

《离散数学一》考试样题

A 卷 闭卷 考试时间：__年__月__日

班级_____学号_____学生姓名_____

题号	一	二	三	四				总分	核对人
题分	15	15	40	30				100	
得分									

得分	评卷人

一. 单项选择题。(每小题 3 分，总共 15 分)

- () (1) 设 P, Q 是命题变元，则 $\neg(P \leftrightarrow Q) \rightarrow ((P \vee Q) \wedge \neg(P \wedge Q))$ 的类型是
 A. 不是命题公式 B. 是永真公式
 C. 是永假公式 D. 是可满足公式
- () (2) 下述公式中错误的为
 A. $\forall x(P(x) \wedge Q(x)) \Leftrightarrow \forall xP(x) \wedge \forall xQ(x)$
 B. $\exists x(P(x) \vee Q(x)) \Leftrightarrow \exists xP(x) \vee \exists xQ(x)$
 C. $\forall x(P(x) \vee Q(x)) \Leftrightarrow \forall xP(x) \vee \forall xQ(x)$
 D. $\exists x(P(x) \wedge Q(x)) \Rightarrow \exists xP(x) \wedge \exists xQ(x)$
- () (3) 集合 A, B 满足 $A - B = \Phi$ ，则下面哪个式子可能不成立
 A. $A \subseteq B$ B. $\overline{B} \subseteq \overline{A}$ C. $A \cap B = A$ D. $A \cap B = B$
- () (4) 下列哪一个集合是可数集
 A. 有理数集 B. 无理数集 C. 实数集 D. 复数集
- () (5) R 是集合 A 上的关系，下列哪个命题不成立
 A. 若 R 自反，则 R^2 自反；
 B. 若 R 对称，则 R^2 对称；
 C. 若 R 反对称，则 R^2 反对称；
 D. 若 R 传递，则 R^2 传递。

() 6. N ($N > 2$) 阶完全图一定是:

(A) 偶图(二部图) (B) 哈密顿图

(C) 欧拉图 (D) 平面图

() 7. 长为 7 的圈图 (环) 的色数是:

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

() 8. 高度为 5 的正则 (完全) 二元树的树叶数至少是

(A) 5 (B) 6 (C) 31 (D) 32

得分	评卷人

二. 填空 (每个 3 分, 共 15 分)

(1) 论域为实数集, 则逻辑表达式 $\forall x \exists y ((x > y) \rightarrow (y > x))$ 的真值是_____;

(2) 设变元 x 的个体域为 $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, 将谓词函数的量词去掉

$\neg \forall x A(x) =$ _____;

(3) $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 则满足 $A \cup C = B$ 的集合 C 有_____个;

(4) 集合 A 、 B 满足: $|A| = 3$, $|B| = 6$, 则 A 到 B 的单射函数有_____个;

(5) 二元关系 $R = \{(1, 1), (1, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 4)\}$ 的对称闭包是:

_____.

(6) 一个 10 个顶点 7 条边的简单无环图的连通分支 (分图) 数是_____个;

(7) 简单平面图的顶点数是 8, 则其边数至多是_____;

(8) 一个图有 16 条边, 且每个顶点都是 2 度, 则该图中有_____个顶点。

得分	评卷人

三. 计算与解答题(40 分)

(1) 符号化下列命题：（使用全总个体域）

某些病人喜欢所有医生，但是没有病人喜欢骗子。（6 分）

(2) 求 $\neg(r \rightarrow s) \vee \neg t$ 的主析取范式（6 分）

(3) 下面 0-1 阵表示的集合 $A=\{a, b, c\}$ 上的二元关系：

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

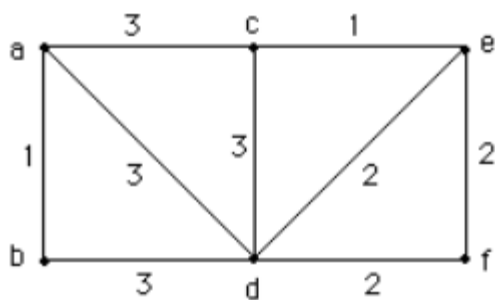
写出该二元关系； 判断是否为偏序，并说明理由；如果是偏序，请画出相应的 Hasse 图；是不是全序？（8 分）

(4) 判断蕴含关系 $P \rightarrow (Q \rightarrow R) \Rightarrow (P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow R)$ 是否成立，并说明理由。（8 分）

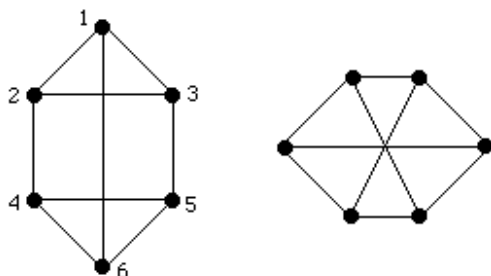
- (5) \mathbb{Z} 是整数集，函数 $F: \mathbb{Z}^2 \rightarrow \mathbb{Z}^2$, $F(m, n) = (m+2n, 2m+n)$ ，请问： F 是否为单射，是否为满射？并说明理由。（6 分）

- (6) 集合 $\{a, b, c, d\}$ 上的关系 R 和 S ，其中 $R = \{(a, b), (a, d), (b, c), (c, c), (d, a)\}$ ， $S = \{(a, c), (b, d), (d, a)\}$ 。计算复合关系 $R \circ S$ 和 $S \circ R$ 。（6 分）

- (7) 求下图的最小生成树：（6 分）



- (8) 判断下面两个图是否同构。如果不同构，说明理由；如果同构，请建立图之间的同构映射。（6分）



- (9) 构造一个图模型，用来表示华中科技大学所有学生跟所有的选修课之间的关系。这个图是否为偶图，为什么？从图中，如何统计一个人选修的课的数目？该图可能为多重图吗？存在单边弧（两端点相同的边）吗？（8分）

- (10) 一棵树有 4 个度为 2 的结点，3 个度为 3 的结点，2 个度为 4 的结点，其它结点度均为 1，试求这棵树共有多少结点。（6分）

得分	评卷人

四．证明题与综合题。(30 分)

(1) 用“形式证明”的方法证明如下问题：

甲或乙是劳动模范。如果甲是劳动模范，则工会会贴出宣传海报。
如果乙是劳动模范，则丙也是劳动模范。工会没有贴出宣传海报。
试问：谁是劳动模范？（ 10 分）

(2) 假设 R 是非空有限集合 A ($|A|=n$) 上的一个二元关系，如何求出 A 上的包含 R 的最小的等价关系，并说明理由。注：最好是能写出一个计算这个等价关系的公式。（ 10 分）

(3) 设有函数 $f: A \rightarrow B$, $g: B \rightarrow C$, $h: C \rightarrow A$, 且 hgf 和 gfh 是满射, fhg 是单射, 试证明 f, g, h 都是双射。

(4) 设简单图 G 有 n 个结点, $n+1$ 条边, 证明 G 中至少有一个结点的度 ≥ 3 。