

## 实验 3 连续信号的频域分析

### 第一部分-周期信号的分解和合成(傅里叶级数)

#### 一、实验目的

(1) 在理论学习的基础上, 通过本实验熟悉周期信号的合成、分解原理, 加深对傅里叶级数的理解;

(2) 了解和认识吉布斯现象 (Gibbs)。

#### 二、实验原理

任何具有确定性的信号都可以表示为随时间变化的某种物理量, 比如电压 $u(t)$ 和电流 $i(t)$ 等。信号主要表现在随着时间 $t$ 的变化, 波形幅值的大小、持续时间的长短、变化速率的快慢、波动的速度及重复周期的大小的变化等。信号的这一特性称为信号的时间特性。

信号还可以分解为一个直流分量和许多不同频率的正弦分量之和。主要表现在各频率正弦分量所占比重的大小不同, 主要频率分量所占有的频率范围也不同等, 信号的这一特性称为信号的频率特性。

无论是信号的时间特性, 还是信号的频率特性, 都包含了信号的全部信息量。

根据周期信号的傅里叶级数展开式可知, 任何非正弦周期信号, 只要满足狄里赫利条件, 都可以分解为一直流分量和由基波及各次谐波(基波的整数倍)分量的叠加。例如一个周期的方波信号 $f(t)$ 可以分解为如下形式:

$$f(t) = \frac{4E}{\pi} \left( \sin \omega_1 t + \frac{1}{3} \sin 3\omega_1 t + \frac{1}{5} \sin 5\omega_1 t + \frac{1}{7} \sin 7\omega_1 t + \dots \right)$$

如图3.1.1(a)所示。

同样，由基波及各次谐波分量也可以叠加出来一个周期方波信号，如图3.1.1(b)所示。

至于叠加出来的信号与原信号的误差，则取决于傅里叶级数的项数。

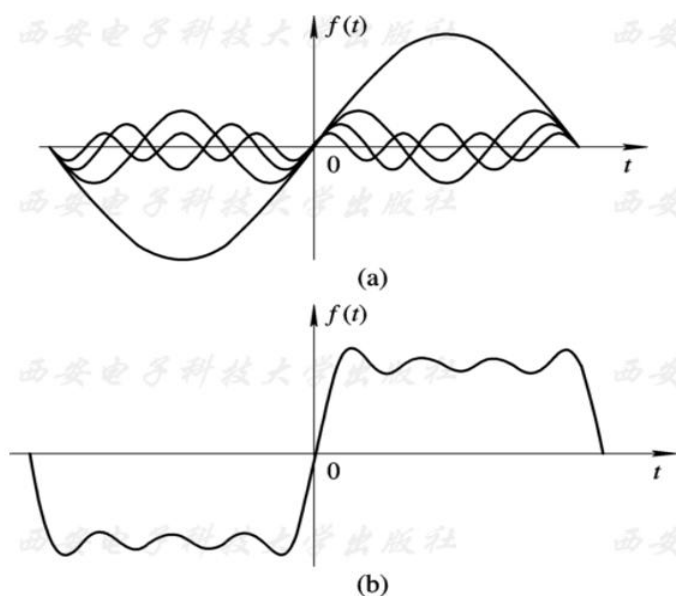


图3-1 方波信号的分解(a) 与合成 (b)

根据傅里叶级数的原理，任何周期信号都可以用一组三角函数  $\{\sin(2\pi n f_0 t), \cos(2\pi n f_0 t)\}$  的组合表示。在误差确定的前提下，任意的一个周期函数都可以用一组三角函数的有限项叠加而得到，同样也可以用一组正弦波和余弦波来合成任意形状的周期信号。

合成波形所包含的谐波分量愈多，除间断点附近外，它愈接近于原方波信号，在间断点附近，随着所含谐波次数的增高，合成波

形的尖峰愈靠近间断点，但尖峰幅度并未明显减小，可以证明，即使合成波形所含谐波次数 $n \rightarrow \infty$ 时，在间断点附近仍有约9%的偏差，这种现象称为吉布斯现象(Gibbs)。

### 三、涉及的 MATLAB 函数

周期信号的频谱分析

(1) 三角函数形式的傅里叶级数

$\{\cos(n\omega_1 t) \cdot \sin(m\omega_1 t)\}$  是一个完备的正交函数集， $t$  在一个周期内， $n=0, 1, \dots, \infty$ 。

由积分可知：
$$\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \cos(n\omega_1 t) \cdot \sin(m\omega_1 t) dt = 0$$

$$\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \cos(n\omega_1 t) \cdot \cos(m\omega_1 t) dt = \begin{cases} \frac{T}{2}, & m = n \\ 0, & m \neq n \end{cases}$$

$$\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \sin(n\omega_1 t) \cdot \sin(m\omega_1 t) dt = \begin{cases} \frac{T}{2}, & m = n \\ 0, & m \neq n \end{cases}$$

周期信号 $f(t)$ ，周期为 $T_1$ ，基波角频率为 $\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1}$ ，在满足狄氏条件时，可展成

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega_1 t) + b_n \sin(n\omega_1 t)]$$

称为三角形式的傅里叶级数，其级数形式的系数：

直流分量  $a_0 = \frac{1}{T_1} \int_{t_0}^{t_0+T_1} f(t) dt$

余弦分量的幅度  $a_n = \frac{2}{T_1} \int_{t_0}^{t_0+T_1} f(t) \cos(n\omega_1 t) dt$

正弦分量的幅度  $b_n = \frac{2}{T_1} \int_{t_0}^{t_0+T_1} f(t) \sin(n\omega_1 t) dt$

余弦形式为：

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega_1 t) + b_n \sin(n\omega_1 t)]$$

$$\begin{aligned} f(t) &= c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \cos(n\omega_1 t + \varphi_n) \\ &= c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n [\cos(n\omega_1 t) \cos \varphi_n - \sin(n\omega_1 t) \sin \varphi_n] \end{aligned}$$

