



数字图象处理

中国科学技术大学
电子工程与信息科学系

主讲教师：李厚强 (lihq@ustc.edu.cn)
周文罡 (zhwg@ustc.edu.cn)



第3章 灰度变换与空域滤波

3.1 背景知识

3.2 基本灰度变换

3.3 直方图处理

3.4 空间滤波基础

3.5 空域平滑

3.6 空域锐化

灰度变换

□ 空间域：包含图像像素的简单平面

□ 灰度变换

■ 对单个像素进行操作

$$g(x, y) = T(f(x, y))$$

$f(x, y)$ ：输入图像

$g(x, y)$ ：输出图像

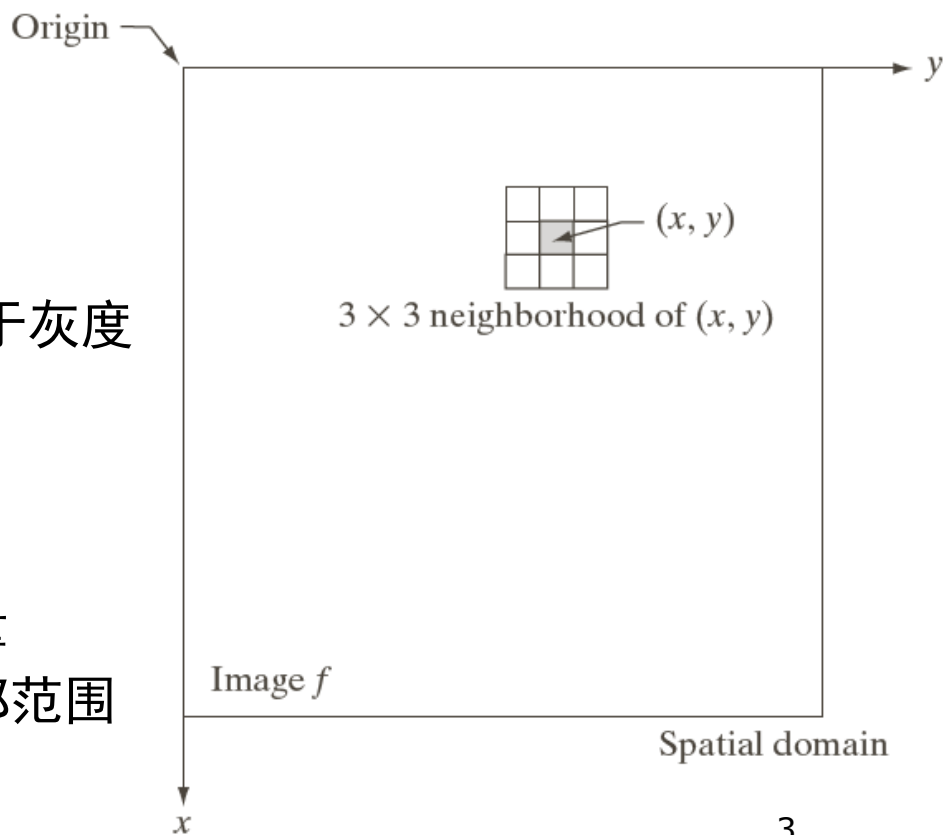
T ：在点 (x, y) 的邻域上定义的关于灰度 f 的一种算子

□ 空间滤波

■ 通过邻域处理改善图像质量

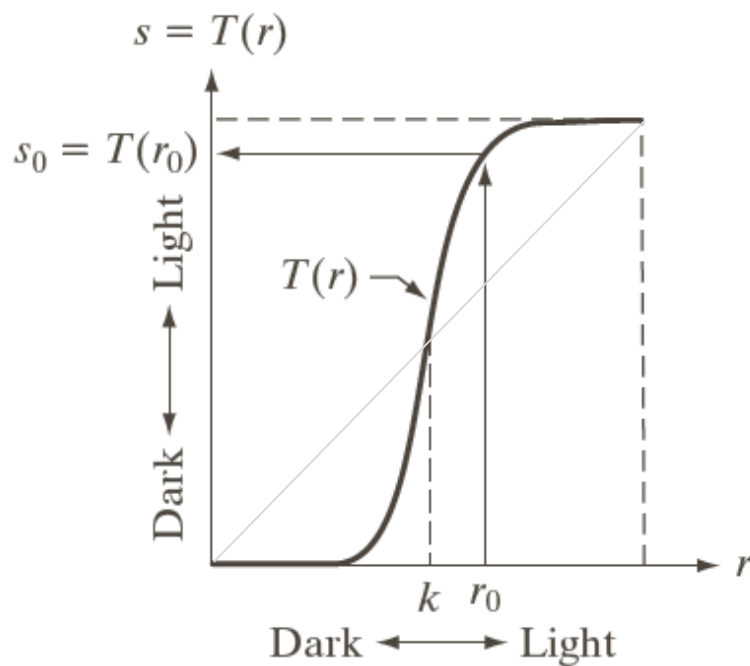
■ 邻域：决定操作的图像局部范围

■ 最小邻域： 1×1

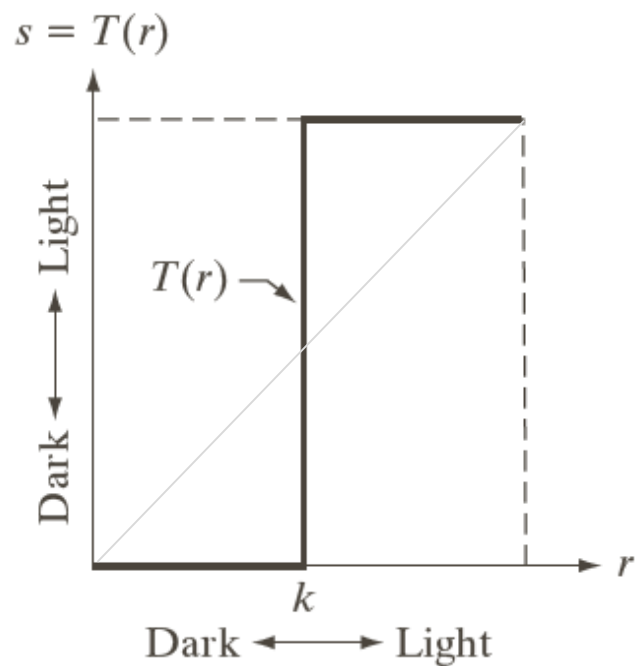


灰度变换

□ 邻域为 1×1 时的灰度变换



对比度拉伸函数



阈值处理函数



第3章 灰度变换与空域滤波

3.1 背景知识

3.2 基本灰度变换

3.3 直方图处理

3.4 空间滤波基础

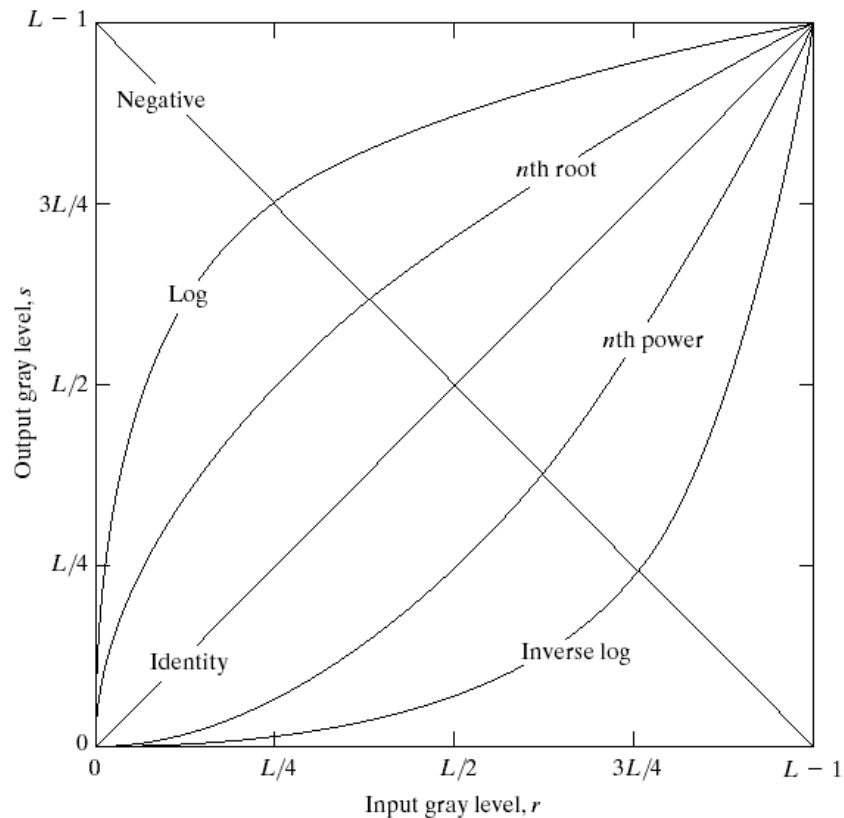
3.5 空域平滑

3.6 空域锐化

常见灰度变换

□ 灰度变换 $s = T(r)$

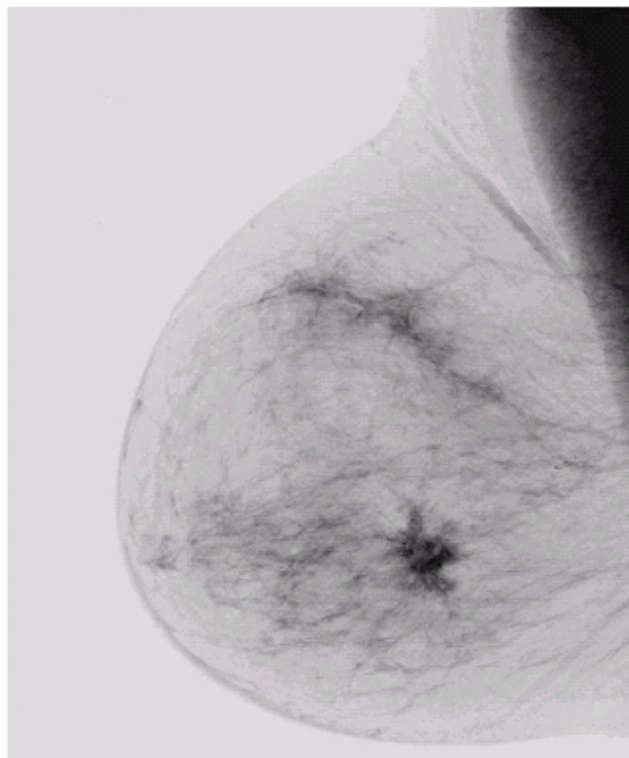
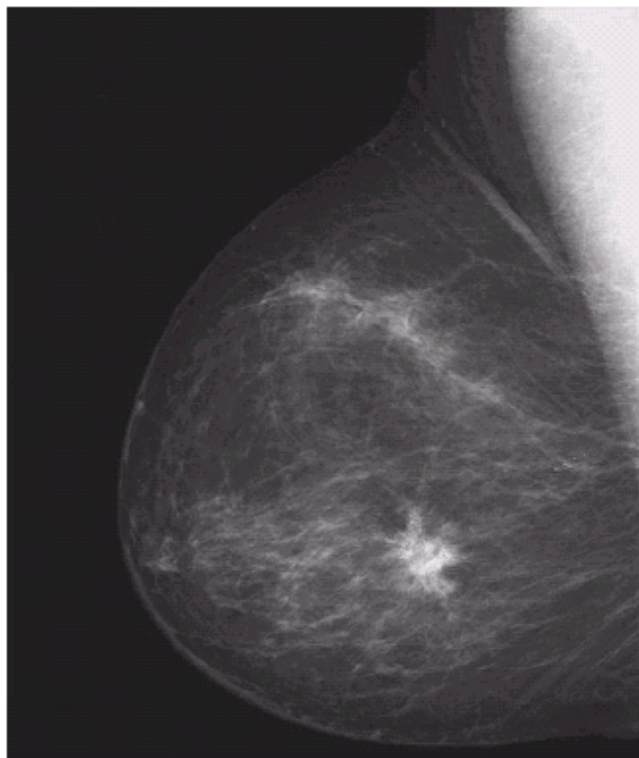
- r 为数字量且取值有限，**该映射可通过查找表实现**
- 保序变换（rank-preserving）
 - ✓ 变换前后，灰度级的相对大小关系不变或正好相反



图象求反

□ 灰度变换函数: $s = L - 1 - r$

■ 适用于增强嵌入图像暗色区域中的白色或灰色细节



a b

FIGURE 3.4

(a) Original digital mammogram.
(b) Negative image obtained using the negative transformation in Eq. (3.2-1).
(Courtesy of G.E. Medical Systems.)

