

# 大连理工大学实验预习报告

学院（系）：信息与通信工程学院 专业：电子信息工程 班级：电信 1702

姓 名：曹可 学号：201783057 组：

实验时间：20191029 实验室：C221 实验台：

指导教师：郭成安

## 实验 II：系统对随机信号响应的统计特性分析、功率谱分析及应用实验

### 一、实验目的和要求

掌握直接法估计随机信号功率谱的原理和实现方法；掌握间接法估计随机信号功率谱的原理和实现方法；掌握系统对随机信号响应的统计特性分析及仿真实现方法。熟悉 MATLAB 信号处理软件包的使用。

### 二、实验原理和内容

#### （一）实验原理：

##### 1. 直接法估计随机信号功率谱原理

直接法又称为周期图法，它是把随机信号  $x(n)$  的  $N$  点观察数据  $x_N(n)$  视为一能量有限信号，直接取  $x_N(n)$  的傅里叶变换，得到  $X_N(e^{j\omega})$ ，然后取其模值的平方，并除以  $N$ ，作为对  $x(n)$  真实的功率谱  $P(e^{j\omega})$  的估计。工程上，常使用离散 Fourier 变换（DFT，编程上使用其快速算法 FFT）。

##### 2. 间接法估计随机信号功率谱原理

间接法的理论基础是 Wiener-Khintchine 定理，具体的实现方法是先由  $x_N(n)$  估计出自相关函数，然后对求傅里叶变换得到  $x_N(n)$  的功率谱，记之为  $X_N(e^{j\omega})$ ，并以此作为对真实功率谱  $P(e^{j\omega})$  的估计。工程上，常使用离散 Fourier 变换（DFT，编程上使用其快速算法 FFT），因为由这种方法求出的功率谱是通过自相关函数间接得到的，所以又称为间接法或 Blackman-Tuckey(BT)法，该方法是 FFT 出现之前常用的谱估计方法。

### 3. 时域中系统对随机信号响应的统计特性分析及仿真

根据系统卷积性质，计算系统输出信号的统计特性。有如下性质：

$$\textcircled{1} m_Y = m_X \sum_n h(n)$$

$$\textcircled{2} \sigma_Y^2 = R_Y(0) - m_Y^2$$

$$\textcircled{3} R_Y(m) = \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} R_X(m+j-k)h(j)h(k)$$

### 4. 频域中系统对随机信号响应的统计特性分析及仿真

系统输出信号的功率谱与输入信号的功率谱之间存在  $G_Y(\omega) = G_X(\omega)|H(\omega)|^2$ 。

## (二) 实验内容：

### 1. 直接法估计随机信号功率谱

#### (1) 生成 1024 点数据的随机信号

$$X(n) = 2\cos(2\pi f_1 t + \varphi_1) + 5\cos(2\pi f_2 t + \varphi_2) + N(n)$$

其中  $f_1 = 30\text{Hz}$ ,  $f_2 = 100\text{Hz}$ ,  $\varphi_1, \varphi_2$  为在  $[0, 2\pi]$  内的均匀分布的随机变量,  $N(n)$  是数学期望为 0, 方差为 1 的高斯白噪声。

#### (2) 用周期图法计算 $X(n)$ 的功率谱，并绘图。

#### (3) 用 MATLAB 函数 periodogram 重新计算 $X(n)$ 的功率谱，并与(2)做比较。

### 2. 间接法估计随机信号功率谱

#### (1) 计算以上 $X(n)$ 的自相关函数。

#### (2) 通过计算自相关函数的 Fourier 变换，求 $X(n)$ 的功率谱并绘图。

#### (3) 利用 MATLAB 函数 psd、pwelch 重新计算 $X(n)$ 的功率谱，并与(2)做比较。

### 3. 系统对随机信号响应的统计特性分析及仿真

#### (1) 生成含 500 点数据的高斯分布白噪声随机信号 $X(n)$ 。

#### (2) 设计一个带通系统 $H(e^{j\omega})$ ，其上、下截止频率分别为 4KHz 和 3KHz。

#### (3) 计算 $X(n)$ 通过以上带通滤波器的自相关函数和功率谱密度。

### 三、 实验步骤

#### (1) 直接法估计随机信号功率谱

①生成 1024 点数据的信号 $X(n) = 2\cos(2\pi f_1 t + \varphi_1) + 5\cos(2\pi f_2 t + \varphi_2) + N(n)$ 。

②用周期图法计算 $X(n)$ 的功率谱并绘图。

③用 MATLAB 函数 periodogram 重新计算 $X(n)$ 的功率谱，并与②做比较。

#### (2) 间接法估计随机信号功率谱

①计算以上 $X(n)$ 的自相关函数。

②通过计算自相关函数的 Fourier 变换，求 $X(n)$ 的功率谱并绘图。

③利用 MATLAB 函数 psd、pwelch 重新计算 $X(n)$ 的功率谱，并与②做比较。

#### (3) 系统对随机信号响应的统计特性分析及仿真

①生成含 500 点数据的高斯分布白噪声随机信号 $X(n)$ 。

②设计一个带通系统 $H(e^{j\omega})$ 。

③计算 $X(n)$ 通过以上带通滤波器的自相关函数和功率谱密度。

### 四、 实验数据记录表格

#### (1) 实验一

直接法估计随机信号功率谱		
生成信号 $X(n)$ 图像	周期图法计算 $X(n)$ 的 功率谱	Periodogram 函数法计算 $X(n)$ 的功率谱

(1) 实验二

间接法估计随机信号功率谱		
生成信号 $X(n)$ 图像	周期图法计算 $X(n)$ 的功率谱	psd 函数法计算 $X(n)$ 的功率谱

(1) 实验三

系统对信号响应的统计分析		
$X(n)$ 功率谱	系统函数	输出信号功率谱

# 大连理工大学实验报告

学院（系）：信息与通信工程学院 专业：电子信息工程 班级：电信 1702

姓名：曹可 学号：201783057 组：

实验时间：20191029 实验室：C221 实验台：

指导教师：郭成安

## 实验 II：系统对随机信号响应的统计特性分析、功率谱分析及应用实验

### 一、实验目的和要求

掌握直接法估计随机信号功率谱的原理和实现方法；掌握间接法估计随机信号功率谱的原理和实现方法；掌握系统对随机信号响应的统计特性分析及仿真实现方法。熟悉 MATLAB 信号处理软件包的使用。

### 二、实验原理和内容

#### （一）实验原理：

##### 1.直接法估计随机信号功率谱原理

直接法又称为周期图法，它是把随机信号  $x(n)$  的  $N$  点观察数据  $x_N(n)$  视为一能量有限信号，直接取  $x_N(n)$  的傅里叶变换，得到  $X_N(e^{j\omega})$ ，然后取其模值的平方，并除以  $N$ ，作为对  $x(n)$  真实的功率谱  $P(e^{j\omega})$  的估计。工程上，常使用离散 Fourier 变换（DFT，编程上使用其快速算法 FFT）。

