

2022 级问题求解（四）

摸底测验

2024 年 2 月 29 日

14:00-15:50

一. 题目概况

中文题目名称	机器人	拍照片	规划路线	分组
英文题目名称	robot	photo	road	divide
测试点数目	10	10	10	20
每个测试点分值	10	10	10	5
附加样例文件	有	有	有	有
结果比较方式	全文比较（过滤行末空格及文末回车）			special judge
题目类型	传统	传统	传统	传统
运行时间上限	1000ms	1000ms	3000ms	1000ms
运行内存上限	256M	256M	256M	256M

二. 编译选项

对于 C 语言	-std=c17 -static -march=native -O2 -fno-strict-aliasing -DONLINE_JUDGE
对于 C++ 语言	-std=c++20 -static -march=native -O2 -fno-strict-aliasing -DONLINE_JUDGE

三. 注意事项:

- 1、语言限定：C/C++。其他语言提交不计入分数。
- 2、考试过程中严格遵守学校相关闭卷考试纪律，若有违反，按照学校规定严肃处理。
- 3、考试过程中若对题意有疑问，可举手提出。

1, 机器人

【问题描述】

zty 特别喜欢机器人。

在一个 $n * m$ 的网格中有 k 个机器人，格子之间可能有障碍。

你可以进行任意次操作，每次操作可以选择上、下、左、右四个方向中的任意一个，使所有的机器人向该方向移动一个单位。对于每个机器人，若该方向存在障碍物或将超出网格边界，则不移动。

若某一时刻，在一个位置上有 v 个机器人，则会产生 $v * v$ 的能量。网格的能量为所有位置的能量之和。

zty 想知道，在进行任意次操作之后，网格最大的能量之和是多少？

【输入格式】

第一行三个整数 n 、 m 、 k ，其含义见题目描述。

接下来 n 行，每行 $m - 1$ 个 $0/1$ 变量。若第 i 行第 j 个变量为 0 ，则代表位置 (i, j) 和位置 $(i, j + 1)$ 之间有障碍物。若其为 1 ，则没有障碍物。

接下来 $n - 1$ 行，每行 m 个 $0/1$ 变量。若第 i 行第 j 个变量为 0 ，则代表位置 (i, j) 和位置 $(i + 1, j)$ 之间有障碍物。若其为 1 ，则没有障碍物。

接下来 k 行，每行两个正整数 x 、 y ，表示 k 个机器人的初始位置坐标。可能会有两个机器人，初始时位于同一个位置。

【输出格式】

输出共一行，一个整数，表示任意次操作后网格最大的能量之和。

【输入输出样例一】

4 5 5	13
1 1 0 0	
1 0 1 1	
0 1 0 0	
1 1 1 0	
1 1 1 1 1	
1 0 0 0 1	
0 1 0 1 1	
2 4	
2 5	
3 2	
3 3	
4 2	