对数变换

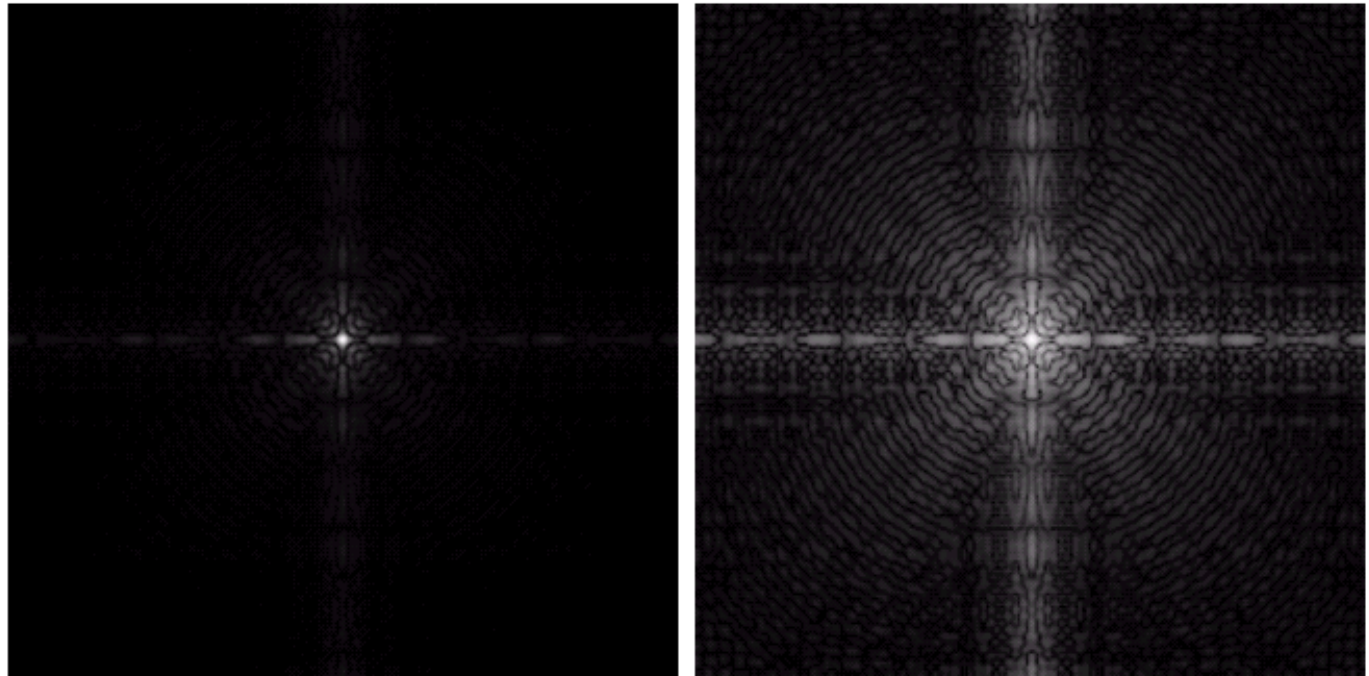
□ 灰度变换函数: $s = c \cdot \log(1 + r)$

a b

FIGURE 3.5

(a) Fourier spectrum.

(b) Result of applying the log transformation given in Eq. (3.2-2) with $c = 1$.



常见灰度变换—指数变换

灰度变换函数： $s = c \cdot r^\gamma$

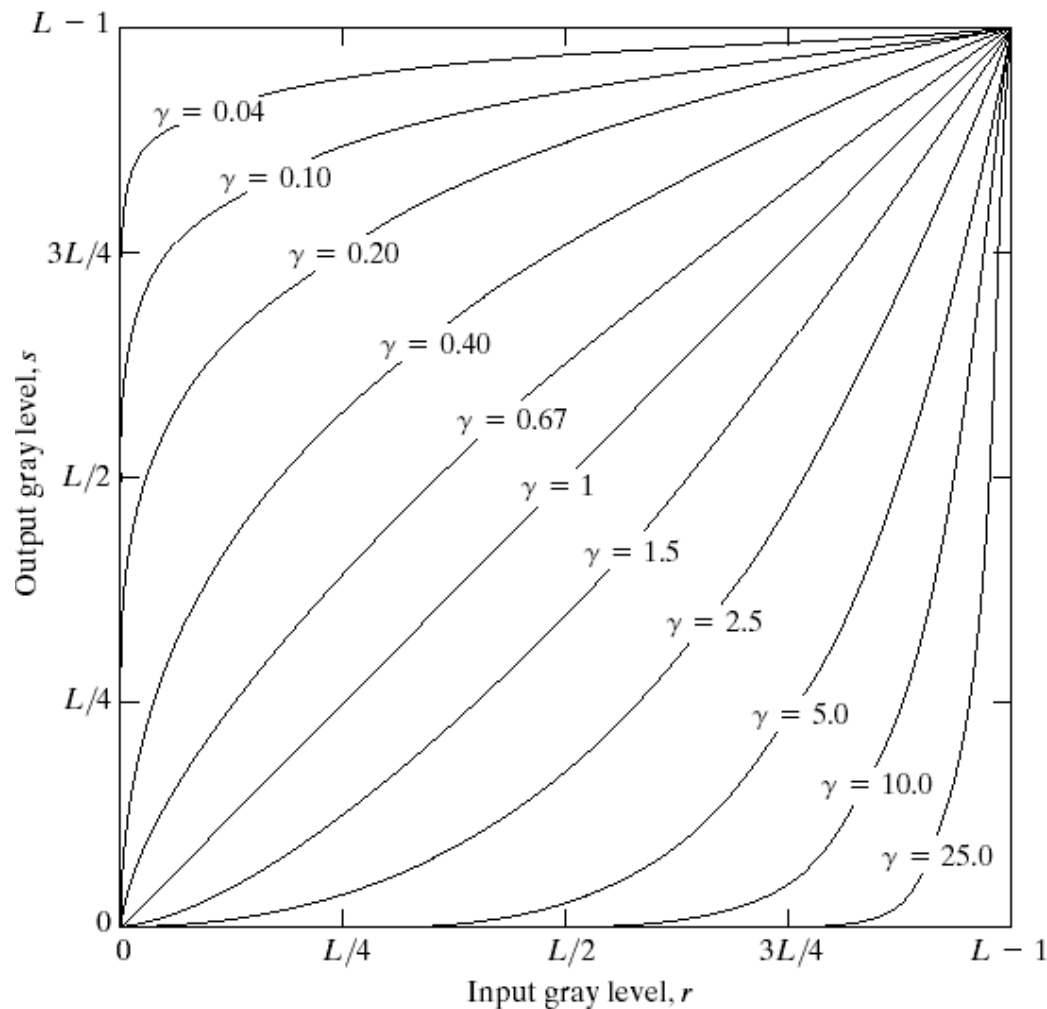


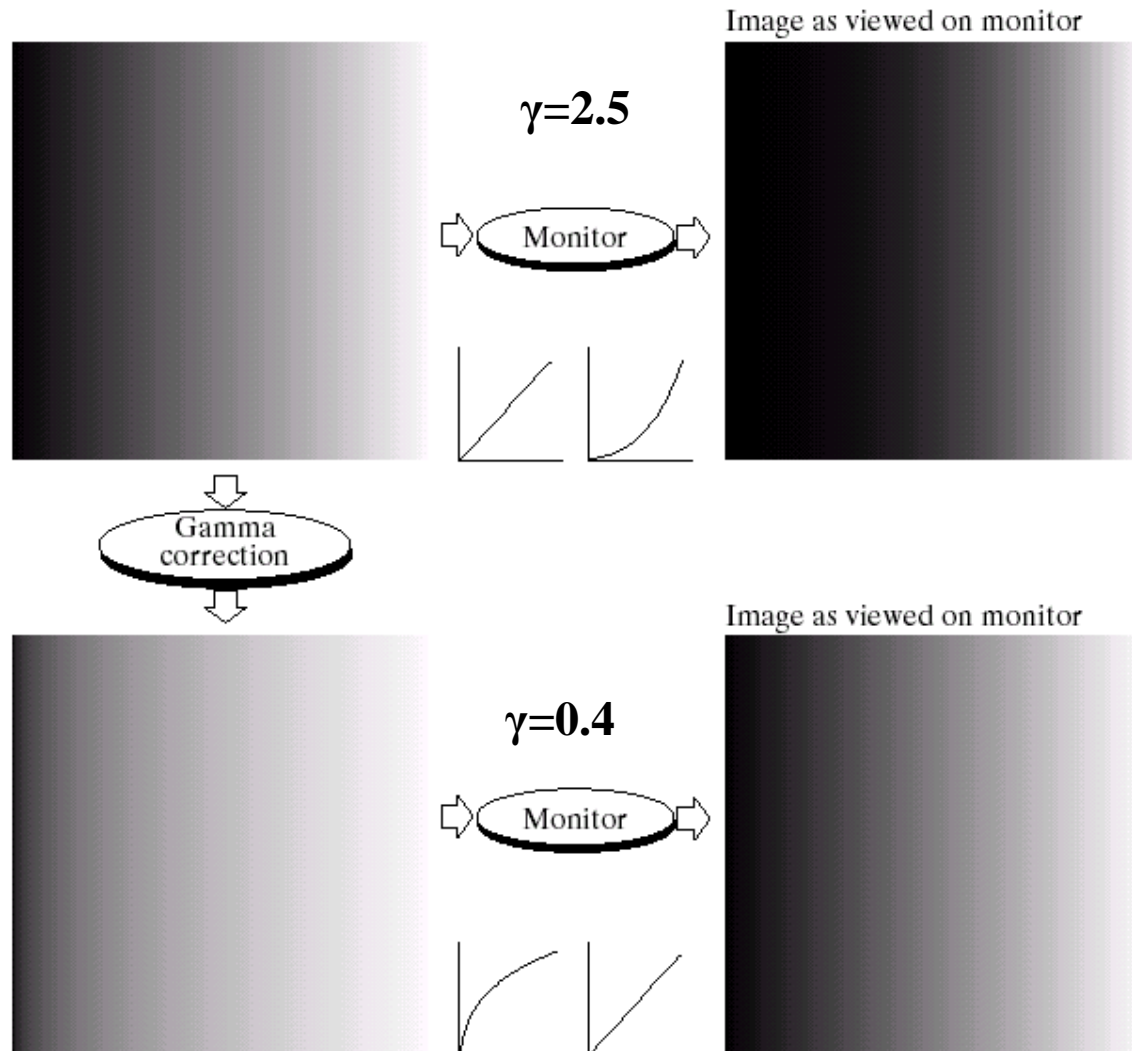
FIGURE 3.6 Plots of the equation $s = cr^\gamma$ for various values of γ ($c = 1$ in all cases).

伽马校正

a	b
c	d

FIGURE 3.7

(a) Linear-wedge gray-scale image.
 (b) Response of monitor to linear wedge.
 (c) Gamma-corrected wedge.
 (d) Output of monitor.





a	b
c	d

FIGURE 3.8

(a) Magnetic resonance (MR) image of a fractured human spine.

(b)–(d) Results of applying the transformation in Eq. (3.2-3) with $c = 1$ and $\gamma = 0.6, 0.4$, and 0.3 , respectively.

(Original image for this example courtesy of Dr. David R. Pickens, Department of Radiology and Radiological Sciences, Vanderbilt University Medical Center.)

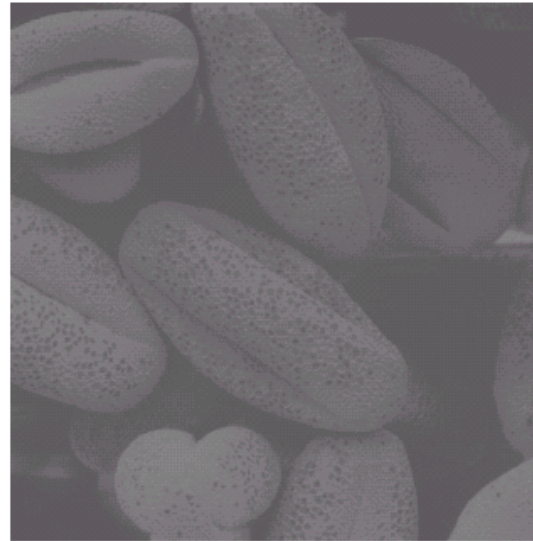
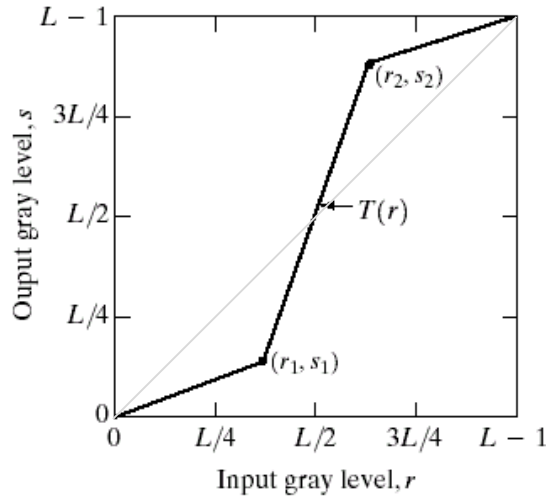
a	b
c	d

FIGURE 3.9

(a) Aerial image.
 (b)–(d) Results of
 applying the
 transformation in
 Eq. (3.2-3) with
 $c = 1$ and
 $\gamma = 3.0, 4.0,$ and
 5.0 , respectively.
 (Original image
 for this example
 courtesy of
 NASA.)



