

# 《随机信号分析》实验讲义

大连理工大学 信息与通信工程学院

2015 年 9 月

本实验是与《随机信号与系统》课程配套的电子信息工程专业培养过程教学环节之一，面向大学三年级上学期的学生，主要包括基本实验、开放性实验、综合性实验、拓展性实验。通过本实验的锻炼，拟达到如下培养目的：

(1) 能加深学生对随机信号分析的基本原理、随机信号数字特征的估计、随机信号处理应用等知识的理解和巩固，使学生牢固掌握课程中的相关知识点。

(2) 增加学生对《随机信号与系统》课程“有用”、“有趣”的感性认识。以进一步激发学生的学习兴趣和学习热情，使学生能够深入钻研，增进其学习效果。

(3) 通过实验，锻炼学生综合运用所学基本知识，把抽象的理论转化为与实际相结合的知识，进一步提高学生理论联系实际，分析问题、解决问题的能力。

教学以课堂讲授和实验相结合方式进行。实验采取预习、实验方案设计、实际功能调试等方式，得出相关结论。教师以提问方式对学生预习、实验操作能力、实验情况和实验报告进行现场考核。

实践报告为半统一格式，内容包括：

| 实践内容 | 要求                       | 备注 |
|------|--------------------------|----|
| 研究内容 | 详细介绍研究的主要内容              |    |
| 研究背景 | 该领域的研究背景（需注明查阅的相关文献）     |    |
| 主要方法 | 实验方法的思路以及详细步骤            |    |
| 结果分析 | 分析实现的结果，并指出该方法的不足，存在的问题等 |    |
| 结果演示 | 程序执行。输出结果                |    |
| 解决方案 | 针对实验方案的不足，能否提出更好的解决方案    |    |
| 研究总结 | 对所用随机信号相关知识的总结           |    |

郭成安、李小兵、陈喆

2015 年 9 月

# 目 录

|                                      |    |
|--------------------------------------|----|
| 实验 1 均匀分布白噪声的生成 .....                | 1  |
| 实验 2 高斯分布白噪声的生成 .....                | 2  |
| 实验 3 随机信号相关函数估计 .....                | 3  |
| 实验 4 随机信号的功率谱分析（一） .....             | 4  |
| 实验 5 随机信号的功率谱分析（二） .....             | 5  |
| 实验 6 线性系统对随机信号的响应（一） .....           | 6  |
| 实验 7 线性系统对随机信号的响应（二） .....           | 7  |
| 实验 8 HILBERT 变换算法时域实现 .....          | 8  |
| 实验 9 HILBERT 变换算法频域实现 .....          | 9  |
| 实验 10 窄带平稳随机信号统计特性分析 .....           | 10 |
| 附加实验 .....                           | 11 |
| 实验 11 任意分布随机数的产生，统计特性分析及计算机仿真 .....  | 12 |
| 实验 12 相关分析应用一：信号周期检测 .....           | 13 |
| 实验 13 相关分析应用二：信号延迟估计 .....           | 14 |
| 实验 14 系统对随机信号的响应应用一：测定房间混响传递函数 ..... | 15 |
| 实验 15 功率谱分析应用二：窄带随机干扰信号的检测识别 .....   | 16 |
| 实验 16 功率谱分析应用三：谱减法去除语音信号中的噪声 .....   | 17 |

## 实验1 均匀分布白噪声的生成

### 1、实验目的

基于均匀分布伪随机数，掌握均匀分布白噪声典型生成方法。

### 2、基本原理

较简单的伪随机序列产生方法是采用数论中基于数环理论的线性同余法（乘同余法、混合同余法），其迭代公式的一般形式为  $f(x) = (r x + b) \text{ Mod } M$ ，其离散形式为  $s(n+1) = [r s(n) + b] \text{ Mod } M$ 。其中， $s(n)$  为  $n$  时刻的随机数种子， $r$  为扩展因子， $b$  为固定扰动项， $M$  为循环模， $\text{Mod } M$  表示对  $M$  取模。为保证  $s(n)$  的周期为  $M$ ， $r$  的取值应满足  $r = 4k + 1$ ， $M = 2^p$ ， $k$  与  $p$  的选取应满足： $r < M$ ， $r(M-1) + 1 < 2^{31}-1$ 。通常公式中参数常用取值为  $s(0)=12357$ ， $r=2045$ ， $b=1$ ， $M=1048576$ 。

