时间序列总总总复习

填空题

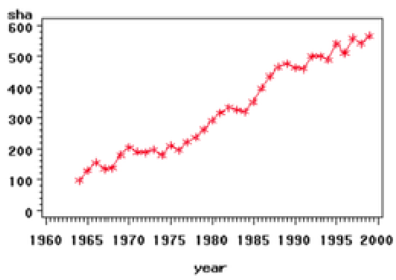
①：模型可逆性条件（用平稳域--系数判断）

时间序列满足模型 $x_t=\varepsilon_t-a\varepsilon_{t-1}+0.8\varepsilon_{t-2}$，则当 a 满足______________时，模型可逆。

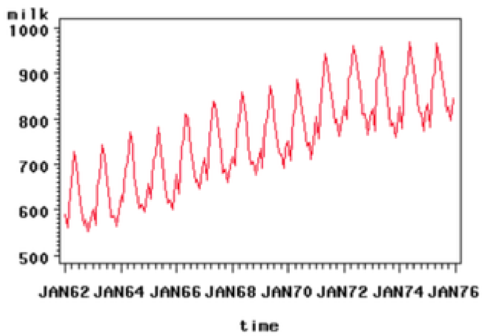
时间序列满足模型 $x_t=\varepsilon_t-a\varepsilon_{t-1}+0.6\varepsilon_{t-2}$，则当 a 满足______________时，模型可逆。

②：平稳时间序列的判断

下图为一个时间序列的时序图，则该序列________（是/不是）平稳序列。



下图为一个时间序列的时序图，则该序列________（是/不是）平稳序列。



③：AR传递形式 & MA逆转形式

写出 AR（p）模型的传递形式：

写出 MA（q）模型的逆转形式：

④ 纯随机性检验（白噪声检验）

在纯随机性检验中，如果 P 值显著大于显著性水平 α，则应该__________（接受/拒绝）原假设。

在纯随机性检验中，如果 P 值显著小于显著性水平 α，则应该________（接受/拒绝）原假设。

⑤：平稳序列的性质

如果一个平稳序列短期延迟的序列值之间不存在显著的相关关系，则长期延迟的序列值之间_____（会/不会）存在显著的相关关系过程。

平稳序列通常具有_______（短期/长期）相关性。

⑥：AR & MA & 截尾拖尾

MA（1）模型 $x_t = \varepsilon_t - 0.4\varepsilon_{t-1}$，其中 ε_t 为零均值方差为 4 的白噪声，模型方差为______，一阶自相关函数为_________。

时间序列 $x_t = 0.5x_{t-1} + \varepsilon_t$， ε_t 为零均值方差为 σ_ε^2 的白噪声，则 $\mathrm{Var}(x_t) =$___________，自相关系数的递推公式为：__________________。

一个可逆的 MA（q）模型一定对应一个与它具有________（相同/不同）自相关系数和偏自相关系数的不可逆的 MA（q）模型。

MA（1）模型 $x_t = \varepsilon_t - 0.5\varepsilon_{t-1}$，其中 ε_t 为零均值方差为 4 的白噪声，模型方差为______，一阶自相关函数为________。

时间序列 $x_t = 0.2x_{t-1} + \varepsilon_t$， ε_t 为零均值方差为 σ_ε^2 的白噪声，则 $\mathrm{Var}(x_t) =$___________。

