# Gliederung

# Grundbegriffe

## Was ist was?

- Vollerhebung – Daten der Grundgesamtheit – beschreibende Statistik
- Stichprobenerhebung – Daten einer Stichprobe – schließende Statistik → Rückschluss auf Parameter der Grundgesamtheit

Aus: KRONEN-ZEITUNG 11. Dezember 2005, S. 3

Wien. – Die drastische Trendumkehr erschreckt. Vor zehn Jahren stimmten 66 % der Österreicher für den EU-Beitritt. Heute dagegen finden 70 %, laut neuester „market"-Umfrage, der Beitritt hätte nichts oder nur wenig gebracht ...

# Grundbegriffe

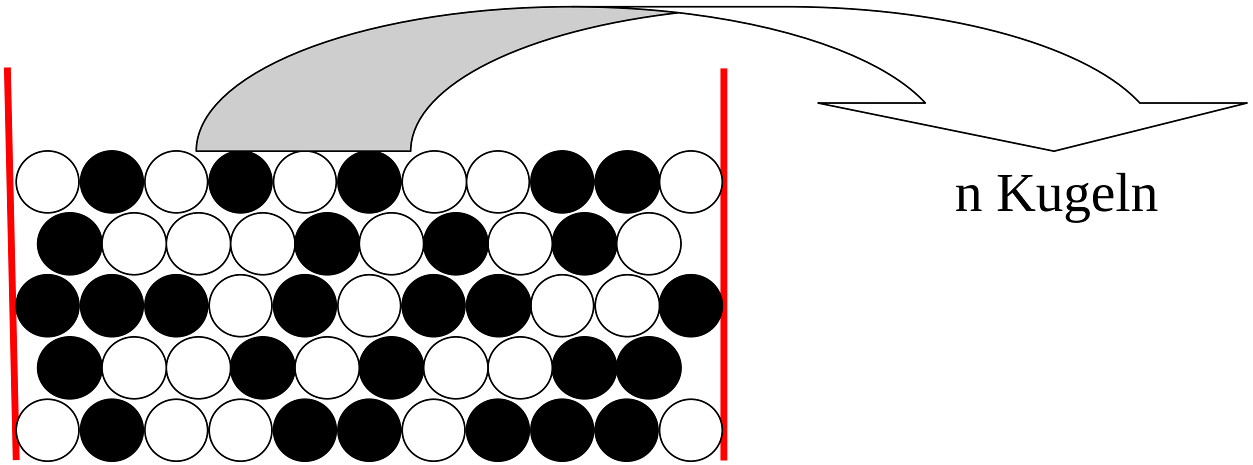
## Was ist was?

- Voraussetzung für den Rückschluss von den Stichprobenergebnissen auf die Parameter der Grundgesamtheit: **Repräsentativität** der Stichprobe für die Grundgesamtheit hinsichtlich der interessierenden Merkmale
  - Repräsentativität der Stichprobe ≈ Ähnlichkeit zur Grundgesamtheit
  - Entscheidend für Repräsentativität der Stichprobe: Stichprobenverfahren und Stichprobenumfang
- Repräsentativität hat eine große Suggestivwirkung
  - Nicht jede Stichprobe muss repräsentativ sein: Informative Stichproben für Erhebungszweck (Bsp: Internetbefragung wo die Probleme beim eigenen Onlineportal sind)

# Stichprobenverfahren

## Uneingeschränkte Zufallsstichprobe

- Lösung der Repräsentativitätsaufgabe durch Ziehung nach dem Urnenmodell (n Kugeln von der jede die gleiche Wahrscheinlichkeit hat gezogen zu werden)



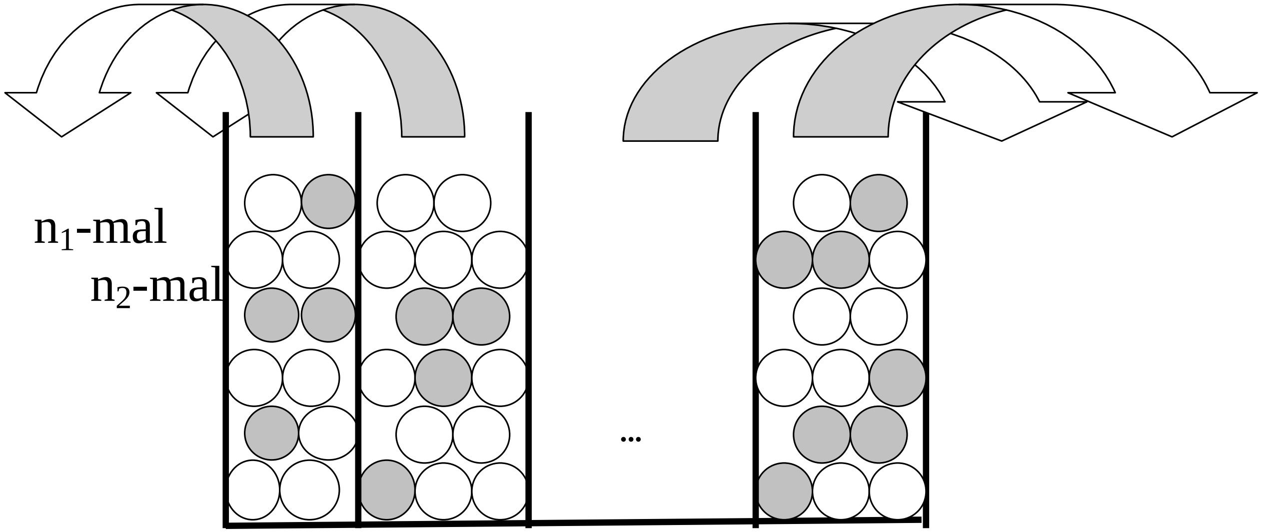

→Uneingeschränkte (einfache) Zufallsstichprobe

- Praktische Umsetzung in Excel: z.B. Funktion Zufallszahl (0 oder 1)

# Stichprobenverfahren

## Geschichtete uneingeschränkte Zufallsauswahl

- Zerlegung der Grundgesamtheit in h Schichten (z.B. Männer und Frauen) und uneingeschränkte Ziehung aus jeder Schicht

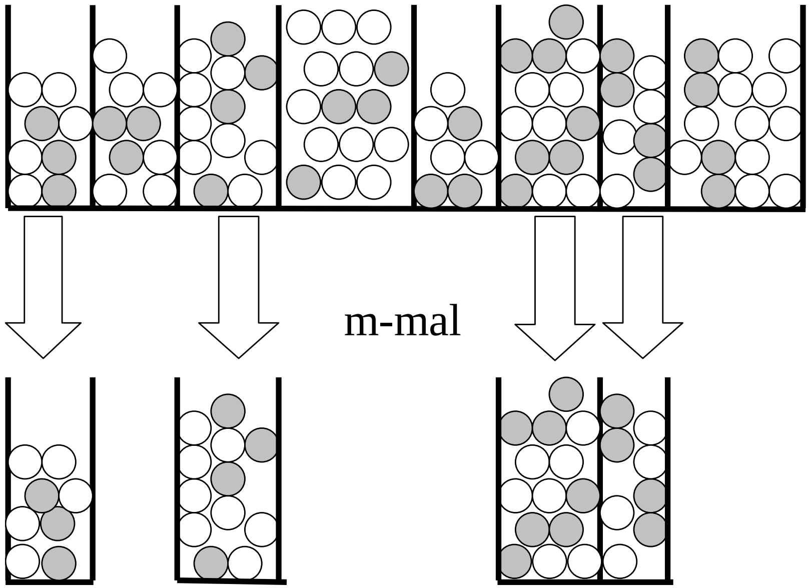



- Vorteil: Genauigkeitsgewinn gegenüber der ungeschichteten Auswahl

# Stichprobenverfahren

## Uneingeschränkte Klumpenauswahl

- Zerlegung der Grundgesamtheit in Klumpen, die dann zufällig gezogen werden




- Vorteil: Kostenersparnis bei der Befragung durch räumliche Nähe der Teilnehmer an der Befragung

# Stichprobenverfahren

## Verzerrung von Stichproben

- Nichtrepräsentativität der Stichprobe durch
  - Nichtzufällige Ziehung der Erhebungseinheiten

    z.B. Befragung von Passanten auf einem Platz (auch bei Einhaltung von Quoten bzgl. Geschlecht, etc. liefert keine repräsentativen Ergebnisse für die Wohnbevölkerung einer Stadt

  - Große Nonresponse Menge
    - Teilnehmer r unterscheiden sich von Nichtteilnehmern s-r beim interessierenden Merkmal

    z.B. Umfrage unter Pegida Demonstranten zur Einstellung gegenüber Migranten

# Schätzen einer relativen Häufigkeit

## Handlungslogik der schließenden Statistik

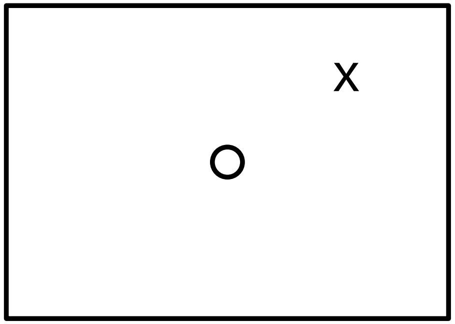
- In Zufallsstichproben: Stichprobenergebnisse sind Punktschätzer für die unbekannten Parameter der Grundgesamtheit

| Punktschätzer (aus der Stichprobe) | Parameter (in der Grundgesamtheit) |
|---|---|
| Relative Häufigkeit $p$ | Relative Häufigkeit $\pi$ |
| Mittelwert $\bar{x}$ | Mittelwert $\mu$ |
| Stichprobenvarianz $s^2$ | Varianz $\sigma^2$ |
| Differenz zweier relativer Häufigkeiten (oder Mittelwerte) $d$ | Differenz zweier relativer Häufigkeiten (oder Mittelwerte) $\delta$ |
| Chiquadrat $\chi^2_{err}$ | Chiquadrat $\chi^2$ |
| Korrelationskoeffizient $r$ | Korrelationskoeffizient $\rho$ |
| Regressionskoeffizient $b_1, b_2$ | Regressionskoeffizient $\beta_1, \beta_2$ |

# Schätzen einer relativen Häufigkeit

## Handlungslogik der schließenden Statistik

- Punktschätzer (o) ist häufig ungleich des tatsächlichen Parameters (x)
- Idee: Schätzung eines Intervall, das mit einer Wahrscheinlichkeit von 1-α den unbekannten Parameter überdeckt
- Überdeckungswahrscheinlichkeit 1-α, α = Wahrscheinlichkeit Nichtüberdeckung



# Schätzen einer relativen Häufigkeit

## Handlungslogik der schließenden Statistik

- Aufgabe: Schätzung einer unbekannten relativen Häufigkeit $\pi$ in der Grundgesamtheit
- Punktschätzer für $\pi$: Die relative Häufigkeit p in einer uneingeschränkten Zufallsstichprobe
- Intervallschätzung: Konstruktion eines Konfidenzintervalls, das den Parameter $\pi$ mit einer Wahrscheinlichkeit $1-\alpha$ (zumeist 95%) überdeckt.
- Vorgehen
  - 1. Wenn man den wahren Parameter $\pi$ kennt, wie wahrscheinlich ist das Auftreten bestimmter Stichprobenergebnisse
  - 2. Auf Basis eines Stichprobenergebnisses p, Schätzung eines Konfidenzintervalls

# Schätzen einer relativen Häufigkeit

## Erwartung Stichprobenergebnisse

- Relative Häufigkeit in der Grundgesamtheit π = A/N (mit z.B. A=wie viele weiße Kugeln sind in der Urne und N = wie viele Kugeln sind insgesamt in der Urne) → Zufallsstichprobe (Ziehen ohne Zurücklegen) → Stichprobenwerte sind hypergeometrisch verteilt
- *Relative* Häufigkeiten in der Stichprobe p = a/n besitzen Erwartungswert und Varianz

$\mu = \pi$ und $\sigma^2 = \frac{\pi(1-\pi)}{n} \cdot \frac{N-n}{N-1}$

→bei großem N (große Grundgesamtheit): N → ∞

$$\sigma^2 = \frac{\pi(1-\pi)}{n} \cdot \underbrace{\frac{N-n}{N-1}}_{\approx 1} = \frac{\pi(1-\pi)}{n}$$

- Bsp. EU-Skeptiker: Annahme dass der tatsächliche Häufigkeit π=0,5 ist. Wenn man eine Stichprobe von 100 Personen ziehen würde, was für eine Häufigkeit würde man in einer Zufallsstichprobe erwarten?