$a_0$ : 直流, 平均值;

$n=1$ : 基波;

$n$ :  $n$ 次谐波。

例3-1 周期为2的矩形脉冲,其信号表达式为:

$$f(t) = \begin{cases} 1 & -0.5 < t < 0.5 \\ 0 & -1 < t < -0.5, 0.5 < t < 1 \end{cases}$$

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) dt = 2 \int_0^{0.5} dt = 1$$

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos(n\varphi_0 t) dt = 2 \int_0^{0.5} \cos(n\varphi_0 t) dt \\ &= \frac{2}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) \end{aligned}$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin(n\varphi_0 t) dt = 0$$

$$f(t) = \frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) \cos(n\varphi_0 t)$$

MATLAB源程序:

```
>> t=-6:0.01:6;
```

```
>> d=-6:2:6;
```

```
>> fxx=pulstran(t,d,'rectpuls');
```

```
>> f1=fourierseries(3,t);
```

```
>> f2=fourierseries(9,t);
```

```

>> f3=fourierseries(21,t);

>> f4=fourierseries(45,t);

>> subplot(221);

>> plot(t,fxx,'r',t,f1,'b');grid on

>> axis([-6 6 -0.1 1.1]);

>> subplot(222);

>> plot(t,fxx,'r',t,f2,'b');grid on

>> axis([-6 6 -0.1 1.1]);

>> subplot(223);

>> plot(t,fxx,'r',t,f3,'b');grid on

>> axis([-6 6 -0.1 1.1]);

>> subplot(224);

>> plot(t,fxx,'r',t,f4,'b');grid on

>> axis([-6 6 -0.1 1.1]);

```

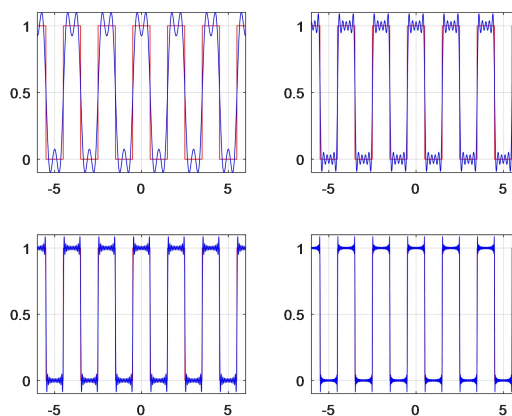


图3-2 傅里叶级数的合成波形

(2) 指数函数形式的傅里叶级数

1) 复指数正交函数集:  $\{e^{jn\omega_1 t}\} \quad n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$

2) 级数形式:  $f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(n\omega_1) e^{jn\omega_1 t}$

3) 系数: 利用复变函数的正交特性

$$F(n\omega_1) = \frac{\int_0^{T_1} f(t) e^{-jn\omega_1 t} dt}{\int_0^{T_1} e^{jn\omega_1 t} e^{-jn\omega_1 t} dt} = \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} f(t) e^{-jn\omega_1 t} dt$$

### (3) 周期信号傅里叶级数的特点

1) 偶函数的傅里叶级数

形式:  $f(t)=f(-t)$

$F_n$ 是偶对称的实数序列, 傅里叶级数系数只有直流分量和余弦项。其系数为:

$$b_n = \frac{2}{T_1} \int f(t) \sin(n\omega_1 t) dt = 0$$

2) 奇函数的傅里叶级数

形式:  $f(t)=-f(-t)$

$F_n$ 是奇对称的实数序列, 傅里叶级数系数只有正弦项。其系数为:

$$a_0 = a_n = \frac{2}{T_1} \int f(t) \cos(n\omega_1 t) dt = 0$$

3) 奇谐函数的傅里叶级数

形式:  $f(t)=-f(t \pm T_1/2)$

傅里叶级数系数只含有奇次谐波分量, 不含直流分量和偶次谐波分量。

## 四、 实验内容

### 1. 验证性实验

#### 1) 周期信号的分解

MATLAB程序：

```
clf; %周期信号的分解

t=0: 0.01: 2*pi;

y=zeros(10, max(size(t)));

x=zeros(10, max(size(t)));

for k=1: 2: 9

    x1=sin(k*t)/k;

    x(k, :)=x(k, :)+x1;

    y((k+1)/2, :)=x(k, :);

end

subplot(2, 1, 1); plot(t, y(1: 9, : ));

grid;

line( [0, pi+0.5] , [pi/4, pi/4] );

text(pi+0.5, pi/4, ' pi/4' );

half=ceil(length(t)/2);

subplot(2, 1, 2);

mesh(t(1: half), [1: 10] , y(:, 1: half));
```