AR（p）模型偏自相关系数____阶截尾，可逆的 MA（q）模型偏自相关系数____阶截尾。

选择题

⑦ 参数估计方法

关于时间序列模型参数估计的说法中，正确的是（　　）。

A. 矩估计的精度高

B. 极大似然估计需要迭代求解

C. 最小二乘估计需要假设总体的分布函数

D. 最小二乘估计通常作为极大似然估计的初始值

关于时间序列模型参数估计的说法中，不正确的是（　　）。

A. 矩估计在低阶 ARMA 模型场合下计算量小

B. 最小二乘估计需要迭代求解

C. 矩估计通常用做极大似然估计的初始值

D. 极大似然估计不需要假设总体分布

⑧ 严平稳与宽平稳

下列关于严平稳与宽平稳的描述中，不正确的是（　　）。

A. 严平稳序列不一定都是宽平稳序列

B. 宽平稳序列不一定不是严平稳序列

C. 服从柯西分布的序列，严平稳能推出宽平稳

D. 服从正态分布的序列，宽平稳能推出严平稳

下列关于严平稳与宽平稳的描述中，正确的是（　　）。

A. 严平稳序列一定都是宽平稳序列

B. 宽平稳序列一定不是严平稳序列

C. 服从柯西分布的序列，严平稳不能推出宽平稳

D. 服从正态分布的序列，宽平稳不能推出严平稳

⑨ 差分阶数选择

某一非平稳时间序列，做 2 阶差分后已经平稳，且 2 阶、3 阶、4 阶差分后序列的方差分别为 4、9、16，则应该对该序列做（　　）阶差分。

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

某一非平稳时间序列，做 1 阶差分后已经平稳，且 1 阶、2 阶、3 阶、4 阶差分后序列的方差分别为 1、4、9、16，则应该对该序列做（　　）阶差分。

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

⑩ ARMA模型性质

下列关于 ARMA 模型的描述中，不正确的是（　　）。

A. 模型的平稳性只与自回归部分有关

B. 模型的可逆性只与移动平均部分有关

C. 平稳的条件是 $\Theta(B)=0$ 的根都在单位圆外

D. 平稳的条件是 $\Phi(B)=0$ 的根都在单位圆外

下列关于 ARMA 模型的描述中，正确的是（　　）。

A. 模型的平稳性与自回归系数和移动平均系数都有关

B. 模型的可逆性与自回归系数和移动平均系数都有关

C. 平稳可逆的条件是模型的特征根都在单位圆内

D. 平稳可逆的条件是模型的特征根都在单位圆外

①① 模型识别（ACF/PACF）

若零均值平稳序列 $\{\nabla^2 x_t\}$，其样本 PACF 呈现拖尾性，其样本 ACF 呈现二阶截尾性，则可初步认为对 $\{x_t\}$ 应该建立（　　）模型。

A. MA（2）　B. IMA（2，2）　C. ARI（2，1）　D. ARIMA（2，1，2）

若零均值平稳序列 $\{\nabla^2 x_t\}$，其样本 PACF 呈现 2 阶截尾，其样本 ACF 呈现拖尾，则可初步认为对 $\{x_t\}$ 应该建立（　　）模型。

A. MA（2）　B. IMA（2，2）　C. ARI（2，2）　D. ARIMA（2，1，2）

①② ARIMA模型识别

已知时间序列 $\{X_t\}$ 满足模型 $x_t=2x_{t-1}-x_{t-2}+\varepsilon_t$，则对它可建立模型（　　）。

A. ARIMA(1,1,1)　B. ARIMA(0,2,0)　C. ARI MA(1,1,0)　D. ARIMA(0,2,1)

已知时间序列 $\{X_t\}$ 满足模型 $\phi_1 x_t-(1+\phi_1)x_{t-1}+x_{t-2}=\varepsilon_t-\theta_1\varepsilon_{t-1}$，其中 $|\phi_1|<1$，则对它可建立模型（　　）。

A. ARIMA(1,1,1)　B. ARIMA(0,2,0)　C. ARI MA(1,1,0)　D. ARIMA(0,2,1)

①③ 差分算子和延迟算子

下列关于差分算子和延迟算子的描述中，不正确的是（　　）。

A. $\nabla(x_t+y_t)=\nabla x_t+\nabla y_t$　　B. $B(c\cdot x_t)=c\cdot Bx_t=c\cdot x_{t-1}$

C. $B^0=1$　　D. $\nabla^k x_t=x_t-x_{t-k}$

下列关于差分算子和延迟算子的描述中，不正确的是（　　）。

A. $\nabla(c\cdot x_t)=c\cdot\nabla x_t$　　B. $B(x_t\pm y_t)=x_{t-1}\pm y_{t-1}$

C. $\nabla_k x_t=(1-B)^k x_t$　　D. $\nabla^2 x_t=x_t-2x_{t-1}+x_{t-2}$

①④ 延迟算子表示

ARMA（1，2）模型 $x_t = 0.2x_{t-1} + \varepsilon_t - 0.1\varepsilon_{t-1} - 0.3\varepsilon_{t-2}$，其用延迟算子表示为（　　）。

A. $(1-0.2B)x_t = (1-0.1B-0.3B^2)\varepsilon_t$　　B. $(B^2-0.2B)x_t = (B-0.1-0.3)\varepsilon_t$

C. $(B^2-0.2B)x_t = 0.1\nabla\varepsilon_t + 0.3\nabla^2\varepsilon_t$　　D. $(1-0.2B)x_t = 0.1\nabla\varepsilon_t + 0.3\nabla^2\varepsilon_t$

ARMA（1，1）模型 $x_t = 0.2x_{t-1} + \varepsilon_t - 0.1\varepsilon_{t-1}$，其用延迟算子表示为（　　）。