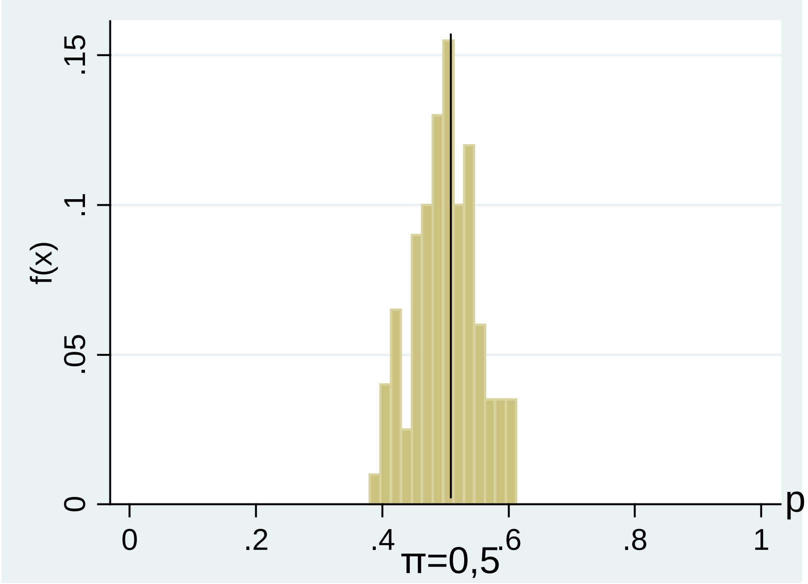
$\mu = 0{,}5$ und $\sigma^2 = \frac{0{,}5 \cdot (1-0{,}5)}{100} = 0{,}0025 \rightarrow \sigma = 0{,}05$

# Schätzen einer relativen Häufigkeit

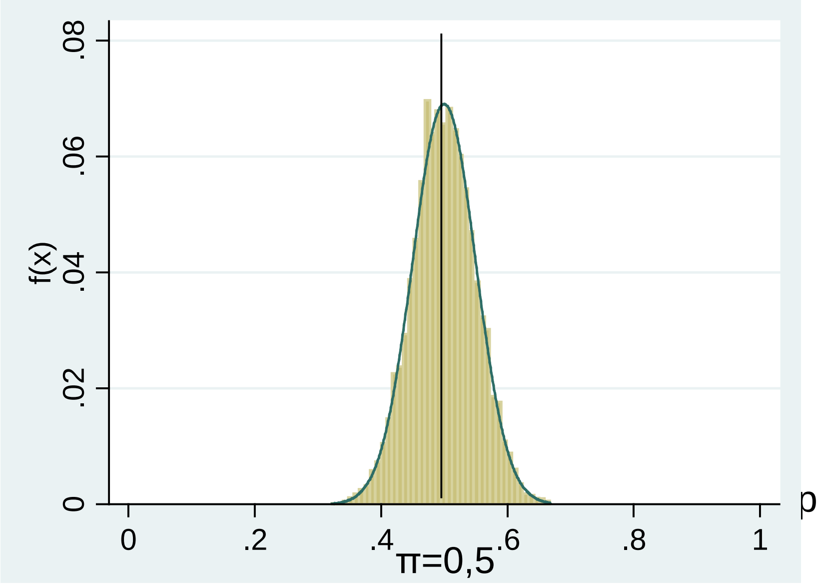
## Erwartung Stichprobenergebnisse

- Zentraler Grenzwertsatz der Statistik: Bei großen Stichprobenumfängen (Faustregel n≥100) sind relative Häufigkeiten p annähernd normalverteilt

n=200 Stichproben




n=10.000 Stichproben

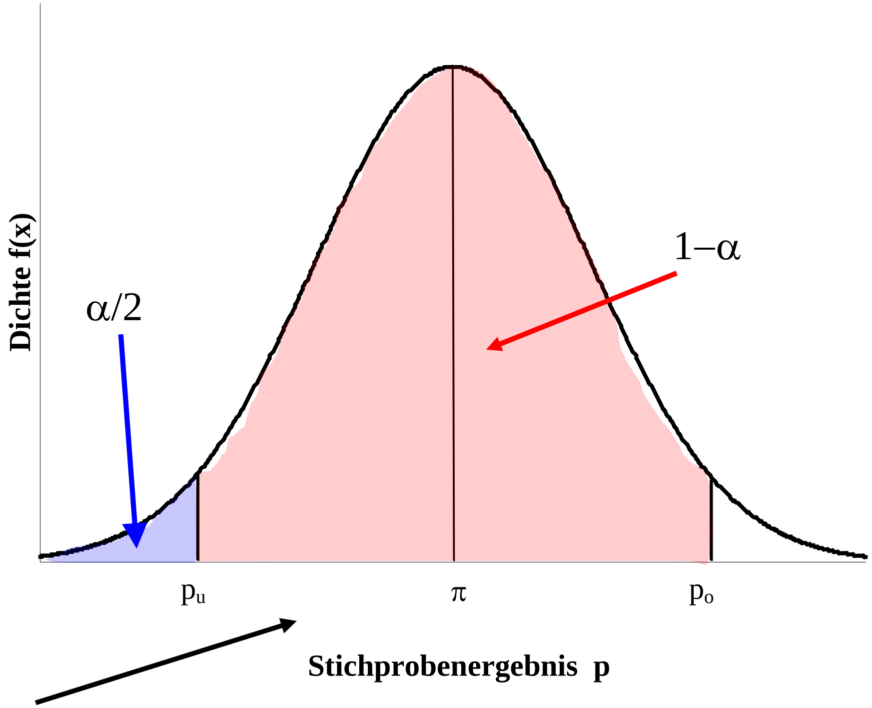



- Die meisten Stichprobenergebnisse kann man in einem bestimmten Intervall um π herum erwarten

# Schätzen einer relativen Häufigkeit

## Erwartung Stichprobenergebnisse

→Rechnen mit Normalverteilung
→Suche nach jenem symmetrischen Intervall [$p_u$; $p_o$], in dem die möglichen Stichprobenergebnisse p mit einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit 1-α liegen
$Pr(p_u \le p \le p_o) = 1-\alpha$




(annähernde Stichprobenverteilung relativer Häufigkeiten für große Stichproben und große Grundgesamtheiten

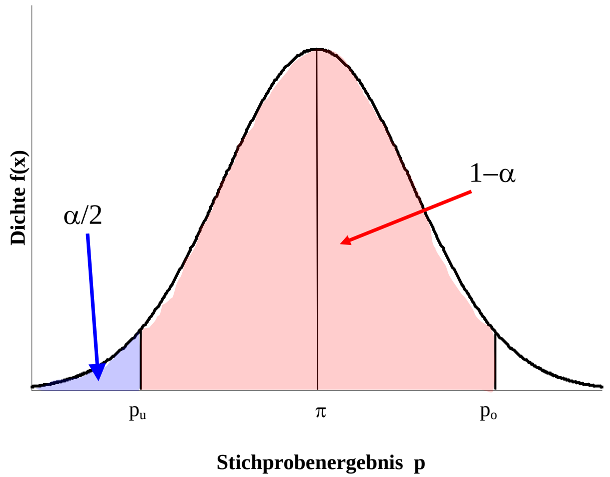
# Schätzen einer relativen Häufigkeit

## Erwartung Stichprobenergebnisse

Aussage über die Wahrscheinlichkeiten von *Stichprobenergebnissen*

- Standardisierung: $u_0 = \frac{x_0 - \mu}{\sigma}$
- Obere Schranke $p_o$: $u_{1-\alpha/2} = \frac{p_o - \pi}{\sqrt{\frac{\pi \cdot (1-\pi)}{n} \cdot \frac{N-n}{N-1}}}$

In großen Stichproben aus kleinen Grundgesamtheiten




- Große Grundgesamtheiten und große Stichproben (Faustregel: n≥100)

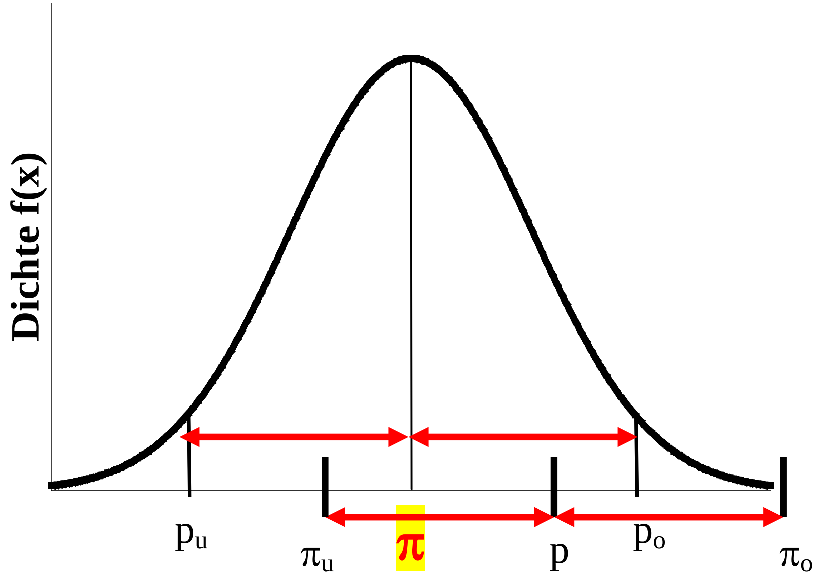
$$\boxed{p_o = \pi + u_{1-\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot (1-\pi)}{n}}} \qquad \boxed{p_u = \pi - u_{1-\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot (1-\pi)}{n}}}$$

→ Mit 1-α% Wahrscheinlichkeit ist das Stichprobenergebnis innerhalb des Intervalls, mit α% außerhalb des Intervalls

# Schätzen einer relativen Häufigkeit

## Schätzung Konfidenzintervall

Eigentliche Fragestellung: Aussage über den *Parameter* π der Grundgesamtheit → in welchem Intervall ist dieser mit hoher Sicherheit zu finden?




$$\begin{matrix} p_o \\ p_u \end{matrix} = \pi \pm u_{1-\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot (1-\pi)}{n}}$$

