实验 7 离散信号的 DFT&FFT 频谱 MATLAB 仿真

一、实验目的

1、掌握序列傅氏变换的计算机实验方法，利用序列的傅氏变换对离散信号、系统及系统响应进行频域分析。

2、加深对离散信号的 DTFT、DFT 及其相互关系的理解。

3、在理论学习的基础上，加深对快速傅里叶变换 FFT 的理解，熟悉 FFT 算法

4、熟悉应用 FFT 对典型信号进行频谱分析的方法。

5、加深对离散信号 FFT 算法的运用，以便在实际中正确应用 FFT。

二、实验原理与方法

1、DFT 基础

一个连续信号$x_a(t)$ 的频谱可以用它的傅里叶变换表示为:

$$X_a(j\Omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x_a(t)e^{-j\Omega t}dt \tag{7-1}$$

如果对该信号进行理想采样， 可以得到采样序列:

$$x(n) = x_a(\mathrm{nT}) \tag{7-2}$$

同样可以对该序列进行 Z 变换，其中 T 为采样周期

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(\mathrm{n})\, z^{-n} \tag{7-3}$$

当 $\mathrm{z} = e^{j\omega}$的时候，我们就得到了序列的傅里叶变换(DTFT)：

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(\mathrm{n})\, e^{-j\omega n} \tag{7-4}$$

其中ω称为数字频率，它和模拟域频率的关系为:

$$\omega = \Omega T = \Omega / f_s \tag{7-5}$$

式中的f_s是采样频率，上式说明数字频率是模拟频率对采样率f_s的归一化。同模拟域的情况相似，数字频率代表了序列值变化的速率，而序列的傅立叶变换称为序列的频谱。序列的傅立叶变换和对应的采样信号频谱具有下式的对应关系。

$$X(e^{j\omega}) = \frac{1}{T}\sum_{m=-\infty}^{\infty} X_a\left(j\frac{\omega - 2\pi m}{T}\right) \tag{7-6}$$

即序列的频谱是采样信号频谱的周期延拓。从式（7-6）看出，只要分析采样序列的频谱，就可以得到相应的连续信号的频谱。注意：这里的信号必须是带限信号，采样也必须满足 Nyquist 定理。

在各种信号序列中，有限长序列在数字信号处理中占有很重要的地位。无限长的序列也往往可以用有限长序列来逼近。对于有限长的序列我们可以使用离散傅立叶变换(DFT),这一变换可以很好地反映序列的频域特性,并且容易利用快速算法 FFT 在计算机上实现。当序列的长度是 N 时，我们定义离散傅立叶变换为：

$$X(k) = DFT[x(\mathrm{n})] = \sum_{n=0}^{N-1} x(\mathrm{n})\, e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} = \sum_{n=0}^{N-1} x(\mathrm{n})\, W_N^{kn} \tag{7-7}$$

其中$W_N = e^{-j\frac{2\pi}{N}}$，它的反变换定义为：

$$x(\mathrm{n}) = IDFT[X(k)] = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} X(k)\, W_N^{-kn} \tag{7-8}$$

根据式(7-3)和(7-7)，令$z = W_N^{-k}$，则有

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(\mathrm{n})\, W_N^{kn} = DFT[x(\mathrm{n})] \tag{7-9}$$

可以得到$X(k) = X(z)|_{z=W_N^{-k}=e^{j\frac{2\pi}{N}k}}$，$W_N^{-k}$是 z 平面单位圆上幅角为$\omega = 2\pi k/N$的点，就是将单位圆进行 N 等分以后第 k 个点。所以，$X(k)$是 z 变换在单位圆上的等距采样，或者说是序列傅立叶变换的等距采样。时域采样在满足 Nyquist 定理时就不会发生频谱混淆。

若将 DFT 变换的定义写成矩阵形式(设 x，X 均为列矩阵)，则得到

$$X = \mathrm{A} \cdot \mathrm{x} \tag{7-10}$$

其中 DFT 变换矩阵 A 为

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & W_N^1 & \cdots & W_N^{N-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \cdots W_N^{N-1} & \cdots & W_N^{(N-1)^2} \end{bmatrix} \tag{7-11}$$

（1）Dftmtx 函数：用来计算 DFT 变换矩阵 A 的函数

A＝dftmta（n）：返回 n×n 的 DFT 变换矩阵 A。若 x 为给定长度的行向量，则 40

y＝x*A，返回 x 的 DFT 变换 y。

Ai＝conj（dftmtx（n））/n；返回 n×n 的 IDFT 变换矩阵 Ai。

(2)离散傅里叶变换 dft 函数(自编函数)

```
function Xk=dft(xn,N)   %实现离散傅里叶变换（DFT)的计算
n=[0:N-1];
k=n;
Wn=exp(-j*2*pi/N);
nk=n'*k;
Wnnk=Wn.^nk;
xn=[xn zeros(1,N-length(xn))];%对信号进行补零
Xk=xn*Wnnk;
end
```

程序中:Wn 为旋转因子;xn 代表离散时间序列 x(n);N 为离散时间序列 x(n)的长度；Xk 为离散序列 x(n)的傅里叶变换。

(3)离散傅里叶逆变换（IDFT)(自编函数)

```
function xn=idft(Xk,N)   %实现离散傅里叶逆变换（IDFT)的计算
n=[0:N-1];
k=[0:N-1];
Wn=exp(-j*2*pi/N);
nk=n'*k;
Wnnk=Wn.^(-nk);
```

```
xn=(Xk*Wnnk)/N;
```