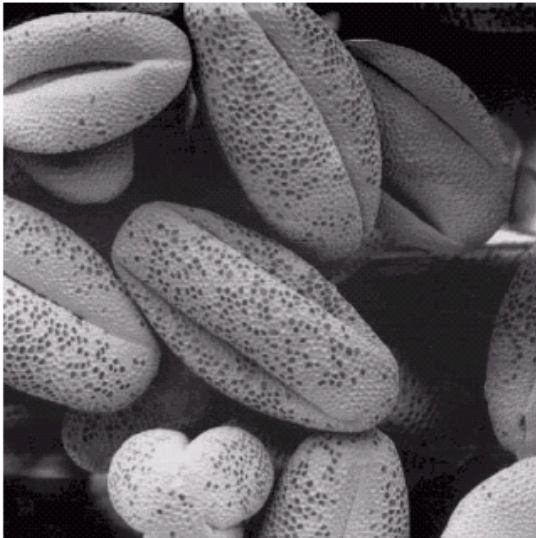
分段线性变换函数一对比度拉伸



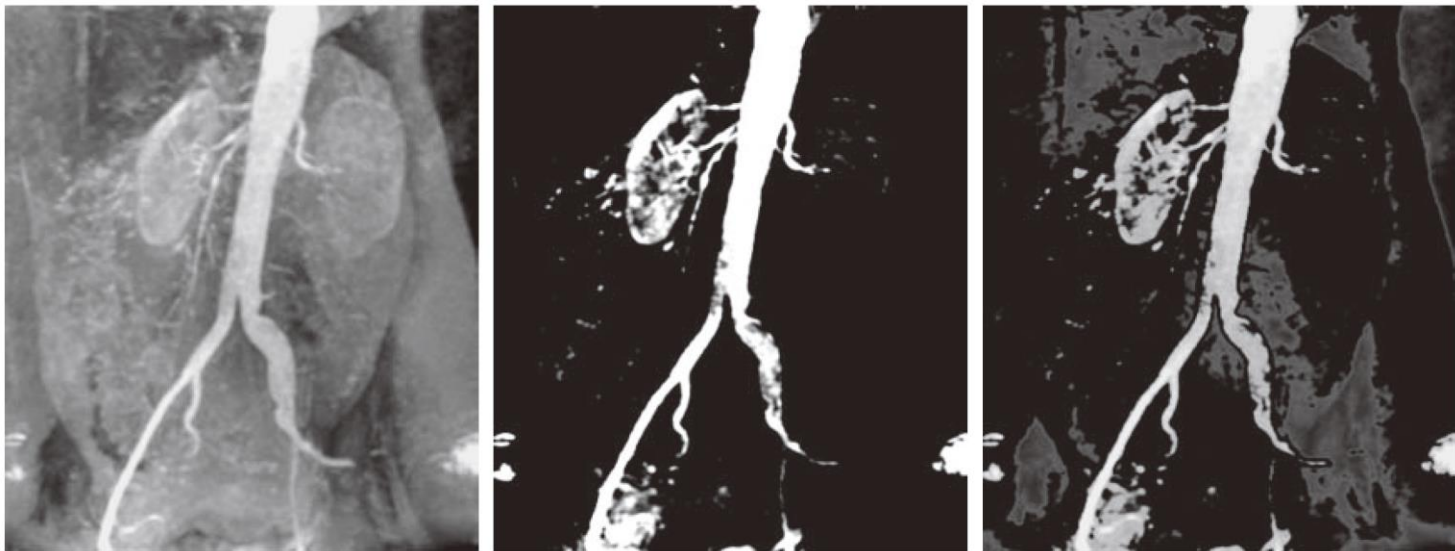
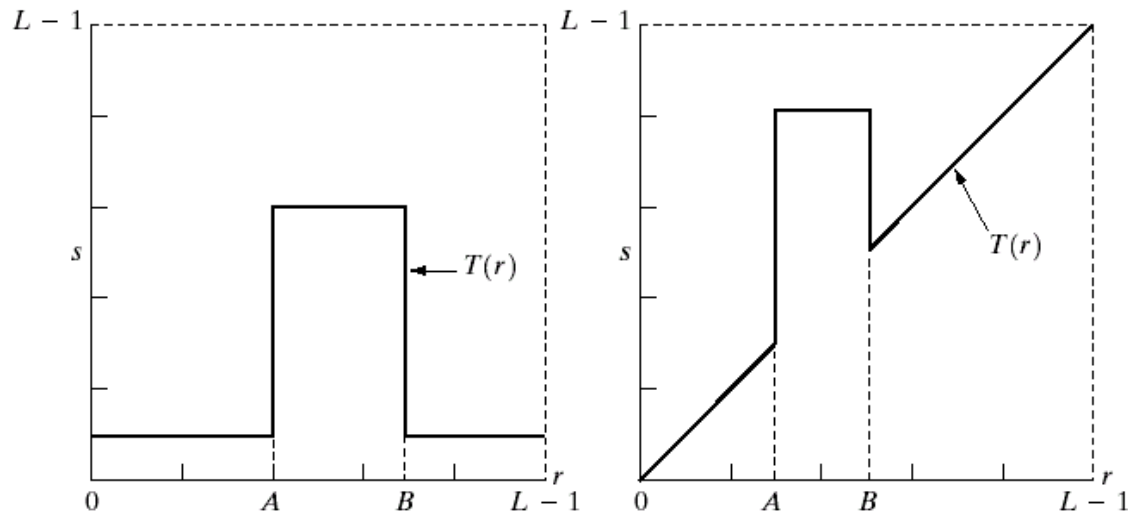
a b
c d

FIGURE 3.10

Contrast stretching.
(a) Form of transformation function. (b) A low-contrast image. (c) Result of contrast stretching. (d) Result of thresholding. (Original image courtesy of Dr. Roger Heady, Research School of Biological Sciences, Australian National University, Canberra, Australia.)



分段线性变换函数—灰度级切分



比特面分割

- 在256级灰度图象中，每个像素灰度由8比特组成

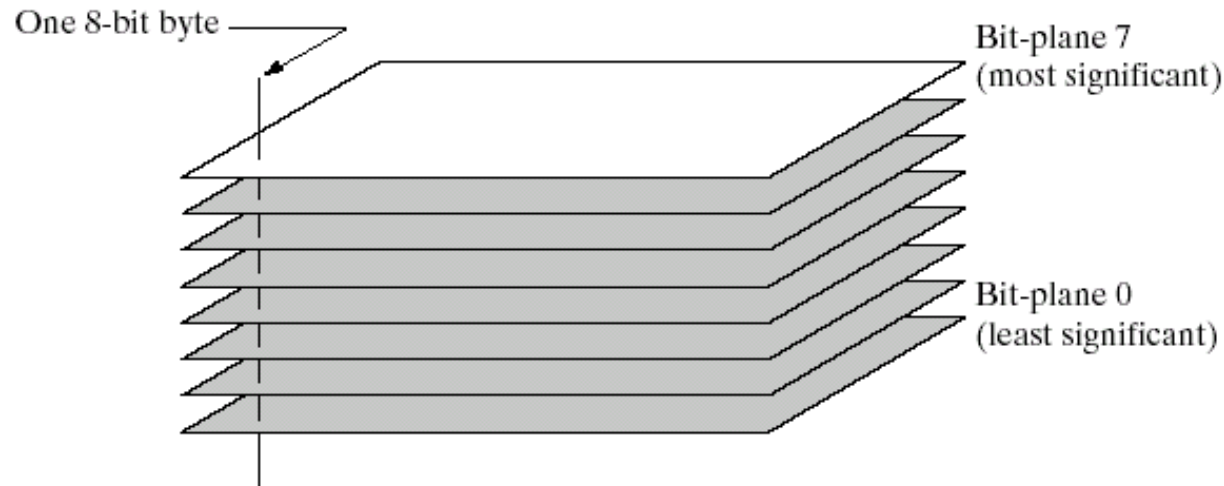


FIGURE 3.12
Bit-plane
representation of
an 8-bit image.

比特面分割

- 给定一副灰度图象，不同的比特面等价于何种灰度变换？



a	b	c
d	e	f
g	h	i

FIGURE 3.14 (a) An 8-bit gray-scale image of size 500×1192 pixels. (b) through (i) Bit planes 1 through 8, with bit plane 1 corresponding to the least significant bit. Each bit plane is a binary image.



第3章 灰度变换与空域滤波

3.1 背景知识

3.2 基本灰度变换

3.3 直方图处理

3.4 空间滤波基础

3.5 空域平滑

3.6 空域锐化

灰度直方图

□ 灰度直方图

- 一种灰度级的函数，表示数字图象中每一灰度级与该灰度出现的频数之间的对应关系
- 给定一副分辨率为 $M \times N$ 的灰度图象，灰度级为 r_k 的像素数为 n_k ，该图像的归一化直方图：

$$p(r_k) = \frac{n_k}{MN}$$

- ✓ 可将 r_k 视为随机变量， $p(r_k)$ 反映随机变量 r_k 在图象中出现的概率

■ 直方图特点

- 一幅特定的图有唯一的直方图，但反之不成立
- 直方图在一定程度上可以反映图像的状况
 - 例如：有时可以根据直方图确定分割物体和背景的边界

灰度直方图

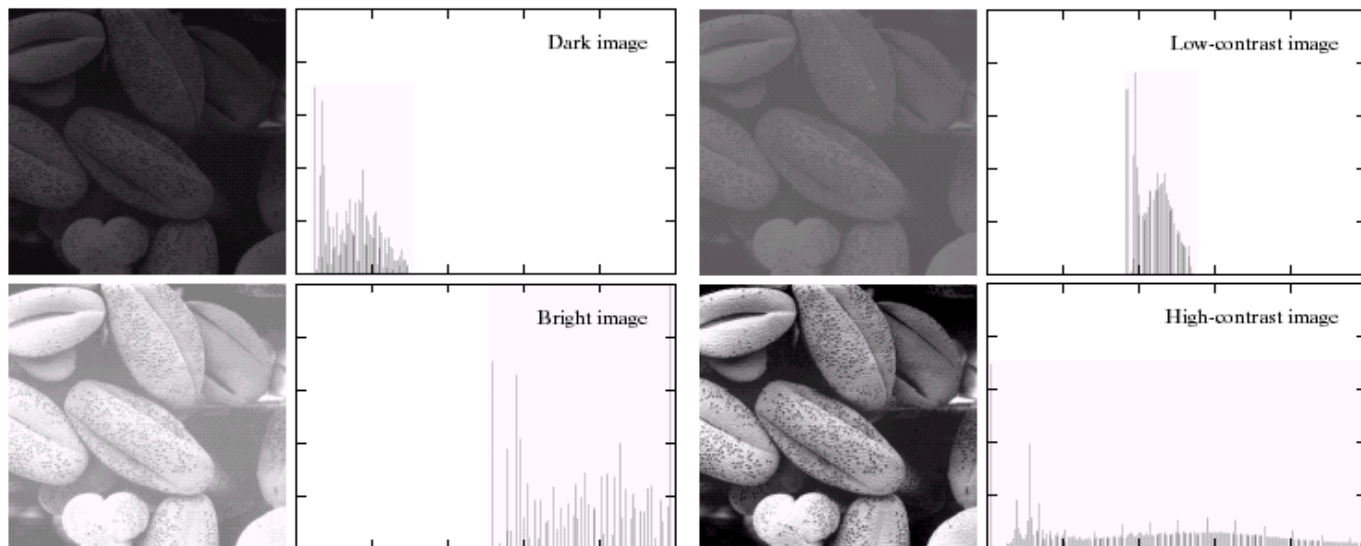
□ 灰度直方图

- 一种灰度级的函数，表示数字图象中每一灰度级与该灰度出现的频数之间的对应关系
- 给定一副分辨率为 $M \times N$ 的灰度图象，灰度级为 r_k 的像素数为 n_k ，该图像的归一化直方图：

$$p(r_k) = \frac{n_k}{MN}$$

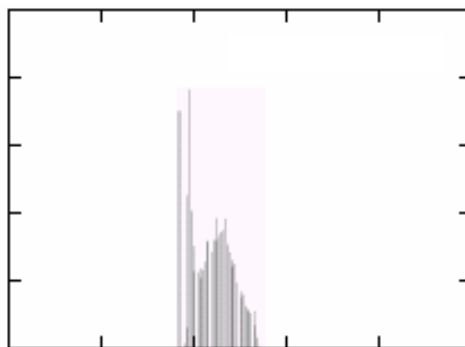
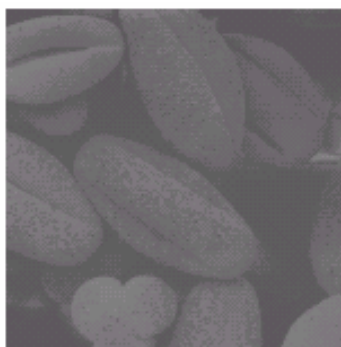
- ✓ 可将 r_k 视为随机变量， $p(r_k)$ 反映随机变量 r_k 在图象中出现的概率

- 低对比度图像的灰度级较窄
- 高对比度图像中直方图分量覆盖了很宽的灰度级范围

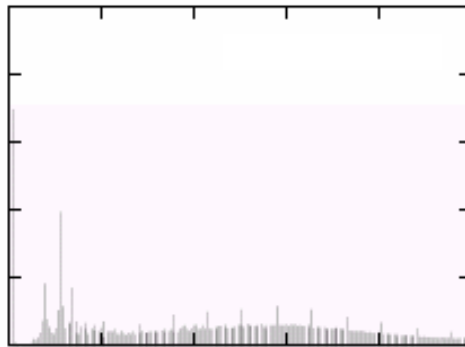


直方图的灰度变换

- 基于直方图的灰度变换
 - 不改变像素的位置，只改变像素的灰度值
- 通过修改直方图可以达到增强图象的对比度、使感兴趣的部分看得更清楚
- 整体改善图象质量，避免“管中窥豹”式处理