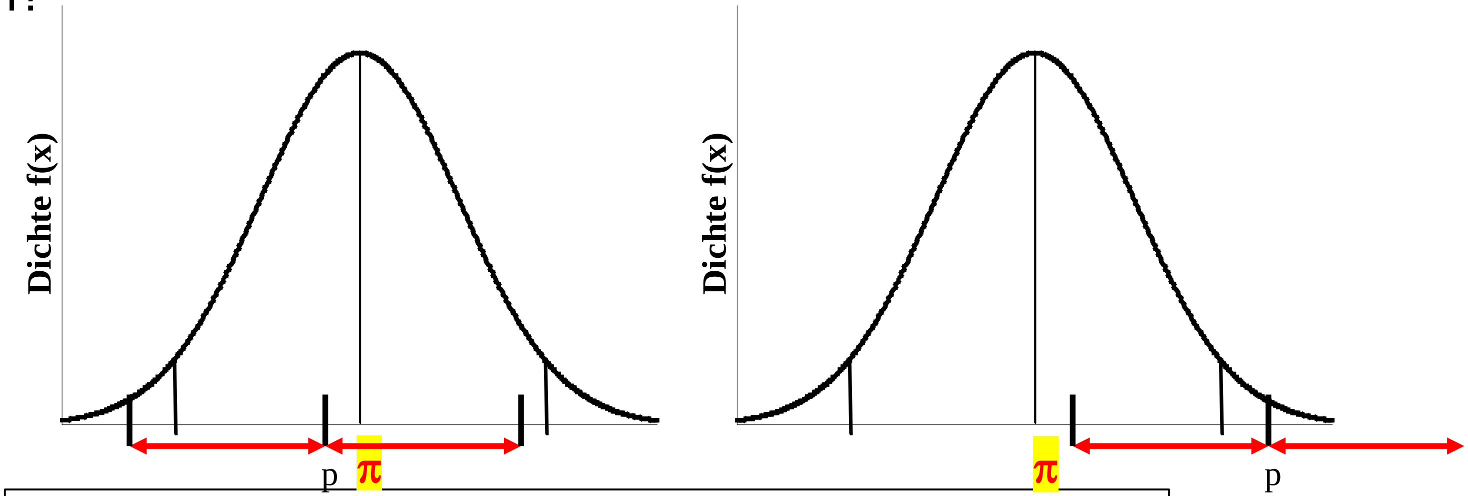
→

$$\begin{matrix} \pi_o \\ \pi_u \end{matrix} = p \pm u_{1-\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}}$$

# Schätzen einer relativen Häufigkeit

## Schätzung Konfidenzintervall

Eigentliche Fragestellung: Aussage über den *Parameter* π der Grundgesamtheit → in welchem Intervall ist dieser mit hoher Sicherheit zu finden?




1-α% Konfidenzintervall: $\frac{\pi_o}{\pi_u} = p \pm u_{1-\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}}$

→ Mit 1-α% Wahrscheinlichkeit wird der wahre Parameter π vom Konfidenzintervall überdeckt, mit α% Wahrscheinlichkeit nicht

# Schätzen einer relativen Häufigkeit

## Schätzung Konfidenzintervall

- Beispiel 27: Konfidenzintervall für die relative Häufigkeit
  - Zufallsstichprobe: 23% von 400 Befragten sehen mit Zuversicht der wirtschaftlichen Entwicklung entgegen
  - Punktschätzer für π: p=0,23
  - 1-a% Konfidenzintervall: 95%

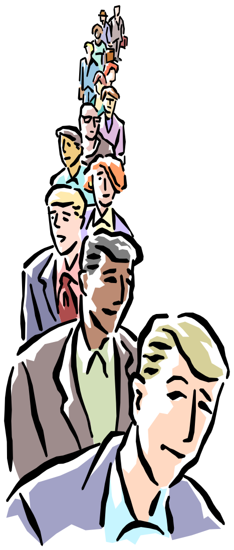
$$\rightarrow \pi_o = p + u_{1-\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}} = 0{,}23 + 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}23\cdot(1-0{,}23)}{400}} = 0{,}271$$

$$\rightarrow \pi_u = p - u_{1-\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}} = 0{,}23 - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}23\cdot(1-0{,}23)}{400}} = 0{,}189$$

→ Die relative Häufigkeit an Zuversichtlichen in der Grundgesamtheit wird mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% von diesem Intervall überdeckt. Mit nur 5% Wahrscheinlichkeit liegt der wahre Parameter außerhalb dieses Intervalls

# Schätzen einer relativen Häufigkeit

## Schätzung Konfidenzintervall



- Beispiel 28: Konfidenzintervall für die relative Häufigkeit
  - Zufallsstichprobe: 23% von 10.000 Befragten sehen mit Zuversicht der wirtschaftlichen Entwicklung entgegen
  - Punktschätzer für π: p=0,23
  - 1-a% Konfidenzintervall: 95%

$$\rightarrow \pi_o = p + u_{1-\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}} = 0{,}23 + 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}23\cdot(1-0{,}23)}{10000}} = 0{,}238$$

$$\rightarrow \pi_o = p - u_{1-\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}} = 0{,}23 - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}23\cdot(1-0{,}23)}{10000}} = 0{,}222$$

→ Achtung: Je größer die Stichprobe desto kleiner wird das Konfidenzintervall, mit anderen Worten, desto „genauer“ ist die Schätzung

# Schätzen einer relativen Häufigkeit

## Schätzung Konfidenzintervall

- Erforderlicher Stichprobenumfang in großen Grundgesamtheiten
  - Je größer die Stichprobe desto kleiner ist das Konfidenzintervall und desto genauer die Schätzung, aber große Stichproben verursachen höhere Kosten als kleine Stichproben

  → Wie groß muss der Stichprobenumfang sein um zu einem „angemessenen" Konfidenzintervall zu kommen

$$\begin{matrix}\pi_o \\ \pi_u\end{matrix} = p \pm \underbrace{u_{1-\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}}}$$

Schwankungsbreite ε um die relative Häufigkeit in der Stichprobe herum

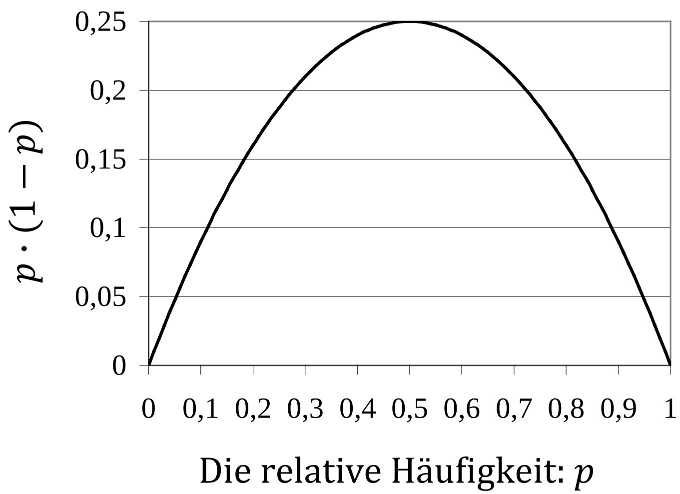
$$\varepsilon = u_{1-\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}} \longrightarrow \boxed{n = \frac{u_{1-\alpha/2}^2}{\varepsilon^2} \cdot p \cdot (1-p)}$$

# Schätzen einer relativen Häufigkeit

## Schätzung Konfidenzintervall

- Erforderlicher Stichprobenumfang in großen Grundgesamtheiten → Festzulegen sind:
  - Überdeckungswahrscheinlichkeit 1-α
  - Tolerierte Schwankungsbreite ε
  - Parameter p

$$n = \frac{u_{1-\alpha/2}^2}{\varepsilon^2} \cdot p \cdot (1-p)$$




Achtung: Parameter p ist unbekannt:

- Rückgriff auf Erfahrungswerte oder
- Annahme des schlimmsten Fehlers den man machen kann

→ Wann wird der Faktor p(1- p) am höchsten: bei p=0,5

# Schätzen einer relativen Häufigkeit

## Schätzung Konfidenzintervall

- Beispiel 29: Berechnung des erforderlichen Stichprobenumfangs
  - Stichprobenumfang für 95% Konfidenzintervall mit Schwankungsbreite ε=0,02 und
  a) Partei etwa 15% der Stimmen erhält
  b) Partei zwischen 15% und 25% der Stimmen erhält
  c) Partei zwischen 40% und 55% der Stimmen erhält
  d) Keinerlei Abschätzung des Anteils vorher möglich ist

  - Zu a) $n = \frac{1{,}96^2}{0{,}02^2} \cdot 0{,}15 \cdot (1 - 0{,}15) = 1.225$
  - Zu b) $n = \frac{1{,}96^2}{0{,}02^2} \cdot 0{,}25 \cdot (1 - 0{,}25) = 1.801$
  - Zu c) $n = \frac{1{,}96^2}{0{,}02^2} \cdot 0{,}5 \cdot (1 - 0{,}5) = 2.401$
  - Zu d) wie c)

# Testen von Hypothesen über eine relative Häufigkeit

## Handlungslogik der schließenden Statistik

- Hypothese: Aussage deren Gültigkeit man für möglich hält, die aber nicht bewiesen oder überprüft wurde
- Schließende Statistik hilft beim Entscheiden zwischen konkurrierenden Hypothesen (z.B. ist eine Mehrheit EU-skeptisch oder nicht?)
- Handlungslogik eines Indizienprozesses (in dubio pro reo = Im Zweifel für den Angeklagten)

# Testen von Hypothesen über eine relative Häufigkeit

## Handlungslogik der schließenden Statistik

| | Indizienprozess | Statistisches Testen von Hypothesen |
|---|---|---|
| Zu prüfende Hypothese (Einshypothese) | Schuld | Forschungshypothese |
| Ausgangshypothese (Nullhypothese) | Unschuld | Gegenteil der zu überprüfenden Hypothese |
| Sammlung von Indizien gegen die Nullhypothese | Zeugenaussagen | Stichprobenerhebung |
| Entscheidung | Bei starken Indizien: Verurteilung; ansonsten Freispruch | Bei starken Indizien: Akzeptieren der Einshypothese, sonst Beibehaltung der Nullhypothese |
| Fehlermöglichkeiten | Justizirrtum (Unschuldiger verurteilt), Irrtümlicher Freispruch (schuldig aber freigelassen) | $\alpha$-Fehler (Signifikanzniveau), $\beta$-Fehler |

# Testen von Hypothesen über eine relative Häufigkeit

## Handlungslogik der schließenden Statistik

$H_1$: Angeklagter schuldig eines Verbrechens, $H_0$: Angeklagter unschuldig,

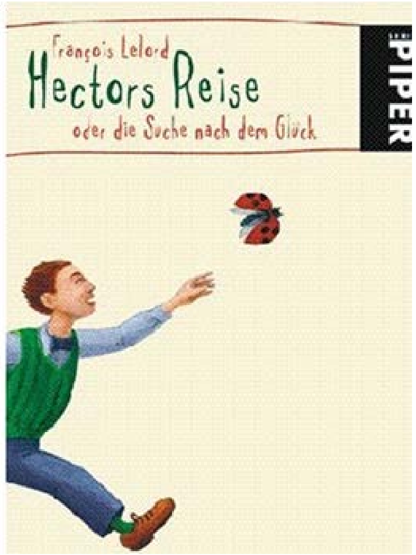
| | | Zustand der Welt | |
|---|---|---|---|
| | | $H_0$ wahr (=unschuldig) | $H_0$ falsch (=schuldig) |
| Entscheidung nach Beweis-aufnahme | $H_0$ nicht verwerfen (= $H_1$ nicht annehmen) | Gerechtigkeit ist genüge getan | Unschuldiger verurteilt |
| | $H_0$ verwerfen (= $H_1$ annehmen) | Schuldig aber freigelassen | Gerechtigkeit ist genüge getan |