(4)离散时间傅里叶变换 DTFT(**自编函数**)

```
function [X]=dtft(x,w)
% 计算 x 序列离散时间傅立叶变换
% [X]=dtft(x,n,w),
% X = 在 w 频率点上的 DTFT 数组,
% x = 沿 n 的有限长度序列,
% n = 样本位置向量
% w = 频率点位置向量
n=1:length(x);
ewn=exp(-n'*w*i);
X=x*ewn;
%调用时可选如下方案 1 或方案 2
%方案 1
%w=linspace(-2*pi,2*pi,1000)/dt;dt 为时间间隔
% w 是 1000 点行向量
% X0 = dtft(x0,w)*dt;
%方案 2
% k=0:511; f=fs*k/512;  %由 wk=2πk/512 可求得模拟频率 f
% Xa=dtft(xa,2*pi*k/512);    % 近似模拟信号频谱
end
```

【例 7-1】设 x(n)是 4 点序列{1 1 1 1 },调用 dft、idft、dft 函数实现以下要求：

1)求解序列 DTFT，并画出幅频曲线，

2)分别求解序列 4 点、8 点、16 点 DFT，并绘制幅频曲线，观察与 DTFT 幅频之间的关系。

程序如下:

```
clear;
xn=[1 1 1 1];
```

```
k=0:511;     %由 wk=2πk/512 可求得模拟频率 f
Xw=dtft(xn,2*pi*k/512);   % 近似模拟信号频谱
subplot(221),plot(2*pi*k/512,abs(Xw));title('DTFT 幅频'),xlabel('w')
Xk4=dft(xn,4);
subplot(222),stem(abs(Xk4));title('4 点 DFT 幅频')
Xk8=dft(xn,8);
subplot(223),stem(abs(Xk8));title('8 点 DFT 幅频')
Xk16=dft(xn,16);
subplot(224),stem(0:15,abs(Xk16));title('16 点 DFT 幅频')
```

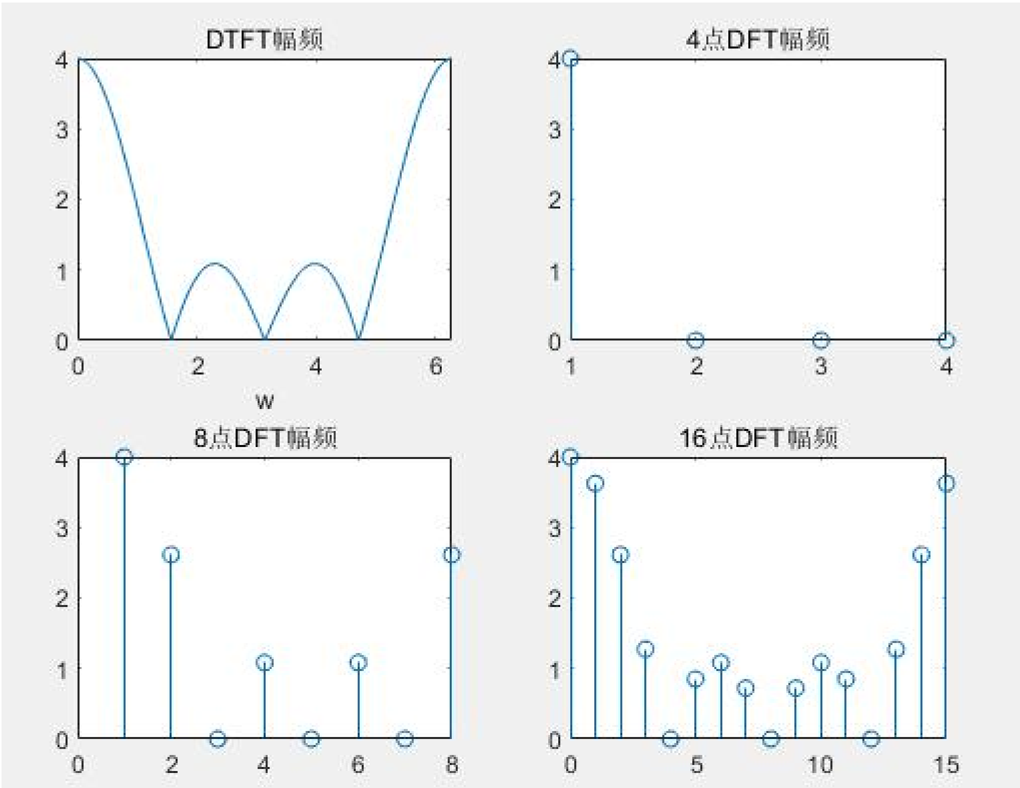


图 7-1 例 7-1 结果图

【例 7-2】

已知 $x(n)=\sin(n\pi/8)+\sin(n\pi/4)$，用 MATLAB 求解 N=8,16,32 时 DFT 的结果，并绘制幅频曲线，比较结果。

程序如下(给出 N=16,请自行补充 N=18,32)：

```
N=16;
n=0:1:N-1; %时域采样
xn=sin(n*pi/8)+sin(n*pi/4); %以下 DFT 求解也可以调用自编函数 dft 实现
```

```
k=0:1:N-1; %频域采样
WN=exp(-j*2*pi/N);
nk=n'*k;
WNnk=WN.^nk;41
Xk=xn*WNnk;
subplot(2,1,1)
stem(n,xn);
subplot(2,1,2)
stem(k,abs(Xk))
```