##### 2.间接法估计随机信号功率谱原理

间接法的理论基础是 Wiener-Khintchine 定理，具体的实现方法是先由  $x_N(n)$  估计出自相关函数，然后对求傅里叶变换得到  $x_N(n)$  的功率谱，记之为  $X_N(e^{j\omega})$ ，并以此作为对真实功率谱  $P(e^{j\omega})$  的估计。工程上，常使用离散 Fourier 变换（DFT，编程上使用其快速算法 FFT），因为由这种方法求出的功率谱是通过自相关函数间接得到的，所以又称为间接法或 Blackman-Tuckey(BT)法，该方法是 FFT 出现之前常用的谱估计方法。

### 3.时域中系统对随机信号响应的统计特性分析及仿真

根据系统卷积性质，计算系统输出信号的统计特性。有如下性质：

$$\textcircled{4} m_Y = m_X \sum_n h(n)$$

$$\textcircled{5} \sigma_Y^2 = R_Y(0) - m_Y^2$$

$$\textcircled{6} R_Y(m) = \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} R_X(m+j-k)h(j)h(k)$$

### 4.频域中系统对随机信号响应的统计特性分析及仿真

系统输出信号的功率谱与输入信号的功率谱之间存在 $G_Y(\omega) = G_X(\omega)|H(\omega)|^2$ 。

## （二）实验内容：

#### 1.直接法估计随机信号功率谱

(1) 生成 1024 点数据的随机信号

$$X(n) = 2\cos(2\pi f_1 t + \varphi_1) + 5\cos(2\pi f_2 t + \varphi_2) + N(n)$$

其中 $f_1 = 30\text{Hz}$ ， $f_2 = 100\text{Hz}$ ， $\varphi_1, \varphi_2$ 为在 $[0, 2\pi]$ 内的均匀分布的随机变量， $N(n)$ 是数学期望为 0，方差为 1 的高斯白噪声。

(2) 用周期图法计算 $X(n)$ 的功率谱，并绘图。

(3) 用 MATLAB 函数 periodogram 重新计算 $X(n)$ 的功率谱，并与(2)做比较。

#### 2.间接法估计随机信号功率谱

(1) 计算以上 $X(n)$ 的自相关函数。

(2) 通过计算自相关函数的 Fourier 变换，求 $X(n)$ 的功率谱并绘图。

(3) 利用 MATLAB 函数 psd、pwelch 重新计算 $X(n)$ 的功率谱，并与(2)做比较。

#### 3.系统对随机信号响应的统计特性分析及仿真

(1) 生成含 500 点数据的高斯分布白噪声随机信号 $X(n)$ 。

(2) 设计一个带通系统 $H(e^{j\omega})$ ，其上、下截止频率分别为 4KHz 和 3KHz。

(3) 计算 $X(n)$ 通过以上带通滤波器的自相关函数和功率谱密度。

### 三、主要仪器设备

计算机平台 matlab 开发软件

### 四、实验步骤与操作方法

#### (一) 实验一

##### 1.生成 N 个(0,1)分布的随机数

```
N=1024;  
M = 1048576;b = 1;r = 2045;num1 = 12357;  
s = zeros(1,N);  
s(1)=N;  
for i=2:N  
s(i)=mod(s(i-1)*r+b,M);  
end  
s=s/M;
```

##### 2. 产生 2 个[0, 2pi]内均匀随机数

```
fai=random('unif',0,1,1,2)*2*pi;
```

##### 3. 产生含噪声的随机序列

```
fs=1000; %序列长度和采样频率 采样频率为fs  
t=(0:N-1)/fs; %时间序列  
xn=2*cos(2*pi*30*t+fai(1))+5*cos(2*pi*100*t+fai(2))+s;  
figure(1);  
plot(xn);  
title('随机信号时域波形')
```

##### 4.直接法求功率谱

```
Sx1=abs(fft(xn)).^2/N; %估计功率谱 即为模值的平方/N
```

## 5.绘制功率谱图像

```
f=(0:N/2-1)*fs/N; %频率轴坐标  
figure(2);  
subplot(211);  
plot(f,10*log10(Sx1(1:N/2)));grid on; %用 dB/Hz 做功率谱单位，画图  
xlabel('f (Hz) ');  
ylabel('Sx1(f)(dB/Hz)');  
title('周期图法估计功率谱');
```

## 6.利用 periodogram 函数估计功率谱并绘制图形

```
Sx2=periodogram(xn);  
subplot(212);  
plot(f,10*log10(Sx2(1:N/2)));grid on;  
xlabel('f(Hz)');  
ylabel('Sx2(f)(dB/Hz)');  
title('periodogram 函数估计功率谱');
```

## (二) 实验二

### 1.产生随机信号并绘制信号图形

```
N=1024;fs=1000; %序列长度和采样频率  
T=(0:N-1)/fs; %时间序列  
fai=random('unif',0.1,1,2)*2*pi; %产生 2 个[0, 2pi]内均匀随机数  
xn=2*cos(2*pi*30*t+fai(1))+5*cos(2*pi*100*t+fai(2))+randn(1,N);  
figure(1);  
plot(xn);  
title('随机信号波形')
```



## 2.用 xcorr 生成自相关函数并绘制波形

```
Rxx=xcorr(xn,'biased');           %估计自相关函数 Rxx
Sx1=abs(fft(Rxx));                 %对 Rxx 进行 FFT 得到功率谱
figure(2);
plot(Rxx);
title('自相关函数波形');
```

## 3.用自相关函数法估计功率谱

```
f=(0:N-1)*fs/N/2;                 %频率轴坐标
figure(2);
plot(f,10*log10(Sx1(1:N)));grid on; %用 dB/Hz 做功率谱单位, 画图
xlabel('f(Hz)');
ylabel('Sx(f)(dB/Hz)');
title('自相关函数法估计功率谱');
```

## 4.用 psd 以及 welch 法估计功率谱

```
Nseg=256;                         %分段间隔为 256
window=hanning(Nseg);             %汉宁窗
noverlap=Nseg/2;                   %重叠点数为 128
f=(0:Nseg/2)*fs/Nseg;             %频率轴坐标

%psd 函数估计功率谱
Sx2=psd(xn,Nseg,fs>window,noverlap,'none');
figure(3);
plot(f,10*log10(Sx2));grid on;
xlabel('f(Hz)');
ylabel('Sx(f)(dB/Hz)');
title('Bartlett 法估计功率谱');

Sx3=pwelch(xn>window,128,Nseg,fs,'onesided')*fs/2;
%Welch 函数估计功率谱
```

```
figure(4);
plot(f,10*log10(Sx3));grid on;
xlabel('f(Hz)');
ylabel('Sx(f)(dB/Hz)');
title('Welch 法估计功率谱');
```