$H_1$: EU-Skeptiker >50%, $H_0$: EU-Skeptiker ≤ 50%

| | | Zustand der Welt | |
|---|---|---|---|
| | | $H_0$ wahr (=EU-Skeptiker ≤ 50%) | $H_0$ falsch (=EU-Skeptiker >50%) |
| Entscheidung nach Stichprobe | $H_0$ nicht verwerfen (= $H_1$ nicht annehmen) | Korrekte Entscheidung | β-Fehler |
| | $H_0$ verwerfen (= $H_1$ annehmen) | α-Fehler | Korrekte Entscheidung |

# Testen von Hypothesen über eine relative Häufigkeit

## Handlungslogik der schließenden Statistik




- „ … so ist Wissenschaft eben: Es reicht nicht, wenn man irgendwas denkt, man muss versuchen nachzuprüfen, ob es auch stimmt. Wenn nicht, könnte ja alle Welt sonst was denken und behaupten, und wenn es Leute behaupteten, die gerade in Mode waren, würde man ihnen glauben.“ (Francois Lelord, *Hectors Reise oder die Suche nach dem Glück*, S.153)

Aufgabe der Statistik:
Rigoroses Testen und Verwerfen der Hypothesen und Festlegung jener Schranken, die die schwachen von den starken Indizien gegen die Nullhypothese trennen

# Testen von Hypothesen über eine relative Häufigkeit

## Handlungslogik der schließenden Statistik

- Aufgabe: Treffen einer fundierten Entscheidung zwischen zwei konkurrierenden Unterstellungen (=Hypothesen) über eine relative Häufigkeit einer Grundgesamtheit
- Allgemeine Handlungslogik für das statistische Testen von Hypothesen
  - Aufstellen von Eins- und Nullhypothese („Schuld“ und „Unschuld“)
  - Sammlung von Indizien gegen die Nullhypothese („Zeugen“)
  - Entscheidung: Entweder Beibehaltung der Nullhypothese oder Akzeptierung der Einshypothese
  - Entscheidung basiert auf Stichprobenergebnissen (siehe Erwartung Stichprobenergebnisse aus vorigen Folien)

# Testen von Hypothesen über eine relative Häufigkeit

## Zweiseitiger Hypothesentest

- Beispiel 30: Statistisches Testen von *zweiseitigen* Hypothesen
  - In der EU sehen 20% der Befragten der wirtschaftlichen Entwicklung zuversichtlich entgegen
  - Auf dem Signifikanzniveau $\alpha=0{,}05$ Überprüfung, ob in einem Land die relative Häufigkeit der Zuversichtlichen **nicht** mit dem EU-Wert übereinstimmt → Einshypothese: $H_1$
  - Stichprobe in Land A: $n=400$, $p=0{,}23$
  - Hypothesenformulierung: $H_0$: $\pi=0{,}2$ und $H_1$: $\pi\neq0{,}2$

    … zweiseitige Fragestellung
  - Hat man mit $p=0{,}23$ ein starkes Indiz gegen $H_0$ gefunden?
  - Wäre $p=0{,}9$; $0{,}6$; $0{,}3$; $0{,}25$; $0{,}23$; $0{,}21$ ein starkes Indiz gegen $H_0$ ?

# Testen von Hypothesen über eine relative Häufigkeit

## Zweiseitiger Hypothesentest

- Beispiel 30: Statistisches Testen von zweiseitigen Hypothesen
  - $H_0$: π=0,2 und $H_1$: π≠0,2
  - Wie groß müsste p sein damit man die Nullhypothese verwerfen kann (Akzeptanz $H_1$)? → Bereich der starken Indizien
  - Wie groß müsste p sein damit man die $H_0$ nicht verwerfen kann? → Bereich der schwachen Indizien

$$p_o = \pi + u_{1-\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot (1-\pi)}{n}} = 0{,}2 + 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}2 \cdot (1-0{,}2)}{400}} = 0{,}239$$

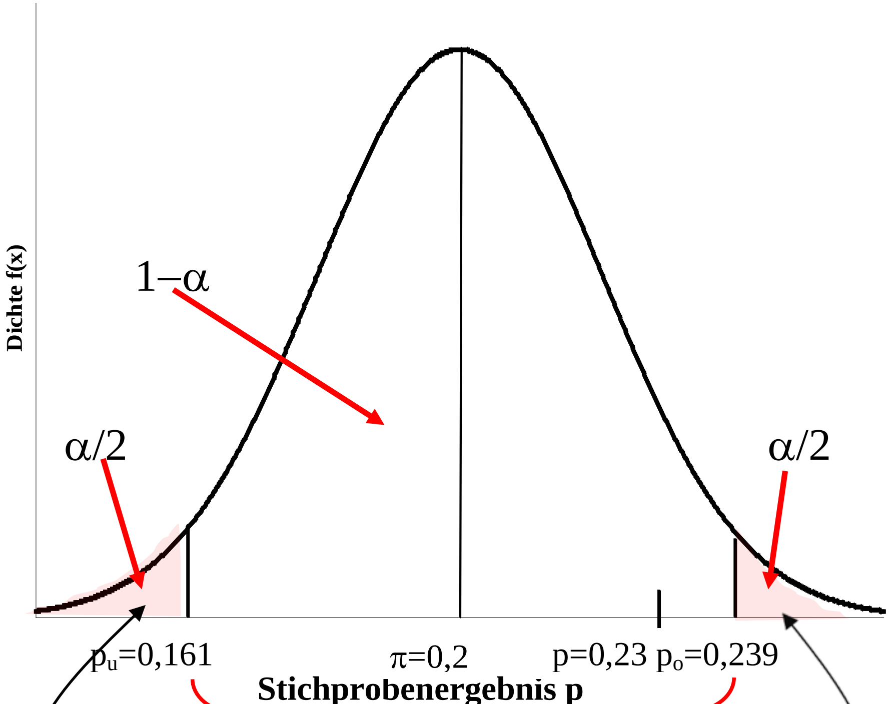
$$p_u = \pi - u_{1-\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot (1-\pi)}{n}} = 0{,}2 - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}2 \cdot (1-0{,}2)}{400}} = 0{,}161$$

  - $\mathrm{p} = 0{,}23 \in [0{,}161; 0{,}239]$ → Schwaches Indiz gegen $H_0$ → Beibehaltung der $H_0$ → relative Häufigkeit in der Stichprobe nicht signifikant anders als 0,2.

# Testen von Hypothesen über eine relative Häufigkeit

## Zweiseitiger Hypothesentest

- Beispiel 30: Statistisches Testen von zweiseitigen Hypothesen




Bereich der schwachen Indizien gegen $H_0$

Bereich der starken Indizien gegen $H_0$

Die zweiseitige Fragestellung in allgemeiner Darstellung:
$H_0$: $\pi=\pi_0$ und $H_1$: $\pi\neq\pi_0$

Entscheidungsregel:
Beibehaltung von $H_0$ wenn gilt $p \in [p_u; p_o]$,
Verwerfung wenn $p \notin [p_u; p_o]$

Verwerfen der $H_0$ = Akzeptanz der $H_1$: wenn tatsächlich $\pi$=0,2 → Stichprobenergebnis von z.B. 0,4 unwahrscheinlich. Es wäre wahrscheinlicher dass der wahre Wert von $\pi$ auch ca. 0,4 wäre

# Testen von Hypothesen über eine relative Häufigkeit

## Einseitiger Hypothesentest

- Beispiel 31: Statistisches Testen von *einseitigen* Hypothesen
  - In der EU sehen 20% der Befragten der wirtschaftlichen Entwicklung zuversichtlich entgegen
  - Auf dem Signifikanzniveau $\alpha$=0,05 Überprüfung, ob in einem Land die relative Häufigkeit der Zuversichtlichen **höher** als der EU-Wert ist → Einshypothese: $H_1$
  - Stichprobe in Land A: n=400, p=0,23
  - Hypothesenformulierung: $H_0$: $\pi \leq 0{,}2$ und $H_1$: $\pi > 0{,}2$

    … einseitige Fragestellung
  - Hat man mit p=0,23 ein starkes Indiz gegen $H_0$ gefunden?

  → Suche nach oberer Schranke der schwachen Indizien gegen die $H_0$

# Testen von Hypothesen über eine relative Häufigkeit

## Einseitiger Hypothesentest

- Beispiel 31: Statistisches Testen von einseitigen Hypothesen
  - $H_0$: $\pi \leq 0{,}2$ und $H_1$: $\pi > 0{,}2$
  - Wie groß müsste p sein damit man die Nullhypothese verwerfen kann (Akzeptanz $H_1$)? → Bereich der starken Indizien
  - Wie groß müsste p sein damit man die $H_0$ nicht verwerfen kann? → Bereich der schwachen Indizien

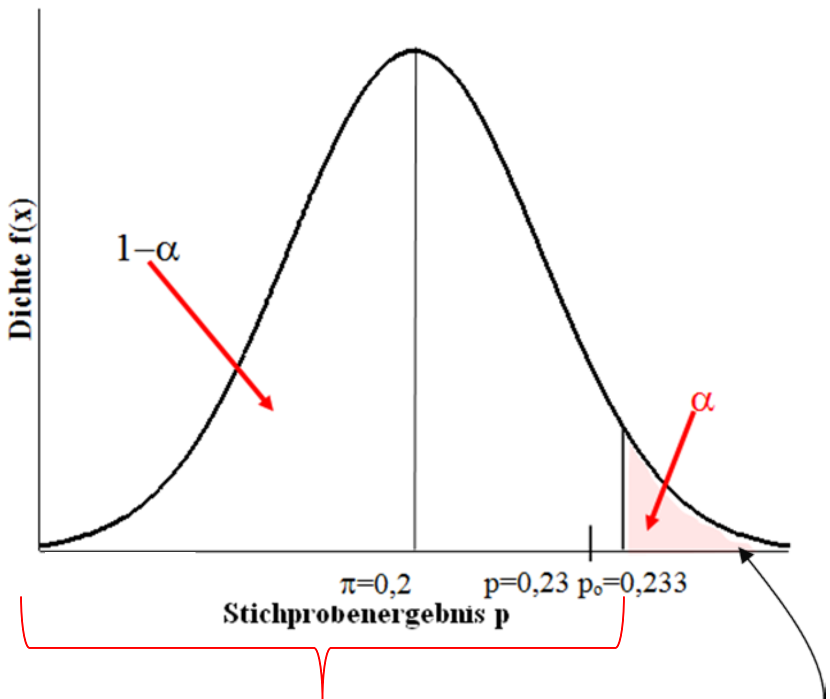
$$p_o = \pi + u_{1-\alpha} \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot (1-\pi)}{n}} = 0{,}2 + 1{,}65 \cdot \sqrt{\frac{0{,}2 \cdot (1-0{,}2)}{400}} = 0{,}233$$