### 3、实验设备

微型计算机、Matlab 开发环境

### 4、实验步骤

- (1) 编程实现产生 10000 个在  $[0, 1)$  区间均匀分布随机数。
- (2) 计算生成随机数的 1~4 阶矩，中位数，众数，频度直方图。

### 5、思考题

- (1) 如何提高生成效率？
- (2) 如何提高矩的计算效率？
- (3) 在给定区间  $[a, b)$  内的均匀分布白噪声如何得到？

## 实验2 高斯分布白噪声的生成

### 1、实验目的

基于均匀分布伪随机数，掌握高斯分布白噪声典型生成方法。

### 2、基本原理

(1) 变换抽样法，如果  $X_1$ 、 $X_2$  是两个互相独立的均匀分布随机数，那么如下  $Y_1$ 、 $Y_2$  是期望为  $m$ ，方差为  $\sigma^2$  的高斯分布函数，且互相独立：
$$\begin{cases} Y_1 = \sigma\sqrt{-2\ln X_1} \cos(2\pi X_2) + m \\ Y_2 = \sigma\sqrt{-2\ln X_1} \sin(2\pi X_2) + m \end{cases}$$
。为简单起见，可以令期望  $m=0$ ，方差为  $\sigma^2=1$ 。

(2) 较简单的高斯白噪声产生方法是基于概率论中的中心极限定理。即无穷多个同分布随机变量之和构成随机变量服从高斯分布。方便起见，可用  $N$  个（通常  $N=12$ ）均匀分布随机变量之和  $X_i$  近似高斯分布随机变量。若  $X_i$ ， $i = 0, 1, \dots, 11$  在  $[0, 1)$  上服从均匀分布，则  $Y = \sum_{i=0}^{11} X_i - 6$  近似服从均值为 0，方差为 1 的高斯分布。

### 3、实验设备

微型计算机、Matlab 开发环境

### 4、实验步骤

(1) 编程实现产生 10000 个  $N(3, 4)$  高斯随机数。

(2) 计算生成随机数的 1~4 阶矩，最大值，最小值，频度直方图。

### 5、思考题

(1) 如何提高生成效率？

(2) 均值为  $a$ 、方差为  $b^2$  的高斯随机序列如何得到？

(3) 如何检验白噪声的质量？

## 实验3 随机信号相关函数估计

### 1、实验目的

掌握随机信号相关函数计算、相关分析及实现

### 2、基本原理

离散随机序列自相关函数定义为  $R_x(m)=E[x(n)x(n+m)]$ 。对于各态历经随机过程，统计平均可用时间平均代替，即  $R_x(m)=\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N x(n)x(n+m)$ 。工程实践中，无法获得无限长数据，只能用有限平均来近似，即  $R_x(m)=\frac{1}{N-m} \sum_{n=0}^{N-1-m} x(n)x(n+m)$ ， $m=0, 1, \dots, K-1$ ； $K \leq N$ 。为保证估计质量，通常要求  $K \ll N$ 。此时  $R_x(m)$  也可以简化为  $R_x(m)=\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n)x(n+m)$ 。同理，也类似地计算互相关函数。

### 3、实验设备

微型计算机、Matlab 开发环境

### 4、实验步骤

(1) 分别产生两个 40000 点的高斯随机信号。

(2) 对第一个序列，取其中 40000 点，10000 点，2000 点，500 点，100 点，计算其自相关函数  $R_x(m)$ ， $m=0, 1, \dots, 94$ 。

(3) 对两个序列，取其中 40000 点，10000 点，2000 点，500 点，100 点，计算两个随机信号的互相关函数  $R_{xy}(m)$ ， $m=0, 1, \dots, 94$ 。

### 5、思考题

- (1) 如何提高计算效率？
- (2) 如何提高计算自（互）相关函数的准确度？

## 实验 4 随机信号的功率谱分析（一）

### 1、实验目的

掌握随机信号功率谱估计的直接法。

### 2、基本原理

直接法又称为周期图法，它是把随机信号  $x(n)$  的  $N$  点观察数据  $x_N(n)$  视为一能量有限信号，直接取  $x_N(n)$  的傅里叶变换，得到  $X_N(e^{j\omega})$ ，然后取其模值的平方，并除以  $N$ ，作为对  $x(n)$  真实的功率谱  $P(e^{j\omega})$  的估计。工程上，常使用离散 Fourier 变换 (DFT，编程上使用其快速算法 FFT)，即  $P_X(k) = \frac{1}{N} |X_N(k)|^2$ ，进行计算。