### (三) 实验三

#### 1.显示随机信号波形

```
N=500; %样本长度N=500, 对应时长25ms
xt=randn(N,1); %产生1*N 个高斯随机数
% 显示时域波形
figure,plot(xt);
title('随机信号时域波形')
```

#### 2.设计带通滤波器并显示

```
%冲激响应
ht=fir1(101,[0.3 0.4]); % 101 阶带通滤波器, 数字截止频率为0.3 和0.4
% 显示冲激响应函数 ht
figure,plot(ht)
title('冲激响应函数 ht')

%传递函数
HW=fft(ht,2*N); %2N 点滤波器频率响应 (系统传输函数)
% 显示传递函数 HW
figure,plot((1:N)/N,abs(HW(1:N)));
title('传递函数 HW')
```

### 3.直接法估计自相关函数、周期法估计白噪声功率

```
Rxx=xcorr(xt,'biased');           %直接法估计白噪声的自相关函数
% 显示自相关函数 Rxx
figure,stem(Rxx)
title('输入自相关函数 Rxx')
Sxx=abs(fft(xt,2*N).^2)/(2*N);     %周期图法估计白噪声的功率谱
```

### 4.求输出信号的功率谱及自相关函数

```
HW2=abs(HW).^2;                   %系统的功率传输函数
Syy=Sxx.*HW2;                     %输出信号的功率谱
Ryy=fftshift(iff(fft(Syy)));      %用 IFFT 求输出信号的自相关函数
```

### 5.绘制图形

```
w=(1:N)/N;                        %功率谱密度横轴坐标
t=(-N:N-1)/N*(N/20000);           %自相关函数横轴坐标
subplot(4,1,1);plot(w,abs(Sxx(1:N))); %输入信号功率谱密度
xlabel('归一化频率f');ylabel('Sxx(f)');title('输入信号功率谱密度');
subplot(4,1,2);plot(w,abs(HW2(1:N))); %系统的功率传输函数
xlabel('归一化频率f');ylabel('H2(f)');title('系统的功率传输函数');
subplot(4,1,3);plot(w,abs(Syy(1:N))); %输出信号的功率谱密度
xlabel('归一化频率f');ylabel('Syy(f)');title('输出信号的功率谱密度');
subplot(4,1,4);plot(t,Ryy);        %输出信号的自相关函数
xlabel('归一化频率f');ylabel('Ryy(f)');title('输出信号的自相关函数');
```

## (四) 实验二 GUI 界面设计 (部分代码)

```
function button1_Callback(hObject, eventdata, handles);
xa=str2double(get(handles.edit1,'string'));
xf=str2double(get(handles.edit2,'string'));
N=1024;fs=1000;                    %序列长度和采样频率
```

```

t=(0:N-1)/fs; %时间序列
fai=random('unif',0.1,1,2)*2*pi; %产生 2 个[0, 2pi]内均匀随机数
%由用户输入决定信号的频率以及幅度
xn=xa*cos(2*pi*xn*t+fai(1))+5*cos(2*pi*100*t+fai(2))+randn(1,N);
plot(t,xn); %绘制信号波形
Rxx=xcorr(xn,'biased'); %估计自相关函数 Rxx
Sx1=abs(fft(Rxx)); %对 Rxx 进行 FFT 得到功率谱
plot(handles.synthetic,t,Rxx); %绘制自相关函数以及功率谱图形
plot(handles.axes19,Sx1);

```

（只针对信号 1 的频率以及幅度变化进行实时监测，信号 2 以及噪声的与之相似）

#### （五）实验三自行编程实现相关函数

利用 **for** 循环自行编程实现自相关函数求解，可得正半轴部分，对称后即可以得到完整的自相关函数

```

Rxx2 = zeros(1,1000);
for m=1:1000
    for i=1:N-m-1
        Rxx2(m)=Rxx2(m)+xt(i)*xt(i+m-1);
    end
    Rxx2(m)=Rxx2(m)/(1024);
end
% 显示自相关函数 Rxx
figure;
plot(Rxx2);
title('输入自相关函数 Rxx2')

