TP Photon

Intersection avec des sphères à partir d'un rayon

- Lapins Noirs -
pedagogie@ecole-89.com

Table des matières

Détails administratifs

Votre travail doit être **envoyé sur la forge logicielle**. Le nom de votre dépôt doit être `2021_tp_rayon_01`. Un nom de dépôt erroné donnera lieu à un échec du TP.

Vous devez donner le droit en lecture à l'utilisateur `delivery-collector`, qui sera chargé de ramasser votre travail pour le corriger.

Vos identifiants de connexion à la forge sont votre mot de passe LDAP/UNIX, tel qu'il fonctionne sur les postes de l'école.

Médailles accessibles :

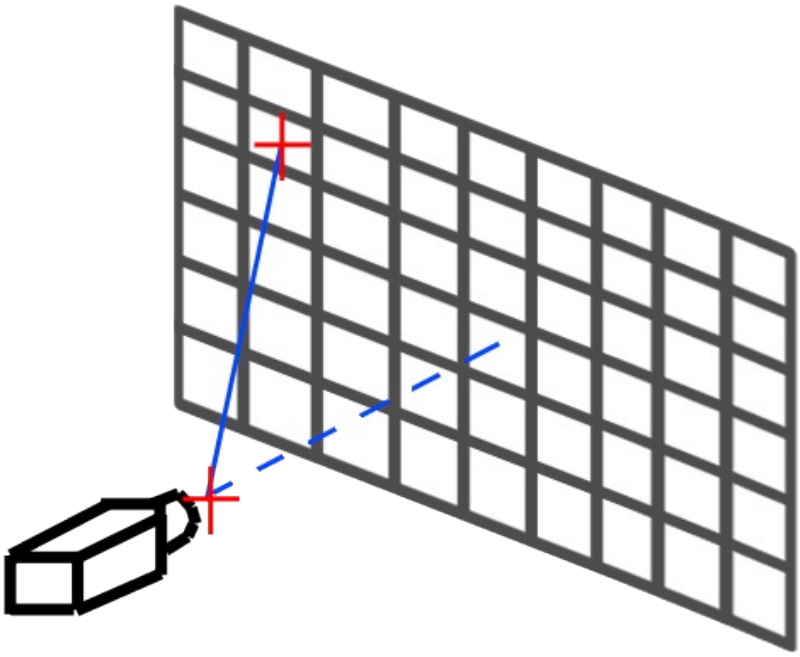
Rendu Git :
Vous avez réussi à rendre votre travail sur la forge logicielle

Partie 1 – Vecteurs

Qu'est-ce qu'un vecteur ? Un vecteur, dans notre cadre, est la distance à parcourir dans chaque dimension pour arriver d'un point A à un point B.

Par exemple, soit un point `A(4, 3, 2)` et un point `B(1, 1, 1)`. Le vecteur AB est défini par les coordonnées `(-3, -2, -1)`. Il s'agit des coordonnées de B moins les coordonnées de A.

Pour pouvoir envoyer des rayons dans un espace virtuel, vous aurez besoin d'établir un certain nombre de vecteurs. Prenons le schéma suivant pour faire un petit exercice de déduction.



Sur celui-ci, la caméra est à une position `(X, Y, Z)` dans l'espace virtuel.
La distance entre elle et l'écran est de D.
L'écran mesure W de largeur et H de haut.
Le point central, sur l'écran, visé par la caméra est de `W/2` en largeur et de `H/2` en hauteur.

En considérant que la rotation de la caméra soit nulle, quel est le vecteur entre la caméra et le pixel portant la croix rouge ? (Il est à la position `(1, 1)` sur l'écran.)

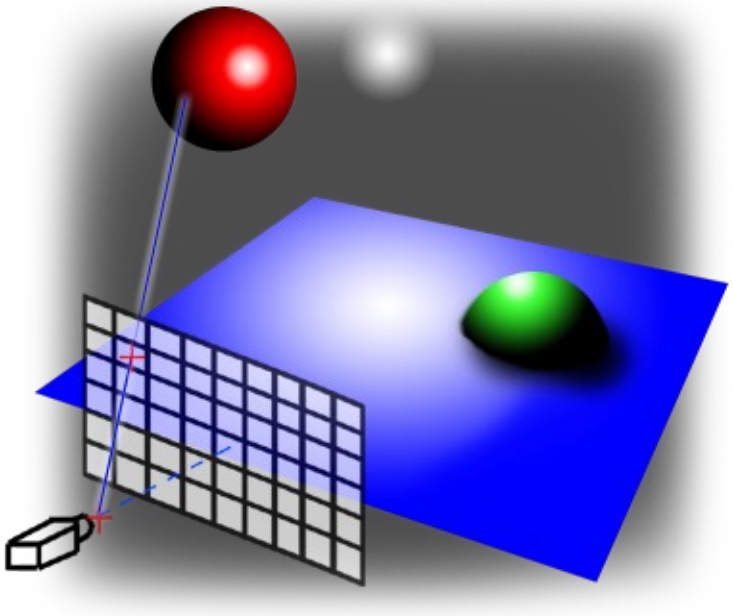
Faites une fonction qui prend en paramètre, la distance à un écran en nombre flottant, la taille de l'écran dans un jeu de coordonnées 2D, et la position d'un point sur l'écran dans un second jeu de coordonnées. Elle doit renvoyer un jeu de coordonnées en 3D qui correspond au vecteur entre l'origine de l'espace en 3D et le point sur l'écran, tel qu'il existe en 3D.

