PROCESAMIENTO DIGITAL DE SEÑALES

Ingeniería en Electrónica y Telecomunicaciones

IET 802

Dr. Alan David Blanco Miranda

Procesamiento Digital de Señales

Convertidor analógico / digital y digital / analógico, CPU, DSP, ASIC, FPGA, SDR.

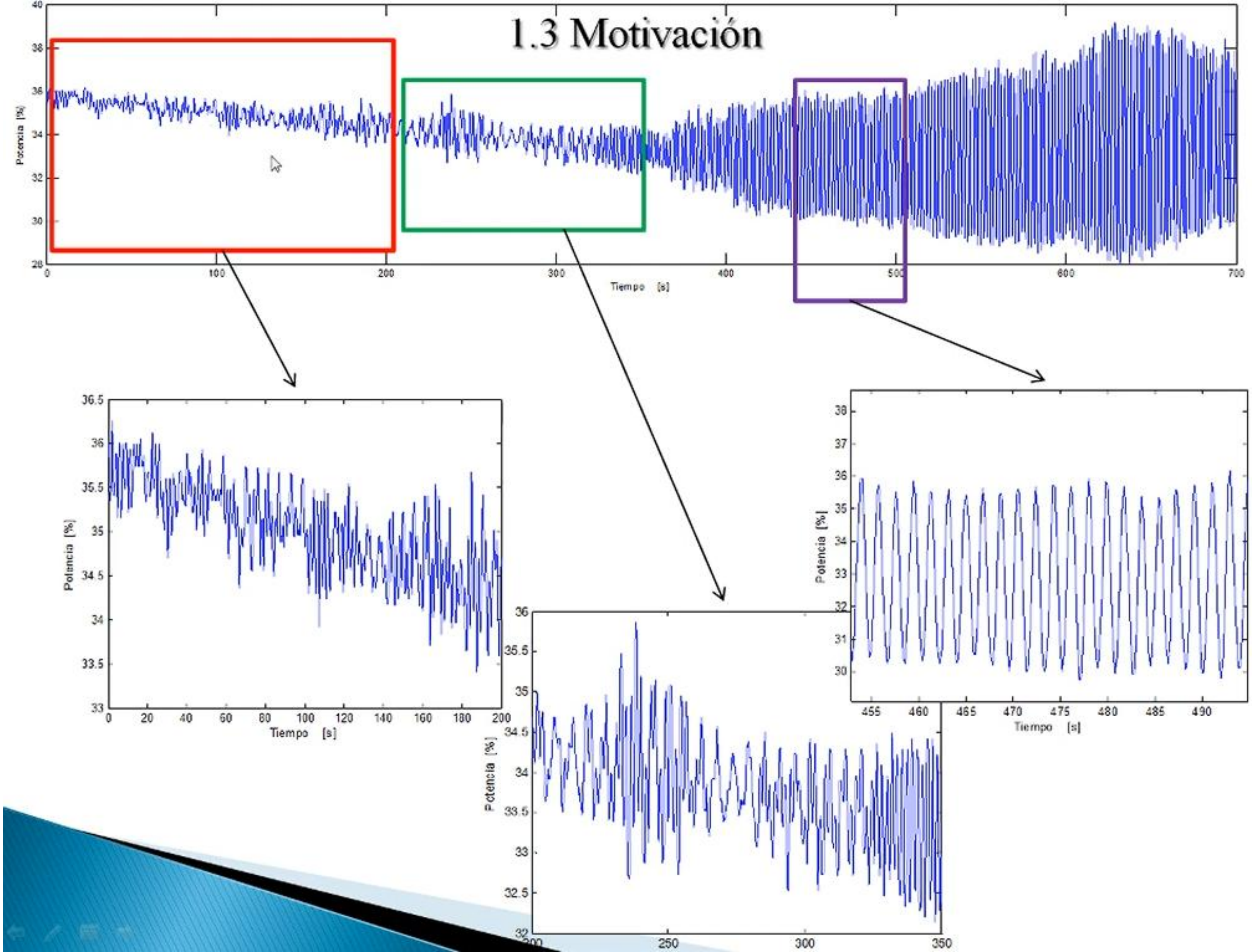
Ventajas:

- el ruido es fácil de controlar después de la cuantificación inicial
- altamente lineal (dentro del rango dinámico limitado)
- algoritmos complejos que se implementan en un solo chip
- flexibilidad, los parámetros se pueden variar fácilmente en el software
- el procesamiento digital es insensible a las tolerancias de componentes, envejecimiento, condiciones ambientales, interferencia electromagnética

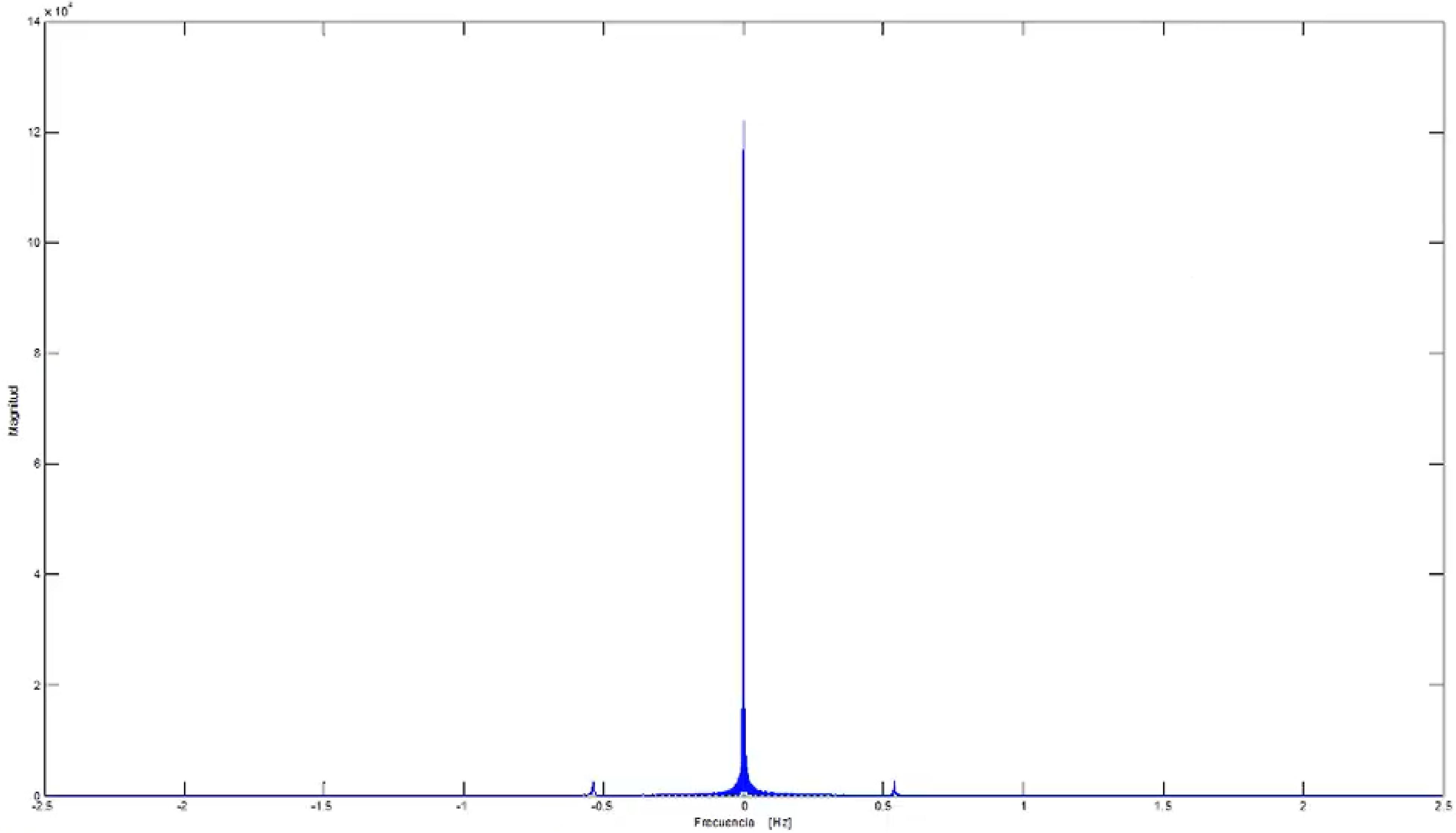
Desventajas:

- artefactos de procesamiento de tiempo discreto (alias)
- puede requerir significativamente más energía (batería, enfriamiento)
- reloj digital y conmutación causan interferencia

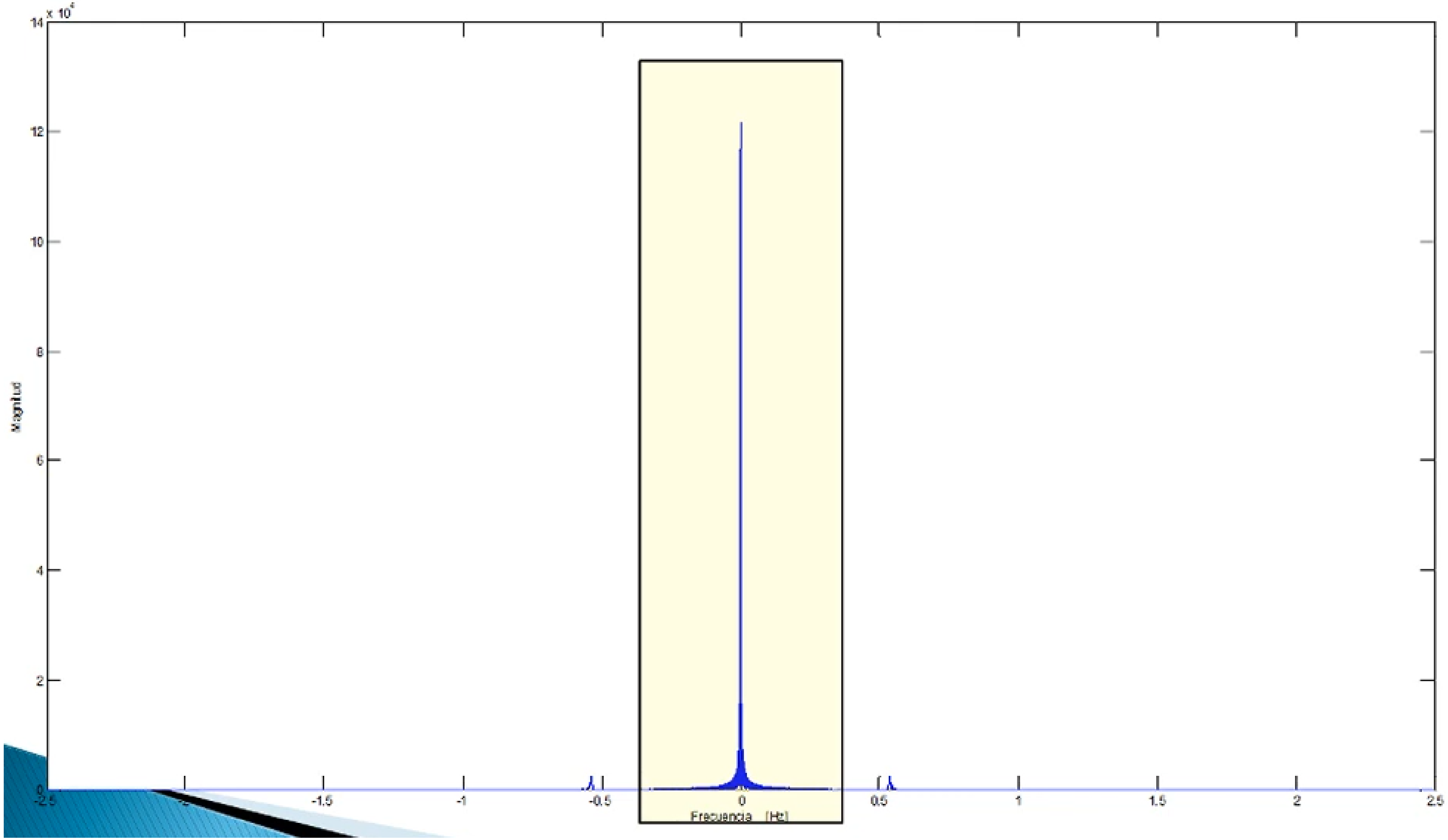
1.3 Motivación



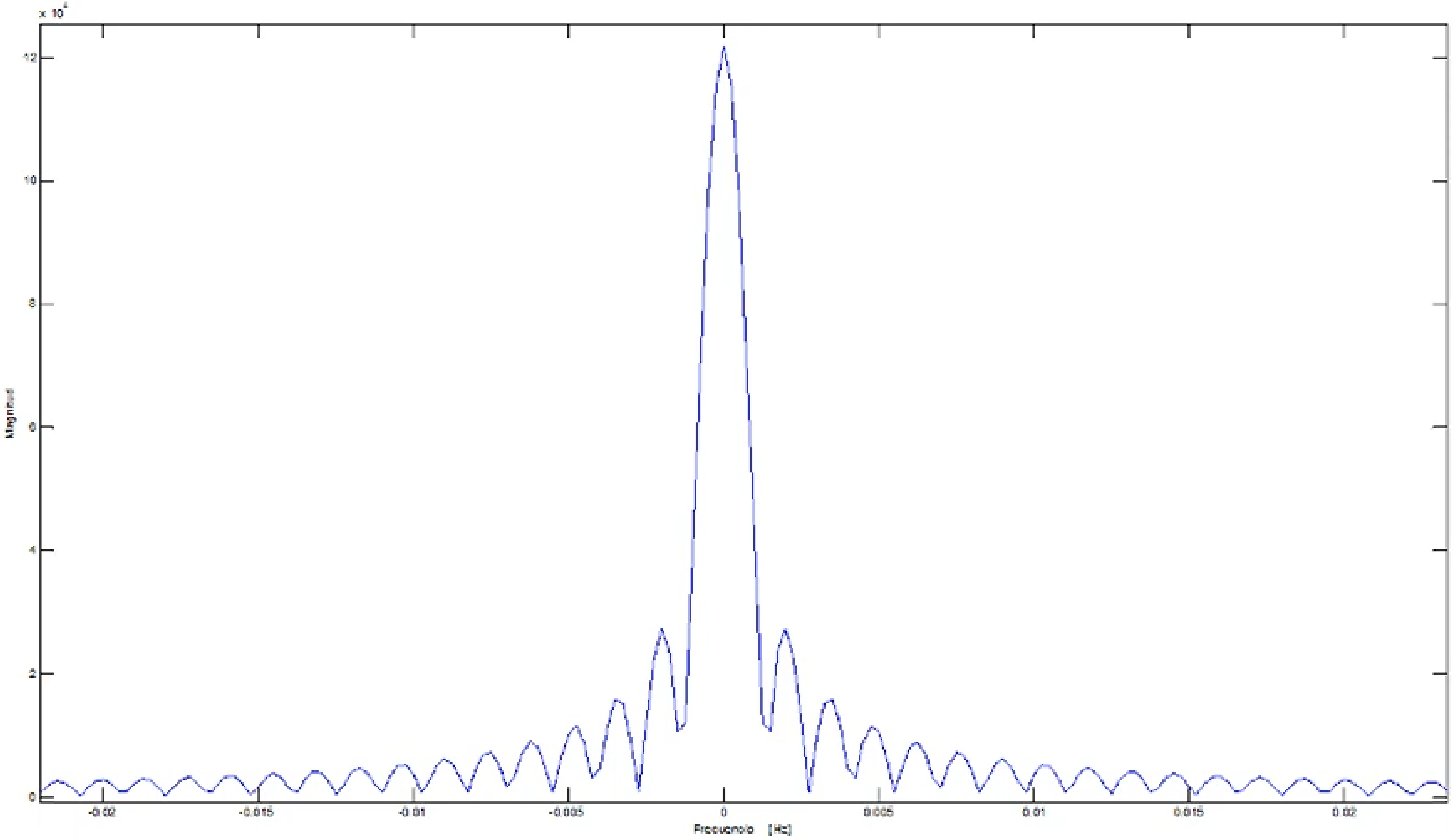
La transformada (discreta) de Fourier de la señal completa