```

## 五、实验数据记录和处理

### (一) 实验一

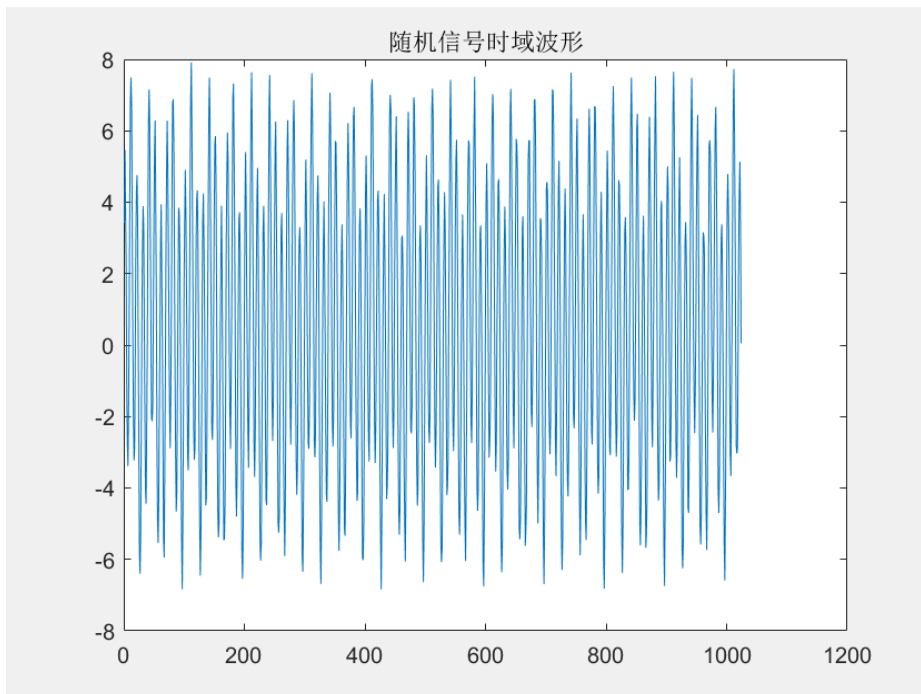


图 1-1 随机信号时域波形

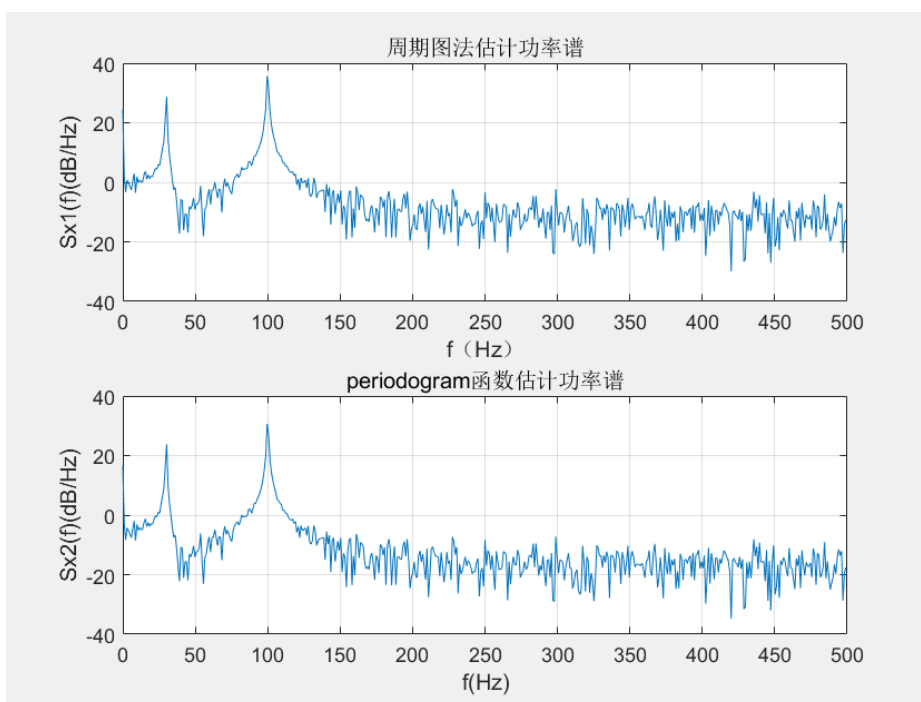


图 1-2 直接法估计功率谱密度图及 periodogram 函数估计功率图

## (二) 实验二

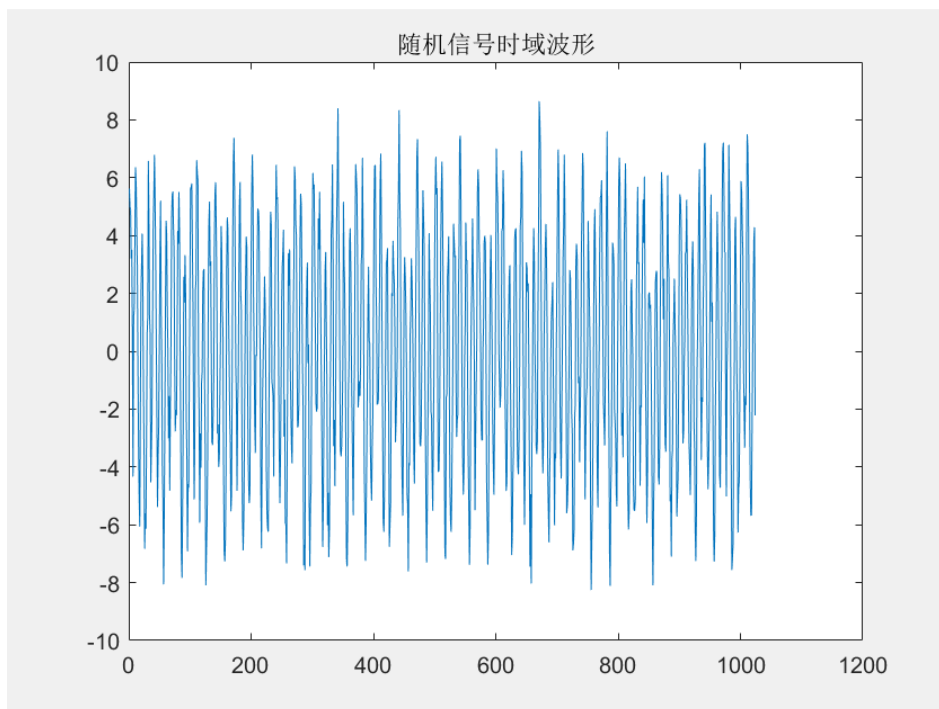


图 2-1 随机信号时域波形

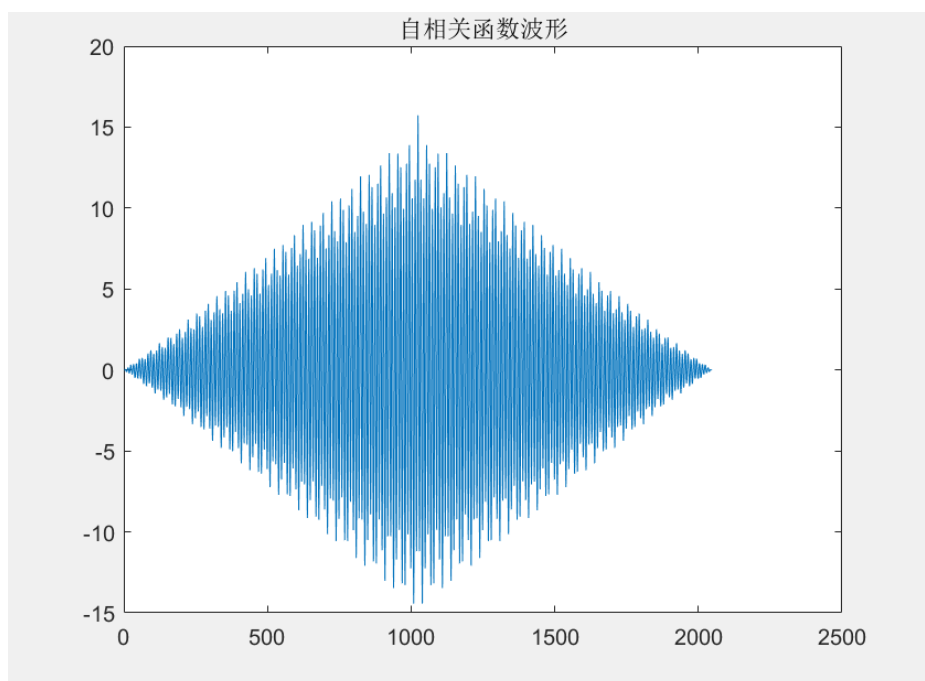


图 2-1 随机信号自相关函数波形

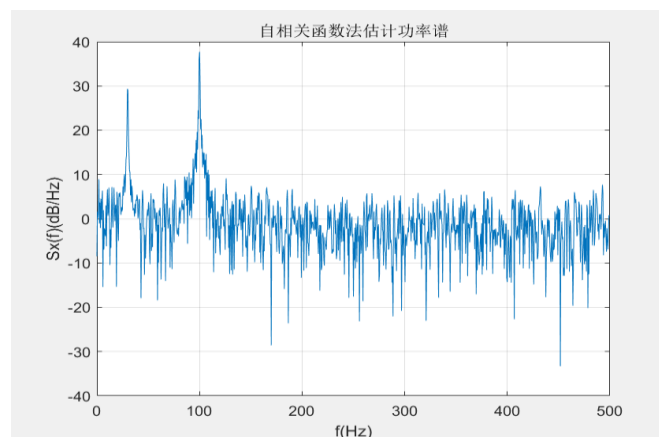


图 2-3 自相关函数估计功率谱

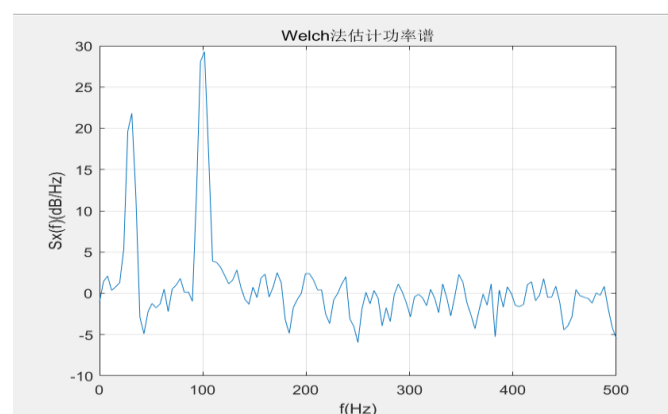


图 2-4 Welch 法估计功率谱

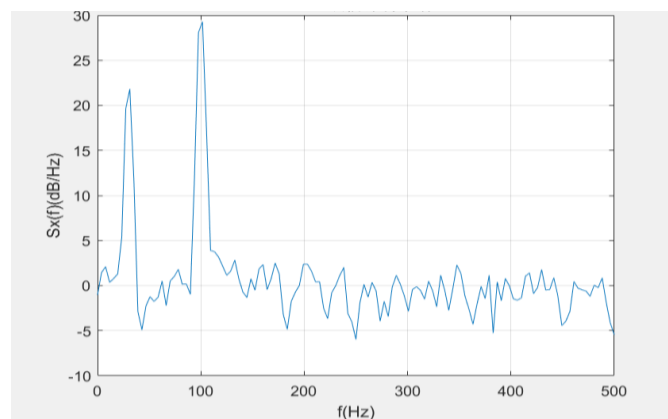


图 2-5 psd 法估计功率谱

使用 **psd** 以及 **Welch** 估计的功率谱图像几乎无差别，但两种函数有不同的原理，在实际中也有有不同的应用，如下：

