ . Sei  $(h_n)$  eine Nullfolge mit  $h_n \in (a - x_0, b - x_0) \setminus \{0\}$ .

$$\begin{aligned} (f + g)'(x_0) &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(x_0 + h_n) + g(x_0 + h_n) - f(x_0) - g(x_0)}{h_n} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(x_0 + h_n) - f(x_0)}{h_n} + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{g(x_0 + h_n) - g(x_0)}{h_n} \\ &= f'(x_0) + g'(x_0) \end{aligned}$$

**Aufgabe 5.**

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{g}\right)'(x_0) &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{1}{g}\right)(x_0 + h_n) - \left(\frac{1}{g}\right)(x_0)}{h_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{g(x_0 + h_n)} - \frac{1}{g(x_0)}}{h_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{g(x_0) - g(x_0 + h_n)}{g(x_0 + h_n)g(x_0)}}{h_n} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{g(x_0) - g(x_0 + h_n)}{g(x_0 + h_n)g(x_0)h_n} = - \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{g(x_0 + h_n) - g(x_0)}{h_n} \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{g(x_0 + h_n)g(x_0)} \\ &= - \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{g(x_0 + h_n) - g(x_0)}{h_n} \cdot \frac{1}{\lim_{n \rightarrow \infty} (g(x_0 + h_n)g(x_0))} \\ &= -g'(x_0) \frac{1}{g(x_0)^2} = -\frac{g'(x_0)}{g(x_0)^2} \end{aligned}$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \left(f(x) \frac{1}{g(x)}\right)' = f'(x) \frac{1}{g(x)} + f(x) \left(-\frac{g'(x)}{g(x)^2}\right) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g(x)^2}$$