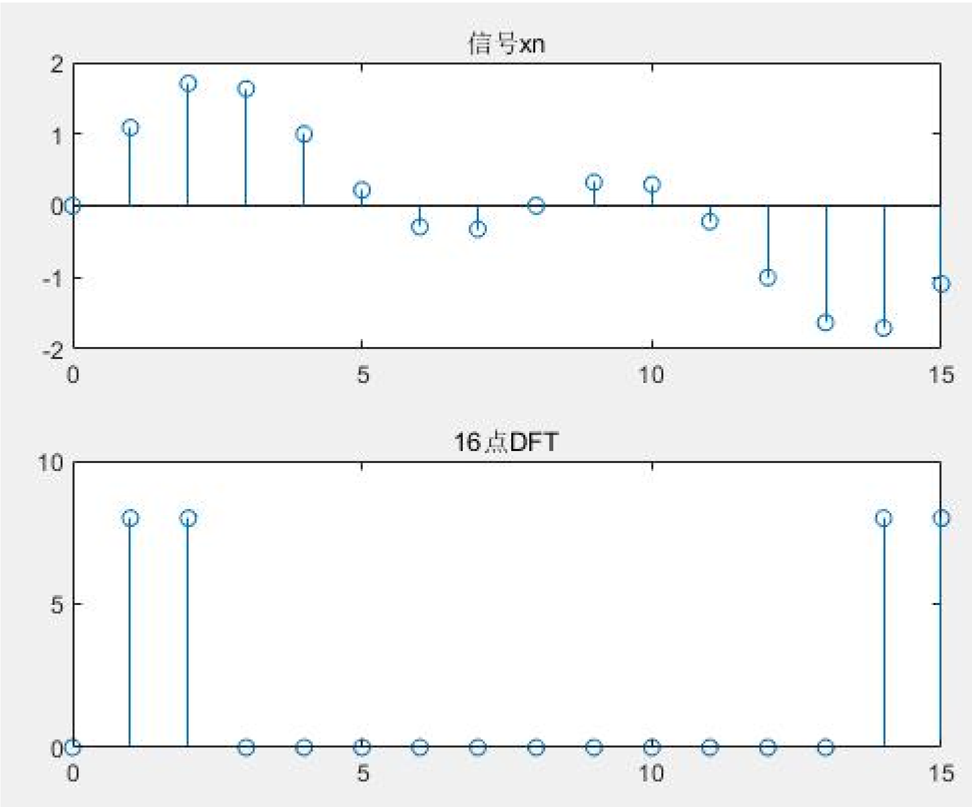


图 7-2 例 7-2 结果图

2、DFT 性质

DFT 的性质：

两个序列$x_1(n)$和$x_2(n)$都是 N 点有限长序列，设

$X_1(k) = DFT[x_1(n)]$ $X_2(k) = DFT[x_2(n)]$

1）线性

$$DFT[ax_1(n)+bx_2(n)] = aX_1(k)+bX_2(k) \tag{7-12}$$

式中 a,b 为任意常数。

2）圆周移位

一个有限长序列 $x(n)$ 的圆周移位定义

$$x_m = x[(n+m)]_N R_N(n) \tag{7-13}$$

式中，$x[(n+m)]_N$表示 $x(n)$ 的周期延拓序列$\tilde{x}(n)$的移位

$$x[(n+m)]_N = \tilde{x}(n+m) \tag{7-14}$$

有限长序列圆周移位后的 DFT 为

$$X_m(k) = DFT\{x_m[(n+m)]_N R_N(n)\} = W_N^{-kn} X(k) \tag{7-15}$$

［例 7-3］求有限长序列 $x(n) = 8(0.4)^n, 0 \le n \le 10$ 的圆周移位$x_m(n) = x[(n+4)]_{20} R_{20}(n)$,并画出其结果图。

程序如下：

```
N=10;
m=4;
n=0:1:N-1;
x=8*(0.4).^n;
n1=mod((n+m),N);
xm=x(n1+1);
subplot(2,1,1)
stem(n,x);
title('原始序列');
xlabel('n');
ylabel('x(n)');
subplot(2,1,2)
stem(n,xm);
title('圆周移位 4 位后的序列');
```

```
xlabel('n');
ylabel('x((n+4))mod20');
```

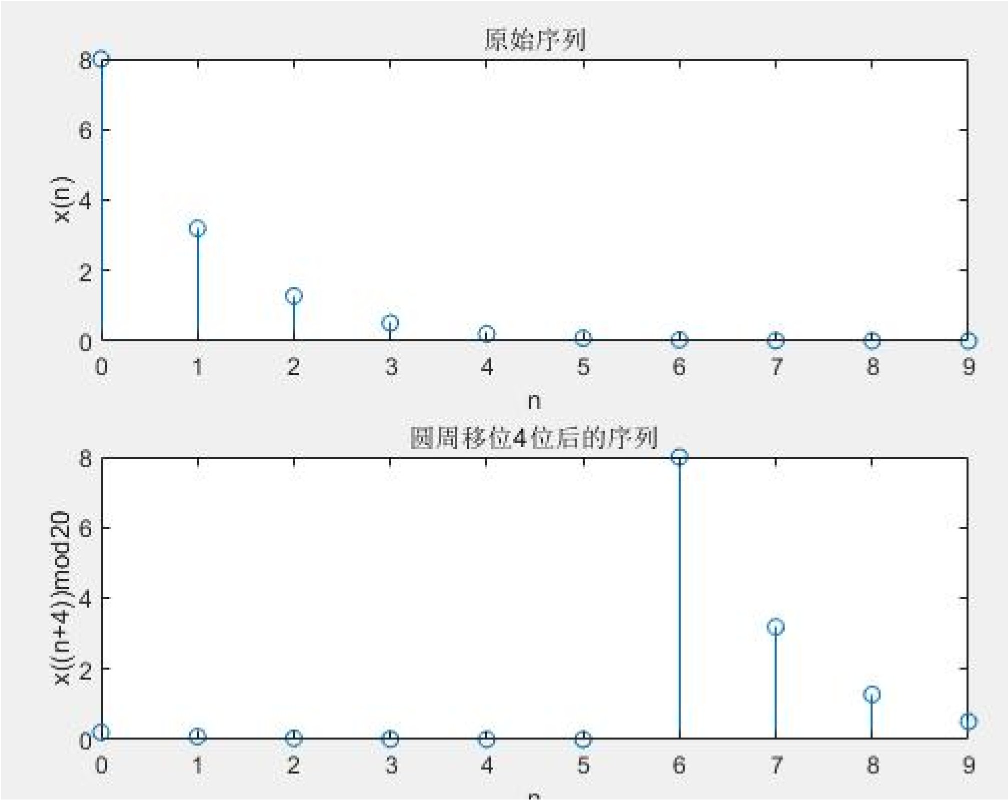


图 7-3 例 7-3 结果图

3）圆周卷积

假设 $\mathrm{Y(k)} = X_1(k)X_2(k)$, 则有

$$\begin{aligned} \mathrm{y(n)} &= IDFT[\mathrm{Y(k)}] = [\sum_{m=0}^{N-1} x_1(m)\, x_2((n-m))_N]R_N(n) \\ &= [\sum_{m=0}^{N-1} x_2(m)\, x_1((n-m))_N]R_N(n) \end{aligned} \quad (7\text{-}16)$$