周期信号的分解如图3-3所示。

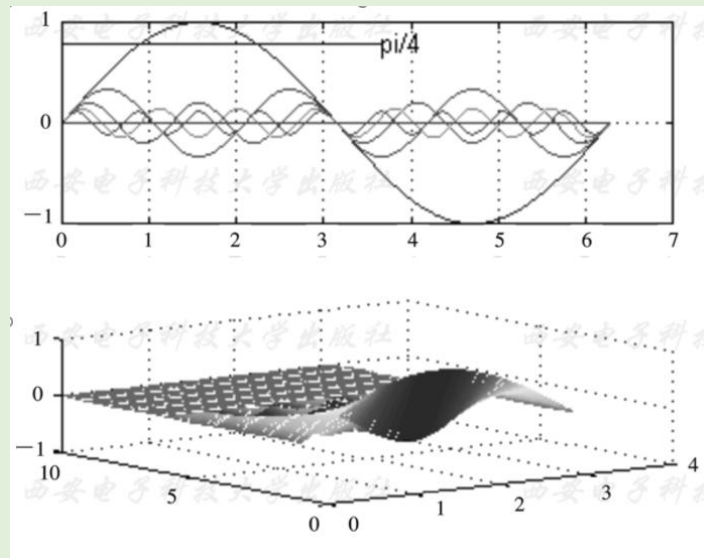


图3-3 周期信号的分解

## 2) 傅里叶级数逼近

**MATLAB程序:**

**clf;** %宽度为1，高度为1，周期为2的正方波，傅里叶级数逼近

**t=-2: 0.001: 2;** %信号的抽样点

**N=20; c0=0.5;**

**f1=c0\*ones(1, length(t));** %计算抽样上的直流分量

**for n=1: N** %偶次谐波为零

**f1=f1+cos(pi\*n\*t)\*sinc(n/2);**

**end**

**plot(t, f1); axis( [-2 2 -0.2 0.8] );**

方波的傅里叶级数逼近如图3-4所示。



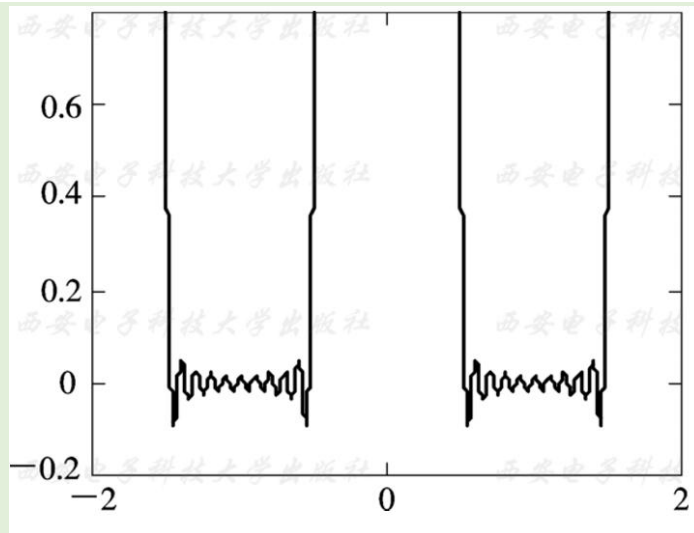


图3-4 方波的傅里叶逼近

3) 用正弦信号的叠加近似合成一频率为50 Hz，幅值为3的方波

**MATLAB程序：**

```
clear all;

fs=10000;

t= [0: 1/fs: 0.1] ;

f0=50;

sum=0;

subplot(211)

for n=1: 2: 9; %增加谐波次数,
```

请补充该程序，得到以下实验图形

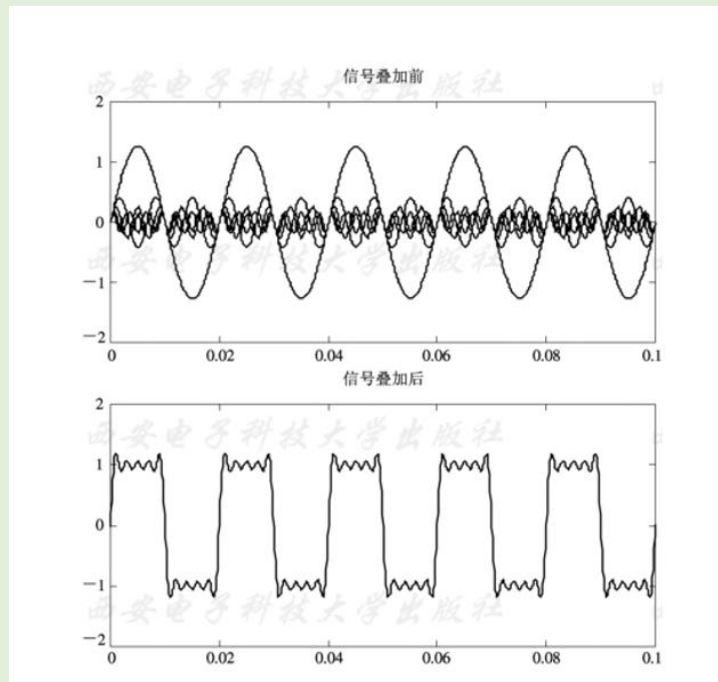


图3-5 正弦波的叠加合成

#### 4) Gibbs现象

执行下列程序，令 $N$ 分别为10, 20, 30, 40, 50，观察波形的特点，了解吉布斯现象的特点。

**MATLAB程序：**

```
t=-1.5: 0.01: 1.5;
```

```
wo=4, E=1;
```

```
N=10;
```

```
xN=0;
```

```
for n=1: N
```

```
an=(E/(n*pi))*(sin(n*pi/2)-sin(n*3*pi/2))
```

```
xN=xN+an.*cos(n*wo*t);
```

```
end
```

```
subplot(221); plot(t, xN)
```

```
xlabel(' time' );  
  
ylabel(' approximation N' );  
  
axis( [-2 2 -0.7 0.7] );
```

