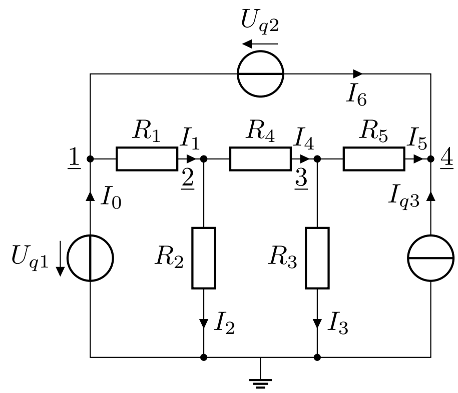
Aufgabe 2 Die Ausgangsschaltung ist



wobei die für das Verfahren relevanten Knoten mit $\underline{1}$–$\underline{4}$ explizit nummeriert, und die Ströme $I_0, \ldots, I_6$ eingezeichnet wurden.

Es gilt nun

$$\begin{aligned} I_0 - I_1 - I_6 &= 0 \\ I_1 - I_2 - I_4 &= 0 \\ I_4 - I_3 - I_5 &= 0 \\ I_5 + I_6 + I_{q3} &= 0 \end{aligned}$$

mit

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{1}{R_1}(\phi_1 - \phi_2) & I_2 &= \frac{1}{R_2}\phi_2 & I_3 &= \frac{1}{R_3}\phi_3 \\ I_4 &= \frac{1}{R_4}(\phi_2 - \phi_3) & I_5 &= \frac{1}{R_5}(\phi_3 - \phi_4) \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned} &U_{q1} = \phi_1 \\ &U_{q2} = \phi_4 - \phi_1 = \phi_4 - U_{q1} \Rightarrow \phi_4 = U_{q1} + U_{q2} \end{aligned}$$

Nach Einsetzen ergibt sich

$$\begin{aligned} I_0 - \frac{1}{R_1}(U_{q1} - \phi_2) - I_6 &= 0 \\ \frac{1}{R_1}(U_{q1} - \phi_2) - \frac{1}{R_2}\phi_2 - \frac{1}{R_4}(\phi_2 - \phi_3) &= 0 \\ \frac{1}{R_4}(\phi_2 - \phi_3) - \frac{1}{R_3}\phi_3 - \frac{1}{R_5}(\phi_3 - U_{q1} - U_{q2}) &= 0 \\ \frac{1}{R_5}(\phi_3 - U_{q1} - U_{q2}) + I_6 + I_{q3} &= 0 \end{aligned}$$

was zu

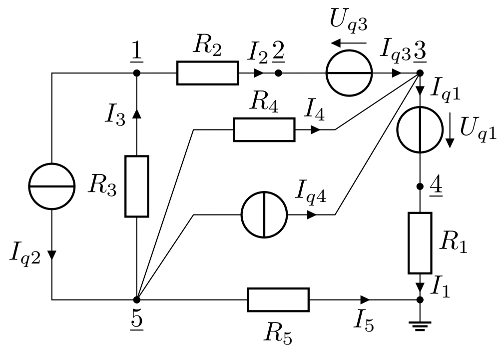
$$\begin{aligned}\frac{1}{R_1}\phi_2 + I_0 - I_6 - \frac{1}{R_1}U_{q1} &= 0\\ \left(-\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_4}\right)\phi_2 + \frac{1}{R_4}\phi_3 + \frac{1}{R_1}U_{q1} &= 0\\ \frac{1}{R_4}\phi_2 + \left(-\frac{1}{R_4} - \frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_5}\right)\phi_3 + \frac{1}{R_5}U_{q1} + \frac{1}{R_5}U_{q2} &= 0\\ \frac{1}{R_5}\phi_3 + I_6 - \frac{1}{R_5}U_{q1} - \frac{1}{R_5}U_{q2} + I_{q3} &= 0\end{aligned}$$

umgestellt werden kann, woraus sich schlussendlich

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} & 0 & 1 & -1\\ \left(-\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_4}\right) & \frac{1}{R_4} & 0 & 0\\ \frac{1}{R_4} & \left(-\frac{1}{R_4} - \frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_5}\right) & 0 & 0\\ 0 & \frac{1}{R_5} & 0 & 1\end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix}\phi_2\\ \phi_3\\ I_0\\ I_6\end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1}U_{q1}\\ -\frac{1}{R_1}U_{q1}\\ -\frac{1}{R_5}U_{q1} - \frac{1}{R_5}U_{q2}\\ \frac{1}{R_5}U_{q1} + \frac{1}{R_5}U_{q2} - I_{q3}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\end{bmatrix}$$

ergibt.