- (1) **psd**: 无偏估计，使用快速傅里叶变换得到  $[P_{xx}, f] = \text{psd}(x, N_{\text{fft}}, f_s, \text{window}, \text{noverlap}, \text{dflag})$
- (2) **welch**: 无偏估计，频谱分辨率低，但方差小，曲线比较光滑
- (3) 周期法: **matlab** 中的周期图功率谱法原理是通过计算采样信号的 **fft**, 获得离散点的幅度

(4) 原理比较: 在用间接法求输入信号的功率谱时, 函数 `psd` 和 `pwelch` 分别用了 Bartlett 和 Welch 法, 对信号进行加汉宁窗处理, 而采用自相关函数法相当于加了矩形窗 (即不加窗)。如果采样不合适, 某一频率的信号能量会扩散到相邻频率点上, 出现频谱泄漏现象, 因此常常采用加窗处理, 减少频谱泄漏。傅里叶分析的频率分辨率主要是受窗函数的主瓣宽度影响, 而泄漏的程度则依赖于主瓣和旁瓣的相对幅值大小。矩形窗有最小的主瓣宽度, 但是旁瓣最大, 因此, 矩形窗的频率分辨率最高, 而频谱泄漏则最大, 即采用自相关函数法得到的频谱比较杂乱, 而使用内置函数得到的图像频谱泄露减少, 原来被泄露的能量所掩盖而看不到的频率分量也可以清晰地看到, 但分辨率稍微有些下降。不同的窗函数就是在频率分辨率和频谱泄漏中作一个折中选择, 因此应用最广泛的窗函数是汉宁窗, 即 Bartlett 和 Welch 法采用的处理。