## 2. 设计性试验

MATLAB编程实现完成1个周期三角波信号的分解和合成（设um为三角波幅度，T为其周期，编程时，请自己定义um,T的数值），将自己的实验结果与以下结果进行比较。

提示：

1) 先构造幅值为um,周期为T的三角波，写出数学表达式，编程实现并绘图。

2) 理论上对三角波进行三角形式傅里叶级数展开，得到如下表达式：

周期三角波的傅立叶级数展开式：

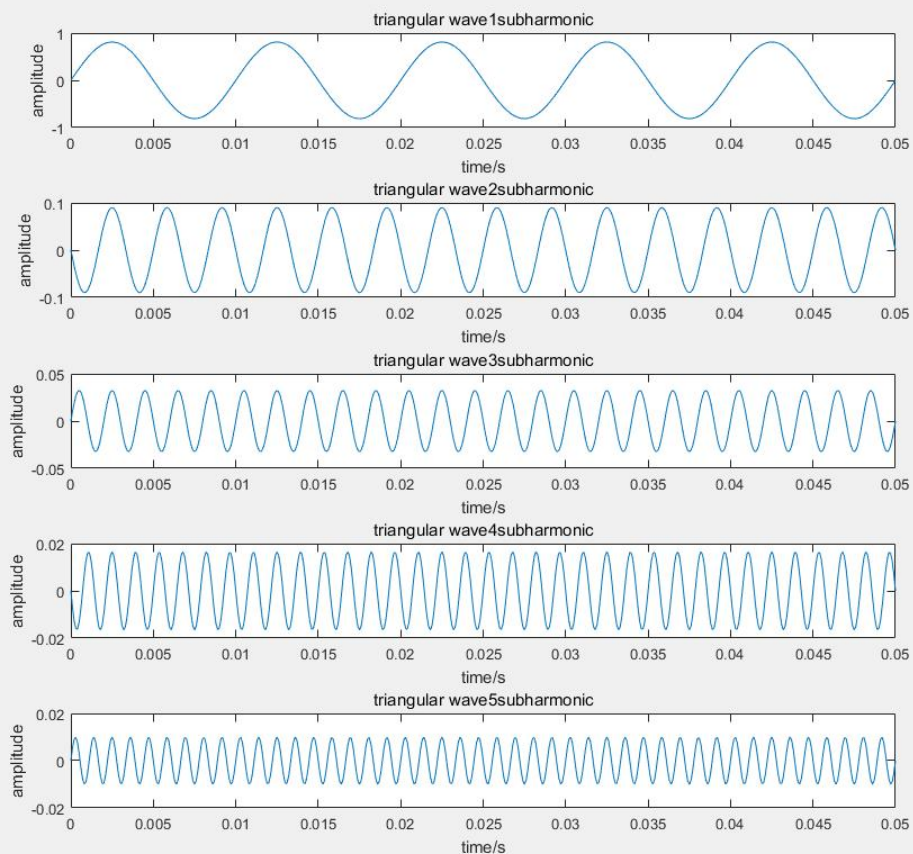
$$u(t) = \frac{8u_m}{\pi^2} \left( \sin \omega t - \frac{1}{9} \sin 3\omega t + \frac{1}{25} \sin 5\omega t - \dots \right)$$

3) 编程构造该级数展开式，并进行图形绘制。

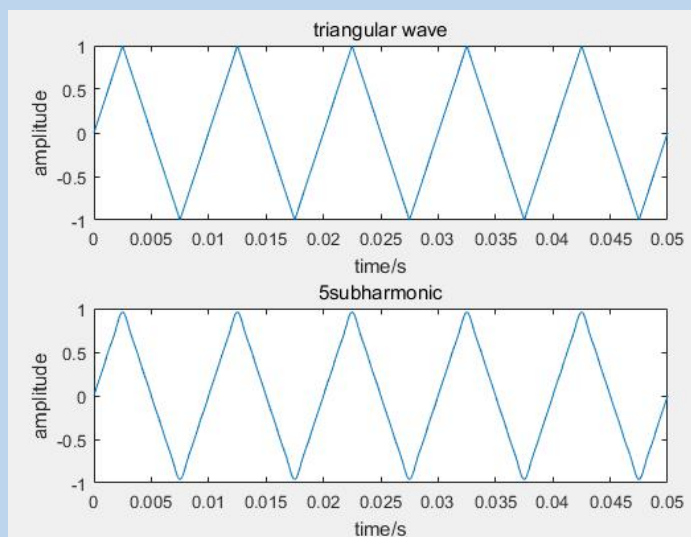
4) 与下列波形进行比较，验证正确性，分析特点

如n=5时的分解和合成波形输出结果如下：

(1) 信号的分解：



(2) 信号的合成:



## 五、实验报告要求

简述实验目的，按实验内容附上相应的信号波形曲线，撰写实验报告，总结实验得出的主要结论。

## 六、思考题

(1) 傅里叶级数分解有哪几种形式，请以其他任一形式重复上述实验，并比较实验结果。

(2) 周期信号的频谱与其傅里叶级数分解表达式有什么关系？

## 第二部分 连续时间信号的频域分析-傅里叶变换

### 一、实验目的

(1) 掌握连续时间信号傅里叶变换和傅里叶逆变换的实现方法，以及傅里叶变换的时移特性、傅里叶变换的频移特性的实现方法;

(2) 了解傅里叶变换的特点及其应用;

(3) 掌握函数fourier和函数ifourier的调用格式及作用;

(4) 掌握傅里叶变换的数值计算方法，以及绘制信号频谱图的方法。

### 二、实验原理

#### 0.周期信号的频谱

为了直观地表示信号所含各分量的振幅，以频率（角频率）为横坐标，以各谐波的振幅 $C_n$ 或虚指数信号的幅度 $|F_n|$ 为纵坐标，作出的线图称为幅度谱。其中 $C_n \sim n\omega_0$ 为单边谱， $|F_n| \sim n\omega_0$ 为双边谱。从幅度谱中可清楚直观地看出各分量的相对大小。连接各谱线顶点的曲线称为包络线（一般用虚线表示），它反映各分量的幅度变化情况。类似地，也可画出各谐波初相角 $\varphi_n \sim n\omega_0$ 的线图，称为相位谱。

#### 1.非周期信号的傅里叶变换

周期信号频谱的理论可推广到非周期信号中去，就可导出傅里叶变换。对于非周期信号 $f(t)$ ，其傅里叶变换和反变换定义如下：

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

其性质为：

- 唯一性：如果两个函数的FT或IFT相等，则这两个函数必然相等。
- 可逆性：如果 $F[f(t)] = F(\omega)$ ，则必有 $F^{-1}[F(\omega)] = f(t)$ ，反之亦然。