Aufgabe 3 Die (leicht umgezeichnete) Ausgangsschaltung ist



wobei wieder die für das Verfahren relevanten Knoten mit $\underline{1}$–$\underline{5}$ explizit nummeriert, und die Ströme $I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_{q1}, I_{q3}$ eingezeichnet wurden.

Es gilt nun

$$\begin{aligned} I_3 - I_{q2} - I_2 &= 0\\ I_2 - I_{q3} &= 0\\ I_{q3} + I_4 + I_{q4} - I_{q1} &= 0\\ I_{q1} - I_1 &= 0\\ I_{q2} - I_3 - I_4 - I_{q4} - I_5 &= 0\end{aligned}$$

mit

$$I_1 = \frac{1}{R_1}\phi_4 \qquad I_2 = \frac{1}{R_2}(\phi_1 - \phi_2) \qquad I_3 = \frac{1}{R_3}(\phi_5 - \phi_1)$$
$$I_4 = \frac{1}{R_4}(\phi_5 - \phi_3) \qquad I_5 = \frac{1}{R_5}\phi_5$$

und

$$\begin{aligned} U_{q1} &= \phi_3 - \phi_4 \Rightarrow \phi_3 = U_{q1} + \phi_4 \\ U_{q3} &= \phi_3 - \phi_2 \Rightarrow \phi_2 = U_{q1} + \phi_4 - U_{q3} \end{aligned}$$

Nach Einsetzen ergibt sich

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_3}(\phi_5 - \phi_1) - I_{q2} - \frac{1}{R_2}(\phi_1 - U_{q1} - \phi_4 + U_{q3}) &= 0 \\ \frac{1}{R_2}(\phi_1 - U_{q1} - \phi_4 + U_{q3}) - I_{q3} &= 0 \\ I_{q3} + \frac{1}{R_4}(\phi_5 - U_{q1} - \phi_4) + I_{q4} - I_{q1} &= 0 \\ I_{q1} - \frac{1}{R_1}\phi_4 &= 0 \\ I_{q2} - \frac{1}{R_3}(\phi_5 - \phi_1) - \frac{1}{R_4}(\phi_5 - U_{q1} - \phi_4) - I_{q4} - \frac{1}{R_5}\phi_5 &= 0 \end{aligned}$$

was zu

$$\begin{aligned} \left(-\frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_2}\right)\phi_1 + \frac{1}{R_2}\phi_4 + \frac{1}{R_3}\phi_5 + \frac{1}{R_2}U_{q1} - \frac{1}{R_2}U_{q3} - I_{q2} &= 0 \\ \frac{1}{R_2}\phi_1 - \frac{1}{R_2}\phi_4 - I_{q3} - \frac{1}{R_2}U_{q1} + \frac{1}{R_2}U_{q3} &= 0 \\ -\frac{1}{R_4}\phi_4 + \frac{1}{R_4}\phi_5 - I_{q1} + I_{q3} - \frac{1}{R_4}U_{q1} + I_{q4} &= 0 \\ -\frac{1}{R_1}\phi_4 + I_{q1} &= 0 \\ \frac{1}{R_3}\phi_1 + \frac{1}{R_4}\phi_4 - \left(\frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_4} - \frac{1}{R_5}\right)\phi_5 + \frac{1}{R_4}U_{q1} + I_{q2} - I_{q4} &= 0 \end{aligned}$$

umgestellt werden kann, woraus sich schlussendlich

$$\begin{bmatrix} \left(-\frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_2}\right) & \frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_3} & 0 & 0 \\ \frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2} & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -\frac{1}{R_4} & \frac{1}{R_4} & -1 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{R_1} & 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{R_3} & \frac{1}{R_4} & -\left(\frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_4} - \frac{1}{R_5}\right) & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_4 \\ \phi_5 \\ I_{q1} \\ I_{q3} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_2}U_{q1} + \frac{1}{R_2}U_{q3} + I_{q2} \\ \frac{1}{R_2}U_{q1} - \frac{1}{R_2}U_{q3} \\ \frac{1}{R_4}U_{q1} - I_{q4} \\ 0 \\ -\frac{1}{R_4}U_{q1} - I_{q2} + I_{q4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Aufgabe 4

a) $U_{R_1} = U_{q1}$

b) $I_{R_1} = \frac{U_{q1}}{R_1}$

c) Es gilt

$$R_{345} = \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \right)^{-1}$$

und somit gemäß der Spannungsteiler-Formel

$$U_{R_2} = U_{q1} \frac{R_2}{R_2 + R_{345}}$$

d) Gemäß der Maschenregel gilt $U_{R_2} + U_{R_5} - U_{q1} = 0$ und somit $U_{R_5} = U_{q1} - U_{R_2}$. Wieder gemäß der Maschenregel gilt $U_{R_5} - U_{R_4} = 0$ und somit $U_{R_4} = U_{R_5}$.