  - $p=0{,}23 \leq 0{,}233$ → Schwaches Indiz gegen $H_0$ → Beibehaltung der $H_0$, Testergebnis nicht signifikant

# Testen von Hypothesen über eine relative Häufigkeit

## Einseitiger Hypothesentest

- Beispiel 31: Statistisches Testen von einseitigen Hypothesen




Bereich der schwachen Indizien gegen $H_0$

Bereich der starken Indizien gegen $H_0$

Die *einseitige* Fragestellung in allgemeiner Darstellung: $H_0$: $\pi \leq \pi_0$ und $H_1$: $\pi > \pi_0$

Entscheidungsregel: Beibehaltung von $H_0$ wenn gilt $p \leq p_o$, Verwerfung wenn $p > p_o$

Oder

$H_0$: $\pi \geq \pi_0$ und $H_1$: $\pi < \pi_0$

Beibehaltung $H_0$ wenn gillt $p \geq p_u$,

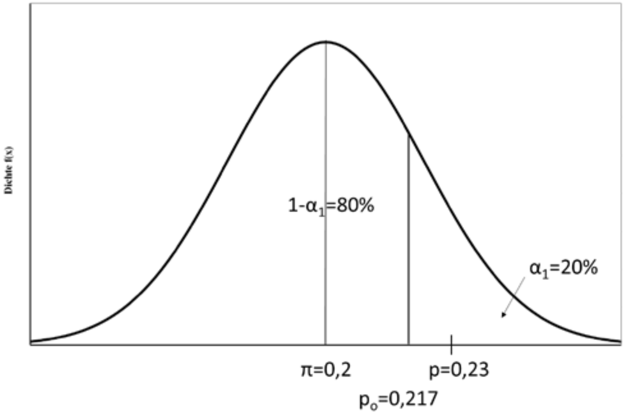
Verwerfung wenn $p < p_u$

Verwerfen der $H_0$ = Akzeptanz der $H_1$: wenn tatsächlich $\pi \leq 0{,}2$ (z.B. 0,2) → Stichprobenergebnis von z.B. 0,4 unwahrscheinlich. Es wäre wahrscheinlicher dass der wahre Wert von π auch ca. 0,4 wäre und damit >0,2 wäre

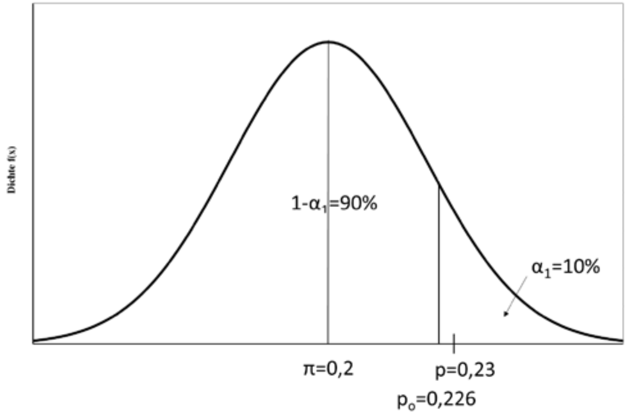
# Testen von Hypothesen über eine relative Häufigkeit

## Signifikanzniveau und p-Wert

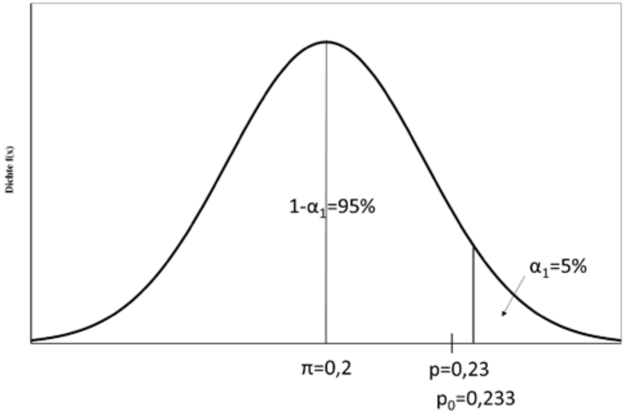
- Bisher wurde ein Signifikanzniveau α (Irrtumswahrscheinlichkeit) festgelegt bei dem man die $H_0$ verwirft und die $H_1$ akzeptiert. Konvention: 10%, 5%, 1% → arbiträre Werte
- Die Stichprobenergebnisse würden möglicherweise selbst zum Verwerfen der $H_0$ bei anderen Signifikanzniveaus führen




Signifikanzniveau α=0,2 → Verwerfen $H_0$




Signifikanzniveau α=0,1 → Verwerfen $H_0$

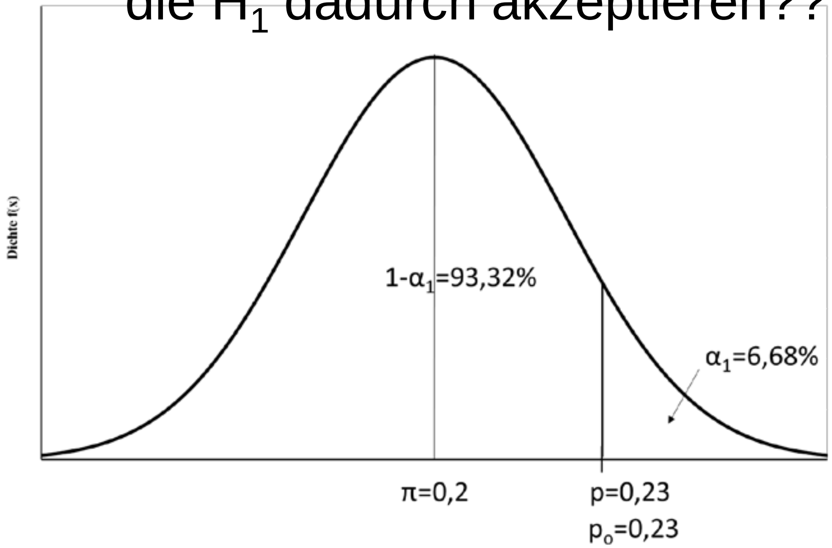



Signifikanzniveau α=0,05 → Kein Verwerfen $H_0$

# Testen von Hypothesen über eine relative Häufigkeit

## Signifikanzniveau und p-Wert

- Bei welchem Signifikanzniveau (Irrtumswahrscheinlichkeit) könnte man die $H_0$ auf Basis der Stichprobenergebnisse gerade noch verwerfen und die $H_1$ dadurch akzeptieren??




Verändern des Signifikanz-niveaus so lange, bis die untere Schranke = der relativen Häufigkeit in Stichprobe

$$p_o = \pi + u_{1-\alpha} \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot (1-\pi)}{n}}$$

$$u_{1-\alpha} = \frac{p_o - \pi}{\sqrt{\frac{\pi \cdot (1-\pi)}{n}}}$$

$$u_{1-\alpha} = \frac{0{,}23 - 0{,}2}{\sqrt{\frac{0{,}2 \cdot (1-0{,}2)}{400}}} = 1{,}5$$

Ablesen der Wahrscheinlichkeit aus Standardnormalverteilung → 1-α=0,9332 → α=0,0668

p-Wert = 0,0668

# Testen von Hypothesen über eine relative Häufigkeit

## Signifikanzniveau und p-Wert

- Wozu braucht man den p-Wert? → Analyseprogramme rechnen nicht die unteren/oberen Schranken für einzelne Hypothesen aus (zu aufwendig für Nutzer!), stattdessen geben sie den p-Wert aus.
- Vorgehen bei Nutzung
  1) Festlegung des Signifikanzniveaus (zugestandene Irrtums-wahrscheinlichkeit α) die man sich beim Akzeptieren der $H_1$ zugesteht
  2) Ermittlung des p-Wertes (tatsächliche Irrtumswahrscheinlichkeit) die man macht wenn man aufgrund der Daten aus der Stichprobe die $H_1$ akzeptiert obwohl die $H_0$ zutrifft.
  3) Vergleich Signifikanzniveau und p-Wert
     - Wenn p-Wert ≤ Signifikanzniveau → Akzeptanz der $H_1$
     - Wenn p-Wert > Signifikanzniveau → Beibehaltung der $H_0$
- p-Wert bei einseitigen Fragestellungen = $\alpha_1$, p-Wert bei zweiseitigen Fragestellungen = $\alpha_2$
- Beziehung zwischen beiden Werten: $\alpha_1 = \alpha_2 /2$

# Testen von Hypothesen über eine relative Häufigkeit

## Signifikanzniveau und p-Wert

- Beispiel mit Anteil der wirtschaftlich Zuversichtlichen → relative Häufigkeit in der Stichprobe ist p=0,23
- Test der $H_0$: $\pi \leq 0{,}2$ und $H_1$: $\pi > 0{,}2$, zugestandene Irrtumswahrscheinlichkeit $\alpha = 0{,}01$

Beispiel für einen SPSS-Output:

p-Wert

**Test auf Binomialverteilung**

| | | Kategorie | N | Beobachteter Anteil | Testanteil | Exakte Signifikanz (1-seitig) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Zuversichtlich | Gruppe 1 | ja | 92 | ,230 | ,2 | ,067 |
| | Gruppe 2 | nein | 308 | ,770 | | |
| | Gesamt | | 400 | 1,000 | | |

- Das Signifikanzniveau (tatsächliche Irrtumswahrscheinlichkeit) bei dem man die $H_0$ gerade noch ablehnen könnte, wäre 0,067
- Vergleich zugestandene ($\alpha$) und tatsächliche Irrtumswahrscheinlichkeit (p-Wert = $\alpha_1$) → $H_0$ kann nicht verworfen werden

# Schätzen eines Mittelwerts

## Handlungslogik der schließenden Statistik

- Aufgabe: Schätzung einer unbekannten Mittelwerts μ in der Grundgesamtheit
- Punktschätzer für μ: Der Mittelwert $\bar{x}$ in einer uneingeschränkten Zufallsstichprobe
- Intervallschätzung: Konstruktion eines Konfidenzintervalls, das den Parameter μ mit einer Wahrscheinlichkeit 1-α (zumeist 95%) überdeckt.
- Vorgehen
  - 1. Wenn man den wahren Parameter π kennt, wie wahrscheinlich ist das Auftreten bestimmter Stichprobenergebnisse
  - 2. Auf Basis eines Stichprobenergebnisses p, Schätzung eines Konfidenzintervalls

# Schätzen eines Mittelwerts

## Erwartung Stichprobenergebnisse

- Mittelwerte μ einer Grundgesamtheit (zum Bsp. Körpergröße) → Zufallsstichprobe → Stichprobenwerte sind t-verteilt (konvergiert gegen Normalverteilung)
  - mit dem Erwartungswert $\mu = \bar{x}$
  - Und der theoretischen Varianz $\sigma_x^2 = \frac{\overset{\text{Varianz GG}}{\sigma^2}}{n} \cdot \frac{N-n}{N-1}$

→ Bei großem N (große Grundgesamtheit): N → ∞

$$\sigma_x^2 = \frac{\sigma^2}{n} \cdot \underbrace{\frac{N-n}{N-1}}_{\approx 1} = \frac{\sigma^2}{n}$$