用⊗表示圆周卷积，则上式可化简为

$$y(n) = IDFT[X_1(k)X_2(k)] = x_1(n) \otimes x_2(n) = x_2(n) \otimes x_1(n) \quad (7\text{-}17)$$

在 MATLAB 中，只有线卷积函数 conv，而不具备圆周移位函数和圆周卷积函数，可以自己编程构造这两个函数，如下所示。

✧ **圆周移位 cirshiftd 函数**

```
function y=cirshiftd(x,m,N)   %直接实现序列 x 的圆周移位
if length (x)>N
     error('the length of x must be less than N');
end
x=[x,zeros(1,N-length(x))];
n=[0:1:N-1];
y=x(mod(n-m,N)+1);
end
```

程序中： x 是长度小于 N 的序列；m 是移动的位数；N 是圆周长度；y 是移位后的输出序列。

✧ **圆周卷积 circonv 函数**

```
function yc=circonv(x1,x2,N)
if length(x1)>N        %以下两个 if 语句判断两个序列的长度是否小于 N
    error('N must not be less than length of x1');
end
if length(x2)>N
    error('N must not be less than length of x2');
end
x1=[x1,zeros(1,N-length(x1))];     %填充序列 x1(n)使其长度为 N1+N2-1
                                   %(序列 x1(n)的长度为 N1,序列 x2(n)的长度为 N2)
x2=[x2,zeros(1,N-length(x2))];     %填充序列 x2(n)使其长度为 N1+N2-1
n=[0:1:N-1];
x2=x2(mod(-n,N)+1);                %生成序列 x2((-n))N
H=zeros(N,N);
for n=1:1:N
    H(n,:)=cirshiftd(x2,n-1,N);    %该矩阵的 k 行为 x2((k-1-n))N
End
yc=x1*H';                          %计算圆周卷积
```

```
end
```

函数中，x1,x2 为需要计算圆周卷积的序列；N 为圆周卷积的点数。yc 为圆周卷积结果。

[实例 7-4]：已知 4 点矩形脉冲 R4(N)

1）求解其和自己的线卷积与 4 点圆卷积。

2）在 R4(N)后面添加 3 个零点，将它扩展成长度为 7 的序列后再计算它和自己的 7 点圆周卷积。

【解】：

```
clear all;
xn=[1 1 1 1];
y1=conv(xn,xn);       %矩形序列与其自身的线卷积
N=length(xn);
XK=dft(xn,N);         %圆周卷积定理
YK=XK.*XK;
yc=idft(YK,N);        %用圆周卷积定理实现的 4 点圆周卷积
xn1=[1 1 1 1 0 0 0];
N1=length(xn1);
XK1=dft(xn1,N1);
YK1=XK1.*XK1;
yc1=idft(YK1,N1);     %用圆周卷积定理实现的 7 点圆周卷积
```

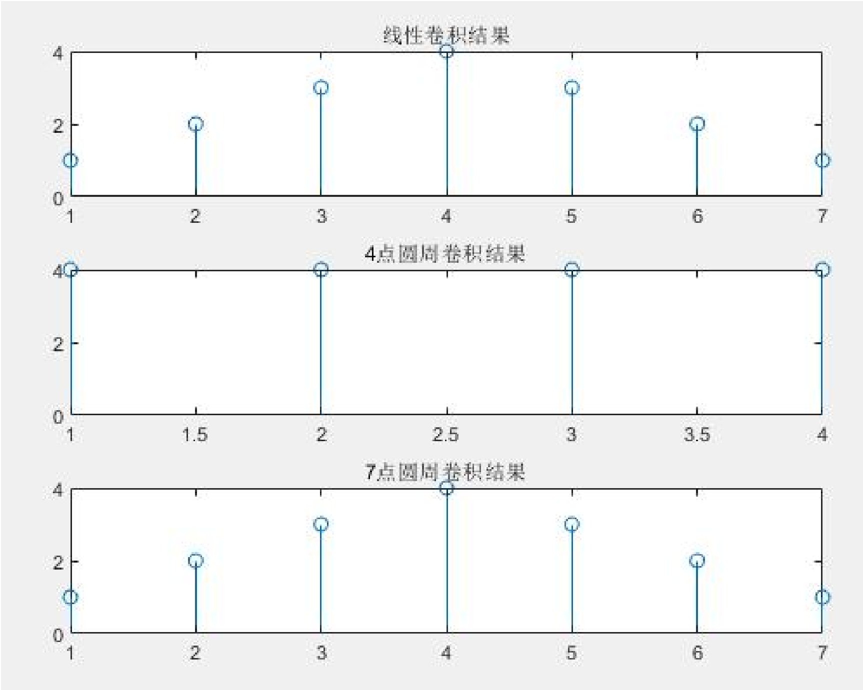


图 7-4 例 7-4 结果图

[实例 7-5]：

已知序列

$$x(n)=\begin{cases} n & 0\leqslant n\leqslant 11 \\ 0 & \text{其他} \end{cases},\quad h(n)=\begin{cases} 1 & 0\leqslant n\leqslant 5 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

求它们的线卷积 y1(n)=h(n)*x(n)和不同 N 点的圆周卷积 yN(n)=h(n)*x(n)，并研究两者之间的关系。

【解】x(n)的长度为 N1 = 12 点，h(n)的长度为 N2 = 6 点，我们用如下程序求出 h(n)和 x(n)的线卷积、N1 点的圆周卷积、N1+N2-1 点圆周卷积。