而FT存在的充分条件是时域信号绝对可积。

**MATLAB**实现傅里叶变换有两种，一种是利用符号运算方法，另一种是数值计算方法。

### (1) 利用符号运算方法实现

**MATLAB**的Symbolic Math Toolbox提供了能直接求解傅里叶变换与反变换的函数`fourier()`及`ifourier()`。调用格式如下：

- F=fourier(f)**：它是符号函数 $f$ 的傅里叶变换，默认返回函数 $F$ 是关于 $\omega$ 的函数；

- F=fourier(f, v)**：它的返回函数 $F$ 是关于符号对象 $v$ 的函数，即 $F(v) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-jvt} du$ ；

- F=fourier(f, u, v)**：它是关于 $u$ 的函数 $f$ 进行变换，而返回函数 $F$ 是 $v$ 的函数，即 $F(v) = \int_{-\infty}^{\infty} f(u) e^{-jvt} du$ ；

- f=ifourier(F)**：它是函数 $F$ 的傅里叶反变换，默认的独立变量为 $\omega$ ，默认返回是关于 $x$ 的函数，如果 $F=F(x)$ ，则`ifourier(F)`返回关于 $t$ 的函数；

- f=ifourier(F, u)**：它的返回函数 $f$ 是 $u$ 的函数，而不是默认的 $x$ 的函数；

- f=ifourier(F, v, u)**：它是对关于 $v$ 的函数 $F$ 进行变换，而返回

关于 $u$ 的函数 $f$ 。

这里注意的是，在调用上述两个函数之前，先用`syms`命令对所用到的变量（如 $t$ 、 $u$ 、 $v$ 、 $\omega$ ）等进行定义，将这些变量定义为符号变量。对于`fourier()`中的函数 $f$ 或`ifourier()`中的 $F$ ，也要用`syms`将 $f$ 或 $F$ 定义为符号表达式。另外，采用`fourier()`及`ifourier()`得到的返回函数，仍然是符号表达式。若需要对返回函数作图时，只能用`ezplot()`绘图命名，而不能用`plot()`命令。如果返回函数中含有 $\delta(\omega)$ 等项，同`ezplot()`也无法作图。

`fourier()`函数的局限性：用`fourier()`对某些信号求反变换时，其返回函数可能会包含一些不能直接表达的式子，甚至可能会出现一些屏幕提示为“未被定义的函数或变量”的项；另外，在许多情况下，信号 $f(t)$ 尽管是连续的，但却不可能表示成符号表达式；函数`fourier()`也不能对离散信号 $f(n)$ 进行处理。

相应的MATLAB源程序如下：

M文件：

```
syms t w f
f=exp(-3*t)*sym('eaviside(t)');
F=fourier(f);
```

源程序：

```
>> subplot(311);ezplot(f,[0:2,0:1.2]);
>> subplot(312);ezplot(abs(F),[-10,10]);
>> subplot(313);ezplot(angle(F),[-10,10]);
```



运行后，得到的幅频和相频如图 3-6 所示：

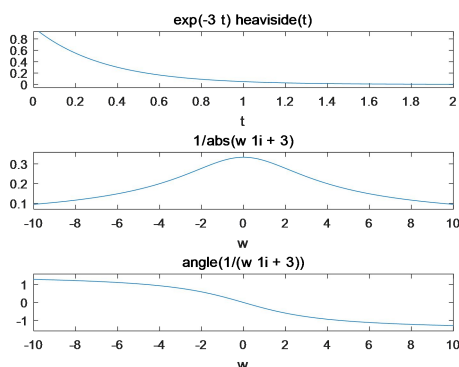


图3-6 信号及信号幅频和相频特性

## (2) 用数值计算的方法实现

用数值计算的方法计算连续时间信号的傅里叶变换需要信号是时限信号，也就是当时间 $|t|$ 大于某个给定的时间时，其值衰减为零或者接近零，计算机只能处理有限大小和有限数量的数。采用数值计算方法的理论依据是：

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(nT)e^{-jn\omega T}T$$

若信号为时限信号，当时间间隔 $T$ 取得足够小时，上式可以演变为：

$$\begin{aligned} F(j\omega) &= T \sum_{n=-N}^N f(nT) e^{-jn\omega T} \\ &= [f(t_1), f(t_2), \dots, f(t_{2N+1})] \cdot [e^{-j\omega t_1}, e^{-j\omega t_2}, \dots, e^{-j\omega t_{2N+1}}]T \end{aligned}$$