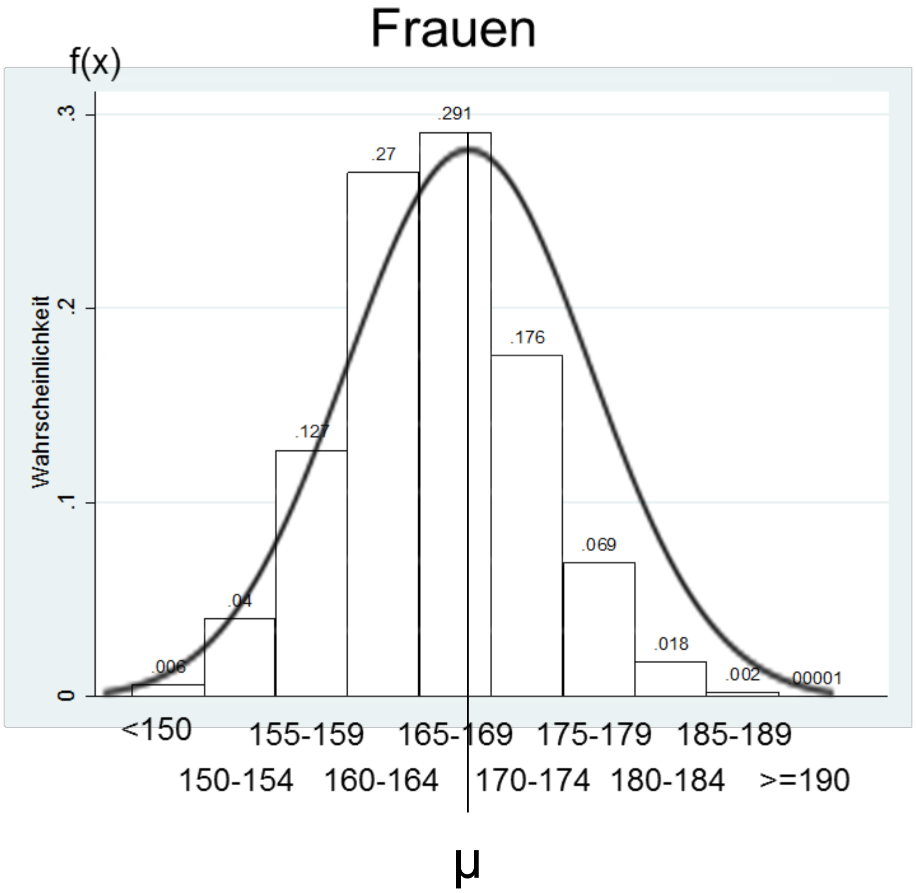
→Rechnen mit der Normalverteilung

# Schätzen eines Mittelwerts

## Erwartung Stichprobenergebnisse

- Zentraler Grenzwertsatz der Statistik: Bei großen Stichprobenumfängen (Faustregel n≥100) sind die Mittelwerte annähernd normalverteilt
- Die meisten Stichprobenergebnisse kann man in einem bestimmten Intervall um μ herum erwarten

Quelle: SOEP

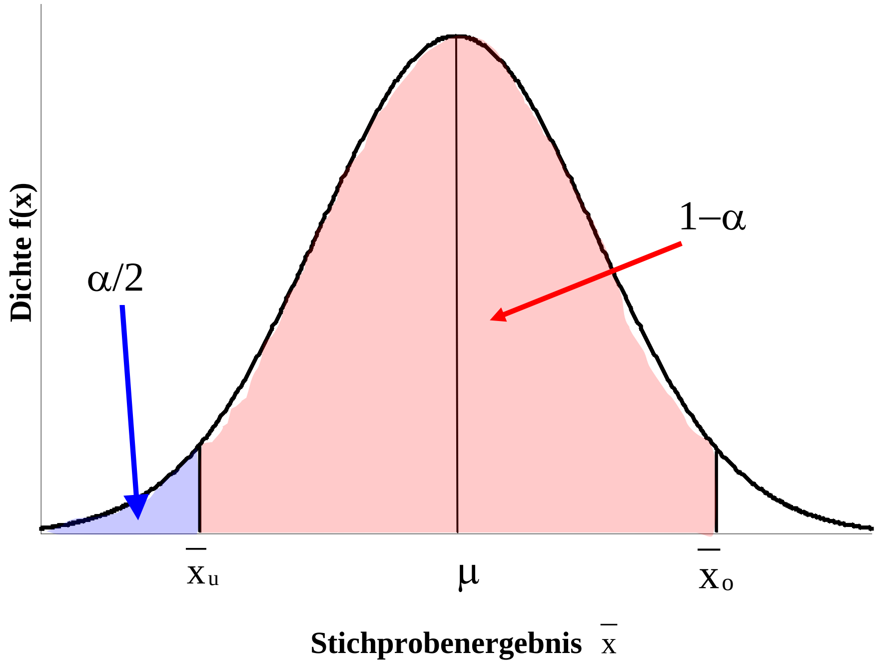


# Schätzen eines Mittelwerts

## Erwartung Stichprobenergebnisse

- Zentraler Grenzwertsatz der Statistik: Bei großen Stichprobenumfängen (Faustregel n≥100) sind Mittelwerte $\bar{x}$ annähernd normalverteilt

→Suche nach jenem symmetrischen Intervall $[\bar{x}_u; \bar{x}_o]$, in dem die möglichen Stichprobenergebnisse $\bar{x}$ mit einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit 1-α liegen $Pr(\bar{x}_u \leq \mu \leq \bar{x}_o) = 1-\alpha$

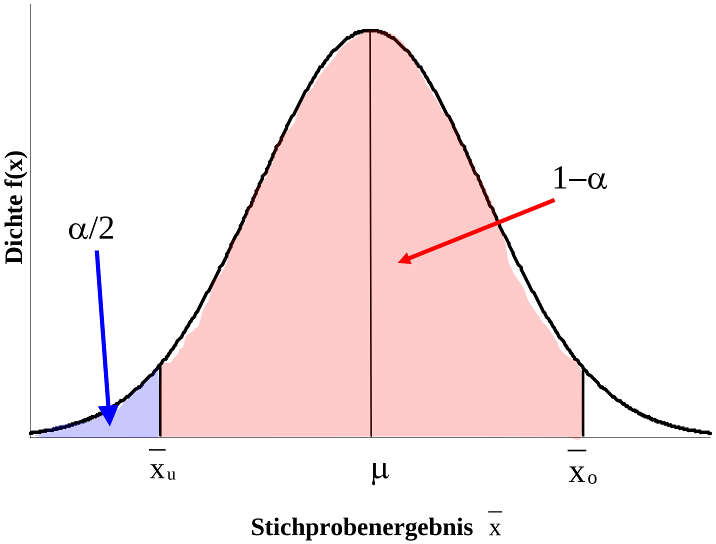


# Schätzen eines Mittelwerts

## Erwartung Stichprobenergebnisse

Aussage über die Wahrscheinlichkeiten von *Stichprobenergebnissen*

- Standardisierung: $u_0 = \frac{x_0 - \mu}{\sigma}$
- Obere Schranke: $\bar{x}_o$ : $u_{1-\alpha/2} = \frac{\bar{x}_o - \mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}}$




- Große Grundgesamtheiten und große Stichproben (Faustregel: n≥100)

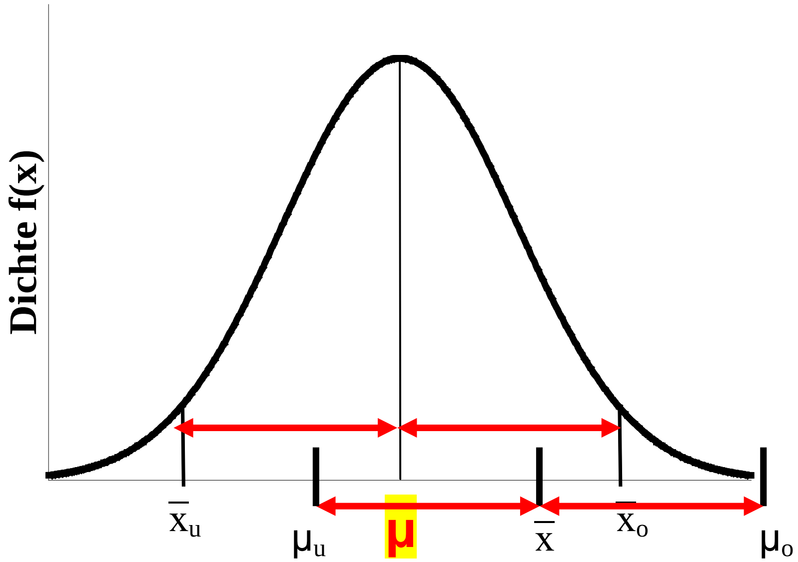
$$\boxed{\bar{x}_o = \mu + u_{1-\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}} \qquad \boxed{\bar{x}_u = \mu - u_{1-\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}}$$

→ Mit 1-α% Wahrscheinlichkeit ist das Stichprobenergebnis innerhalb des Intervalls, mit α% außerhalb des Intervalls

# Schätzen eines Mittelwerts

## Schätzung Konfidenzintervall

Eigentliche Fragestellung: Aussage über den *Parameter* μ der Grundgesamtheit → in welchem Intervall ist dieser mit hoher Sicherheit zu finden?




$$\begin{matrix}\bar{x}_o \\ \bar{x}_u\end{matrix} = \mu \pm u_{1-\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$$

$$\begin{matrix}\mu_o \\ \mu_u\end{matrix} = \bar{x} \pm u_{1-\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{s^2}{n}}$$

Ersetzen mit Stichproben-varianz s² wenn σ² unbekannt ist

→ Mit 1-α% Wahrscheinlichkeit wird der wahre Parameter μ vom Konfidenzintervall überdeckt, mit α% Wahrscheinlichkeit nicht

# Schätzen eines Mittelwerts

## Schätzung Konfidenzintervall

- Beispiel 33: Konfidenzintervall für einen Mittelwert
  - Zufallsstichprobe: Gewicht von Zuckerpaketen nach Abfüllung n=100, $\bar{x}$ = 998g und $s^2$=2,56
  - Punktschätzer für μ: $\bar{x}$ = 998
  - 1-a% Konfidenzintervall: 95%

→ $\mu_o = \bar{x} + u_{1-\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{s^2}{n}} = 998 + 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{2{,}56}{100}} = 998{,}31$

→ $\mu_u = \bar{x} - u_{1-\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{s^2}{n}} = 998 - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{2{,}56}{100}} = 997{,}69$

→ Der Mittelwert μ des Abfüllgewichts wird mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% von diesem Intervall überdeckt. Mit nur 5% Wahrscheinlichkeit liegt der wahre Parameter außerhalb dieses Intervalls

# Testen von Hypothesen über einen Mittelwert

## Allgemeines

- Aufgabe: Treffen einer fundierten Entscheidung zwischen zwei konkurrierenden Unterstellungen (=Hypothesen) über einen Mittelwert einer Grundgesamtheit
- Analoge Vorgehensweise zu den Überlegungen bei relativen Häufigkeiten
  - Hypothesenformulierung: $H_0$: $\mu = \mu_0$ und $H_1$: $\mu \neq \mu_0$

    … zweiseitige Fragestellung
  - Bereich der schwachen Indizien gegen die Nullhypothese (=Beibehaltung der Nullhypothese) wenn gilt: $\bar{x} \in [\bar{x}_u; \bar{x}_o]$
  - Bereich der starken Indizien gegen $H_0$ (=Verwerfen von $H_0$ und Akzeptanz der $H_1$) wenn gilt $\bar{x} \notin [\bar{x}_u; \bar{x}_o]$