程序如下：

```
clear all
n=[0:1:11];
m=[0:1:5];
N1=length(n);
N2=length(m);
xn=n;                          %生成 x(n)
```

```
hn=ones(1,N2);                %生成 h(n)
yln=conv(xn,hn);               %直接用函数 conv 计算线性卷积
ycN1=circonv(xn,hn,N1);        %用函数 circonv 计算 N1 点圆周卷积
ycn=circonv(xn,hn,N1+N2-1);    %用函数circonv计算N1+N2-1点圆周卷积
nyl=[0:1:length(yln)-1];
ny1=[0:1:length(ycN1)-1];
ny2=[0:1:length(ycn)-1];
subplot(3,1,1);               %画图
stem(nyl,yln,’.’);
ylabel(’线性卷积’);
axis([0,18,0,60]);
subplot(3,1,2);
stem(ny1,ycN1,’.’);
ylabel(’圆周卷积 N1’)
axis([0,18,0,60]);
subplot(3,1,3);
stem(ny2,ycn,’.’);
ylabel(’圆周卷积 N1+N2-1’)
axis([0,18,0,60]);
```

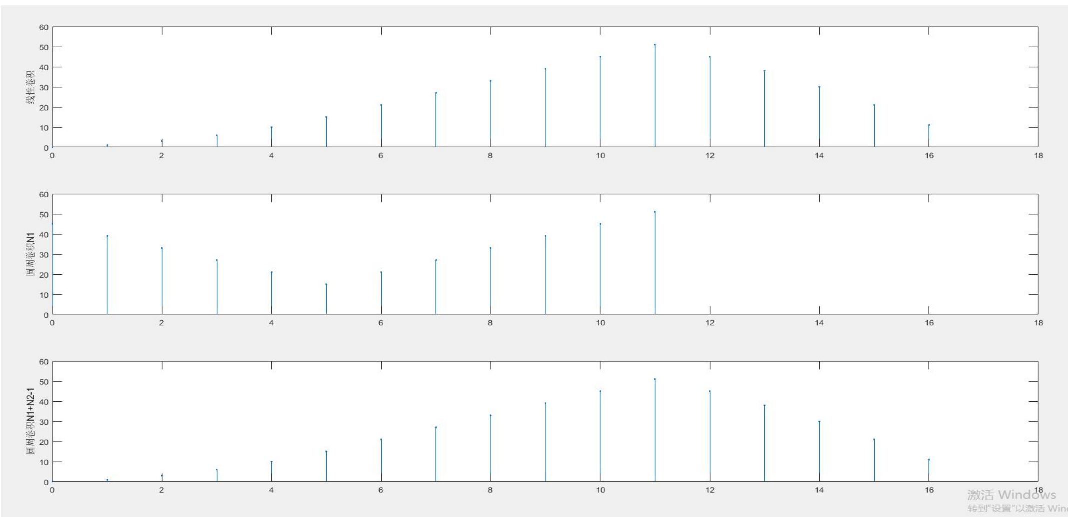


图 7-5 例 7-5 结果图

线性卷积的长度为被卷积的两序列的长度之和减一，即此例中的 N1+N2-1。从图中的仿真结果可看出，只有当圆周卷积的长度大于等于线卷积的长度时，圆周卷积的结果才与线卷积的结果一致。

3、FFT

（1）FFT 算法

N 点序列的 DFT 和 IDFT 变换定义式如下：

$$DFT[x(\mathrm{n})]=X(k)=\sum_{n=0}^{N-1}x(\mathrm{n})\,W_N^{kn},\quad 0\le \mathrm{k}\le \mathrm{N}-1 \qquad (7\text{-}18)$$

$$IDFT[X(k)]=x(\mathrm{n})=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}X(k)\,W_N^{-kn},\quad 0\le \mathrm{n}\le \mathrm{N}-1 \qquad (7\text{-}19)$$

利用旋转因子$W_N^{kn}=e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$的周期性，可以得到快速算法（FFT）。快速傅立叶变换 FFT 并不是与 DFT 不相同的另一种变换，而是为了减少 DFT 运算次数的一种快速算法。它是对变换式(7-18)进行一次次的分解，使其成为若干小点数 DFT 的组合，从而减小运算量。常用的 FFT 是以 2 为基数，其长度 $\mathrm{N}=2^M$。它的运算效率高，程序比较简单，使用也十分方便。当需要进行变换的序列的长度不是 2 的整数次方的时候，为了使用以 2 为基的 FFT，可以用末尾补零的方法，使其长度延长至 2 的整数次方。**IFFT 一般可以通过 FFT 程序来完成，比较式(7-18)和(7-19)，只要对$X(k)$取共轭，进行 FFT 运算，然后再取共轭，并乘以因子 1/N，就可以完成 IFFT.**

【例 7-6】研究当 1≤N≤64 时，FFT 函数的执行时间。最后画出执行时间相对于 N 的图。

```
Nmax=256;
Fft_time=zeros(1,Nmax);
for  n=1:1:Nmax;
x=rand(1:n);
t=clock;
fft(x);fft_time(n)=etime(clock,t);
end
n=[1:1:Nmax];
```

```
plot(n,Fft_time,'r.');
xlabel('N');ylabel('时间(单位：秒)');title('FFT 执行时间')
```

结果图 7-7 略

(2)频谱分析

DFT 是对序列傅立叶变换的等距采样，因此可以用于序列的频谱分析。在运用 DFT 进行频谱分析的时候可能有三种误差，分析如下：

✧ **混淆现象**

从式（7-6）中可以看出，序列的频谱是采样信号频谱的周期延拓，周期是 T，因此当采样速率不满足 Nyquist 定理，即采样频率$f_s=1/T$小于两倍的信号(这里指的是实信号)频率时，经过采样就会发生频率混淆。这导致采样后的信号序列频谱不能真实地反映原信号的频谱。所以，在利用 DFT 分析连续信号频谱的时候，必须注意这一问题。避免混淆现象的唯一方法是保证采样的速率足够高，使频谱交叠的现象不出现。这就告诉我们，在确定信号的采样频率之前，需要对频谱的性质有所了解。在一般的情况下，为了保证高于折叠频率的分量不会出现，在采样之前，先用低通模拟滤波器对信号进行滤波。