低对比度



高对比度

直方图均衡

□ 给定一副灰度图象，其灰度级用 r 表示， $0 \leq r \leq L - 1$

■ 该图的灰度级分布为 $p(r)$

□ 对该图的灰度 r 做变换，产生新的灰度级 s

$$s = T(r)$$

■ $T(r)$ 为单调递增函数

■ 当 $0 \leq r \leq L - 1$ ，有 $0 \leq T(r) \leq L - 1$

□ 目标：对于任意的灰度分布 $p(r)$ ，选择函数 $T(\cdot)$ ，使得 $s = T(r)$ 的分布 $p(s)$ 为均匀分布

■ 如何定义函数 $T(\cdot)$ ？

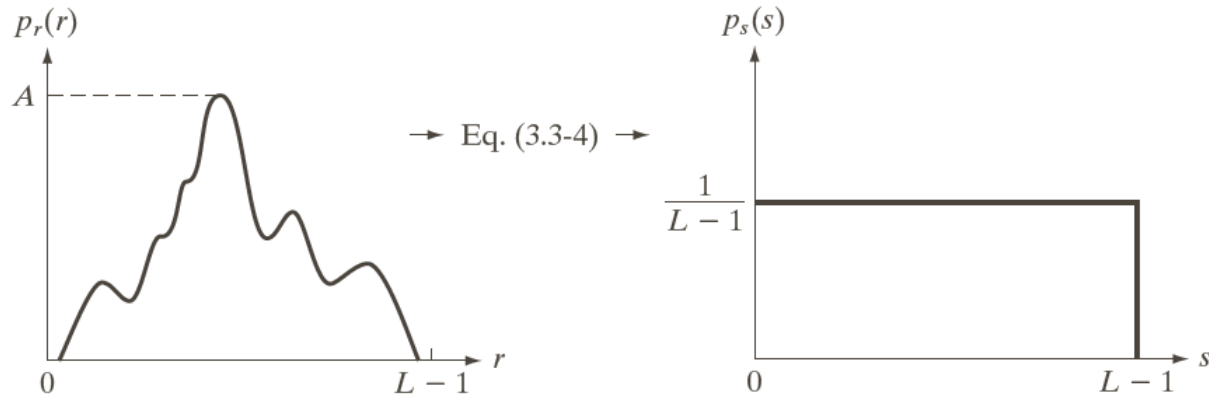
$$s = T(r) = (L - 1) \int_0^r p_r(w) dw$$

直方图均衡

$$s = T(r) = (L - 1) \int_0^r p_r(w) dw \quad \Rightarrow \quad \frac{ds}{dr} = (L - 1) p_r(r)$$

由莱布尼茨准则,

$$p_s(s) = p_r(r) \left| \frac{dr}{ds} \right| = p_r(r) \left| \frac{1}{(L - 1) p_r(r)} \right| = \frac{1}{L - 1}, \quad 0 \leq s \leq L - 1$$



直方图均衡离散化形式: $s_k = T(r_k) = (L - 1) \sum_{j=0}^k p_r(r_j) \quad k = 0, 1, 2, \dots, L - 1$

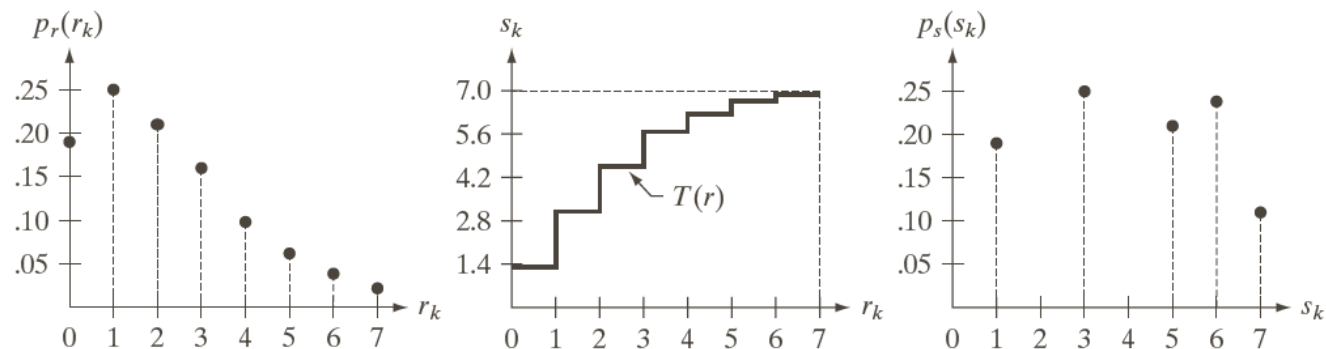
直方图均衡

□ 数字图象直方图计算实例

- 离散直方图均衡后的结果往往不是理想的均匀分布

r_k	n_k	$p_r(r_k) = n_k/MN$
$r_0 = 0$	790	0.19
$r_1 = 1$	1023	0.25
$r_2 = 2$	850	0.21
$r_3 = 3$	656	0.16
$r_4 = 4$	329	0.08
$r_5 = 5$	245	0.06
$r_6 = 6$	122	0.03
$r_7 = 7$	81	0.02

TABLE 3.1
Intensity
distribution and
histogram values
for a 3-bit,
 64×64 digital
image.



a b c

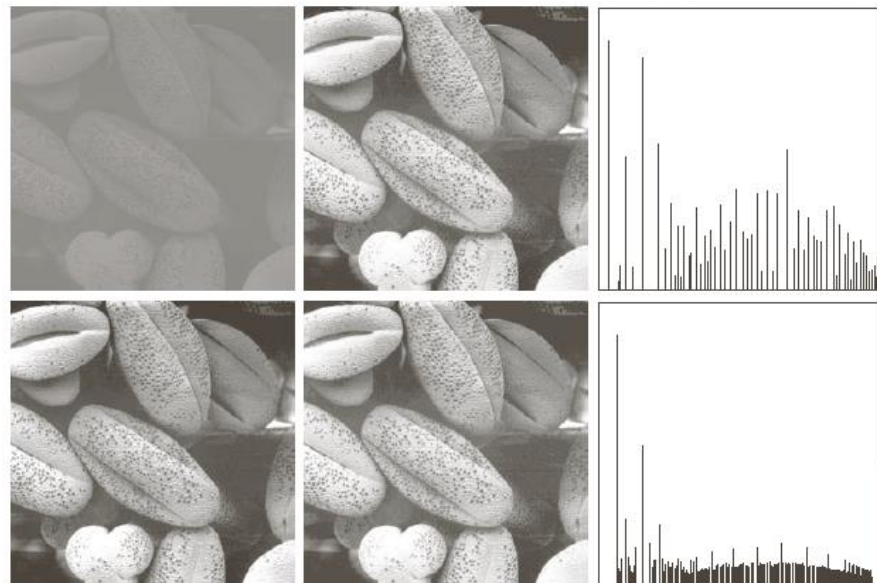
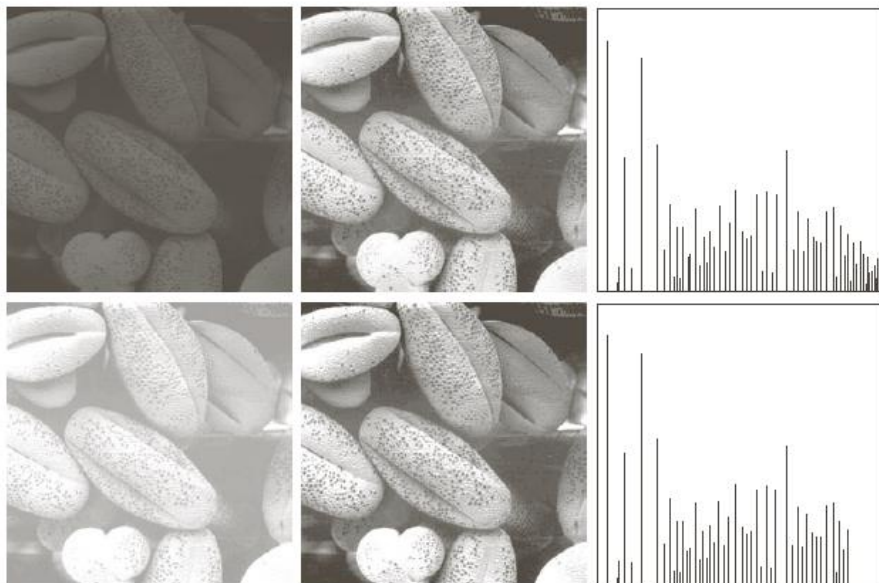
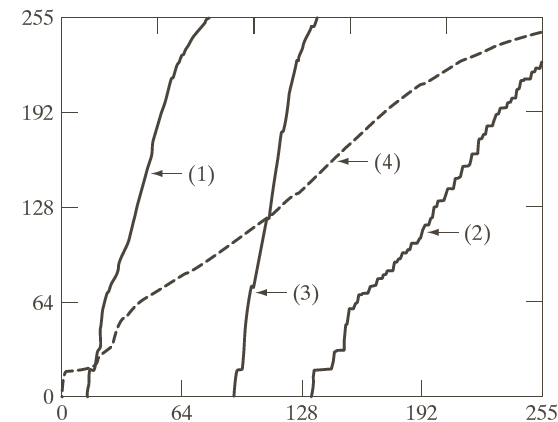
FIGURE 3.19 Illustration of histogram equalization of a 3-bit (8 intensity levels) image. (a) Original histogram. (b) Transformation function. (c) Equalized histogram.

直方图均衡

直方图均衡：直方图拉伸

- 增加图象灰度跨越范围，从而增强对比度

$$s = T(r) = (L - 1) \int_0^r p_r(w) dw$$



直方图匹配（直方图规定化）

- 借助直方图变换实现规定/特定的灰度映射

$$p_r(r) \rightarrow p_z(z)$$

- 三个步骤

- 对原始直方图 $p_r(r)$ 进行灰度均衡化

$$T(r) = (L - 1) \int_0^r p_r(w) dw$$

- 规定目标直方图 $p_z(z)$ ，计算能使规定直方图均衡化的变换

$$s = G(z) = (L - 1) \int_0^z p_z(v) dv$$

- 将原始直方图 $p_r(r)$ 对应映射到规定直方图 $p_z(z)$

- ✓ 令 $T(r) = G(z)$ ，即可将 r 映射到 z ：

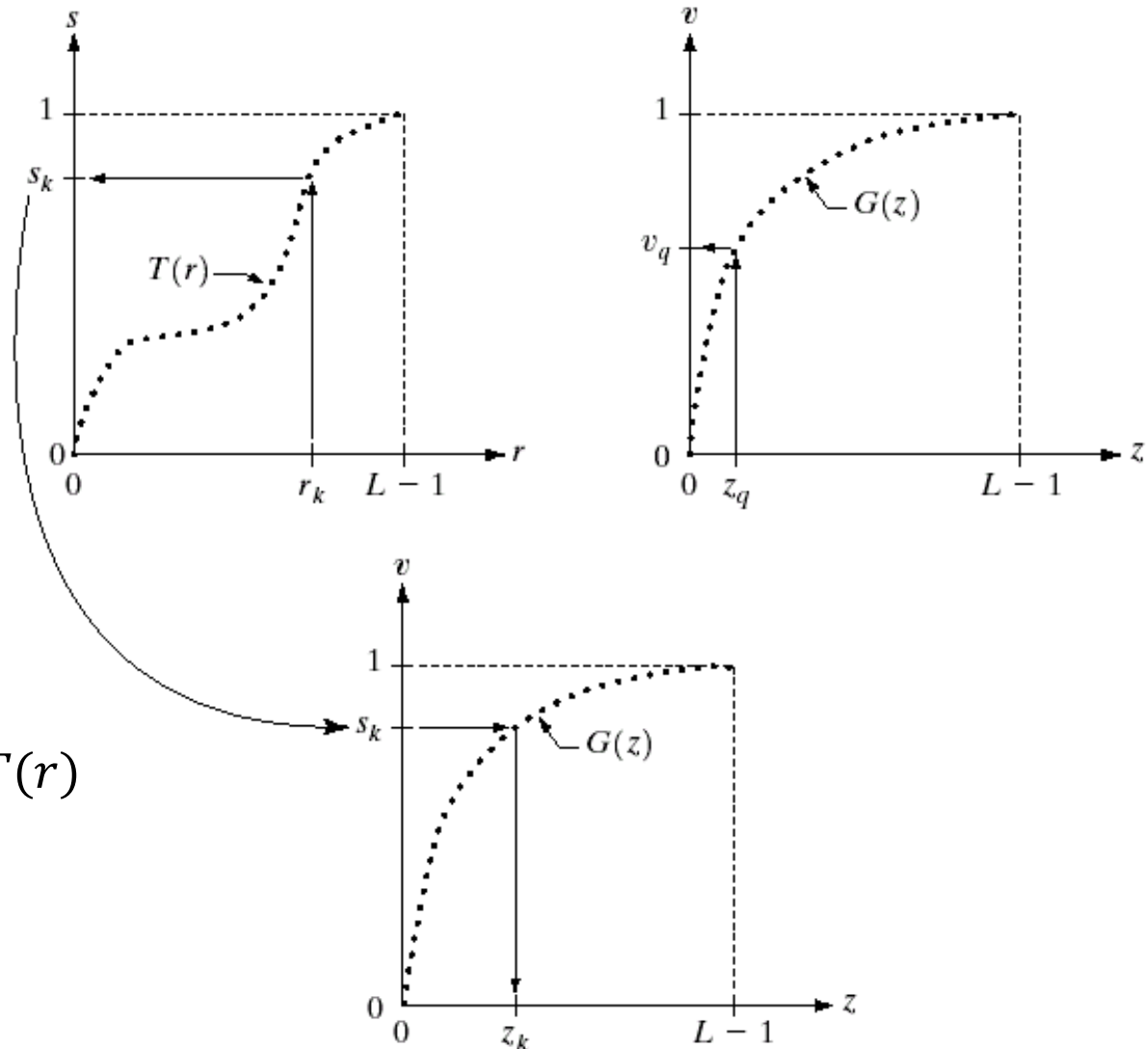
$$z = G^{-1}(s) = G^{-1}(T(r))$$

直方图匹配 (直方图规定化)