# Testen von Hypothesen über einen Mittelwert

## Zweiseitiger Hypothesentest

- Beispiel 34: Testen von *zweiseitigen* Hypothesen
  - Weicht das Abfüllgewicht der Zuckerpakete vom Normgewicht 1.000g ab → Überprüfung auf Signifikanzniveau α=0,05
  - Stichprobe: n=100, $\bar{x}$ = 998g und $s^2$=2,56
  - $H_0$: μ=1.000 und $H_1$: μ≠1.000
  - Bereich der schwachen Indizien gegen $H_0$

Ersetzen mit Stichproben-varianz s²

$$\bar{x}_o = \mu + u_{1-\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} = 1.000 + 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{2{,}56}{100}} = 1.000{,}31$$

$$\bar{x}_u = \mu - u_{1-\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} = 1.000 - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{2{,}56}{100}} = 999{,}69$$

  - $\bar{x} = 998 \notin [\bar{x}_u; \bar{x}_o]$→ Starkes Indiz gegen $H_0$ → Akzeptanz der H1. Zuckerpakete haben ein signifikant andere Abfüllmenge als 1.000g → Irrtumswahrscheinlichkeit liegt bei 5%

# Testen von Hypothesen über einen Mittelwert

## Einseitiger Hypothesentest

- Beispiel 35: Testen von *einseitigen* Hypothesen über einen Mittelwert
  - Ist das Abfüllgewicht der Zuckerpakete kleiner als das Normgewicht 1.000g → Überprüfung auf Signifikanzniveau α=0,05
  - Gleiche Stichprobe: n=100, $\bar{x}$ = 998g und s²=2,56
  - $H_0$: μ≥1.000 und $H_1$: μ<1.000
  - Bereich der schwachen Indizien gegen $H_0$

Ersetzen mit Stichproben-varianz s²

$$\bar{x}_u = \mu - u_{1-\alpha} \cdot \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} = 1.000 - 1{,}65 \cdot \sqrt{\frac{2{,}56}{100}} = 999{,}74$$

$\bar{x} = 999{,}62 < \bar{x}_u$ → Starkes Indiz gegen $H_0$ → Akzeptanz $H_1$. Zuckerpakete sind signifikant leichter als 1.000g → Irrtumswahrscheinlichkeit liegt bei 5%

# Testen von Hypothesen über einen Mittelwert

## Einseitiger Hypothesentest

- Allgemeines zu Hypothesentests über einen Mittelwert
  - Einseitige Hypothesen
    - $H_0$: μ≥1.000 und $H_1$: μ<1.000

$$\bar{x}_u = \mu - u_{1-\alpha} \cdot \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$$

    - $H_0$: μ≤1.000 und $H_1$: μ>1.000

$$\bar{x}_o = \mu + u_{1-\alpha} \cdot \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$$

# Testen von Hypothesen über Regressionskoeffizienten

## Allgemeines

- Korrelationsrechnung: statistischer Zusammenhang metrischer Merkmale
- Regressionsrechnung: erlaubt weitergehende Aussagen wie z.B. Prognosen
- Regressionsgerade in der Grundgesamtheit $y=\beta_1 \cdot x+\beta_2$

  Regressor oder unabhängige Variable

  Regressand oder abhängige Variable
- Aufgabe: Fundierte Entscheidung über die Steigung $\beta_1$ oder den Achsenabschnitt der Regressionsgeraden $\beta_2$
- Schätzen und Testen der beiden Regressionskoeffizienten: einfache Regressionsanalyse
- Schätzer $b_1$ und $b_2$ wie in Abschnitt 1.3.4. mit Daten aus einer uneingeschränkten Zufallsstichprobe

# Testen von Hypothesen über Regressionskoeffizienten

## Allgemeines

- Testen von Hypothesen über $\beta_1$
  - Überprüfung auf einem Signifikanzniveau $\alpha$, ob die unabhängige Variable x auf die abhängige Variable y einen Einfluss ausübt
- Hypothesenformulierung:
  - Zweiseitige Fragestellungen: $H_0$: $\beta_1 = 0$ und $H_1$: $\beta_1 \neq 0$
  - Einseitige Fragestellungen: $H_0$: $\beta_1 \leq 0$ und $H_1$: $\beta_1 > 0$
  - Einseitige Fragestellungen: $H_0$: $\beta_1 \geq 0$ und $H_1$: $\beta_1 < 0$
- Voraussetzung:
  - Erwartung einer linearen Beziehung zwischen beiden Variablen
  - Normalverteilung der Variablen

# Testen von Hypothesen über Regressionskoeffizienten

## Zweiseitige Hypothesentests

- Für ausreichend große Stichproben (n≥100) sind $b_{1o}$ und $b_{1u}$ Schranken des Bereichs der schwachen Indizien gegen $H_0$

$$\boxed{b_{1o} = u_{1-\alpha/2} \cdot s_{b1} \quad \text{und} \quad b_{1u} = -u_{1-\alpha/2} \cdot s_{b1}}$$

- In kleinen Stichproben: t-Verteilung mit n-2 Freiheitsgraden, in großen Annäherung an Standardnormalverteilung

- Stichprobenstandardabweichung $s_{b1}$ von $b_1$ aus $s_{b1}^2 = \frac{1-r^2}{n-2} \cdot \frac{s_y^2}{s_x^2}$
- Entscheidungsregel: Beibehaltung der $H_0$ wenn $b_1 \in [b_{1u\,;}\, b_{1o}]$

→Fragestellung identisch mit Test bei Korrelationsanalyse $H_0$: $\rho = 0$ und $H_1$: $\rho \neq 0$ oder entsprechende einseitige Hypothesen

# Testen von Hypothesen über Regressionskoeffizienten

## Einseitige Hypothesentests

- Für ausreichend große Stichproben ($n \geq 100$) sind $b_{1o}$ und $b_{1u}$ Schranken des Bereichs der schwachen Indizien gegen $H_0$

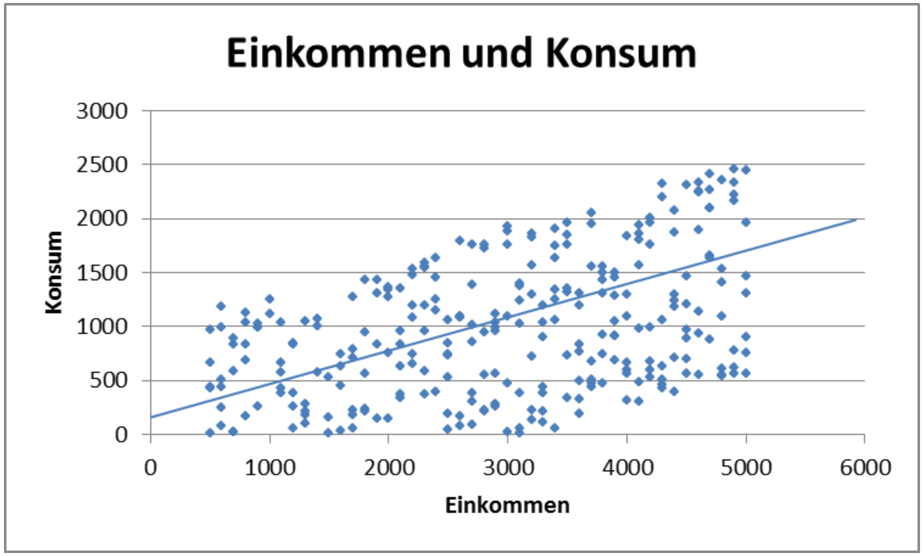
$$\boxed{b_{1o} = u_{1-\alpha} \cdot s_{b1} \quad \text{und} \quad b_{1u} = -u_{1-\alpha} \cdot s_{b1}}$$

- Entscheidungsregel:
  - $H_0$: $\beta_1 \leq 0$ und $H_1$: $\beta_1 > 0$ → Beibehaltung der $H_0$ wenn $b_1 \leq b_{1o}$
  - $H_0$: $\beta_1 \geq 0$ und $H_1$: $\beta_1 < 0$ → Beibehaltung der $H_0$ wenn $b_1 \geq b_{1u}$

# Testen von Hypothesen über Regressionskoeffizienten

## Einseitige Hypothesentests

- Beispiel 41: Bei einer Kundenbefragung werden zwei Merkmale x (Einkommen) und y (Konsum) erhoben.




- Besteht ein signifikant positiver Zusammenhang zwischen Einkommen und Konsum

# Testen von Hypothesen über Regressionskoeffizienten

## Einseitige Hypothesentests

- Beispiel 41: Bei einer Kundenbefragung werden zwei Merkmale x (Einkommen) und y (Konsum) erhoben.
  - Hypothesenformulierung: $H_0$: $\beta_1 \leq 0$ und $H_1$: $\beta_1 > 0$
  - Stichprobe: n=330, $s_{xy} = 67{,}72$, $s_x^2 = 219{,}63$, $s_y^2 = 1.065{,}37$
  - Korrelationskoeffizient r=0,14; $b_1$=67,72/219,63=0,31
  - Obere Schranke der schwachen Indizien

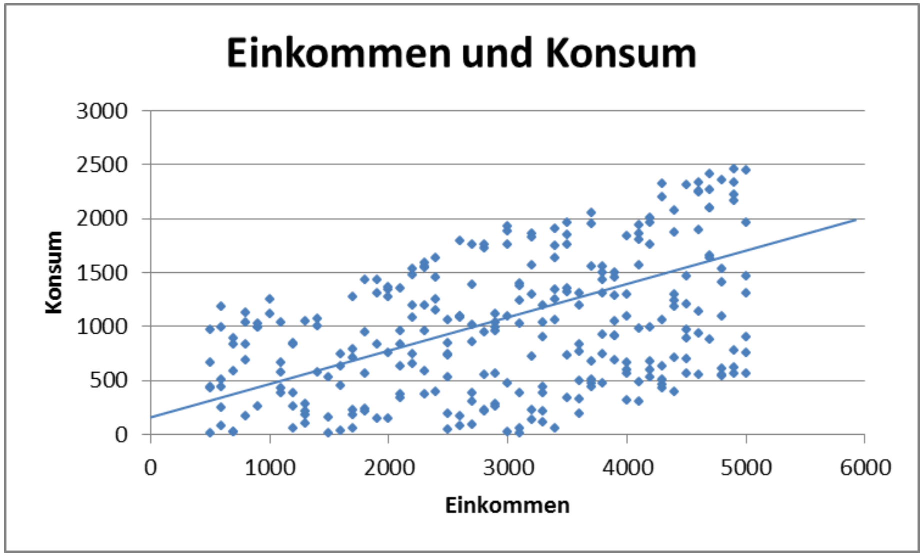
$$b_{1o} = u_{1-\alpha/2} \cdot s_{b1} = u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{1-r^2}{n-2} \cdot \frac{s_y^2}{s_x^2}} = 1{,}65 \cdot \sqrt{\frac{1-0{,}14^2}{330-2} \cdot \frac{1065{,}37}{219{,}63}} = 0{,}20$$

- Entscheidung: Akzeptanz der $H_1$ da $b_1 > b_{1o}$
- Es besteht ein signifikant positiver Zusammenhang zwischen Einkommen und Konsum