### 3、实验设备

微型计算机、Matlab 开发环境

### 4、实验步骤

(1) 生成 65536 点高斯白噪声。

(2) 通过 Fourier 变换分别取上述高斯白噪声 65536 点、8192 点、1024 点、128 点，计算对应的功率谱  $P_X(k)$ ，并绘图。

### 5、思考题

- (1) 如何提高计算效率？
- (2) 功率谱估值与理论值的区别？
- (3) 功率谱估值的方差与信号长度的关系？

## 实验 5 随机信号的功率谱分析（二）

### 1、实验目的

掌握间接法估计随机信号功率谱。

### 2、基本原理

间接法的理论基础是 Wiener-Khintchine 定理，具体的实现方法是先由  $x_N(n)$  估计出自相关函数  $\hat{r}(m)$ ，然后对  $\hat{r}(m)$  求傅里叶变换得到  $x_N(n)$  的功率谱，记之为  $X_N(e^{j\omega})$ ，并以此作为对真实功率谱  $P(e^{j\omega})$  的估计。工程上，常使用离散 Fourier 变换 (DFT，编程上使用其快速算法 FFT)，即  $P_X(k) = \sum_{m=-M}^M \hat{r}(m) e^{-j\frac{2\pi km}{2M+1}}$ ， $|M| \leq N-1$ ，进行计算。因为由这种方法求出的功率谱是通过自相关函数间接得到的，所以又称为间接法或 Blackman-Tuckey (BT) 法，该方法是 FFT 出现之前常用的谱估计方法。

### 3、实验设备

微型计算机、Matlab 开发环境

### 4、实验步骤

- (1) 生成 65536 点高斯白噪声。
- (2) 分别计算 65536 点、8192 点、1024 点、128 点高斯白噪声的自相关函数。
- (3) 通过 BT 法计算高斯白噪声的功率谱  $P_x(k)$ ，并绘图。

### 5、思考题

- (1) 如何提高计算效率？
- (2) 如何提高估计精度？
- (3) 实际功率谱与理论值的区别？



## 实验6 线性系统对随机信号的响应（一）

### 1、实验目的

掌握时域上系统对随机信号响应的统计特性分析及仿真实现。

### 2、基本原理

根据系统卷积性质，计算系统输出信号的统计特性。有如下性质： $m_Y = m_X \sum_n h(n)$ ， $R_Y(m) = \sum_j \sum_k R_X(m+j-k)h(j)h(k)$ 。

### 3、实验设备

微型计算机、Matlab 开发环境

### 4、实验步骤

- (1) 生成均匀分布的随机信号。
- (2) 计算均匀分布随机信号通过平均低通滤波器  $h(n)=1/32$ ， $n = 0, 1, \dots, 31$ 。
- (3) 计算输出信号均值、方差、自相关函数等统计量。

### 5、思考题

- (1) 如何提高计算效率？
- (2) 实际统计值与理论值的区别？
- (3) 输出信号的直方图有什么特点？反映了什么事实？
- (4) 计算输入、输出信号互相关函数，并与  $h(n)$  对比，可以得到什么结论？

## 实验7 线性系统对随机信号的响应（二）

### 1、实验目的

掌握频域上系统对随机信号响应的统计特性分析及仿真实现。

### 2、基本原理

根据卷积定理，输入、输出信号功率谱的关系为  $R_Y(e^{j\omega}) = R_X(e^{j\omega})|H(e^{j\omega})|^2$ 。在计算系统输出信号功率谱时，如果在时域时计算困难，可以按照上式在频域计算。

### 3、实验设备

微型计算机、Matlab 开发环境

### 4、实验步骤

(1) 生成均匀分布的随机信号（同实验6）。

(2) 在频域上计算均匀分布随机信号通过平均低通滤波器  $h(n)=1/32, n=0, 1, \dots, 31$ ，的输出。

(3) 比较实验6输出信号的功率谱与本实验功率谱的差别。

### 5、思考题

(1) 如何提高计算效率？

(2) 实际计算值与理论值的区别？

## 实验 8 Hilbert 变换算法时域实现

### 1、实验目的

掌握 Hilbert 变换的时域实现。

### 2、基本原理

Hilbert 变换系统传递函数为  $H(e^{j\omega}) = \begin{cases} -j & 0 < \omega < \pi \\ j & -\pi < \omega < 0 \end{cases}$ 。其时域等效系统单位脉冲响应为

$$h(n) = \begin{cases} 0 & n = 2k \\ \frac{2}{n\pi} & n = 2k+1, n = -\infty, \dots, \infty \end{cases}$$