✧ **泄露现象**

实际中的信号序列往往很长，甚至是无限长序列。为了方便，我们往往用裁短的序列来近似它们。这样可以使用较短的 DFT 来对信号进行频谱分析。这种裁短等价于给原信号序列乘以一个矩形窗函数。而矩形窗函数的频谱不是有限带宽的，从而它和原信号的频谱进行卷积以后会扩展原信号的频谱。值得一提的是，泄露是不能和混淆完全分离开的，因为泄露导致频谱的扩展，从而造成混淆。为了减小泄漏的影响，可以选择适当的窗函数使频谱的扩散减到最小。

✧ **栅栏效应**

因为 DFT 是对单位圆上 Z 变换的均匀采样，所以它不可能将频谱视为一个连续函数，这样就产生了栅栏效应，从某种角度来看，用 DFT 来观看频谱就好像通过一个栅栏观看一幅景象，只能在离散点上看到真实的频谱。这样的话就会有一些频谱的峰点或谷点被“栅栏”挡住，不能被我们观察到。减小栅栏效应的一个方法是在原序列的末端补一些零值，从而变动 DFT 的点数。这种方法的实质是人为地改变了对真实频谱采样的点数和位置，相当于搬动了“栅栏”的位置，从而

使得被挡住的一些频谱的峰点或谷点显露出来。注意，这时候每根谱线所对应的频率和原来的已经不相同了。

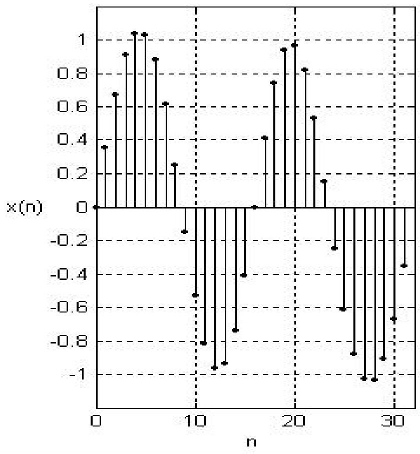
从上面的分析过程可以看出，DFT 可以用于信号的频谱分析，但必须注意可能产生的误差，在应用过程中要尽可能减小和消除这些误差的影响。

【例 7-7】已知信号 $x(t)=0.15\sin(2\pi f1t)+\sin(2\pi f2t)-0.1\sin(2\pi f3t)$，f1=1Hz，f2=2Hz，f3=3Hz。取 fs=32Hz 作频谱分析。

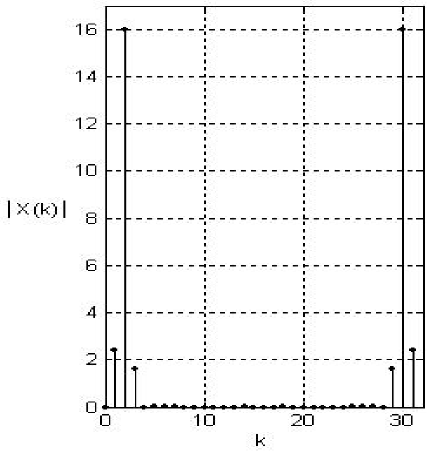
【解】程序如下：

```
clear all
fs=32;
N=fs;
n=0:N-1;
f1=1;f2=2;f3=3;
xn=0.15*sin(2*pi*f1*n/fs)+sin(2*pi*f2*n/fs)-0.1*sin(2*pi*f3*n/fs);
XK=fft(xn,N);
magXK=abs(XK);
phaXK=angle(XK);
subplot(1,2,1)
stem(n,xn,'.');
xlabel('n');ylabel('x(n)');
axis([0,32,-1.2,1.2]);
grid;
subplot(1,2,2)
k=0:length(magXK)-1;
stem(k,magXK,'.');
xlabel('k');ylabel('|X(k)|');
axis([0,32,0,17]);
grid
```

仿真图如图所示。(a)是信号的时域波形图，(b)是信号的频谱图。



(a)



(b)

图 7-7 例 7-7 结果

【例 7-8】构造一个信号频率 f = 1Hz，抽样频率 fs = 32Hz 的正弦序列，分别在整周期抽样间隔和非整周期抽样间隔两种情况下作谱分析。

MATLAB 仿真程序如下：

```
clear all;fs=32;N=32;n=0:N-1;f=1;
d=(1/fs)*0.05;                        %抽样间隔误差
Ts=1/fs;                              %整周期抽样间隔，Ts*N=T
Ts1=1/fs-d;                           %非整周期抽样间隔，Ts*N≠T
xn=sin(2*pi*f*n*Ts);                  %整周期抽样得到的序列 xn
xn1=sin(2*pi*f*n*Ts1);                %非整周期抽样得到的序列
xn1
XK=fft(xn,N);             %由整周期抽样序列 xn 的 DFT 得到的谱
magXK=abs(XK);phaXK=angle(XK);
XK1=fft(xn1,N);           %由非整周期抽样序列 xn1 的 DFT 得到的谱
magXK1=abs(XK1);phaXK1=angle(XK1);
subplot(2,2,1);stem(n,xn,'.');
xlabel('n');ylabel('整周期抽样得到的序列 xn');
axis([0,N,-1.2,1.2]);grid;
subplot(2,2,2)
k=0:length(magXK)-1;
stem(k,magXK,'.');
```

```
xlabel(’k’);ylabel(’整周期抽样序列 xn 的幅值谱|X(k)|’);
axis([0,N,0,(fs/2)+1]);grid
subplot(2,2,3);stem(n,xn1,’.’);
xlabel(’n’);ylabel(’非整周期抽样得到的序列 xn1’);
axis([0,N,-1.2,1.2]);grid;
subplot(2,2,4)
k=0:length(magXK1)-1;
stem(k,magXK1,’.’);
xlabel(’k’);ylabel(’非整周期抽样序列 xn1 的幅值谱|X(k)1|’);
axis([0,N,0,(fs/2)+1]);grid
```