a b
c

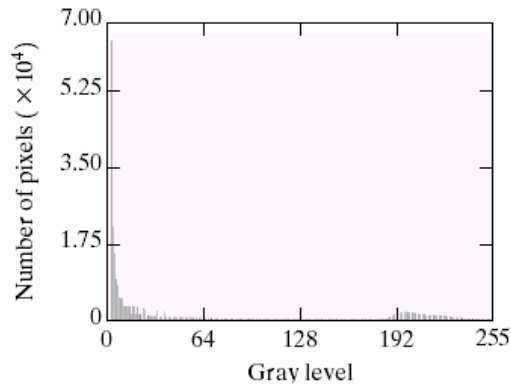
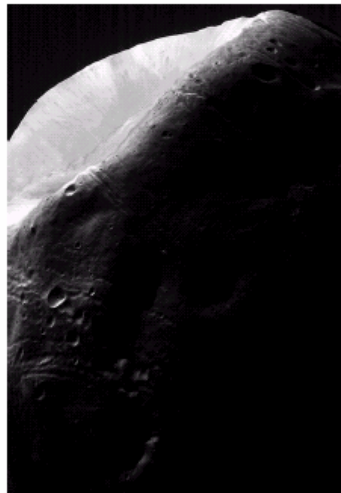
FIGURE 3.19

(a) Graphical interpretation of mapping from r_k to s_k via $T(r)$.
 (b) Mapping of z_q to its corresponding value v_q via $G(z)$.
 (c) Inverse mapping from s_k to its corresponding value of z_k .



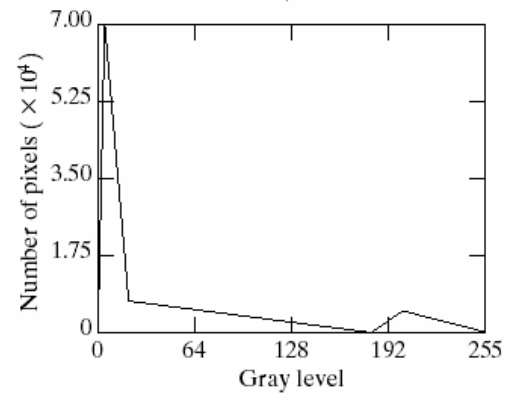
$$G(z) = T(r)$$

直方图匹配



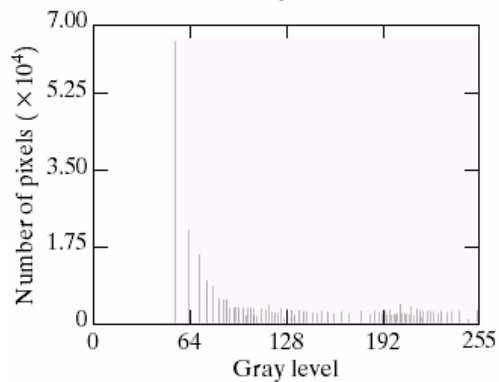
原图

原图直
方图



处理后
图像

匹配目
标直方
图



处理后
直方图

直方图均衡 vs. 直方图匹配

□ 直方图均衡：

- 自动增强
- 效果不易控制
- 总得到全图增强的结果

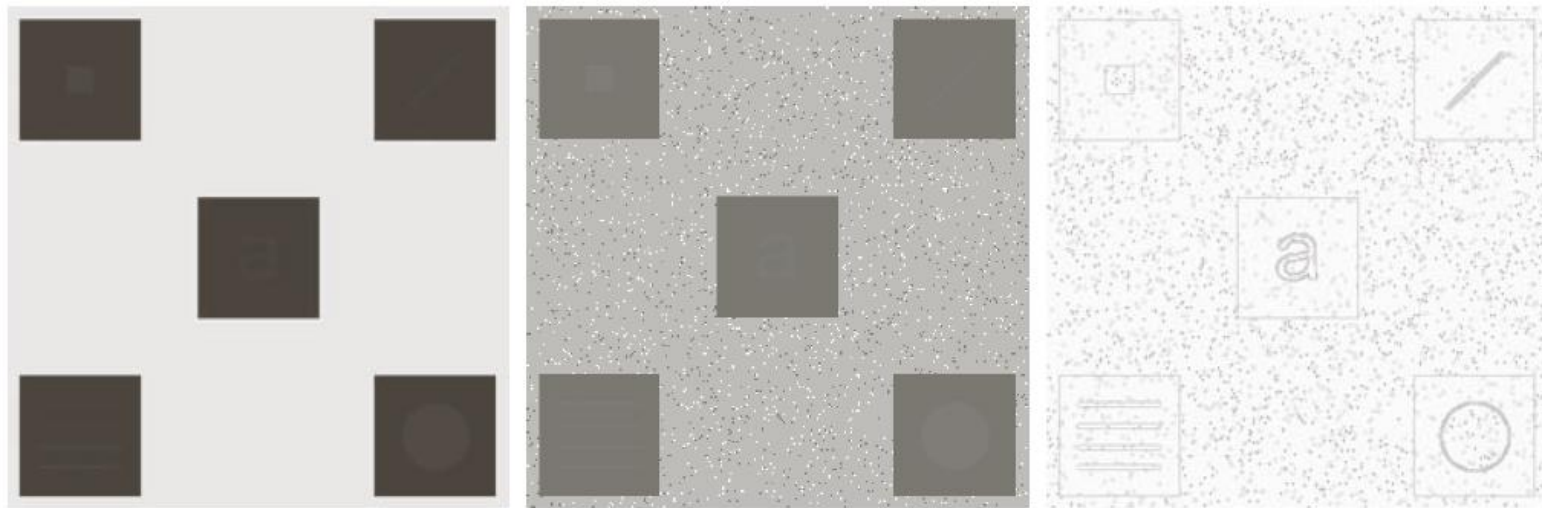
□ 直方图匹配：

- 有选择地增强
- 须给定需要的直方图
- 可特定增强的结果

□ 直方图均衡可以看作是匹配直方图为均匀分布的直方图匹配

局部直方图处理

- 图像局部邻域的直方图均衡化
 - 显示图像局部区域中被隐藏的信息



a b c

FIGURE 3.26 (a) Original image. (b) Result of global histogram equalization. (c) Result of local histogram equalization applied to (a), using a neighborhood of size 3×3 .

基于统计分布的图像增强

- 基于图像的直方图，很容易计算出图像像素灰度的均值和标准差
- 基于像素邻域的均值和标准差，可以选择性地对某些像素灰度进行增强

$$g(x, y) = \begin{cases} Cf(x, y) & \text{if } k_0 m_G \leq m_{S_{xy}} \leq k_1 m_G \text{ AND } k_2 \sigma_G \leq \sigma_{S_{xy}} \leq k_3 \sigma_G \\ f(x, y) & \text{otherwise} \end{cases}$$

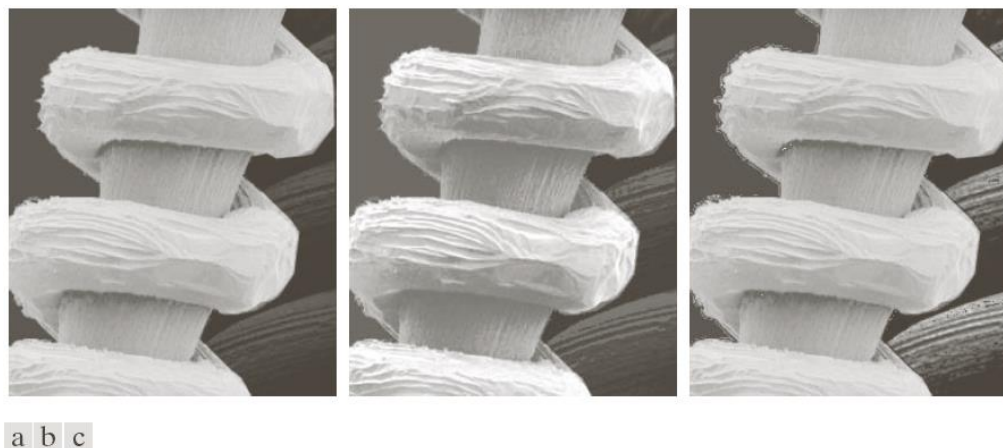


FIGURE 3.27 (a) SEM image of a tungsten filament magnified approximately 130 \times . (b) Result of global histogram equalization. (c) Image enhanced using local histogram statistics. (Original image courtesy of Mr. Michael Shaffer, Department of Geological Sciences, University of Oregon, Eugene.)



第3章 灰度变换与空域滤波

3.1 背景知识

3.2 基本灰度变换

3.3 直方图处理

3.4 空间滤波基础

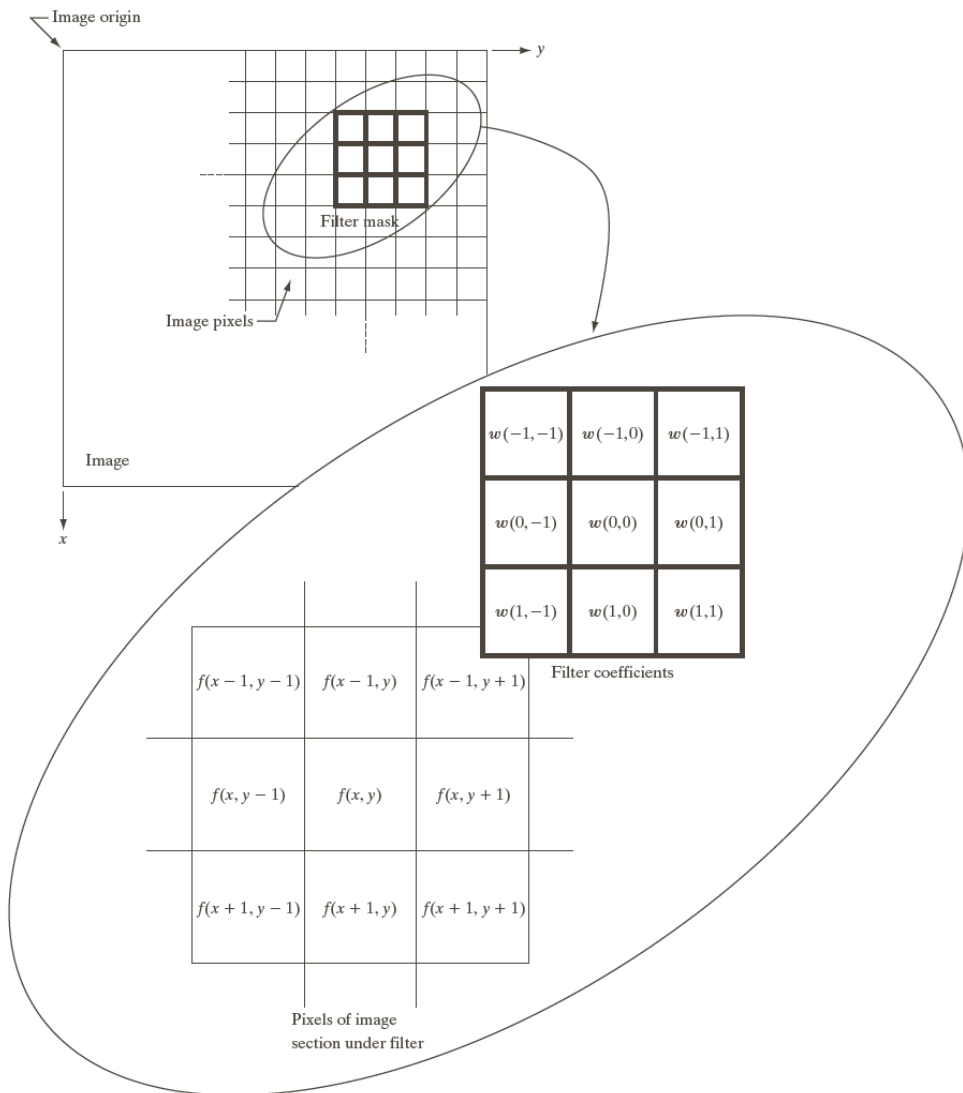
3.5 空域平滑

3.6 空域锐化

空域滤波机制

$$g(x, y) = \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s, t) f(x + s, y + t)$$