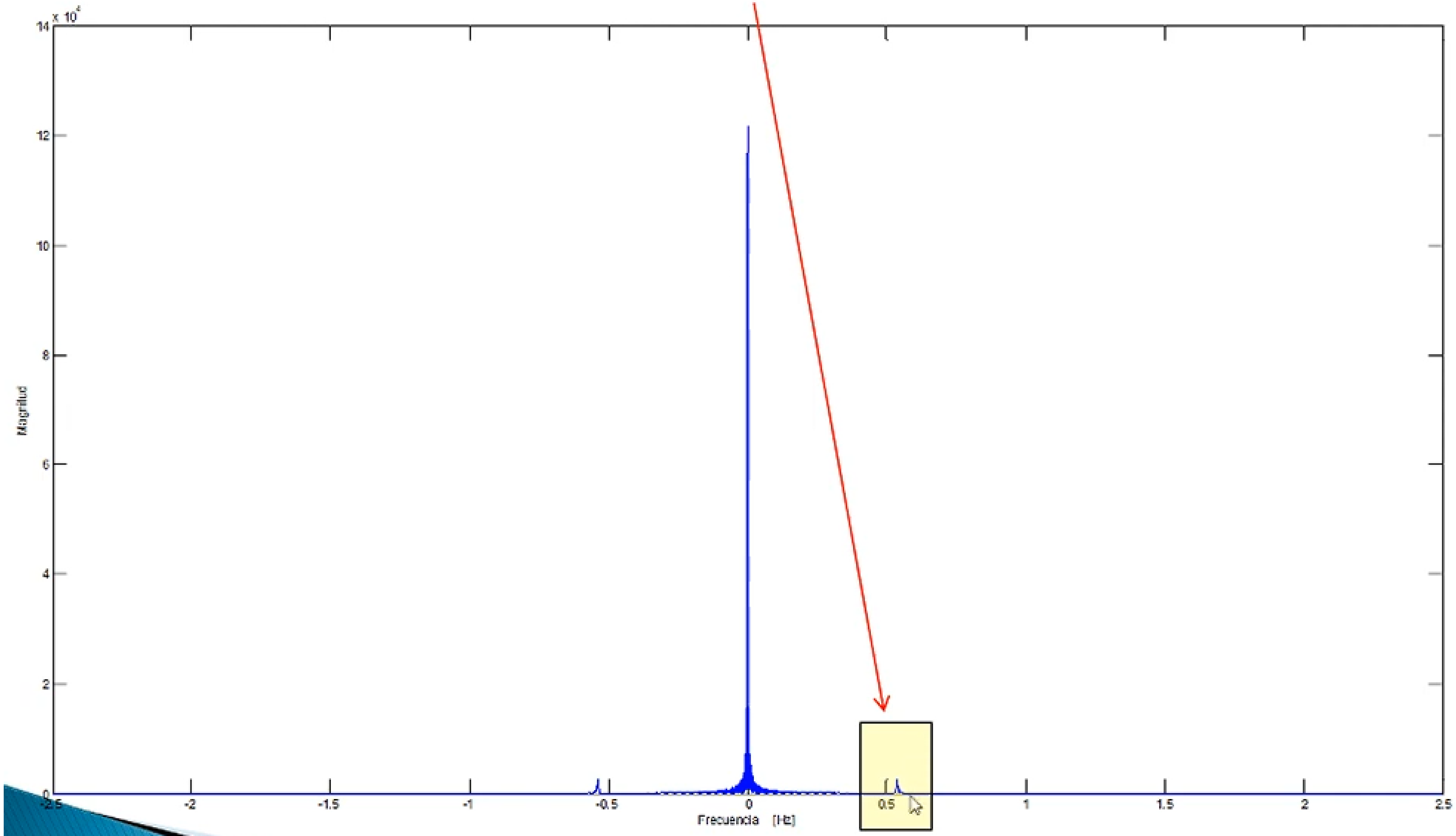
Componente de DC (offset de la señal)