见 sample/robot 文件夹下 robot1.in / robot1.out

【输入输出样例一解释】

	1	2	3	4	5
1					
2				*	*
3		*	*		
4		*			

其中一种可行的操作序列为：左、下、左。

初始时，5 个机器人分别在(4, 2)、(3, 2)、(3, 3)、(2, 4)、(2, 5)。

第一次操作结束后，5 个机器人分别在(4, 1)、(3, 2)、(3, 2)、(2, 3)、(2, 4)。

第二次操作结束后，5 个机器人分别在(4, 1)、(4, 2)、(4, 2)、(2, 3)、(2, 4)。

第三次操作结束后，5 个机器人分别在(4, 1)、(4, 1)、(4, 1)、(2, 3)、(2, 3)。

终止操作。

此时有 3 个机器人在 (4, 1)，产生 $3*3=9$ 的能量。2 个机器人在 (2, 3)，产生 $2*2=4$ 的能量。能量总和为 13。

可以证明，13 为最大的能量总和。

【输入输出样例二】

见 sample/robot 文件夹下 robot2.in / robot2.out

【输入输出样例三】

见 sample/robot 文件夹下 robot3.in / robot3.out

【数据规模与约定】

本题共有 10 个测试点。

对于测试点 1， $k = 1$ 。

对于测试点 2-3， $k = 2$ 。

对于测试点 4-6， $m = 1$ 。

对于测试点 7-8， $1 \leq n, m \leq 50, 1 \leq k \leq 100$ 。

对于测试点 9-10， $1 \leq n, m \leq 600, 1 \leq k \leq 10^5$ 。

【提醒】

能量可能会超过 int 的表示范围。

2, 拍照片

【问题描述】

zty 特别喜欢拍照片。

问题求解班上一共有 n 名同学。编号为 $1 \sim n$ 。我们假设, 对于任意两名不同的同学, 他们的身高是**不同**的。zty 需要知道**任意**两个人的身高大小关系。现有 m 条信息, 每条信息形如 “a b”, 代表 a 同学比 b 同学矮。

zty 想知道这 m 条信息**是否存在矛盾**? 若**不存在矛盾**, 是否根据这些信息可以推断出**任意**两名同学的身高大小关系?

【输入格式】

第一行一个整数 T , 代表数据组数。

对于每组数据:

第一行两个正整数 n, m , 其含义见题目描述。

接下来 m 行, 每行两个正整数 a, b , 代表 a 比 b 矮。

【输出格式】

T 行, 对于每组测试数据, 若信息不存在矛盾, 且可以推断出任意两名同学的身高大小关系, 则输出 “YES”; 否则, 输出 “NO” (均不包含引号)。

【输入输出样例一】

3	NO
3 3	YES
1 2	NO
2 3	
3 1	
4 5	
2 3	
1 4	
1 2	
3 4	
1 3	
4 4	
1 2	
1 3	
2 4	
3 4	

见 sample/photo 文件夹下 photo1.in / phtot1.out

【输入输出样例二】

见 sample/photo 文件夹下 photo2.in / phtot2.out

【温馨提醒】

在多组数据的情况下, 需要保证在每一组数据读入时, 所有有关、可能会受到影响的变量、数组都已清空。

例如、记录状态的数组、图的存储等。

【数据规模与约定】

本题共有 10 个测试点。

对于测试点 1, $T = 1, 1 \leq n, m \leq 20$ 。

对于测试点 2-3, $1 \leq n, m \leq 20$ 。

对于测试点 4-5, $1 \leq n \leq 200, 1 \leq m \leq 500$ 。

对于测试点 6-7, $1 \leq n \leq 2000, 1 \leq m \leq 5000$ 。

对于测试点 1-10, $1 \leq T \leq 10, 1 \leq n \leq 100000, 1 \leq m \leq 200000, 1 \leq a, b \leq n$ 。

【获取部分得分的一种思路】

(以下内容请在弃疗时查看)

若你不会满分做法, 这里为你提供一种获取部分得分的思路。该题做法较多, 仅供参考。

处理出数组 $f[x][y] = 1 / 0$ 代表是否可以推断出 x 比 y 矮。

原题等价于:

- $f[x][x] = 0$ 满足。

- 对于不同的 x 和 y , $f[x][y] = 1 / f[y][x] = 1$ 仅满足一个。

所以关键在于: 如何处理出 f 数组。

若可以在 $O(n^3)$ 的时间内处理出 f 数组, 则可获得 50 分。

若可以在 $O(n^2)$ 的时间内处理出 f 数组, 则可获得 70 分。

注意在写代码时, 哪个数组需要清空, 什么时候需要清空。

3, 规划路线

【问题描述】

zty 特别喜欢做规划。

在寒假里, 小 A 计划带着小 B 在新学期的周末出去游玩。充满计划性的小 A 找到了 $n+1$ 个市内的景点 (编号从 0 到 n), 他们之间由 m 条单向道路链接。经过精挑细选后, 选择了其中最喜歡的 k 个不同的景点, 列在了一张清单上。

zty 给出了一个建议: 在考完试后, 先挑选两个在清单上的不同的景点进行游玩。面对有选则困难症的小 A, zty 又建议: 小 B 比较懒, 可能不想在游玩完一个景点之后, 在前往另一个景点的路上花太多时间, 因此可以选取两个在清单上且互不相同的景点, 且从第一个景点到第二个景点的距离最近。

热心的 zty 决定帮忙帮到底, 他想知道, 这个最近的距离是多少?