L'origine de l'espace en 3D ce trouve à la position (0, 0, 0)

Partie 2 – Rayons

Un rayon est l'étude des points d'impacts potentiels d'un vecteur dans l'espace. On considère le vecteur comme une fonction mathématique, et si celle-ci à comme solutions les coordonnées de la surface d'un objet, c'est qu'il y a collision. Plusieurs collisions sont possibles, il ne faut évidemment considérer que la collision la plus proche de la caméra, dans le sens d'observation.

En cas de collision, le pixel pour lequel on a envoyé le rayon, doit afficher la couleur du point d'impact. La couleur peut être définie arbitrairement soit via la structure de l'objet, soit en ayant une table de correspondances entre les types d'objets et les couleurs qu'ils sont censés avoir.



Partie 3 – Équations

Considérons les coordonnées de notre caméra `(Cx, Cy, Cz)` et la position du pixel au travers duquel on souhaite regarder dans l'espace 3D : `(Wx, Wy)` à l'écran (W pour *Window*) et `(Px, Py, Pz)` pour son équivalent dans l'espace 3D.

Le vecteur de coordonnées `(Vx, Vy, Vz)` est déterminé par les points C et P. Il s'agit donc du vecteur qui « lie » la caméra à un pixel de l'écran.

Exercice :
On peut en déduire les équations suivantes :

```
X = Cx + k * Vx
Y = Cy + k * Vy
Z = Cz + k * Vz
```

Remarquez que chacune des équations est de la forme `y = ax + b * x`, le paramètre étant ici k. Trouver des points de collisions entre le vecteur et un objet revient donc à trouver une valeur à k qui soit donne le même résultat pour ces équations que pour celle de l'objet.

Partie 4 – Collision avec une sphère

Considérez la **distance entre la caméra et l'écran**, notée D, comme égale à 100. Placez votre **œil** à la position $(-300,0,0)$, regardant vers les Z positifs. Considérez que l'espace virtuel contient une **sphère** de position (Sx,Sy,Sz) et de rayon $Sr=100$.

L'équation de la sphère est :

$$X^2+Y^2+Z^2=R^2$$

Nous pouvons y injecter les équations de vecteurs et la simplifier.

→ $(Cx+k*Vx)^2+(Cy+k*Vy)^2+(Cz+k*Vz)^2=R^2$

→ $Cx^2+2*Cx*k*Vx+k^2*Vx^2+...$
$Cy^2+2*Cy*k*Vy+k^2*Vy^2+...$
$Cz^2+2*Cz*k*Vz+k^2*Vz^2-R^2=0$

→ $(Vx^2+Vy^2+Vz^2)*k^2+...$
$2*k*(Cx*Vx+Cy*Vy+Cz*Vz)+...$
$Cx^2+Cy^2+Cz^2-R^2=0$

→ On se retrouve avec une forme ax^2+bx+c, que l'on peut résoudre avec une équation du second degré.

La suite consiste donc à extraire a, b et c pour résoudre cette équation du second degré.

$a=Vx^2+Vy^2+Vz^2$
$b=2*(Cx*Vx+Cy*Vy+Cz*Vz)$
$c=Cx^2+Cy^2+Cz^2-R^2$

Il reste à faire le calcul du discriminant :
$d=b^2-4ac$

→ Si $d<0$, il n'y a pas de solution, donc pas de collision.
→ Si $d=0$, il y a une unique solution et un point de collision.
→ Si $d>0$, il y a deux solutions et points de collisions.

Les solutions s'obtiennent ainsi :

$$S0=(-b+\sqrt{(d)})/(2*a)$$

$$S1=(-b-\sqrt{(d)})/(2*a)$$

S0 et S1 étant les solutions, il s'agit également de valeur indiquant la distance avec l'œil. Ainsi, nous ne conserverons que la solution la plus petite, car elle est plus proche de l'œil et donc devant les autres. Si la solution est négative, c'est qu'elle est derrière l'œil, et n'est donc pas une vraie solution dans le cadre de cet exercice.

Écrivez la fonction d'intersection entre une sphère d'un rayon donné, et un vecteur directeur partant d'un œil donné.

Votre fonction doit comporter ses trois paramètres et renvoyer la distance à la sphère s'il y a eu une intersection.

Partie 5 – Collision avec un plan

Soit un plan de coordonnées Z. Un plan étant un élément simple à une dimension. Il occupe tout l'espace en X et Y, et n'a une coordonnée que en Z.

Voici l'équation paramétrique utilisée pour l'axe Z. (Où k est notre inconnue, C est la caméra, et V le vecteur directeur)

$$Z = Cz + Vz * k$$

Ce qui nous permet de faire :

$$Vz * k = Z - Cz$$

$$k = (Z - Cz) / Vz$$

Attention au cas où Vz vaut zéro.

Attention, le plan pourrait très bien être placé sur un autre axe.

Partie 6 – Collision avec un cylindre

L'équation du cylindre est la suivante :

$$X^2+Y^2=R^2$$

Vous pouvez adapter les variables a, b et c de l'équation du second degré de l'équation de la sphère, pour ensuite résoudre l'équation du cône.

Il s'agit des mêmes calculs que pour le cercle, exit de la composante z.

Partie 7 – Collision avec le cône

Soit C, la constante qui représente l'ouverture de votre cône.
Son équation est la suivante :

$$X^2+Y^2-C*Z^2=0$$

Injectez les équations paramétriques telles que pour les autres objets et simplifiez l'équation pour trouver les composantes a, b et c de l'équation du second degré qui permet de faire l'intersection avec un cône.

Aparté – Comparaison de nombres décimaux

Attention, pour vérifier la nullité d'un double ou d'un nombre flottant, vous devez vérifier son infériorité par rapport à une valeur arbitraire très petite. La comparaison avec 0 ne sera en effet presque jamais vérifiée.

N'hésitez pas à utiliser `fabs` et la notation en puissance (Exemple `10e-5`) pour cela.