上式用MATLAB表示为：

$$\mathbf{F} = \mathbf{f} * \exp(j * \mathbf{t}' * \mathbf{w}) * T$$

分别给出 $\mathbf{f}, \mathbf{t}, \mathbf{w}, T$ 数值，即可得到 $\mathbf{F}$ 。

### 三、实验内容与方法

#### 1. 验证性实验

分别执行下列程序，观察分析实验结果。

##### 1.1 编程实现信号的傅里叶变换和傅里叶逆变换

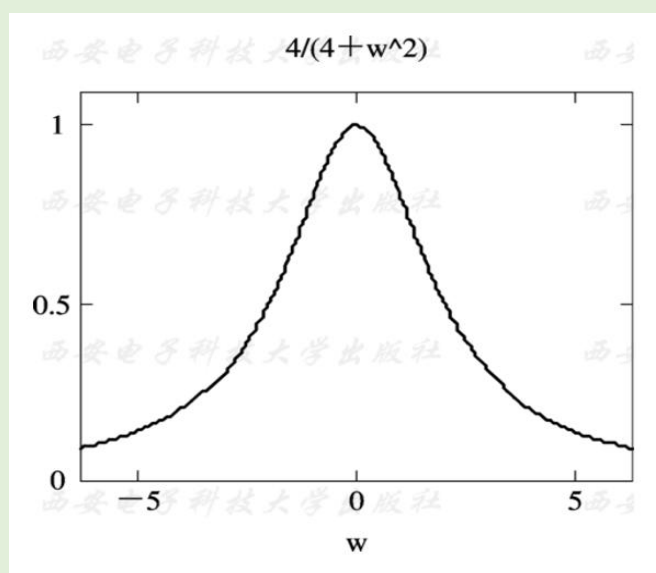
##### (1) 傅里叶变换。

【例 1】已知连续时间信号  $f(t)=e^{-2|t|}$ ，通过程序完成信号  $f(t)$  的傅里叶变换

**MATLAB 程序：**

```
syms t;  
  
f=fourier(exp(-2*abs(t)));  
  
ezplot(f);
```

信号  $f(t)$  的傅里叶变换如图所示



【例 2】试画出信号  $f(t)=2/3e^{-3t} \varepsilon(t)$  的波形及其幅频特性曲线。

**MATLAB 程序：**

```
syms t v w f
```

```
f=2/3*exp(-3*t)*sym(' heaviside(t)' );
```

```
F=fourier(f);
```

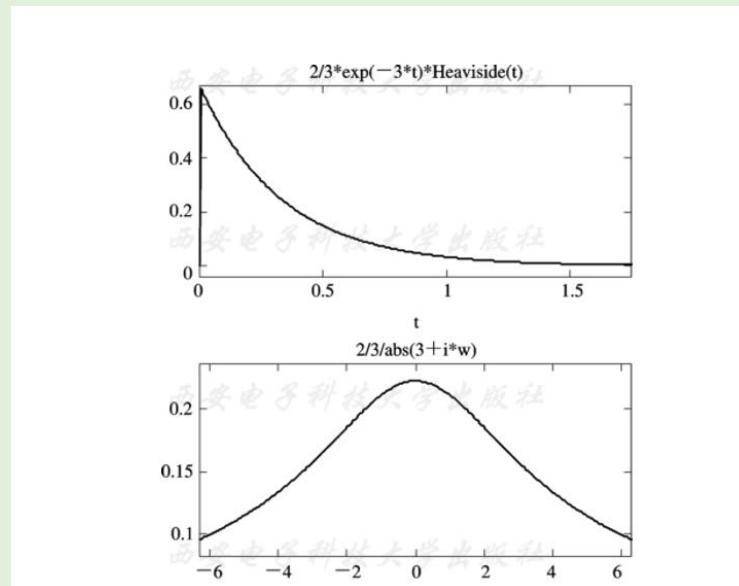
```
subplot(2, 1, 1);
```

```
ezplot(f);
```

```
subplot(2, 1, 2);
```

```
ezplot(abs(F));
```

信号  $f(t)=\frac{2}{3}e^{-3t}u(t)$  的波形及其幅频特性曲线如图所示。



## (2) 傅里叶逆变换

【例 3】已知  $f(j\omega) = \frac{1}{1+\omega^2}$ ，求信号  $F(j\omega)$  的逆傅里叶变换。

```
syms t w
```

```
ifourier(1/(1^2), t)
```

结果如下：

```
ans = 1/2*exp(-t)*u(t)+1/2*exp(t)* Heaviside(-t)
```

其中，Heaviside(t)为阶跃函数  $\varepsilon(t)$ 。

### (3) 傅里叶变换数值计算

**【例 4】**已知门函数  $f(t)=u(t+1)-u(t-1)$ ，试采用数值计算方法确定信号的傅里叶变换  $F(j\omega)$ 。

MATLAB 程序：

```
R=0.02; t=-2: R: 2;

f=stepfun(t, -1)-stepfun(t, 1);

W1=2*pi*5;           %频率宽度

N=500;                %采样数为 N

k=0: N;

W=k*W1/N;             %W 为频率正半轴的采样点

F=f*exp(-j*t' *W)*R;   %求 F(jw)

F=real(F); W= [-fliplr(W), W(2: 501)] ;

F= [fliplr(F), F(2: 501)] ;

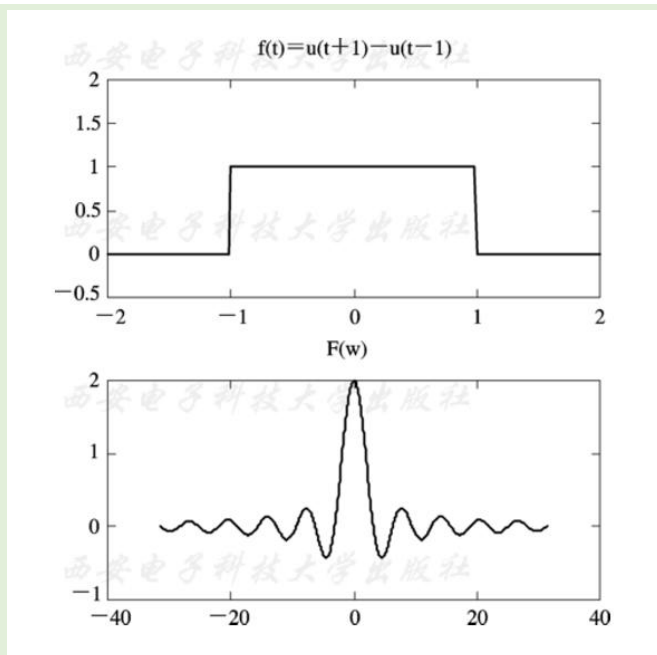
subplot(2, 1, 1); plot(t, f);

xlabel(' t ' ); ylabel(' f(t) ' ); axis( [-2, 2, -0.5, 2] );

title(' f(t)=u(t+1)-u(t-1) ' ); subplot(2, 1, 2); plot(W, F);

xlabel(' w ' ); ylabel(' F(w) ' ); title(' f(t)的傅里叶变  
换 ' );
```