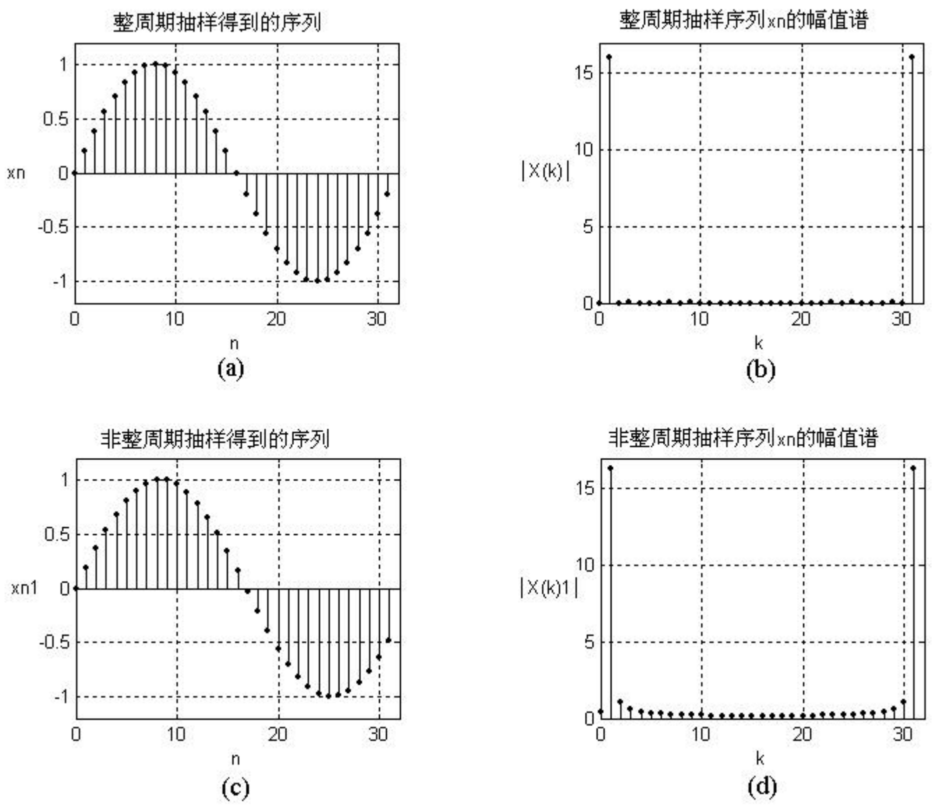


图 7-8 例 7-8 结果

仿真结果，比较整周期抽样序列的幅值谱图(b)和非整周期抽样序列的幅值谱图(d)，可清楚地看到**频谱泄露**现象。

(3) 快速卷积

用来计算有限长序列卷积的方法。若选择$x(n)$为 N1 点序列，h (n)为 N2 点

序列，则x(n)，h (n)的线性卷积y(n)为

$$
\begin{aligned}
\mathrm{y(n)} &= x(n) * h(n) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} x(m)\, h((n-m))_N R_N(n) \\
&= \sum_{m=0}^{N-1} x(m)\, h(n-m)
\end{aligned}
\tag{7-20}
$$

为使有限长序列的线性卷积可用其圆周卷积来代替而不产生混叠，必须 N≥N1+N2-1 且 N 为 2 的整幂次，现在线性卷积可通过计算两个 N 点的 FFT，一个 N 点的 IFFT 和一次 N 点点积得到。

$$
y(n) = x(n) * h(n) = IFFT\{FFT[x(n)] \cdot FFT[h(n)]\} \tag{7-21}
$$

(4) 函数应用

MATLAB 为计算数据的离散快速傅立叶变换，提供了一系列丰富的数学函数，主要有 fft、ifft、fft2、ifft2、和 fftshift、ifftshift 等。当所处理的数据的长度为 2 的幂次时，采用基-2 算法进行计算，计算速度会显著增加。所以，要尽可能使所要处理的数据长度为 2 的幂次或者用添零的方式来添补数据使之成为 2 的幂次。

【例 7-9】用 FFT（即快速卷积法）实现

$x(n)=\begin{cases} n & 0\le n\le 11 \\ 0 & 其它 \end{cases}$，$h(n)=\begin{cases} 1 & 0\le n\le 5 \\ 0 & 其它 \end{cases}$ 两序列的线卷积。

实现程序：

```
clear all;
n=[0:11];m=[0:5];
N1=length(n);N2=length(m);
xn=n;hn=ones(1,N2);
N=N1+N2-1;
XK=fft(xn,N);
HK=fft(hn,N);
YK=XK.*HK;
yn=ifft(YK,N);
```

```
if all (imag(xn)==0)&(all(imag(hn)==0))
    yn=real(yn);
end
x=0:N-1;
stem(x,yn,'.');
axis([0,18,0,60]);
grid on;
```