### (三) 实验三

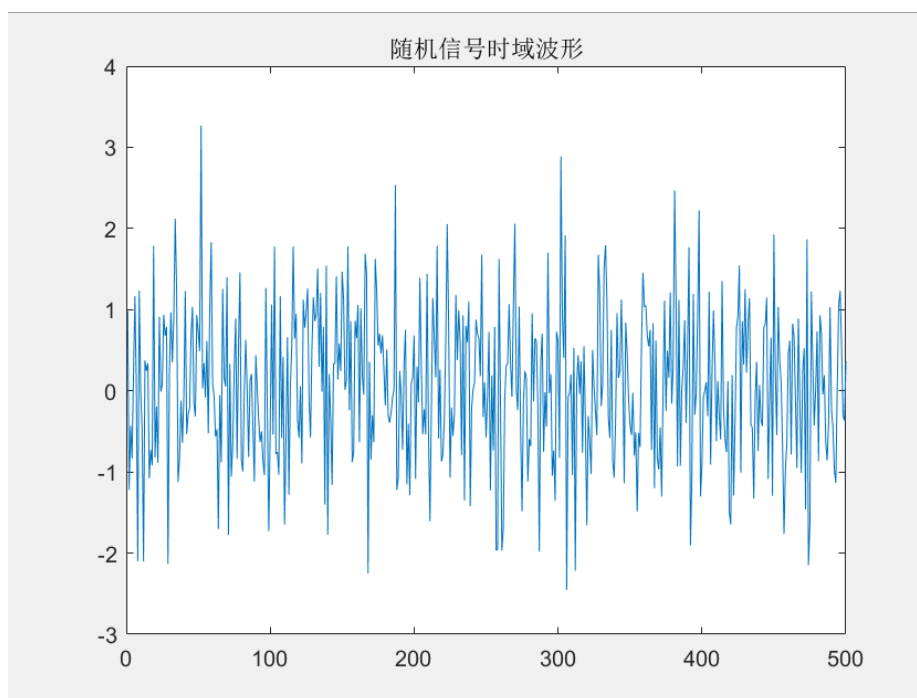


图 3-1 随机信号时域波形



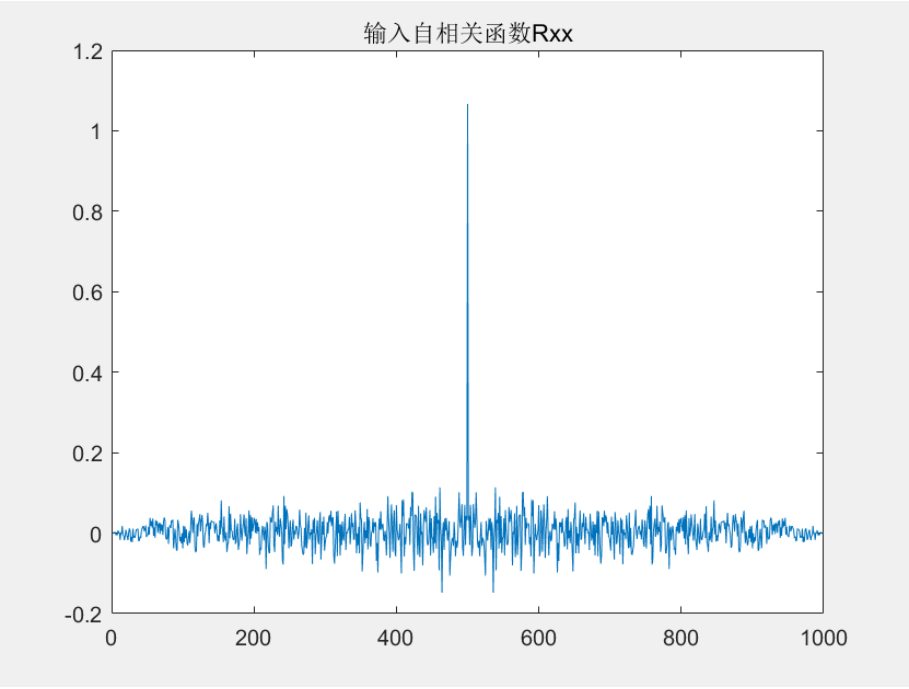


图 3-2 随机信号输入自相关函数

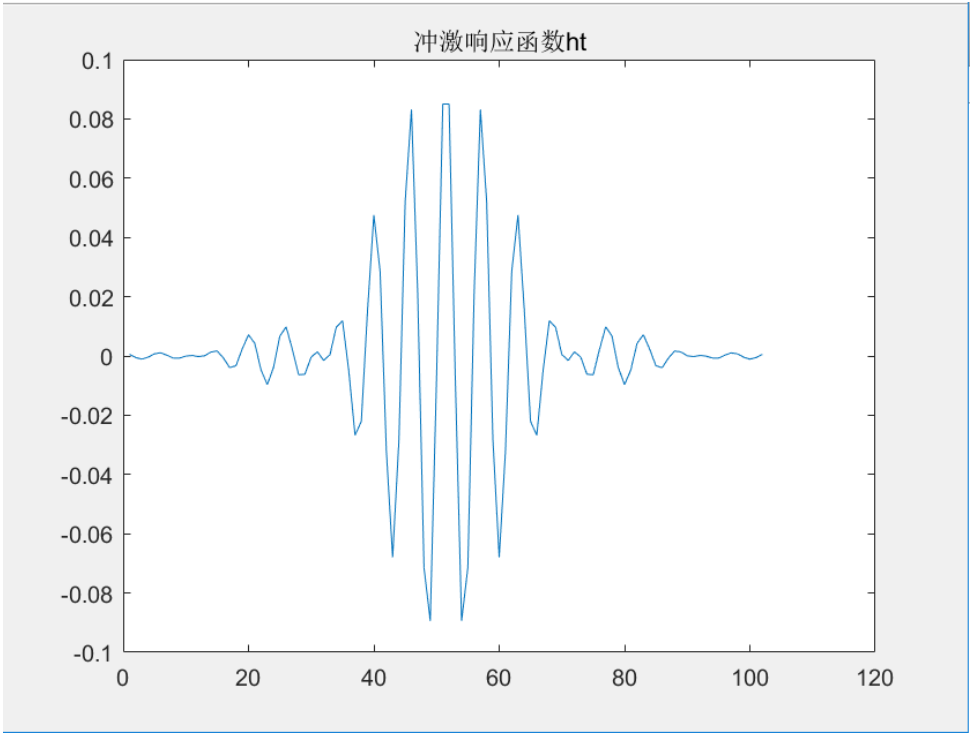


图 3-3 冲激响应函数

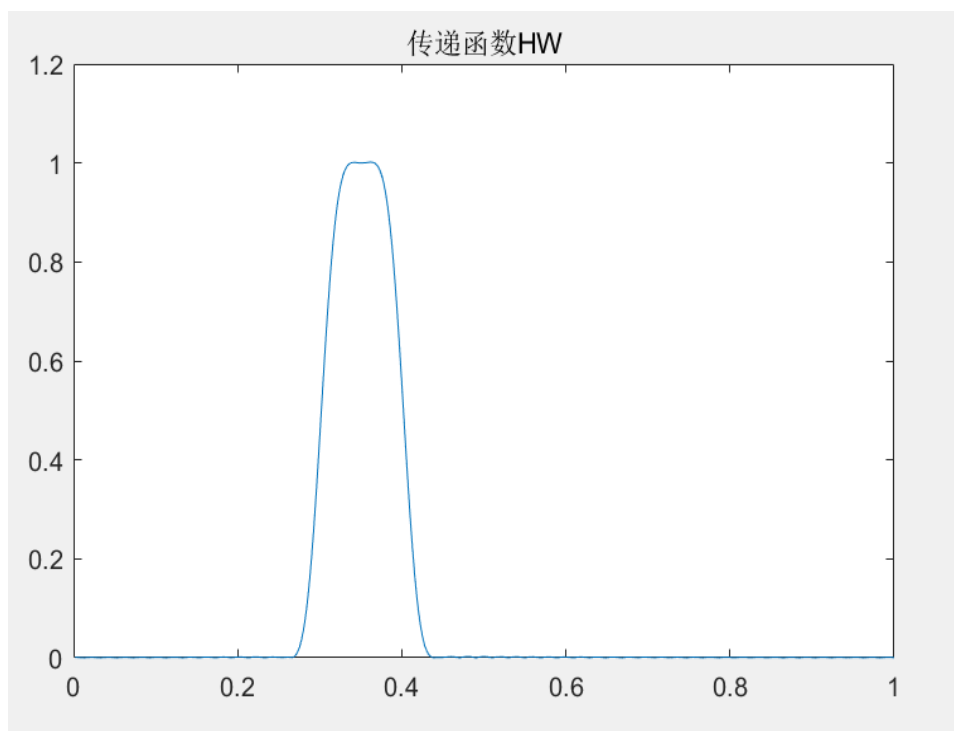


图 3-4 传递函数

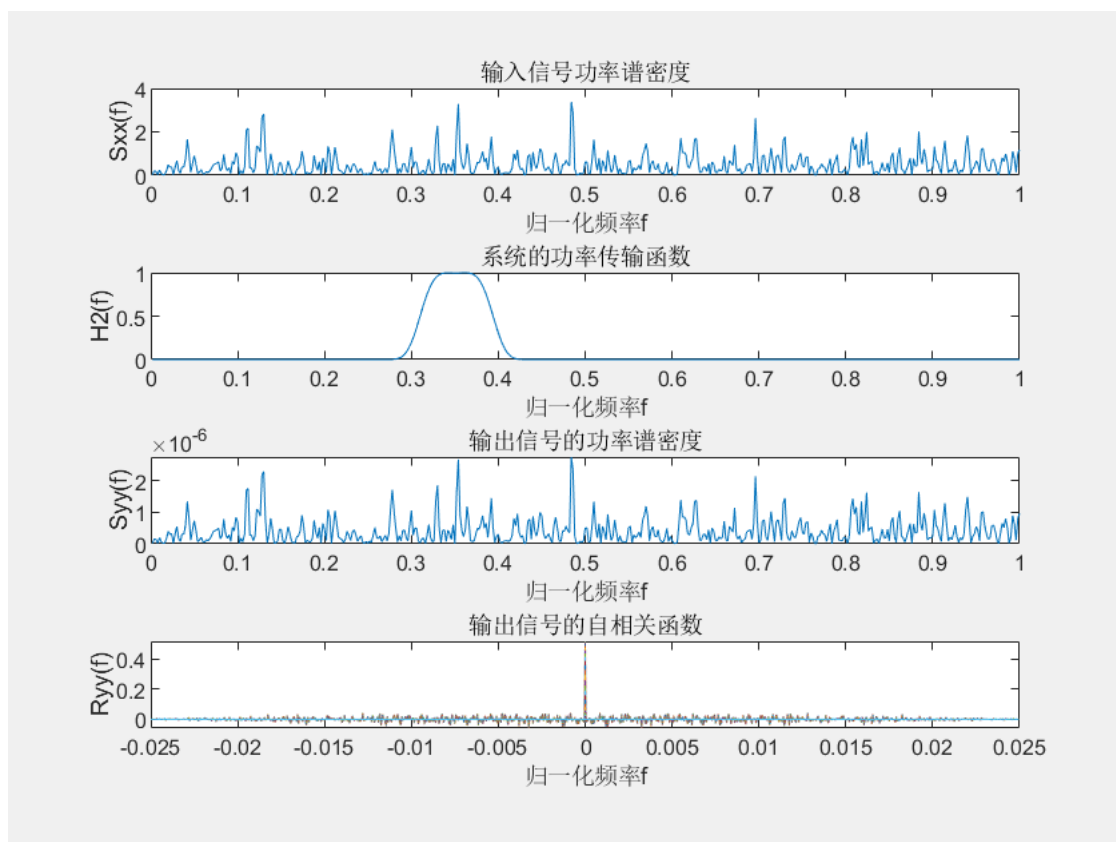


图 3-5 输入信号功率谱、输出函数自相关以及功率谱

#### (四) 实验二 GUI 界面设计

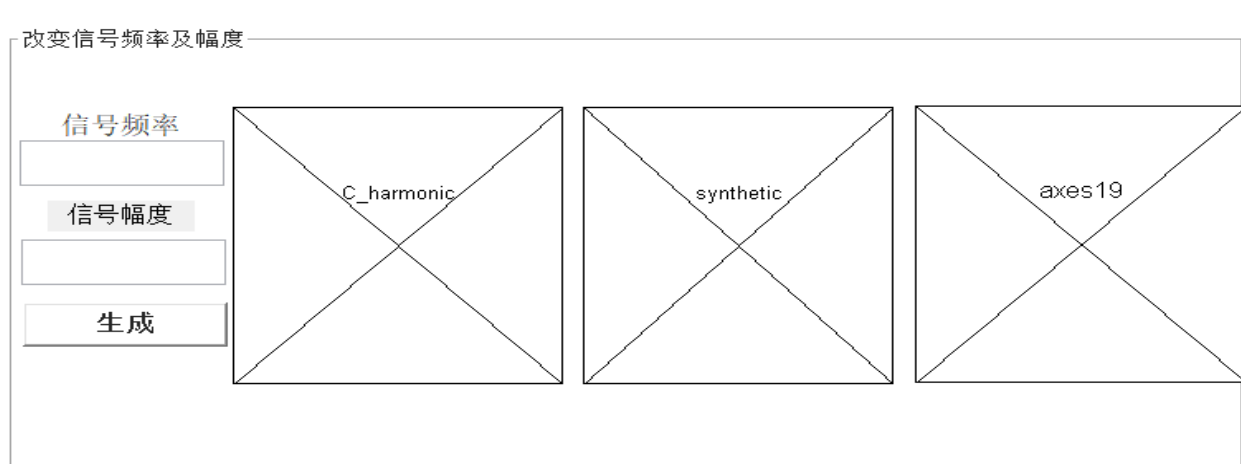