信号的傅里叶变换如图所示。



#### (4) 连续函数的傅里叶变换

**MATLAB 程序：**

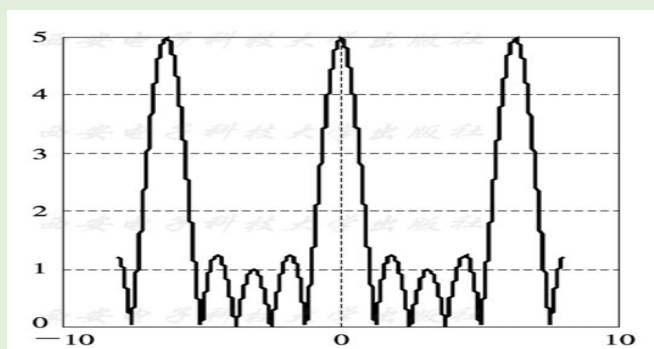
**clf;**

**dt=2\*pi/8; w=linspace(-2\*pi, 2\*pi, 2000)/dt;**

**k=-2: 2; f=ones(1, 5); F=f\*exp(-j\*k' \*w);**

**f1=abs(F); plot(w, f1); grid;**

连续函数的傅里叶变换如图所示



#### (5) 连续周期信号的傅里叶级数

**MATLAB 程序：**

**clf;**      %计算连续周期信号的傅里叶级数

```
N=8; n1=-N: -1; %计算 N 为负数时的傅里叶级数
```

```
c1=-4*j*sin(n1*pi/2)/pi^2./n1.^2;
```

```
c0=0; %计算 N 为零时的傅里叶级数
```

```
n2=1:N; %计算为 N 正数时的傅里叶级数
```

```
c2=-4*j*sin(n2*pi/2)/pi^2./n2.^2; cn= [c1 c0 c2] ;
```

```
n=-N: N;
```

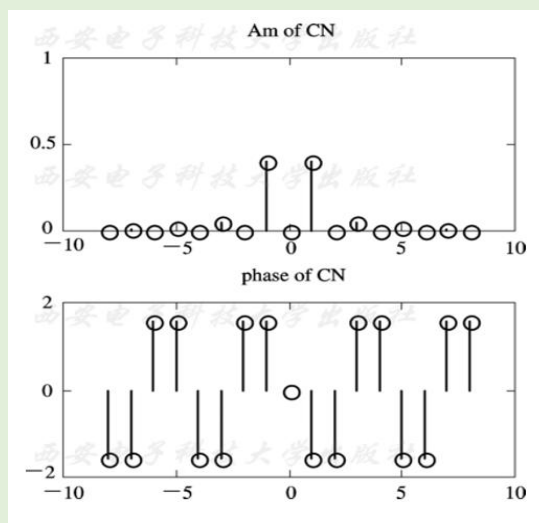
```
Subplot(2, 1, 1); Stem(n, abs(cn)); ylabel(' Am of CN ' );
```

```
Subplot(2, 1, 2);
```

```
Stem(n, angle(cn)); ylabel(' phase of CN ' ); xlabel('
```

```
\omega/\omega_0 ' );
```

连续周期信号的傅里叶级数如图所示。



## 2) 傅里叶变换的时移特性

分别绘出信号  $f(t) = e^{-2t} \varepsilon(t)$  与信号  $f(t-1)$  的频谱图，并观察信号时移对信号频谱的影响。

(1)  $f(t) = e^{-2t} \varepsilon(t)$  的频谱。

MATLAB 程序：

```
r=0.02; t=-5: r: 5;
```

```
N=200; W=2*pi; k=-N: N; w=k*W/N;
```

```
f1=1/2*exp(-2*t).*stepfun(t, 0); %f(t)
```

```
F=r*f1*exp(-j*t' *w); %f(t)的傅里叶变
```

换

```
F1=abs(F); P1=angle(F); subplot(3, 1, 1); plot(t, f1); grid
```

```
xlabel(' t' ); ylabel(' f(t)' ); title(' f(t)' ); subplot(3, 1,
```

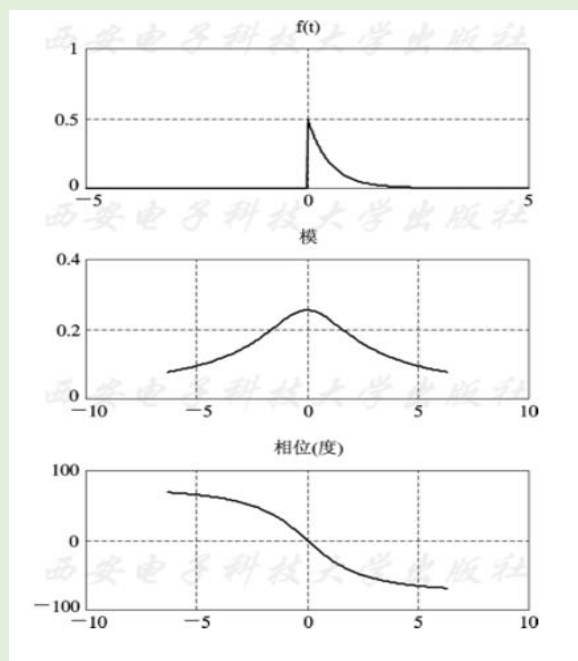
```
plot(w, F1); xlabel(' w' ); grid; ylabel(' F(jw)' );
```

```
subplot(3, 1, 3)
```

```
plot(w, P1*180/pi); grid;
```

```
xlabel(' w' ); ylabel(' 相位(度)' );
```