相关 vs. 卷积：卷积运算需要对卷积核进行反转操作，而相关不需要。



空间相关与卷积：一维情况

边界延拓：

- 1) 补零延拓
- 2) 对称延拓
- 3) 复制延拓
- 4) 循环延拓

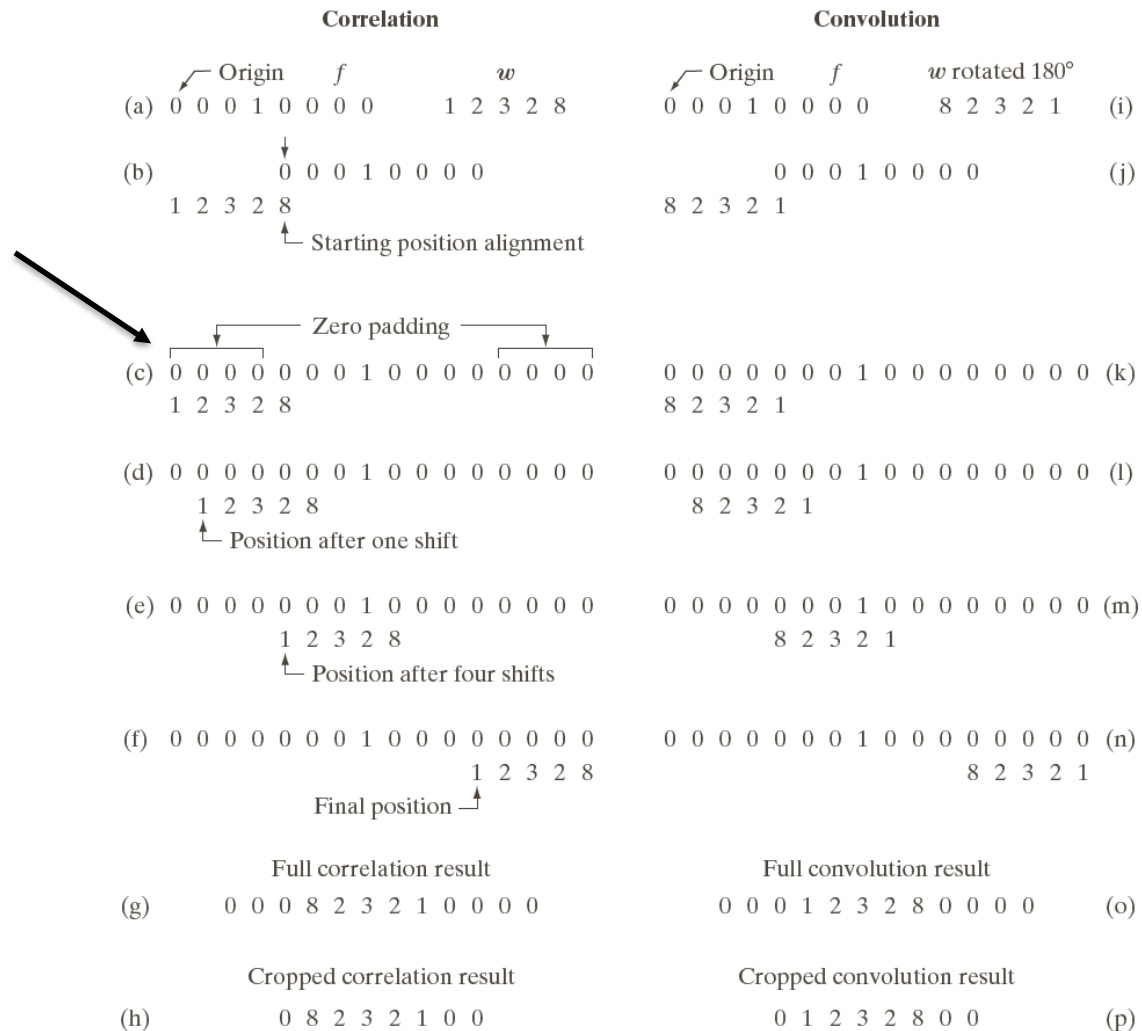


FIGURE 3.29 Illustration of 1-D correlation and convolution of a filter with a discrete unit impulse. Note that correlation and convolution are functions of *displacement*.

空间相关与卷积：二维情况

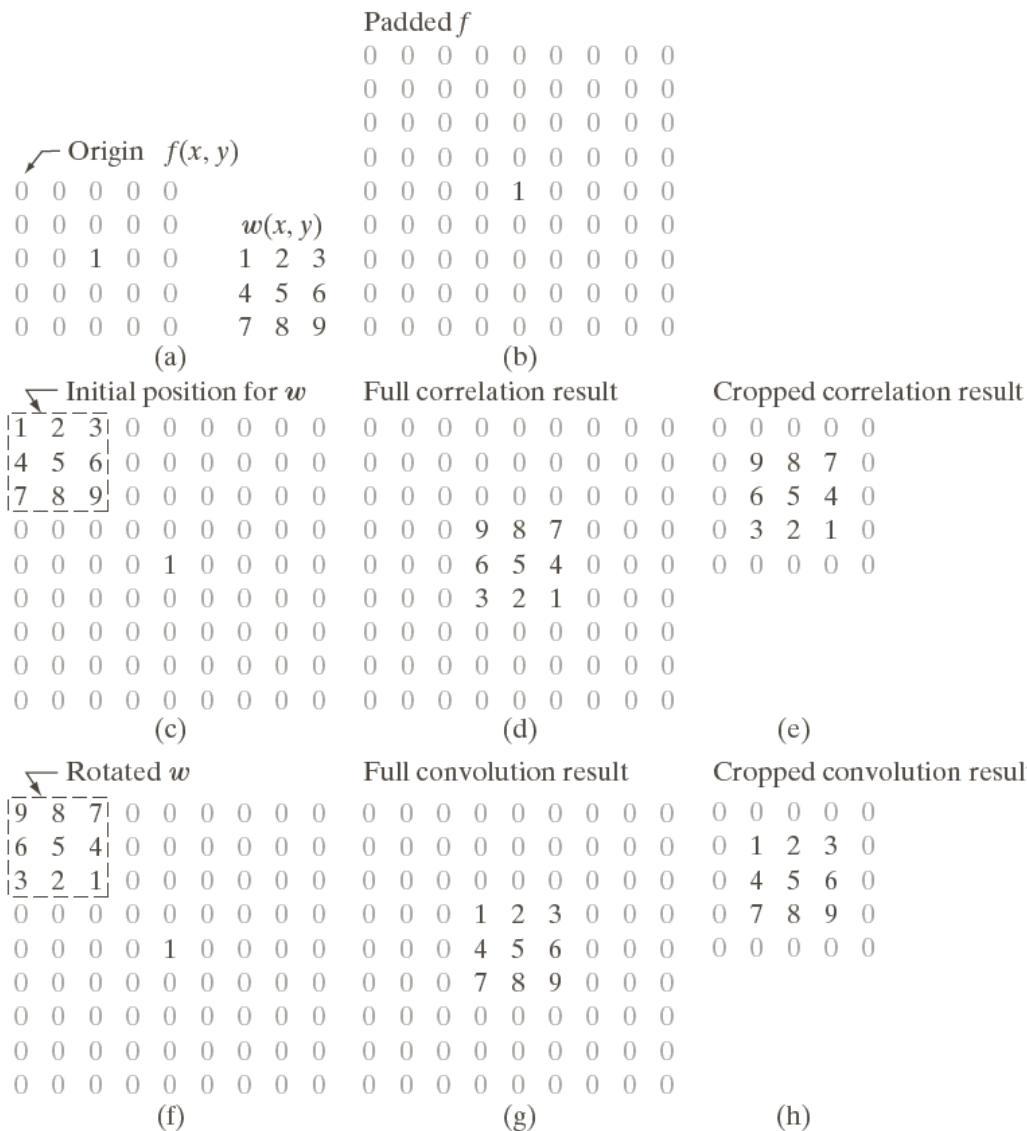


FIGURE 3.30 Correlation (middle row) and convolution (last row) of a 2-D discrete, unit impulse. The 0s are shown in gray to simplify visual analysis.

相关运算：

$$g(x, y) = \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s, t) f(x + s, y + t)$$

卷积运算：

$$g(x, y) = \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s, t) f(x - s, y - t)$$

滤波器的向量表示与模板生成

- 当关注相关或卷积的响应特性时，可以将响应写为乘积的求和形式

$$R = w_1 z_1 + w_2 z_2 + \cdots + w_{MN} z_{MN} = \mathbf{w}^T \mathbf{z}$$

- 等价于将二维滤波器按一维进行编号

- 空间滤波器的模板生成

- 滤波器的系数根据其支持怎么样的操作来选择
- **线性滤波**的作用是实现乘积求和操作：加权求和

$$w_{mn} = \frac{1}{MN} \quad w_{mn} = \exp \left(- \frac{\left(m - \left\lfloor \frac{M}{2} \right\rfloor \right)^2 + \left(n - \left\lfloor \frac{N}{2} \right\rfloor \right)^2}{2\sigma} \right)$$

- **非线性滤波**要求确定邻域大小，以及对包含在邻域内的图像像素执行的操作



第3章 灰度变换与空域滤波

- 3.1 背景知识
- 3.2 基本灰度变换
- 3.3 直方图处理
- 3.4 空间滤波基础
- 3.5 空域平滑
- 3.6 空域锐化

平滑滤波器

局部平均法

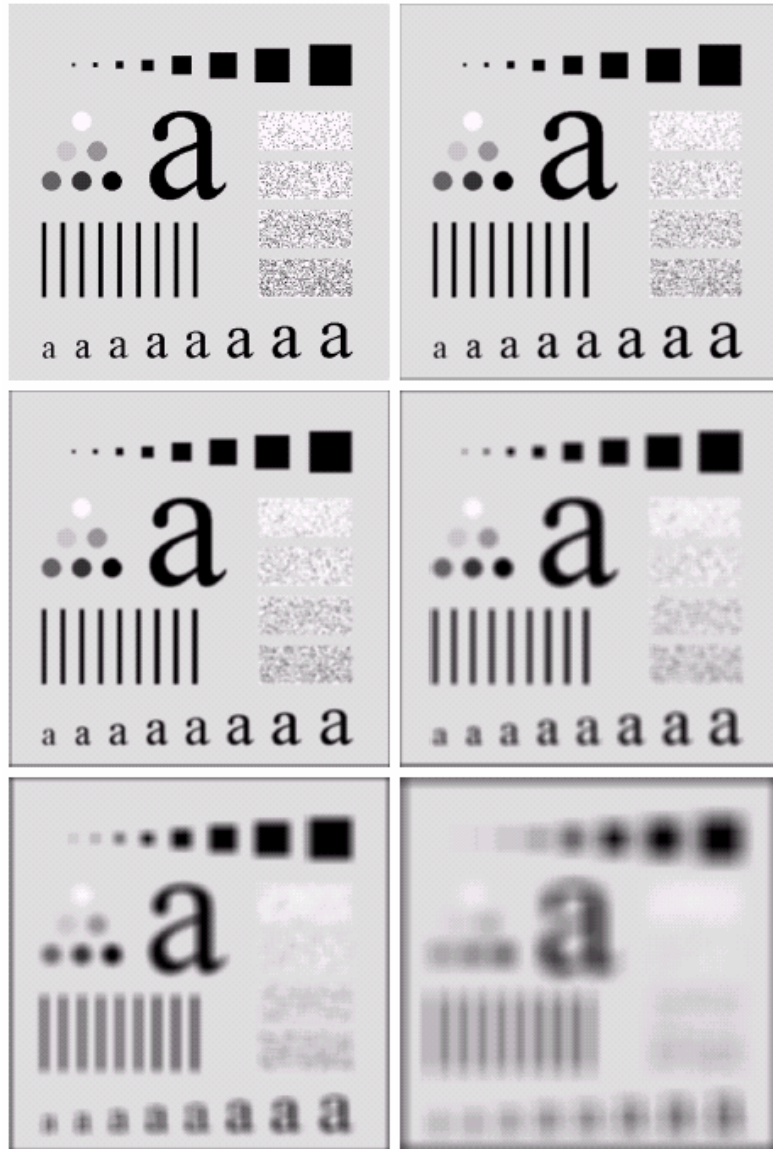
局部平均法是用某像素邻域内的各点灰度的平均值来代替该像素原来的灰度值。

$$g(x, y) = \frac{\sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s, t) f(x + s, y + t)}{\sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s, t)}$$

$$\frac{1}{9} \times \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{1}{16} \times \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 1 \\ \hline 2 & 4 & 2 \\ \hline 1 & 2 & 1 \\ \hline \end{array}$$

