2.2 用逻辑代数的公理、定理和规则证明下列表达式:

(4) ABC +
$$\overline{A}$$
 \overline{B} \overline{C} = $\overline{A\overline{B} + B\overline{C} + \overline{A}C}$

答案:
$$\overline{AB} + B\overline{C} + \overline{AC} = \overline{AB} \cdot \overline{BC} \cdot \overline{AC}$$

$$= (\overline{A} + B)(\overline{B} + C)(A + \overline{C})$$

$$= (\overline{A} \cdot \overline{B} + \overline{AC} + BC)(A + \overline{C})$$

$$= \overline{A} \overline{B} \overline{C} + ABC$$

解析: 根据反演规则推导, 然后化简即可。

2.4 求下列函数的反函数和对偶函数:

(3)
$$F = (\overline{A} + B)(C + D \overline{AC})$$

答案:
$$\overline{F} = A\overline{B} + \overline{C}(\overline{D} + \overline{A} + \overline{C})$$

 $F' = \overline{A}B + C(D + \overline{A} + \overline{C})$

解析: 求反函数和对偶函数时不需要进行化简, 直接转换就可以了。

注意处理时是针对每一个单独的变量,不管是反函数还是对偶函数都不能改变原来的计算顺序。

2.6 用代数化简法求下列逻辑函数的最简与-或表达式:

(4)
$$F = BC + D + \overline{D}(\overline{B} + \overline{C})(AC + B)$$

答案: $F = BC + D + \overline{D}(\overline{B} + \overline{C})(AC + B)$
 $= BC + D + (\overline{B} + \overline{C})(AC + B)$ (消去法A + $\overline{A}B = A + B$)
 $= BC + D + \overline{BC}(AC + B)$
 $= BC + D + (AC + B)$ (消去法A + $\overline{A}B = A + B$)
 $= BC + B + D + AC$ (吸收法A + $AB = A$)

解析: 利用吸收和消去法等规则进行化简。

2.7 将下列逻辑函数表示成"最小项之和"及"最大项之积"的简写形式:

(2)
$$F(A, B, C, D) = \overline{A} \overline{B} + ABD + B + CD$$

答案:
$$F(A, B, C, D) = \overline{A} \, \overline{B} \cdot \overline{ABD} + B + CD = (A + B)(\overline{A} + \overline{B} + \overline{D}) + B + CD$$

$$= A\overline{B} + A\overline{D} + \overline{A}B + B\overline{D} + B + CD = A + B + CD$$

$$= \sum m (3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15)$$

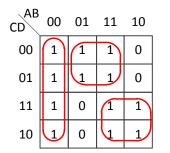
$$= \prod M (0, 1, 2)$$

解析: (1)写成简写形式可以先将表达式进行适当的化简(不一定要最简状态),得到的表达式进行配项得到所有的最小项。对于 4 个变量以内的表达式,可以通过卡诺图的方法得到所有的最小项。建议使用第二种方法。

- (2) 求出表达式的所有最小项后,可以利用最小项和最大项的关系,直接 写出最大项表达式,就是最小项中没出现的下标对应的最大项。
 - (3) 注意题目要求简写形式。
- 2.8 用卡诺图化简法求出下列逻辑函数的最简与-或表达式和最简或-与表达式:

(1)
$$F(A, B, C, D) = \overline{A} \overline{B} + \overline{A} \overline{C}D + AC + B \overline{C}$$

答案:



CD	00	01	11	10
00	1	1	1	0
01	U	1	1	0
11	1	0	1	1
10	1	0	1	U

CD	00	01	11	10
00	1	1	1	0
01	1	1	1	0
11	1	0	1	1
10	1	0	1	1

图 2.1(a) 最简与或表达式 1 图 2.1(b) 最简与或表达式 2 图 2.1(c) 最简或与表达式

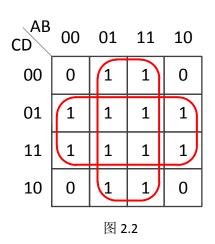
最简与或表达式 1: $\mathbf{F}(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}) = \overline{\mathbf{A}} \overline{\mathbf{B}} + \mathbf{AC} + \mathbf{B} \overline{\mathbf{C}}$

最简与或表达式 2: $\mathbf{F}(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}) = \overline{\mathbf{A}} \overline{\mathbf{C}} + \mathbf{A} \mathbf{B} + \overline{\mathbf{B}} \mathbf{C}$

最简或与表达式: $F(A, B, C, D) = (A + \overline{B} + \overline{C})(\overline{A} + B + C)$

(2) $F(A, B, C, D) = BC + D + \overline{D}(\overline{B} + \overline{C})(AD + B)$

答案:



F(A, B, C, D) = B + D (即时最简与或表达式,又是最简与或表达式)

解析: (1)卡诺图的画法必须要规范: 必须标明 ABCD 变量; 必须在上侧和右侧标明 00,01,11,10,因为卡诺图排列的方式不唯一; 4 变量必须画成 4*4 的方格,如果画成 8*2 的方格时要变成分成两个 4*2 的表格,否则重叠相邻关系不能表达出来。

- (2) 在使用卡诺图化简时,一定要在卡诺图上画上表示必要质蕴涵项的卡诺圈,注意不是所有的卡诺圈,也可以这样理解,画出的卡诺圈与最简的与或表达式中的与项一一对应。
 - (3)卡诺图化简的时候,求出的最简表达式并不一定是唯一的。
 - (4) 注意 4 个边角也可以画一个卡诺圈的。
- 2.10 某函数的卡诺图如图 2.18 所示(图见电子教材),请回答如下问题:
- (1) 若 $b=\bar{a}$,则当a取何值时能得到最简的与或表达式?
- (2) 若 a, b 均任意,则 a 和 b 各取何值时能得到最简的与-或表达式。

答案: (1) a=1, b=0 时, $F = \overline{B} \overline{C} + C\overline{D} + A\overline{C}D$

(2) a=1, b=1 时, $F = \overline{B}\overline{C} + C\overline{D} + A\overline{C}$

解析:这道题的描述存在一些问题,无论 a 和 b 取何值,我们都能够得到最简的与或表达式,这里是指得到的最简表达式与项数最少并且每个与项的变量数最少。