傅里叶变换的时移特性如图所示。



(2)  $f(t-1)$ 的频谱。

MATLAB 程序:

```

r=0.02; t=-5: r: 5; N=200; W=2*pi; k=-N: N; w=k*W/N;

f1=1/2*exp(-2*(t-1)).*stepfun(t, 1);          %f(t)

F=r*f1*exp(-j*t' *w);                          %f(t)的傅里叶变换

F1=abs(F); P1=angle(F); subplot(3, 1, 1); plot(t, f1); grid on
xlabel(' t ' ); ylabel(' f(t) ' );

title(' f(t-1) ' );

subplot(3, 1, 2);

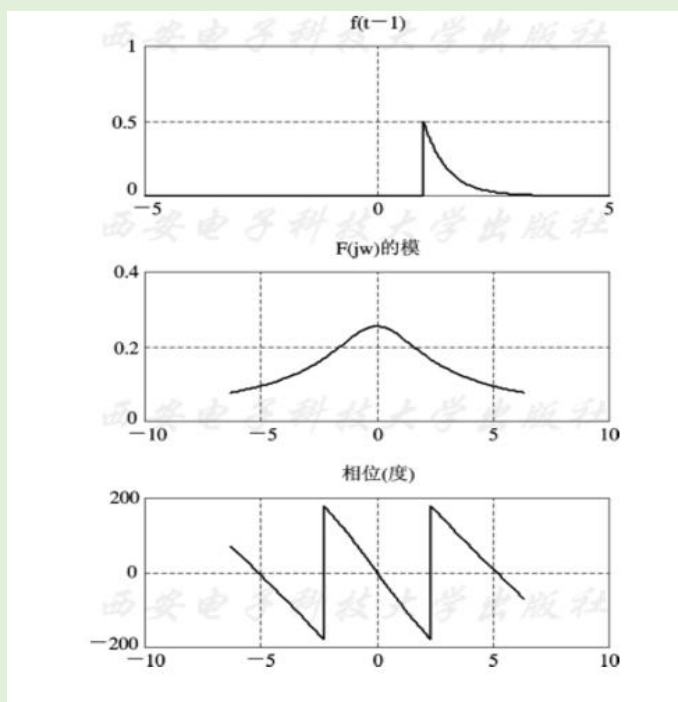
plot(w, F1); xlabel(' w ' ); grid on; ylabel(' F(jw)的模 ' );

subplot(3, 1, 3); plot(w, P1*180/pi);

grid; xlabel(' w ' ); ylabel(' 相位(度) ' );

```

傅里叶变换的时移特性如图所示。



### 3) 傅里叶变换的频移特性

信号  $f(t)=g_2(t)$  为门函数，试绘出信号  $f_1(t)=f(t)e^{-j10t}$  以及信号



$f_2(t)=f(t)e^{j10t}$  的频谱图，并与原信号频谱图进行比较。

MATLAB 程序：

```
R=0.02; t=-2: R: 2; f=stepfun(t, -1)-stepfun(t, 1);
```

```
f1=f.*exp(-j*10*t); f2=f.*exp(j*10*t); W1=2*pi*5;
```

```
N=500; k=-N: N; W=k*W1/N;
```

```
F1=f1*exp(-j*t' *W)*R; %f1(t)傅里叶变换
```

```
F2=f2*exp(-j*t' *W)*R; %f2(t)傅里叶变换
```

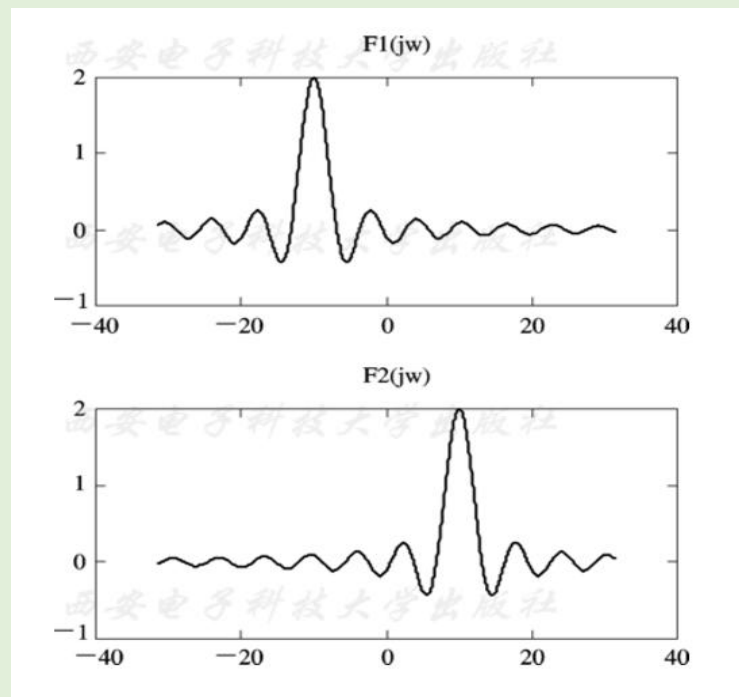
```
F1=real(F1); F2=real(F2); subplot(2, 1, 1); plot(W, F1);
```

```
xlabel(' w ' ); ylabel(' F1(jw)' ); title(' 频谱 F1(jw)' );
```

```
subplot(2, 1, 2); plot(W, F2);
```

```
xlabel(' w ' ); ylabel(' F2(jw)' ); title(' 频谱 F2(jw)' );
```

傅里叶变换的频移特性如图所示。



## 2. 程序设计实验

(1) 试确定下列信号的傅里叶变换的数学表达式。

(a)  $f(t)=u(t+1)-u(t-1)$

(b)  $f(t)=e^{-3t}u(t)$

(c)  $f(t)=e^{-t}u(t)$

(2) 试画出信号  $f(t)=e^{-3t}u(t)$ ,  $f(t-4)$  以及信号  $f(t) e^{-j4t}$  的频谱图。

## 四、实验要求

(1) 在计算机中输入程序，验证实验结果，并将实验结果存入指定存储区域。

(2) 对于程序设计实验，要求通过对验证性实验的练习，自行编制完整的实验程序，实现对信号的模拟，并得出实验结果。

(3) 在实验报告中写出完整的自编程序，并给出实验结果。

## 五、思考题

(1) 周期信号频谱的物理含义是什么？

(2) 周期信号频谱有何特点？其谱线间隔与什么有关？

(3) 非周期信号频谱密度函数的物理含义是什么？

(4) 周期信号频谱与非周期信号频谱密度函数的区别与联系是什么？

(5) 信号的时域特性与其频域特性有何对应关系？

(6) Fourier 变换的条件是什么？如何理解该条件？

(7) 如何理解 Fourier 变换的各种特性？