【输入格式】

第一行一个正整数 T , 代表数据组数。

第二行三个正整数 n 、 m 、 k , 其含义见题目描述。

接下来 m 行, 每行包括三个整数 x 、 y 、 z , 代表景点 x 和景点 y 之间有一条距离为 z 的单向道路。

接下来一行, k 个互不相同的正整数, 表示在清单上的景点编号。

【输出格式】

T 行, 对于每组测试数据, 输出一个整数, 表示在清单上的两个不同景点之间的距离最小值。

【输入输出样例一】

1 10 10 5 1 2 10000 2 4 1364 1 3 587 1 4 4749 7 3 8762 3 5 9972 5 8 244 4 6 5759 6 9 3047 4 7 5961 5 7 9 2 1	7325
--	------

见 sample/road 文件夹下 road1.in / road1.out

【输入输出样例一解释】

景点间最短距离为从 2 到 7, 距离为 7325。

【输入输出样例二】

见 sample/road 文件夹下 road2.in / road2.out

【输入输出样例三】

见 sample/road 文件夹下 road3.in / road3.out

【温馨提醒】

在多组数据的情况下，需要保证在每一组数据读入时，所有有关、可能会受到影响到的变量、数组都已清空。

例如、记录状态的数组、图的存储等。

若你需要特判数据范围，请注意数据规模与数组大小之间的问题。例如：若用二维数组处理读入， $g[x][y]$ 代表 x 到 y 之间有一条边。当处理到测试点 6-7 时，若代码仍然执行该操作（ $g[x][y] = 1$ ），则会直接导致数组越界。

【数据规模与约定】

本题共有 10 个测试点。

对于测试点 1, $n = 2$ 。

对于测试点 2-3, $1 \leq n \leq 10$ 。

对于测试点 4-5, $1 \leq n \leq 500$, $1 \leq k \leq 20$ 。

对于测试点 6-7, $1 \leq n \leq 100000$, $k = 2$ 。

对于测试点 1-10, $1 \leq T \leq 5$, $1 \leq n \leq 100000$, $1 \leq m \leq 500000$, $2 \leq k \leq n$, $0 \leq x, y \leq n$, $0 \leq z \leq 2 \times 10^9$ 。保证 k 个在清单上的景点中，至少存在两个景点 a 、 b ，满足 a 到 b 有一条路径。

【提醒】

z 的范围较大， $z + z$ 可能就会超过 `int` 的最大表示范围。

4, 分组

【问题描述】

zty 特别喜欢做规划。

在寒假里, 小 A 计划带着小 B 在新学期的周末出去游玩。充满计划性的小 A 找到了 n 个市内的景点 (编号从 1 到 n), 他们之间由 $n-1$ 条双向道路链接, 并且任意两个景点可相互到达。经过精挑细选后, 选择了其中最喜欢的 k (k 为偶数) 个不同的景点, 列在了一张清单上。

zty 给出了一个建议: 考虑到以后还要很多次游玩的机会, 我们可以将 k 个景点分成 $k/2$ 组, 每组 2 个景点。为了增加陪伴小 B 的时间, 可以按照最大化组内两点距离之和的方式进行分组。

即假设第 i 组的两个景点编号是 u_i, v_i , 我们希望

$$\sum_{i=1}^{\frac{k}{2}} distance(u_i, v_i)$$

最大。其中 $distance(u, v)$ 代表 u, v 两点的最短距离。

热心的 zty 决定帮忙帮到底, 他想知道, 这个最大的总距离是多少? 划分出的每组又包含哪些景点?