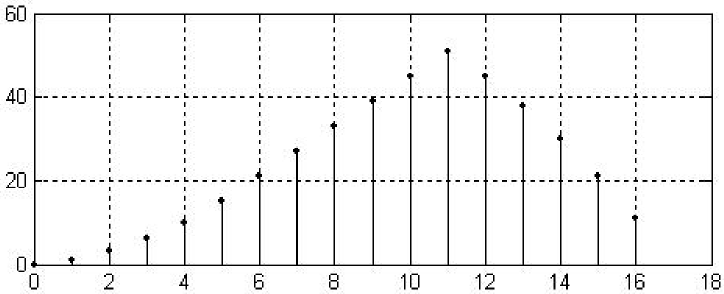


图 7-9 例 7-9 结果

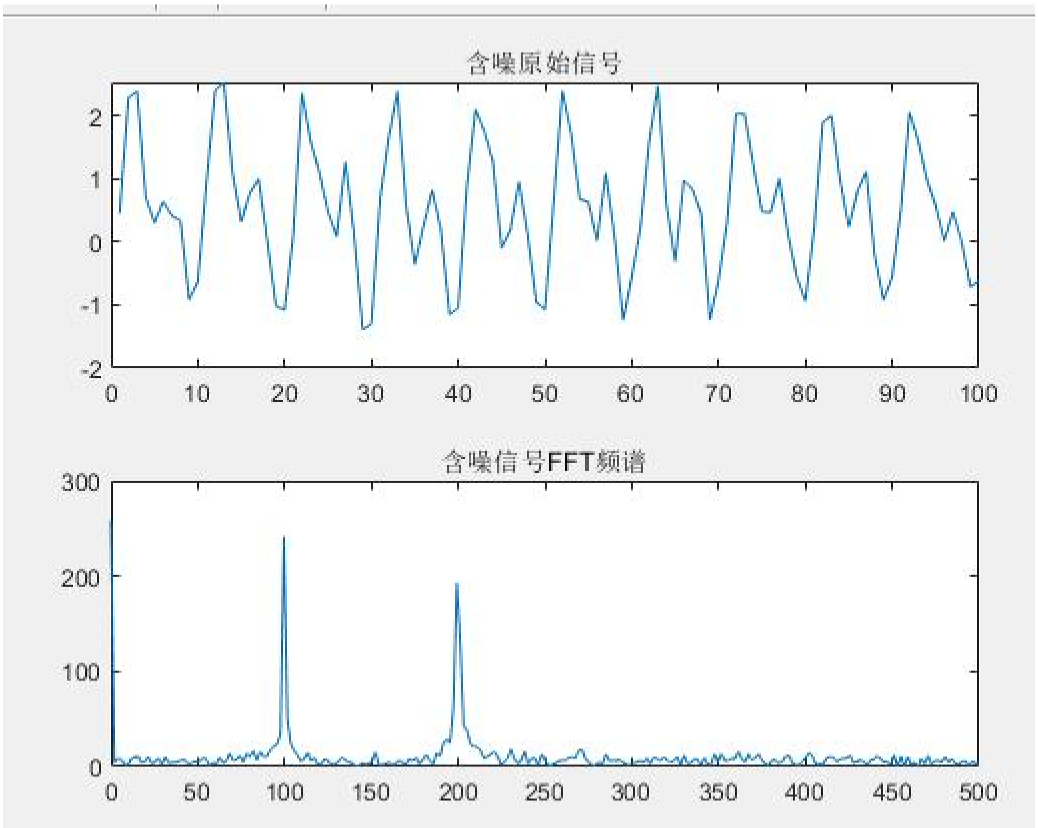
[例 7-10] fft 在信号分析中的应用

使用频域分析方法从受噪声污染的信号 x(t)中鉴别出有用的信号。

程序：

```
t=0:0.001:1;
%采样周期为 0.001s,即采样频率为 1000Hz;
%产生受噪声污染的正正弦波信号；
x=sin(2*pi*100*t)+sin(2*pi*200*t)+rand(size(t));
subplot(2,1,1)
plot(x(1:100));title('信号')
%画出时域内的信号；
Y=fft(x,512);
%对 X 进行 512 点的傅立叶变换；
f=1000*(0:256)/512;
%设置频率轴（横轴）坐标，1000 为采样频率；
subplot(2,1,2)
```

```
plot(f,Y(1:257));
%画出频域内的信号
```



从受噪声污染信号的时域波中，很难看出正弦波的成分。但是通过对 x(t) 作傅立叶变换，把时域信号变换到频域进行分析，可以明显看出信号中 100Hz 和 200Hz 的两个频率分量。

图 7-10 例 7-10 结果

三、实验内容及步骤

1、验证所有例程，理解原理，观察分析结果，总结实验所得结论。

2、分别计算 16 点序列 $\mathrm{x(n)} = \cos\frac{5\pi}{16}n, 0 \le n \le 15$ 的 16 点和 32 点 fft，绘出幅度谱图形，并绘出该序列的 DTFT 幅频，观察分析结果。

3、已知某序列 x(n)在单位圆上的 N=64 等分样点的 Z 变换为

$$\mathrm{X}(Z_k) = X(k) = \frac{1}{1-0.8e^{-j2\pi k/N}}\ ,k = 0,1,2,\dots,63$$

用 N 点 IFFT 程序计算$\bar{x}(\mathrm{n}) = IDFT[X(k)]$，绘出$\bar{x}(\mathrm{n})$。

4、在实验四基础上继续完善（选做）

1）请查询资料，MATLAB 实现：采集一段 10 秒电话拨号音(长按 1 或其他数字)，选择合适的采样频率抽样，转换为离散时间信号，存储在 MATLAB 中，并对其添加强度不同的随机噪声后播放出来，描述一下听见的效果如何？

2）选择合适的点数，对采样后的纯净信号和含噪信号分别求解 FFT，绘制其幅频曲线，观察结果。

四、思考题

1、分析 ZT、DTFT 和 DFT 之间的相互关系。

2、分析比较 N 点 DFT 和 FFT 的复乘、复加运算量。

3、在什么条件下，两序列的圆周卷积和线性卷积相等？

4、利用 FFT 求解连续信号频谱需经过哪些环节/会遇到哪些问题？如何解决？

五、实验报告要求

1、简述实验目的及原理。

2、在实验报告中附上在实验过程中记录的各个信号序列的特性图，分析所得到的结果图形，总结实验中的主要结论。

3、简要回答思考题。