A. $(1-0.2B)x_t = (1-0.1B)\varepsilon_t$　　B. $(B^2-0.2B)x_t = (B-0.1)\varepsilon_t$

C. $(B^2-0.2B)x_t = 0.1\nabla\varepsilon_t$　　D. $(1-0.2B)x_t = 0.1\nabla\varepsilon_t$

①⑤ 纯随机序列性质

关于纯随机序列的描述中，错误的是（　　）。

A. 序列值之间具有相关性　　B. 也称为白噪声序列

C. 具有方差齐性　　D. 具有纯随机性

关于纯随机序列的描述中，错误的是（　　）。

A. 均值为常数　　B. 方差为常数

C. 时刻不同的序列值之间具有相关性　D. 时刻不同的序列值之间没有相关性

①⑥ 模型选择准则

关于模型选择准则的描述中，错误的是（　　）。

A.　AIC 准则从拟合程度和模型复杂度两个方面衡量模型的优劣

B.　SBC 准则从拟合程度和模型复杂度两个方面衡量模型的优劣

C. 样本容量趋于无穷大时，SBC 准则选择的模型不收敛于真实模型

D. 样本容量趋于无穷大时，AIC 准则选择的模型不收敛于真实模型

关于模型选择准则的描述中，错误的是（　　）。

A.　AIC 准则惩罚模型的复杂度

B.　AIC 准则值受样本容量影响

C.　SBC 准则是最优模型的真实阶数的相合估计

D.　SBC 准则值受样本容量影响

判断题

1．平稳非白噪声序列可以用 ARMA 模型建模。（　）

2．时间序列分析的主要方法是频域方法。（　）

3．平稳时间序列的自相关系数具有对称性。（　）

4．纯随机序列也称为白噪声序列。（　）

5．常用的时间序列模型可视为线性差分方程。（　）

6．有效模型指能够充分提取序列中相关信息的模型。（　）

7．单位根检验可以检验序列的平稳性。（　）

8．非平稳序列可以用 ARIMA 模型进行建模。（　）

9．序列中心化影响信息提取。（　）

10．自相关系数与时间序列是一一对应的。（　）

1．平稳非白噪声序列是最容易分析的序列。（　）

2．时间序列分析的主要方法是时域方法。（　）

3．平稳时间序列的均值一定为常数。（　）

4．纯随机序列没有分析价值。（　）

5．平稳序列通常具有长期相关性。（　）

6．模型的有效性检验主要看每一个未知参数是否显著非零。（　）

7．参数的显著性检验就是要检验模型提取信息是否充分。（　）

8．非平稳序列不可以用 ARMA 模型进行建模。（　）

9．时序图具有周期趋势的序列不是平稳时间序列。（　）

10．偏自相关系数与时间序列是一一对应的。（　）

简答题

已知某一平稳非白噪声序列的样本自相关图和偏自相关图如下所示，说明后续的建模步骤。

```
                                   Autocorrelations

Lag   Covariance   Correlation   -1 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 1

  0     139.798      1.00000     |                    |********************|
  1   -54.504114     -.38988     |            ********|    .               |
  2    42.553609     0.30439     |               .    |******              |
  3   -23.144178     -.16555     |              .  ***|     .              |
  4     9.886402     0.07072     |              .     |*    .              |
  5   -13.565875     -.09704     |              .   **|     .              |
  6    -6.578560     -.04706     |              .    *|     .              |
  7     4.945082     0.03537     |              .     |*    .              |
  8    -6.075359     -.04346     |              .    *|     .              |
  9    -0.670493     -.00480     |              .     |     .              |
 10     2.012128     0.01439     |              .     |     .              |
 11    15.366178     0.10992     |              .     |**   .              |
 12    -9.615079     -.06878     |              .    *|     .              |
 13    20.694889     0.14803     |              .     |***  .              |
 14     5.000367     0.03577     |              .     |*    .              |
 15    -0.933542     -.00668     |              .     |     .              |
 16    24.185609     0.17300     |              .     |***  .              |
 17   -15.565443     -.11134     |              .   **|     .              |
 18     2.791872     0.01997     |              .     |     .              |

                             "." marks two standard errors
```

```
                       Partial Autocorrelations

Lag   Correlation   -1 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 1

  1     -0.38988    |            ********|    .               |
  2      0.17971    |               .    |****.               |
  3      0.00226    |               .    |    .               |
  4     -0.04428    |               .   *|    .               |
  5     -0.06941    |               .   *|    .               |
  6     -0.12062    |               .  **|    .               |
  7      0.01968    |               .    |    .               |
  8      0.00489    |               .    |    .               |
  9     -0.05650    |               .   *|    .               |
 10      0.00371    |               .    |    .               |
 11      0.14280    |               .    |*** .               |
 12     -0.00941    |               .    |    .               |
 13      0.09196    |               .    |**  .               |
 14      0.16693    |               .    |*** .               |
 15     -0.00129    |               .    |    .               |
 16      0.22069    |               .    |****.               |
 17      0.05281    |               .    |*   .               |
 18     -0.10519    |               .  **|    .               |
```