图 4-1 设计的改变信号频率及幅度的 GUI 界面截图

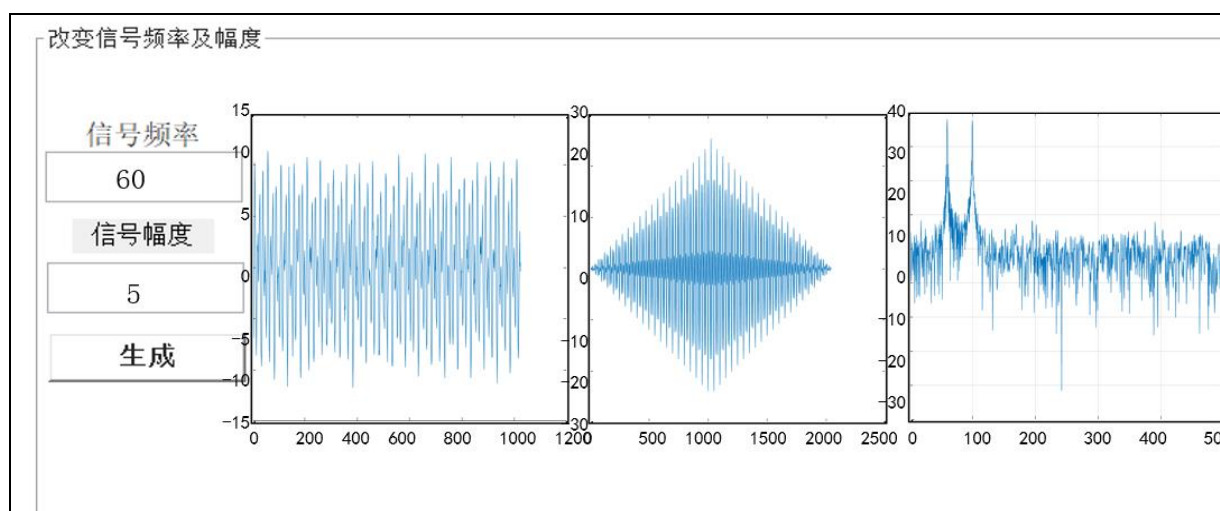


图 4-2 信号 1 幅度为 5 频率为 60 的波形、自相关及功率谱

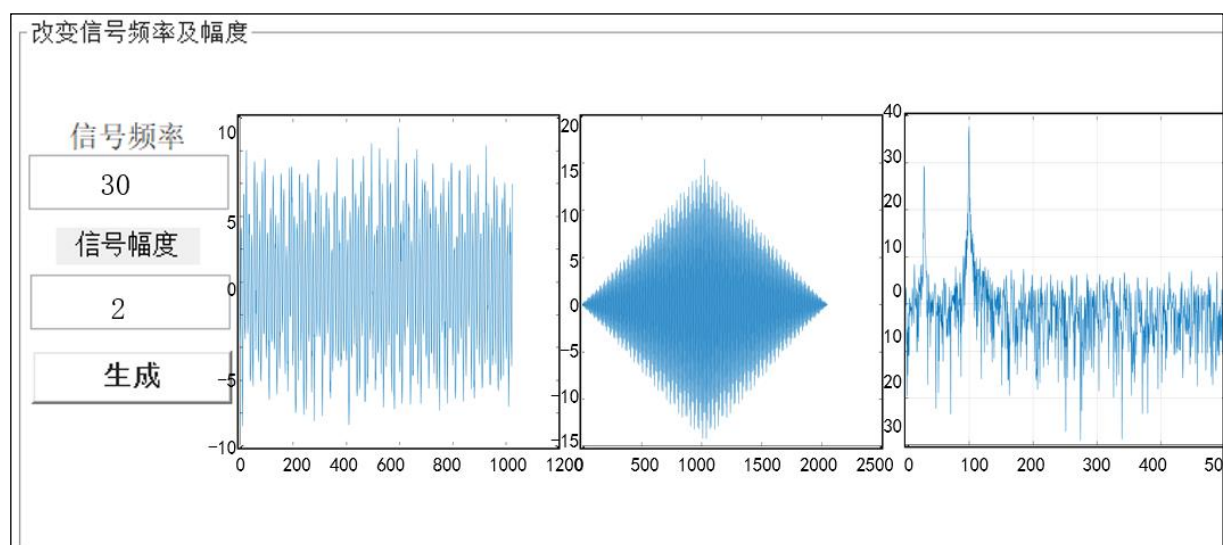


图 4-3 信号 1 幅度为 2 频率为 30 的波形、自相关及功率谱

## （五）实验三自行编程实现相关函数

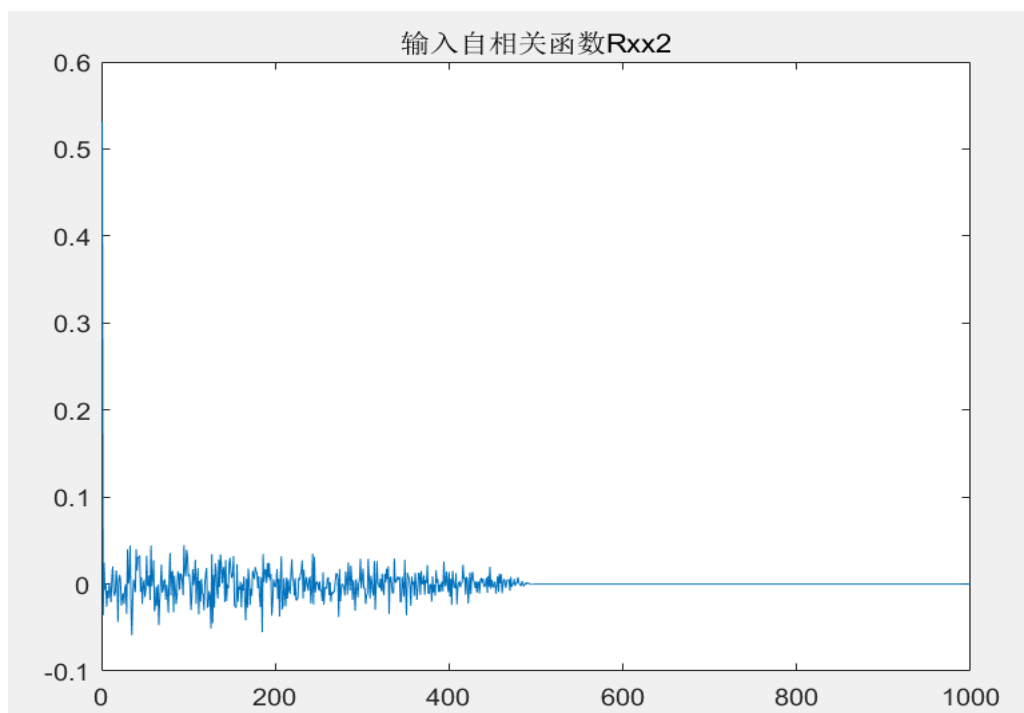


图 5-1 实验 3 编写自相关函数图形（正半轴）

## 六、实验结果与分析

1. 用周期图法和 MATLAB 内置函数 `periodgram` 求得的功率谱基本一致。
2. 用 MATLAB 内置函数 `psd` 与 `pwelch` 得到的功率谱与比用自相关函数法得到的功率谱方差更小，曲线更加光滑。
3. 通过对比信号以及噪声不同频率和幅度的情况下，可以得出相关函数以及功率谱均有较大的变化，在求输入信号的功率谱时，增大掺杂噪声的幅度，改变信噪比，便无法得到明显的频率分量，理论上可等比地增加输入信号的幅值，但在实际中比较难实现。
4. 通过自行编写得到的自相关函数与调用 `xcorr` 得到的自相关函数图像相比，由于自编代码取值的限制性，自相关函数图像不够准确。

## 七、讨论、建议、质疑

在系统对随机信号响应的统计特性分析实验中，调整滤波器的上下限截止频率发现，当调整为低通时，系统冲激函数的抖动变缓。

应该限制对已有库函数的调用，自行编写代码更有利于对理论知识的理解。