为了对你的帮助表示感谢, 即使你给出的答案不完全正确, 也会获得一定的分数, 详见下方的评分标准。

【输入格式】

第一行一个整数 id , 表示测试点类型。(见数据规模与约定)

第二行两个正整数 n 和 k , 其含义见题目描述。

接下来 $n-1$ 行, 每行包括 3 个正整数 x, y, z , 代表景点 x 和景点 y 之间有一条距离为 z 的双向道路。

接下来一行, k 个互不相同的正整数, 表示在清单上的景点编号。

【输出格式】

第一行一个整数, 表示分组后距离之和。

接下来 $k/2$ 行, 每行两个正整数 x, y , 表示该组的景点编号。

【输入输出样例一】

0	70
10 6	10 8
1 2 4	6 7
1 3 5	5 9
2 5 1	
2 6 3	
3 7 6	
3 8 7	
1 4 8	
4 9 9	
4 10 10	
5 6 7 8 9 10	

见 sample/divide 文件夹下 divide1.in / divide1.out

【输入输出样例一解释】

样例输出为一种可行的可以得到 100% 分数的答案。

【输入输出样例二】

该样例符合 $id = 1$ 的构造。

见 sample/divide 文件夹下 divide2.in / divide2.out

【输入输出样例三】

该样例符合 $id = 1$ 的构造。

见 sample/divide 文件夹下 divide3.in / divide3.out

【输入输出样例四】

该样例符合 $id = 2$ 的构造。

见 sample/divide 文件夹下 divide4.in / divide4.out

【输入输出样例五】

该样例符合 $id = 2$ 的构造。

见 sample/divide 文件夹下 divide5.in / divide5.out

【输入输出样例六】

见 sample/divide 文件夹下 divide6.in / divide6.out

【输入输出样例七】

见 sample/divide 文件夹下 divide7.in / divide7.out

【评分标准】

case 1: 若你给出的是合法划分 ($k / 2$ 个分组, 每个组有两个景点, 所有在清单上的景点都出现在其中一个分组中), 且你给出的距离与该划分对应正确, 但与标准答案中的最大距离不同, 即可获得该测试点 **30%** 的分数。

case 2: 若你给出的最大距离与标准答案相同, 但该距离与你给出的划分对应不正确, 即可获得该测试点 **80%** 的分数。

case 3: 若你给出的最大距离与标准答案相同, 且该距离与你给出的划分对应正确即可获得该测试点 **100%** 的分数。

【数据规模与约定】

为方便起见, 我们用 id 表示测试点类型, 便于你判断图的类型。

若 $id = 0$, 则该数据为测试样例。

若 $id = 1$, 则该图为一链, 且 1 向 2 连边、2 向 3 连边、...、 $n - 1$ 向 n 连边。

若 $id = 2$, 则该图为菊花图, 且 1 向 2、3、4、...、 n 分别连边。

若 $id = 3$, 则无特殊限制。

注意: 输入不保证边连接的两点的顺序, 也不保证边的顺序。

本题共有 20 个测试点。

测试点编号	总分数	n	id
1-3	15	≤ 10	1
4-6	15	≤ 100000	
7-8	10	≤ 10	2
9-12	20	≤ 100000	
13-14	10	≤ 10	3
15-16	10	≤ 1000	
17-20	20	≤ 100000	

对于全部测试点：k 为偶数， $2 \leq k \leq n$ ， $1 \leq x, y \leq n$ ， $1 \leq z \leq 100$ 。

【提醒】

距离可能会超过 int 的表示范围。

【获取部分得分的一种思路】

若你不会正确做法，可以先不考虑输出方案。

是否能处理 id = 1 和 id = 2 的 case2? (id = 2 的不一定比 id = 1 难)

若可以，是否能处理 id = 3 的 case2?

对于 id = 1 和 id = 2，是否有简便的构造方案方法?

对于不能拿到 case2 得分的测试点，可以考虑拿 case1 的得分。