# Testen von Hypothesen über Regressionskoeffizienten

## Prognosen

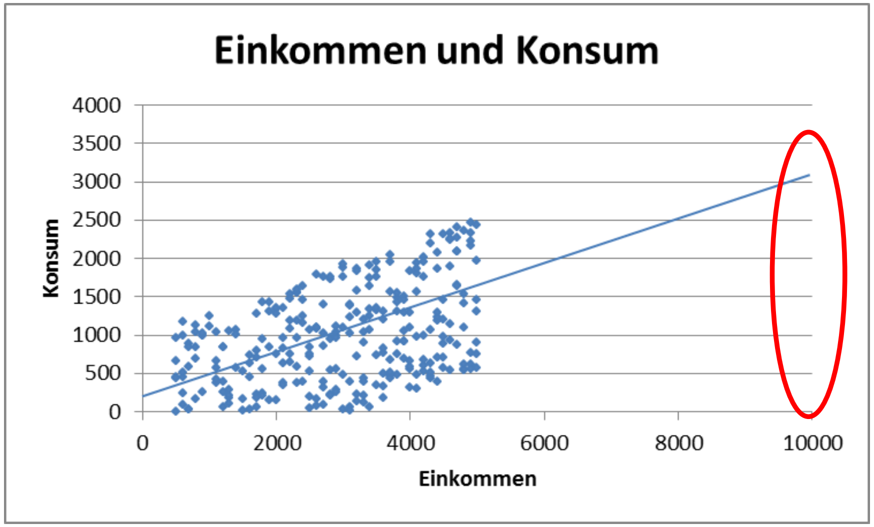
- Beispiel 42: Bei einer Kundenbefragung werden zwei Merkmale x (Einkommen) und y (Konsum) erhoben. Kunden haben Einkommen zwischen 500 und 5000 Euro
  - Aus Beispiel 41: $b_1$=0,31 und (Annahme) $b_2$=10 → $b_1$=marginale Konsumquote: wieviel Cent gibt ein Kunde im Geschäft aus wenn dessen Einkommen um 1 Euro steigt



# Testen von Hypothesen über Regressionskoeffizienten

## Prognosen

- Beispiel 42: Bei einer Kundenbefragung werden zwei Merkmale x (Einkommen) und y (Konsum) erhoben. Kunden haben Einkommen zwischen 500 und 5000 Euro
  - Welchen Umsatz erzielen Sie mit einem Konsumenten der 10.000 Euro verdient? → gedankliche Verlängerung der Regressionsgerade
  - $y=b_1 \cdot x+b_2=0{,}31 \cdot 10000+10=3110$



# Testen von Hypothesen über Regressionskoeffizienten

## Multivariate Regressionsanalyse

- Bisher 1 abhängige und 1 unabhängige Variable (Konsum und Einkommen)
- Aber die abhängige Variable hängt möglicherweise noch von weiteren Faktoren → Multiple Regressionsanalyse mit mehreren Variablen
- Hypothetisches Beispiel: Anzahl der gekauften Paar Schuhe abhängig vom Einkommen, Geschlecht, etc.
- $y$=Anzahl Paar Schuhe, $x_1$=Einkommen in Euro, $x_2$=Geschlecht (1=weiblich, 0=männlich)

$y=b_1 \cdot x_1+b_2 \cdot x_2+b_3=0{,}01 \cdot x_1+70 \cdot x_2+0$

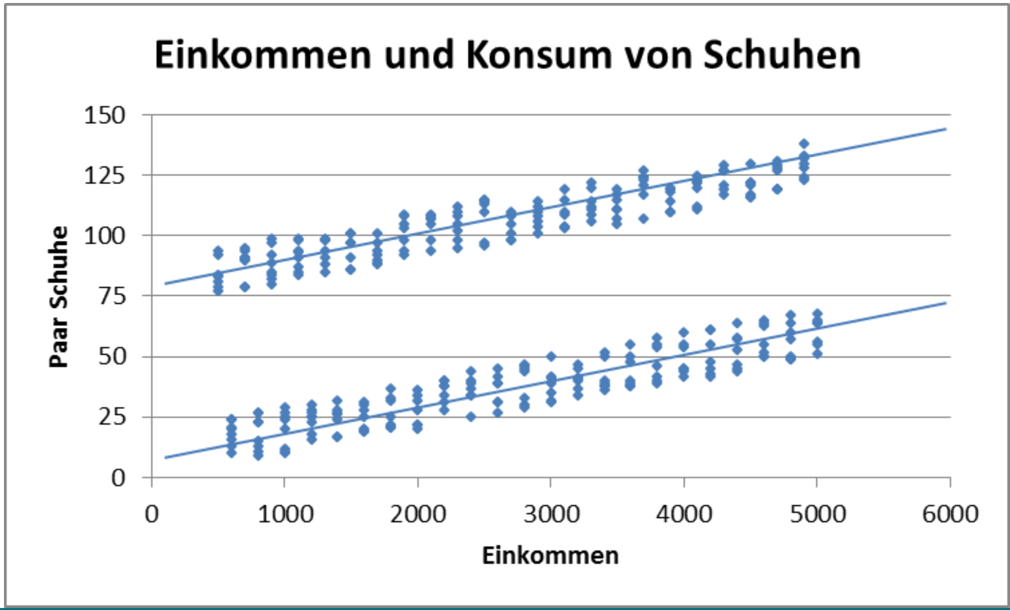
- Interpretation:
  - $b_1$=von jedem Euro wird 1 Cent für Schuhe ausgegeben,
  - $b_2$=Frauen kaufen 30 Paar Schuhe mehr als Männer,
  - $b_3$=0 Paar Schuhe werden immer gekauft (autonomer Konsum)

# Testen von Hypothesen über Regressionskoeffizienten

## Multivariate Regressionsanalyse

- Generierung von Daten zu verschiedenen Einkommen und Einsetzen in die Formel + „weißes Rauschen“ ergibt eine Datentabelle:

| x1 | x2 | e | y |
|---|---|---|---|
| 500 | 1 | 17.2547125 | 92 |
| 600 | 0 | 12.1178002 | 18 |
| 700 | 1 | 13.6921622 | 91 |
| 800 | 0 | 2.97156458 | 11 |
| 900 | 1 | 19.7089729 | 99 |
| 1000 | 0 | 10.0421406 | 20 |
| 1100 | 1 | 13.1905633 | 94 |



# Testen von Hypothesen über Regressionskoeffizienten

## Multivariate Regressionsanalyse

- Hypothesenformulierung nach korrektem Modell:
  - Einkommen $H_0$: $\beta_1 = 0,00$ und $H_1$: $\beta_1 \neq 0,00$
  - Geschlecht $H_0$: $\beta_2 = 0,00$ und $H_1$: $\beta_2 \neq 0,00$

| UV | Regressions-koeffizient | p-Wert |
|---|---|---|
| Einkommen | 0,13 | 0,000 |
| Geschlecht | 72,94 | 0,000 |

Interpretation:
$b_1$=0,13 → von jedem Euro werden 0,13 Cent für Schuhe ausgeben → p-Wert: H1 kann“mit großer Sicherheit angenommen werden
$b_2$=72,94 → Frauen (Geschlecht=1) kaufen ca. 73 Schuhe mehr als Männer (Geschlecht=0) → p-Wert: $H_1$ kann mit großer Sicherheit angenommen werden

# Testen von Hypothesen über Regressionskoeffizienten

## Multivariate Regressionsanalyse

- Hypothesenformulierung nach inkorrektem Modell (Vernachlässigung des Geschlechtseffekts):
  - Einkommen $H_0$: $\beta_1 = 0{,}00$ und $H_1$: $\beta_1 \neq 0{,}00$

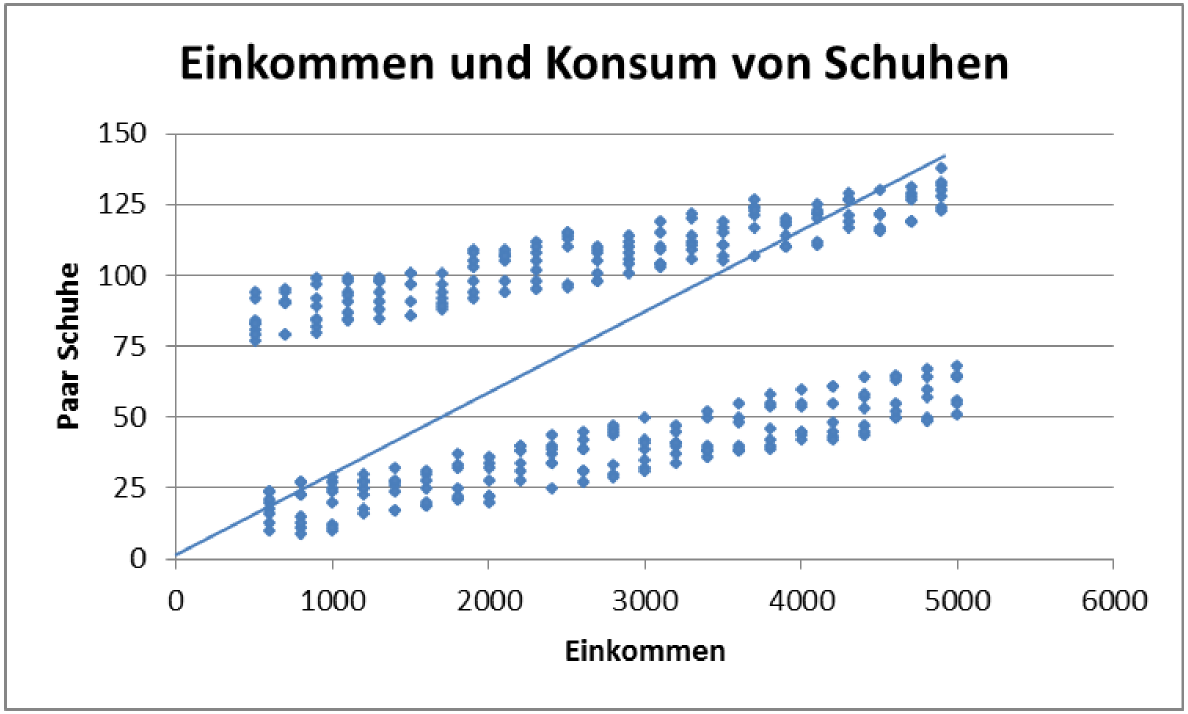
| UV | Regressions-koeffizient | p-Wert |
|---|---|---|
| Einkommen | 0,23 | 0,000 |

Interpretation:
$b_1$=0,23 → von jedem Euro werden 0,23 Cent für Schuhe ausgeben → p-Wert: $H_1$ kann mit großer Sicherheit angenommen werden → obwohl statistisch signifikant von 0 verschieden ist der geschätzte Regressionskoeffizient mehr also doppelt so groß wie tatsächlich (0,10)

# Testen von Hypothesen über Regressionskoeffizienten

## Multivariate Regressionsanalyse

- Hypothesenformulierung nach inkorrektem Modell (Vernachlässigung des Geschlechtseffekts):
  - Einkommen $H_0$: $\beta_1 = 0{,}00$ und $H_1$: $\beta_1 \neq 0{,}00$




Schlussfolgerung: über ein Schätzmodell muss intensiv nachgedacht werden. Alle relevanten Einflussfaktoren spezifizieren→ ansonsten Über- oder Unterschätzung der Koeffizienten