$x(n)$  的 Hilbert 变换相当于为  $x(n)$  与  $h(n)$  的卷积, 即 Hilbert

变换可以看作是一个冲激响应为  $h(n)$  的线性移不变网络。工程上实现时, 需要将  $h(n)$  截短, 右移(因果化)后才行。

### 3、实验设备

微型计算机、Matlab 开发环境

### 4、实验步骤

(1) 生成正弦波信号, 卷积得到 Hilbert 变换信号。

(1) 生成余弦波信号, 卷积得到 Hilbert 变换信号。

### 5、思考题

- (1) 如何提高计算效率?
- (2) 如何提高 Hilbert 变换精度?
- (3) 正弦、余弦信号的 Hilbert 变换有何特点?

## 实验 9 Hilbert 变换算法频域实现

### 1、实验目的

掌握 Hilbert 变换的频域实现。

### 2、基本原理

Hilbert 变换系统传递函数为  $H(e^{j\omega}) = \begin{cases} -j & 0 < \omega < \pi \\ j & -\pi < \omega < 0 \end{cases}$ ，频域上的 Hilbert 变换就是一个 90° 的理想相移器。

### 3、实验设备

微型计算机、Matlab 开发环境

### 4、实验步骤

- (1) 生成正弦波信号，在频域计算得到 Hilbert 变换信号。
- (2) 生成余弦波信号，在频域计算得到 Hilbert 变换信号。

### 5、思考题

- (1) 如何提高计算效率？
- (2) 如何提高 Hilbert 变换精度？
- (3) 时域 Hilbert 变换与频域 Hilbert 变换结果的差别？

## 实验 10 窄带平稳随机信号统计特性分析

### 1、实验目的

掌握时域窄带平稳随机信号统计特性分析方法。

### 2、基本原理

根据窄带平稳随机信号的特点,进行信号分析。窄带过程可以表示为  $x(n)=A_c(n)\cos(\omega_0n)-A_s(n)\sin(\omega_0n)$ 。可以通过提取载波,相干解调得到  $A_c(n)$ 和  $A_s(n)$ ,进一步求得包络和相位  $A(n)=\sqrt{A_c^2(n)+A_s^2(n)}$ ,  $\Phi(n)=\arctan\frac{A_s(n)}{A_c(n)}$ 。

### 3、实验设备

微型计算机、Matlab 开发环境

### 4、实验步骤

(1) 按照实验 2 中方法得到高斯白噪声  $x_c(n)$ 和  $x_s(n)$ , 设定这两个信号采样频率为 10MHz。

(2) 用 MATLAB 的 fdatool 函数生成采样频率为 10MHz, 通带频率为 1KHz、阻带频率为 10KHz、通带波动为 1dB、阻带衰减为 60dB 的低通滤波器  $h(n)$ 。

(3) 用低通滤波器  $h_1(n)$ 分别对  $x_c(n)$ 和  $x_s(n)$ 滤波得到  $A_c(n)$ 和  $A_s(n)$ 。

(4) 用载波频率为 0.2MHz 的余弦、正弦波(等效数字角频率  $\omega_0=0.04\pi$ )分别对  $A_c(n)$ 和  $A_s(n)$ 调制,并组合为  $x(n)$ 。

(5) 用载波频率为 0.2MHz 的余弦、正弦波对  $x(n)$ 进行解调,并分别通过  $h(n)$ 得到  $A_c(n)$ 和  $A_s(n)$ 的估计值  $\hat{A}_c(n)+\hat{A}_s(n)$ 。

(5) 根据  $\hat{A}(n)=\sqrt{\hat{A}_c^2(n)+\hat{A}_s^2(n)}$ ,  $\hat{\Phi}(n)=\arctan\frac{\hat{A}_s(n)}{\hat{A}_c(n)}$ , 计算包络、相位。

(5) 计算包络分布和相位概率分布。

### 5、思考题

(1) 如何提高计算效率?

(2) 包络和载波分量的时域概率统计特性如何?

