2.2 用逻辑代数的公理、定理和规则证明下列表达式：

（4）$ABC + \bar{A}\,\bar{B}\,\bar{C} = \overline{A\bar{B} + B\bar{C} + \bar{A}C}$

答案： $\overline{\mathbf{A\bar{B} + B\bar{C} + \bar{A}C}} = \overline{\mathbf{A\bar{B}}} \cdot \overline{\mathbf{B\bar{C}}} \cdot \overline{\mathbf{\bar{A}C}}$

$= (\bar{\mathbf{A}} + \mathbf{B})(\bar{\mathbf{B}} + \mathbf{C})(\mathbf{A} + \bar{\mathbf{C}})$

$= (\bar{\mathbf{A}} \cdot \bar{\mathbf{B}} + \bar{\mathbf{A}}\mathbf{C} + \mathbf{BC})(\mathbf{A} + \bar{\mathbf{C}})$

$= \bar{\mathbf{A}}\,\bar{\mathbf{B}}\,\bar{\mathbf{C}} + \mathbf{ABC}$

解析：根据反演规则推导，然后化简即可。

2.4 求下列函数的反函数和对偶函数：

（3）$F = (\bar{A} + B)(C + D\,\overline{AC})$

答案： $\bar{\mathbf{F}} = \mathbf{A\bar{B}} + \bar{\mathbf{C}}\left(\bar{\mathbf{D}} + \overline{\bar{\mathbf{A}} + \bar{\mathbf{C}}}\right)$

$\mathbf{F'} = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{B} + \mathbf{C}(\mathbf{D} + \overline{\mathbf{A} + \mathbf{C}})$

解析：求反函数和对偶函数时不需要进行化简，直接转换就可以了。

注意处理时是针对每一个单独的变量，不管是反函数还是对偶函数都不能改变原来的计算顺序。

2.6 用代数化简法求下列逻辑函数的最简与-或表达式：

（4）$F = BC + D + \bar{D}(\bar{B} + \bar{C})(AC + B)$

答案： $\mathbf{F = BC + D + \bar{D}(\bar{B} + \bar{C})(AC + B)}$

$\mathbf{= BC + D + (\bar{B} + \bar{C})(AC + B)}$ （消去法$\mathbf{A + \bar{A}B = A + B}$）

$\mathbf{= BC + D + \overline{BC}(AC + B)}$

$\mathbf{= BC + D + (AC + B)}$ （消去法$\mathbf{A + \bar{A}B = A + B}$）

$\mathbf{= BC + B + D + AC}$

$\mathbf{= B + D + AC}$ （吸收法$\mathbf{A} + AB = \mathbf{A}$）

解析：利用吸收和消去法等规则进行化简。

2.7 将下列逻辑函数表示成“最小项之和”及“最大项之积”的简写形式：

（2）$F(A, B, C, D) = \overline{\bar{A}\,\bar{B} + ABD} + B + CD$

答案：$\mathbf{F(A,B,C,D)=\overline{\overline{A}\,\overline{B}}\cdot\overline{ABD}+B+CD=(A+B)(\overline{A}+\overline{B}+\overline{D})+B+CD}$

$$\mathbf{=A\overline{B}+A\overline{D}+\overline{A}B+B\overline{D}+B+CD=A+B+CD}$$

$$\mathbf{=\sum m\,(3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15)}$$

$$\mathbf{=\prod M\,(0,1,2)}$$

解析：（1）写成简写形式可以先将表达式进行适当的化简（不一定要最简状态），得到的表达式进行配项得到所有的最小项。对于 4 个变量以内的表达式，可以通过卡诺图的方法得到所有的最小项。建议使用第二种方法。

（2）求出表达式的所有最小项后，可以利用最小项和最大项的关系，直接写出最大项表达式，就是最小项中没出现的下标对应的最大项。

（3）注意题目要求简写形式。

2.8 用卡诺图化简法求出下列逻辑函数的最简与-或表达式和最简或-与表达式：

（1）$\mathrm{F(A,B,C,D)}=\overline{A}\,\overline{B}+\overline{A}\,\overline{C}D+AC+B\,\overline{C}$

答案：

CD \ AB	00	01	11	10
00	1	1	1	0
01	1	1	1	0
11	1	0	1	1
10	1	0	1	1

图 2.1(a) 最简与或表达式 1

CD \ AB	00	01	11	10
00	1	1	1	0
01	1	1	1	0
11	1	0	1	1
10	1	0	1	1

图 2.1(b) 最简与或表达式 2

CD \ AB	00	01	11	10
00	1	1	1	0
01	1	1	1	0
11	1	0	1	1
10	1	0	1	1

图 2.1(c) 最简或与表达式

最简与或表达式 1：$\mathbf{F\,(A,B,C,D)=\overline{A}\,\overline{B}+AC+B\,\overline{C}}$

最简与或表达式 2：$\mathbf{F(A,B,C,D)=\overline{A}\,\overline{C}+AB+\overline{B}\,C}$

最简或与表达式：$\mathbf{F(A,B,C,D)=(A+\overline{B}+\overline{C})(\overline{A}+B+C)}$

（2）$\mathrm{F(A,B,C,D)}=BC+D+\overline{D}(\overline{B}+\overline{C})(AD+B)$

答案：

CD \ AB	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	1	1	1	1
11	1	1	1	1
10	0	1	1	0

图 2.2

$\mathbf{F(A,B,C,D) = B + D}$（即时最简与或表达式，又是最简与或表达式）

解析：（1）卡诺图的画法必须要规范：必须标明 **ABCD** 变量；必须在上侧和右侧标明 **00，01，11，10**，因为卡诺图排列的方式不唯一；**4** 变量必须画成 **4*4** 的方格，如果画成 **8*2** 的方格时要变成分成两个 **4*2** 的表格，否则重叠相邻关系不能表达出来。

（**2**）在使用卡诺图化简时，一定要在卡诺图上画上表示必要质蕴涵项的卡诺圈，注意不是所有的卡诺圈，也可以这样理解，画出的卡诺圈与最简的与或表达式中的与项一一对应。

（**3**）卡诺图化简的时候，求出的最简表达式并不一定是唯一的。

（**4**）注意 **4** 个边角也可以画一个卡诺圈的。

2.10 某函数的卡诺图如图 2.18 所示（图见电子教材），请回答如下问题：

（1）若 b=$\bar{a}$，则当a取何值时能得到最简的与或表达式？

（2）若 a，b 均任意，则 a 和 b 各取何值时能得到最简的与-或表达式。

答案：（1）a=1，b=0 时，$\mathbf{F = \bar{B}\,\bar{C} + C\bar{D} + A\bar{C}D}$

（2）a=1，b=1 时，$\mathbf{F = \bar{B}\,\bar{C} + C\bar{D} + A\bar{C}}$

解析：这道题的描述存在一些问题，无论 **a** 和 **b** 取何值，我们都能够得到最简的与或表达式，这里是指得到的最简表达式与项数最少并且每个与项的变量数最少。