图像平滑



原图

n=3方形均值滤波

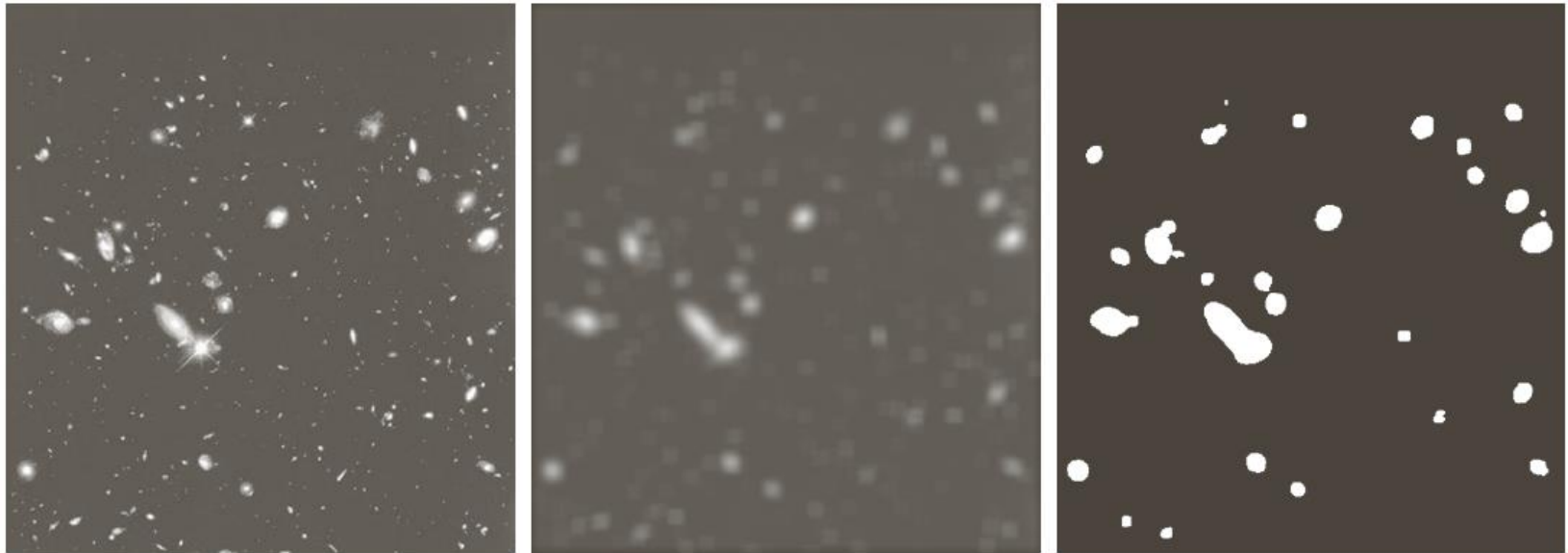
n=5方形均值滤波

n=9方形均值滤波

n=15方形均值滤波

n=35方形均值滤波

图像平滑



a b c

FIGURE 3.34 (a) Image of size 528×485 pixels from the Hubble Space Telescope. (b) Image filtered with a 15×15 averaging mask. (c) Result of thresholding (b). (Original image courtesy of NASA.)

统计排序滤波器

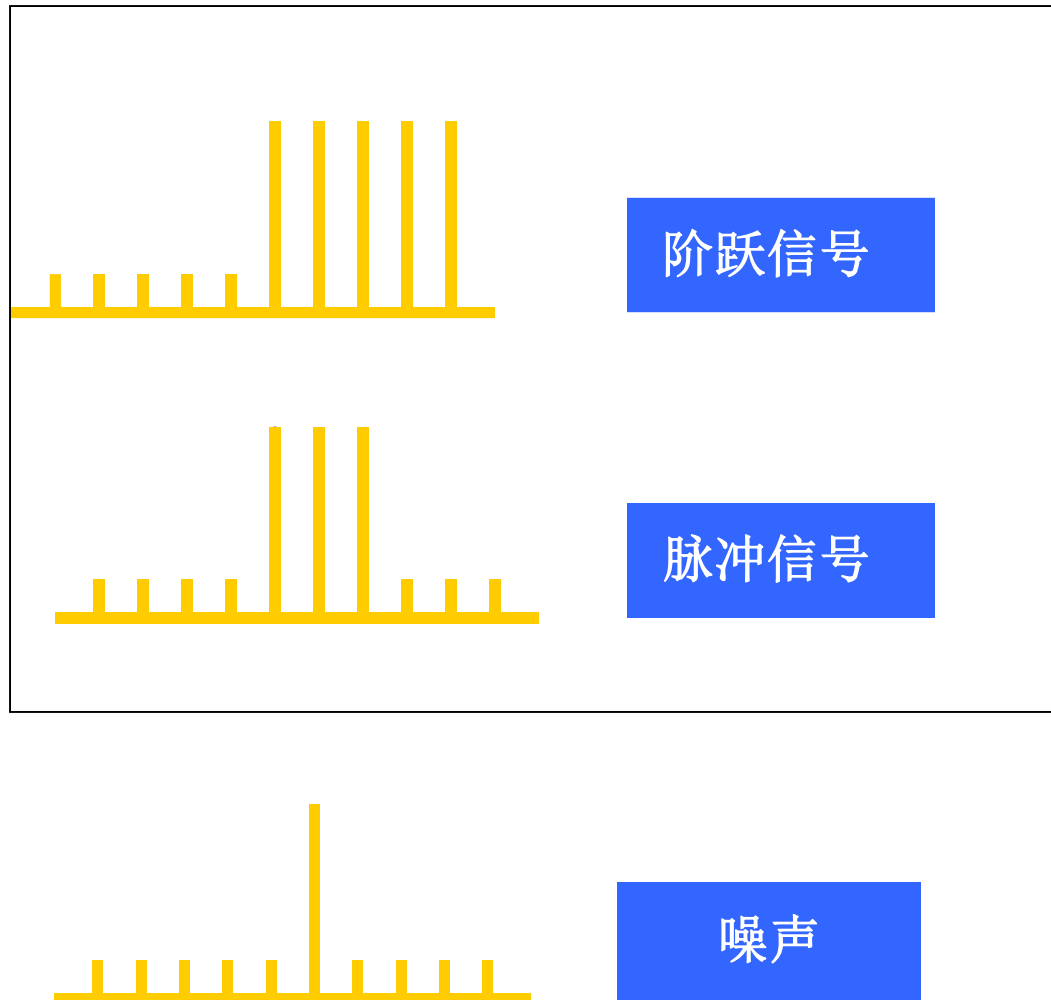
□ 中值滤波

- 用局部邻域（窗口）里的中值来代替上述局部平均法中的局部平均值。即将以该点为中心的某个窗口框住的各像素的中间值作为处理后图象中该点像素的值。
- 二维中值滤波的概念是一维的推广。
- 以一维为例：
 - 奇数窗口中五点的值为 88、95、230、110、120，按大小重排这五个值得 88、95、110、120、230，其位于中间位置上的“中值”是110。
 - 实际应用：国家家庭收入统计（中位数）

□ 其他统计排序滤波器

- 最大值滤波器，最小值滤波器

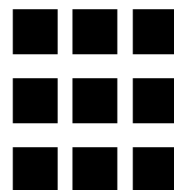
中值滤波保边缘的性能



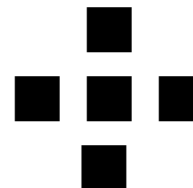
二维中值滤波窗口

大小、形状
均可调节

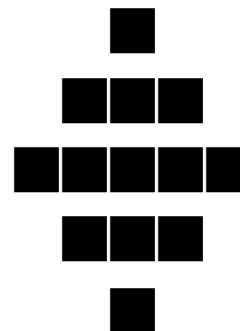
方形



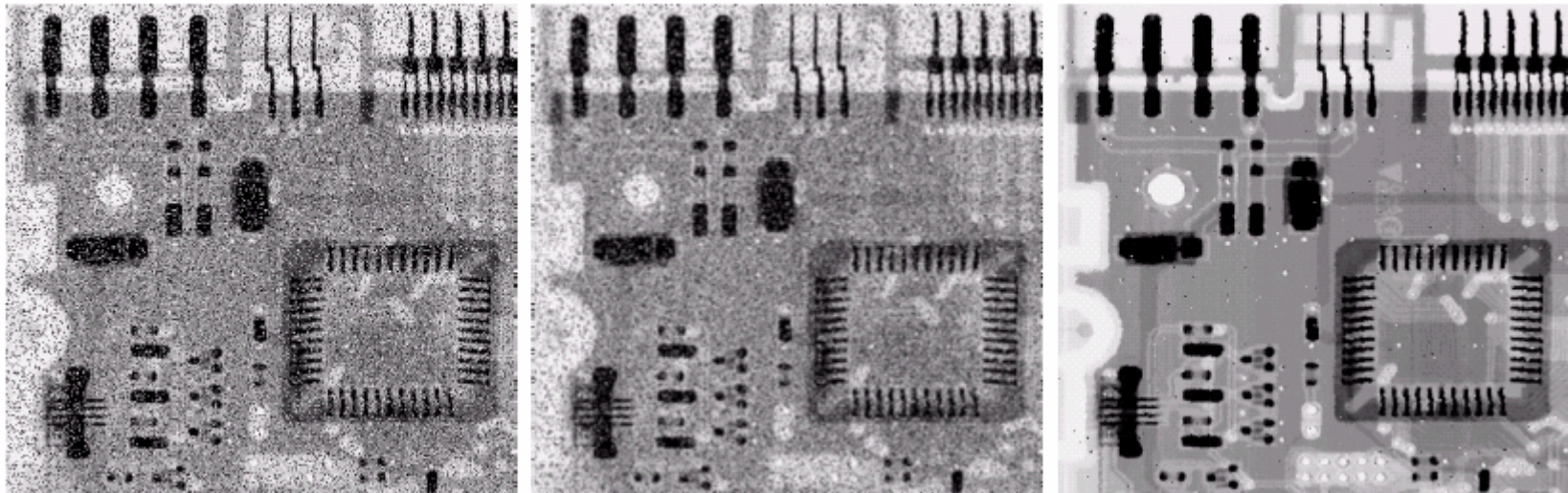
十字形



菱形



例



从左到右依次分别为
椒盐噪声污染的电路板X光图像
用 3×3 均值掩模去除噪声
用 3×3 中值滤波器去除噪声

去除椒盐噪声使用自适应中值滤波器的效果会更好一些



第3章 灰度变换与空域滤波

- 3.1 背景知识
- 3.2 基本灰度变换
- 3.3 直方图处理
- 3.4 空间滤波基础
- 3.5 空域平滑
- 3.6 空域锐化

空域锐化

- 图象锐化针对常见的图像模糊、边缘不清晰所采取的处理方法，它能加强图象的轮廓，使图象看起来比较清楚。
- 锐化处理的主要目的：突出灰度的过渡部分
 - 常用一阶微分和二阶微分的锐化滤波器

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f(x + 1) - f(x)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x + 1) + f(x - 1) - 2f(x)$$

空域锐化

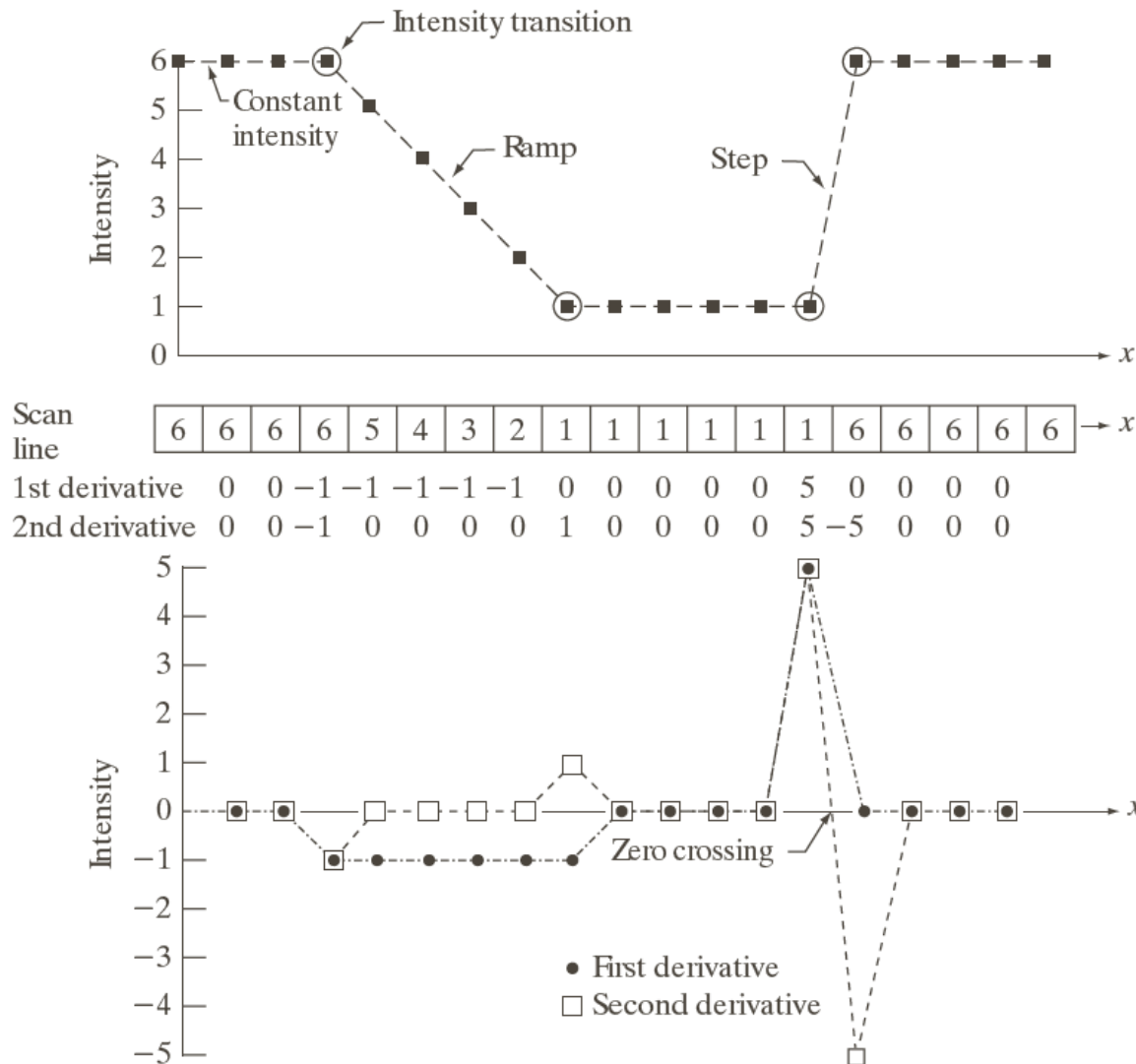


FIGURE 3.36 Illustration of the first and second derivatives of a 1-D digital function representing a section of a horizontal intensity profile from an image. In (a) and (c) data points are joined by dashed lines as a visualization aid.