## 附加实验

**注：**附加实验大家可以根据自己的时间、精力自行选择，不做统一要求

## 实验 11 任意分布随机数的产生，统计特性分析及计算机仿真

### 1、实验目的

掌握任意分布随机数的基本产生方法，

### 2、基本原理

任意分布随机数可以根据函数的概率密度对应关系生成。若随机变量  $X$  的分布函数  $F_X(x)$  为严格单调递增，则  $Y = F_X(x)$  必在  $[0, 1]$  均匀分布。反之，若  $Y$  在  $[0, 1]$  均匀分布， $X = F_X^{-1}(Y)$  是分布函数为  $F_X(x)$  的随机变量。其中， $F_X^{-1}(\bullet)$  是  $F_X(\bullet)$  的反函数。

### 3、实验设备

微型计算机、Matlab 开发环境

### 4、实验步骤

(1) 编程实现产生10000个瑞利分布、指数分布、Poisson随机数。

(2) 计算生成随机数的均值、方差、频度直方图。

### 5、思考题

- (1) 如何提高生成效率？
- (2) 如何检验生成信号的质量？
- (3) 检索出各种概率分布，并给出定义表达式和性质说明。

## 实验 12 相关分析应用一：信号周期检测

### 1、实验目的

了解随机信号中周期分量的周期数值检测方法。

### 2、基本原理

周期信号的自相关仍为周期的。

### 3、实验设备

微型计算机、Matlab 开发环境

### 4、实验步骤

(1) 计算混有高斯噪声的 1KHz 正弦波的周期，信噪比为 5dB、0dB、-5dB、-10dB。信号采样频率为 48KHZ，信号长度为 10 秒

### 5、思考题

- (1) 如何提高周期计算精度？
- (2) 如何提高周期计算速度？



## 实验 13 相关分析应用二：信号延迟估计

### 1、实验目的

了解信号间延迟估计的方法。

### 2、基本原理

根据 0 延迟自相关最大的性质，通过搜索互相关的峰值，计算信号间的延迟。

### 3、实验设备

微型计算机、Matlab 开发环境

### 4、实验步骤

- (1) 生成一个 10000 点高斯随机信号  $x(n)$ 。
- (1) 将该信号延迟  $N$  点， $N < 200$ ，得到随机信号  $y(n)$ 。
- (2) 计算两个信号的互相关函数，搜索峰值位置估算延迟。

### 5、思考题

- (1) 如何提高计算效率？
- (2) 信号中加入噪声对计算精度的影响？

## 实验 14 系统对随机信号的响应应用：测定房间混响传递函数

### 1、实验目的

掌握时域上系统输入、输出互相关和系统单位冲激响应的关系。

### 2、基本原理

根据时域上系统输入、输出互相关和系统单位冲激响应的关系计算单位冲激响应函数。输入为  $x(n)$ ，输出为  $y(n)$ ，则  $R_{xy}(m) = R_x(m) * h(m)$ 。

### 3、实验设备

微型计算机、Matlab 开发环境

### 4、实验步骤

(1) 生成白噪声信号，与通过线性系统的输出信号。

(2) 根据时域上系统输入、输出互相关和系统单位冲激响应的关系还原单位冲激响应函数。

### 5、思考题

(1) 如何提高计算效率？

(2) 实际单位冲激响应函数值与理论值的区别？

## 实验 15 功率谱分析应用二：窄带随机干扰信号的检测识别

### 1、实验目的

掌握频域上识别窄带随机干扰信号的方法。

### 2、基本原理

根据频域上谱线峰值识别窄带随机干扰。

### 3、实验设备

微型计算机、Matlab 开发环境

### 4、实验步骤

- (1) 生成白噪声信号和窄带随机信号，并叠加。
- (2) 根据频域上谱峰位置识别窄带随机干扰信号。

### 5、思考题

- (1) 如何提高计算效率？
- (2) 实际窄带随机干扰信号的数值与理论值的区别？

## 实验 16 功率谱分析应用三：谱减法去除语音信号中的噪声

### 1、实验目的

掌握功率谱相减法去除语音信号中的噪声。

### 2、基本原理

根据平稳随机功率谱不变的特点，进行语音消噪。

### 3、实验设备

微型计算机、Matlab 开发环境

### 4、实验步骤

- (1) 生成白噪声信号，与纯净语音信号叠加得到含噪信号。
- (2) 在频域完成谱减，去除噪声影响。

### 5、思考题

- (1) 如何提高计算效率？
- (2) 音乐噪声如何抑制？