如何利用差分运算去除时间序列中的趋势。

写出 ARMA（p, q）模型，并说明需要估计的参数。

简述自相关系数和偏自相关系数的区别和联系。

纯随机序列

举实际的时间序列的例子（详细 体现特征）

宽平稳定义

计算题

① AR & MA 模型的计算

(1) 已知某 AR（2）模型为$x_t=\phi_1 x_{t-1}+\phi_2 x_{t-2}+\varepsilon_t$，且$\rho_1$=0.5，$\rho_2$=0.8，求$\phi_1$，$\phi_2$；

(2) 计算 MA（2）模型$x_t=\varepsilon_t-0.5\varepsilon_{t-1}+0.2\varepsilon_{t-2}$的逆函数$I_j, j=0,1,2$。

(1) 已知某 AR（2）模型为$x_t=\phi_1 x_{t-1}+\phi_2 x_{t-2}+\varepsilon_t$，且$\rho_1$=0.4，$\rho_2$=0.2，求$\phi_1$，$\phi_2$；

(2) 计算 MA（1）模型$x_t=\varepsilon_t-0.5\varepsilon_{t-1}$的逆函数$I_j, j=0,1,2$。

② 平稳性与可逆性判断 （特征根 & 平稳域）

用特征根判别法判断下列模型的平稳性和可逆性。

(1) $x_t=0.6x_{t-1}+\varepsilon_t-1.2\varepsilon_{t-1}$

(2) $x_t=-x_{t-1}-0.16x_{t-2}+\varepsilon_t-1.4\varepsilon_{t-1}+0.33\varepsilon_{t-2}$

用特征根判别法判断下列模型的平稳性和可逆性。

(1) $x_t = 0.8x_{t-1} + \varepsilon_t - 1.2\varepsilon_{t-1}$

(2) $x_t = -1.1x_{t-1} - 0.18x_{t-2} + \varepsilon_t - 1.5\varepsilon_{t-1} + 0.36\varepsilon_{t-2}$

③ AR 模型的预测与置信区间 + 校正预测

5. 对于 AR(1)模型：$x_t-\mu=\phi_1(x_{t-1}-\mu)+\varepsilon_t$，根据 t 个历史观察值数据：…，10.1，9.6，已求出 $\hat{\mu}=10$，$\hat{\phi}_1=0.3$，$\hat{\sigma}_\varepsilon^2=9$。

（1）求 x_{t+3}的 95%的置信区间。

（2）假定新获得观察值数据 $x_{t+1}=10.5$，用更新数据求 x_{t+3}的 95%的置信区间。

已知某超市月销售额近似服从 AR（2）模型（单位：万元/月）

$$x_t = 10 + 0.6x_{t-1} + 0.3x_{t-2} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0,36)$$

某年第一季度该超市月销售额分别为：101 万元、96 万元、97.2 万元。

(1) 确定该超市第二季度月销售额及 95%置信区间；

(2) 如果 4 月的真实销售额为 100 万元，求第二季度后两个月的销售额及 95%置信区间。

已知某超市月销售额近似服从 AR（2）模型（单位：万元/月）

$$x_t = 10 + 0.6x_{t-1} + 0.3x_{t-2} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0,25)$$

某年 1、2、3 月销售额分别为：100 万元、92 万元、98 万元。

(1) 确定该超市 4、5 月销售额及 95%置信区间；

(2) 如果 4 月的真实销售额为 100 万元，求 5 月的销售额及 95%置信区间。

④ MA 模型的预测与置信区间

已知某序列服从 MA（2）模型：

$$x_t = 8 + \varepsilon_t - 0.6\varepsilon_{t-1} + 0.4\varepsilon_{t-2}，\ 若 \sigma_\varepsilon^2 = 9, \varepsilon_t = -2, \varepsilon_{t-1} = 4, \varepsilon_{t-2} = 2$$

(1) 预测未来两期的值；

(2) 求出未来两期预测值的 95%置信区间。

已知某地区每年常住人口数量近似服从 MA（3）模型（单位：万人）：

$$x_t = 100 + \varepsilon_t - 0.8\varepsilon_{t-1} + 0.6\varepsilon_{t-2} - 0.2\varepsilon_{t-3}，\ 若 \sigma_\varepsilon^2 = 25$$

最近 3 年的常住人口数量及一步测量数据如下表所示：

年份	统计人数	预测人数
2002	104	110
2003	108	100
2004	105	109

预测未来 5 年该地区常住人口的 95%置信区间。