一阶微分锐化图像

- 分析表明微分可以**突出高频成分**，从而使图象轮廓清晰。因此在空间域可用微分法锐化图象。
- 图象处理中常用的微分方法是“梯度法”，即用梯度作为锐化图象的度量。对于数字图象，则用差分来表示梯度。
- 实际应用中，为了获得各向同性的度量，用梯度的模代替梯度。

一阶微分锐化图像

□ 典型的差分运算，可表示为：

$$G[f(x, y)] \approx |f(x, y) - f(x-1, y)| + |f(x, y) - f(x, y-1)|$$

0	0
-1	1

0	-1
0	1

直接差分算子

梯度算子

- Roberts算子
- Sobel算子
- Prewitt算子
- Kirsch算子

空间频率的滤波
也可以在空间域
来实现

-1	0
0	1

0	-1
1	0

-1	-2	-1
0	0	0
1	2	1

-1	0	1
-2	0	2
-1	0	1

-1	-1	-1
0	0	0
1	1	1

-1	0	1
-1	0	1
-1	0	1

5	5	5
-3	0	-3
-3	-3	-3

-3	5	5
-3	0	5
-3	-3	-3

梯度算子

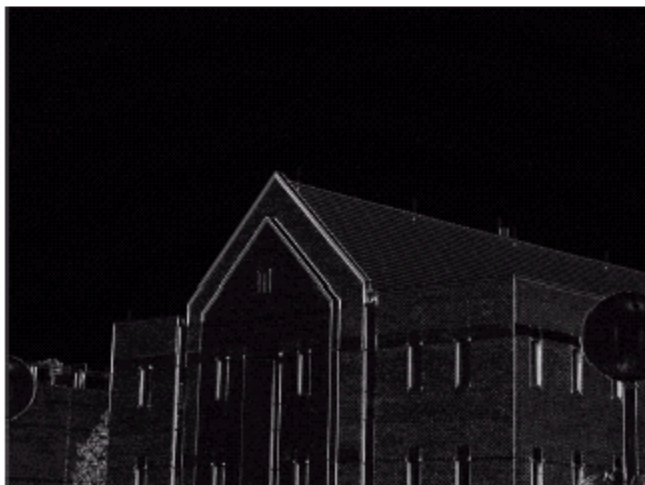
原图



$|G_y|$



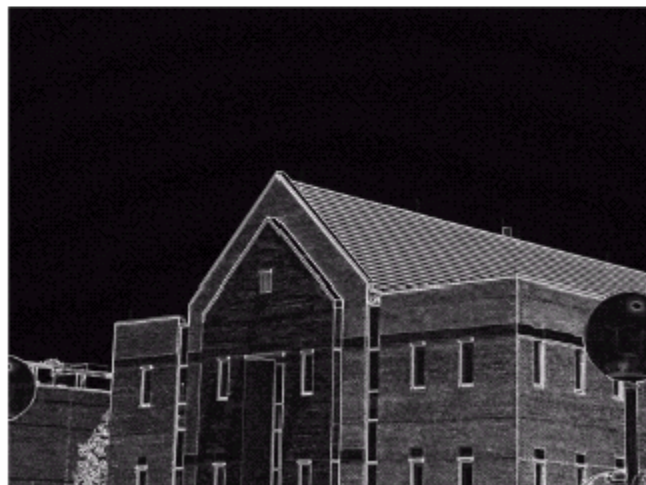
$|G_x|$



$|G_x|$

+

$|G_y|$

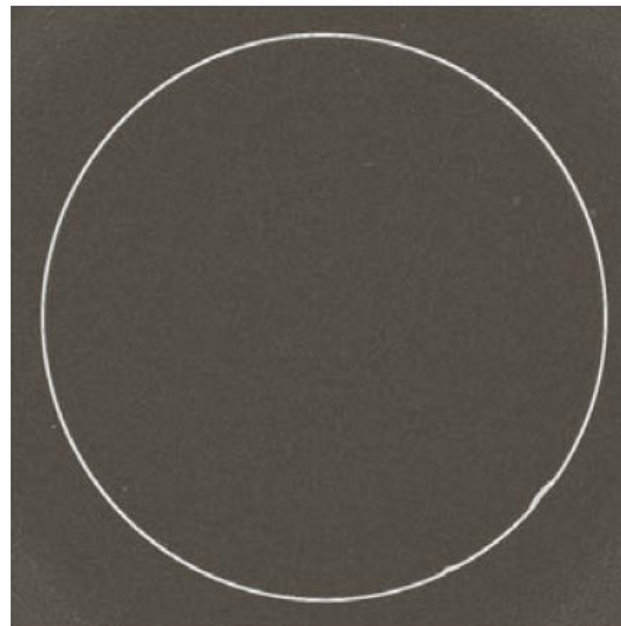
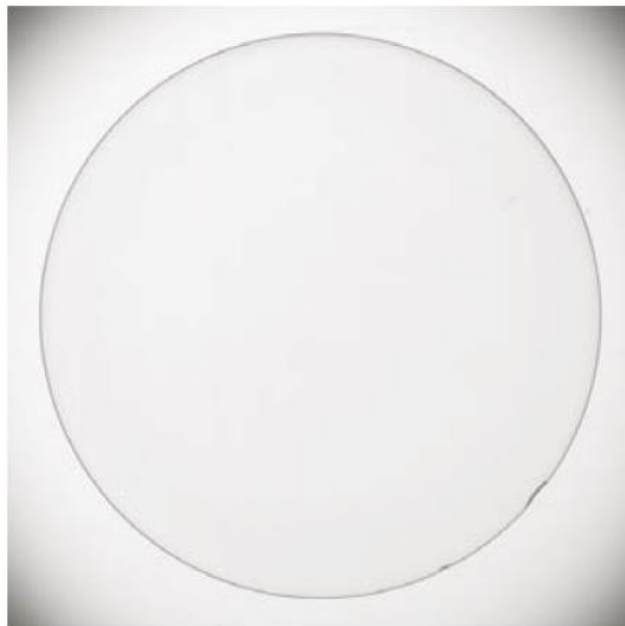


一阶微分锐化图像

- 基于Sobel算子的一阶锐化
 - 对图象施加了平滑和差分操作

-1	-2	-1
0	0	0
1	2	1

-1	0	1
-2	0	2
-1	0	1



a b

FIGURE 3.42
 (a) Optical image of contact lens (note defects on the boundary at 4 and 5 o'clock).
 (b) Sobel gradient.
 (Original image courtesy of Pete Sites, Perceptics Corporation.)

拉普拉斯算子

- 图像函数 $f(x, y)$ 的拉普拉斯变换定义为

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

- 几种常用的拉普拉斯算子模板：

- 如何基于上面定义，得到下面模板形式？

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \approx f_x(x + 0.5, y) - f_x(x - 0.5, y) = f(x + 1, y) - 2f(x, y) + f(x - 1, y)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \approx f_y(x, y + 0.5) - f_y(x, y - 0.5) = f(x, y + 1) - 2f(x, y) + f(x, y - 1)$$

0	1	0
1	-4	1
0	1	0

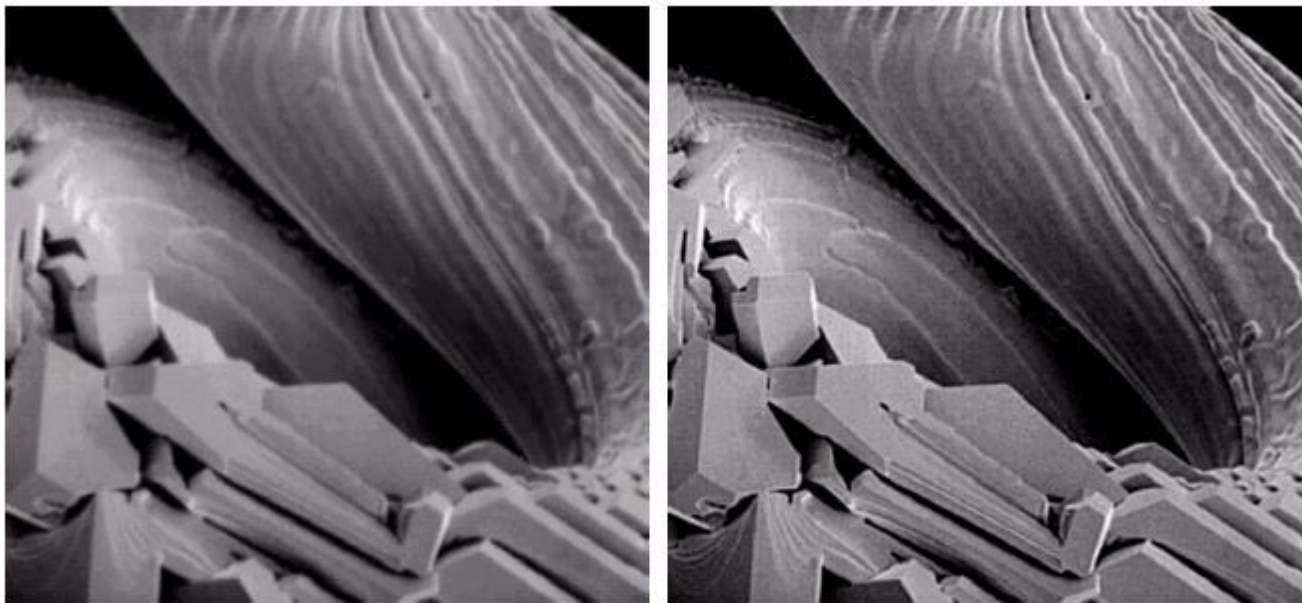
0	-1	0
-1	4	-1
0	-1	0

1	1	1
1	-8	1
1	1	1

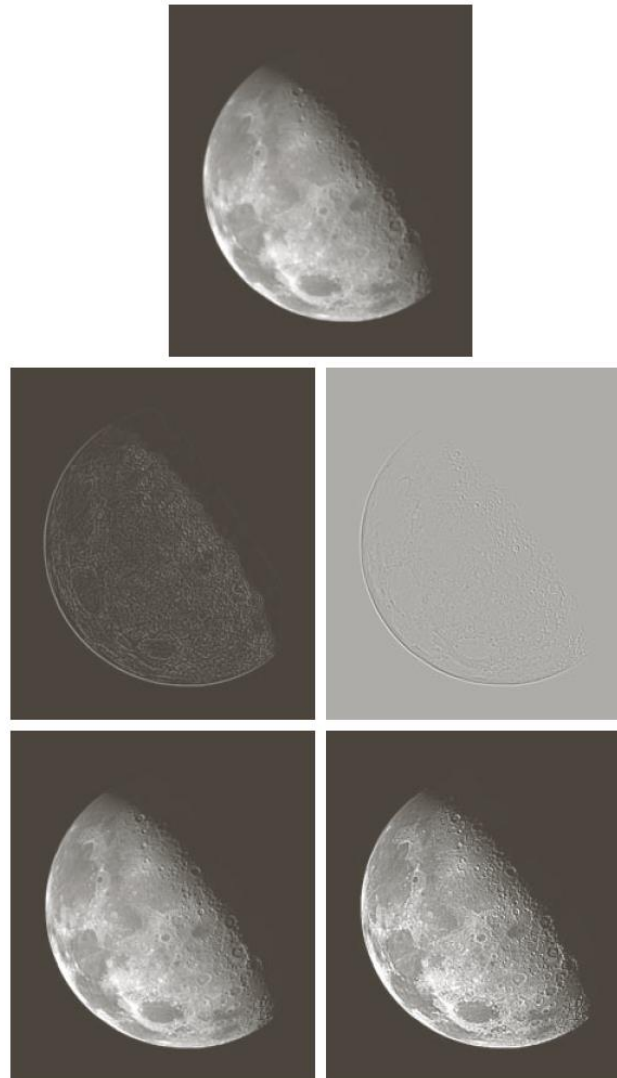
-1	-1	-1
-1	8	-1
-1	-1	-1

使用拉普拉斯算子进行图像增强

$$g(x, y) = \begin{cases} f(x, y) - \nabla^2 f(x, y) & \text{如果拉普拉斯掩模中心系数为负} \\ f(x, y) + \nabla^2 f(x, y) & \text{如果拉普拉斯掩模中心系数为正} \end{cases}$$



使用拉普拉斯算子进行图像增强



a
b c
d e

FIGURE 3.38

(a) Blurred image of the North Pole of the moon.
(b) Laplacian without scaling.
(c) Laplacian with scaling. (d) Image sharpened using the mask in Fig. 3.37(a). (e) Result of using the mask in Fig. 3.37(b). (Original image courtesy of NASA.)