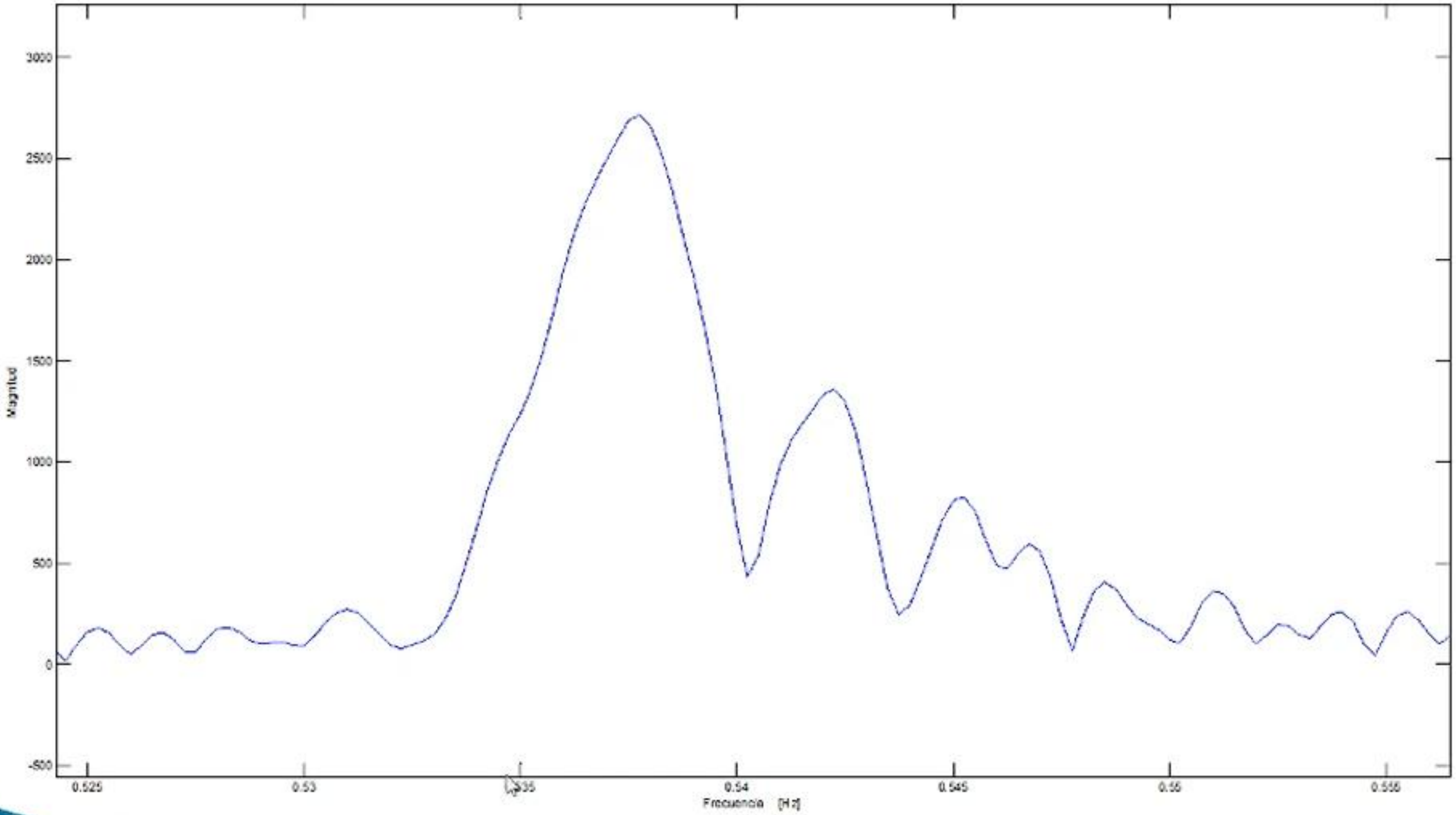
zoom del offset de la señal



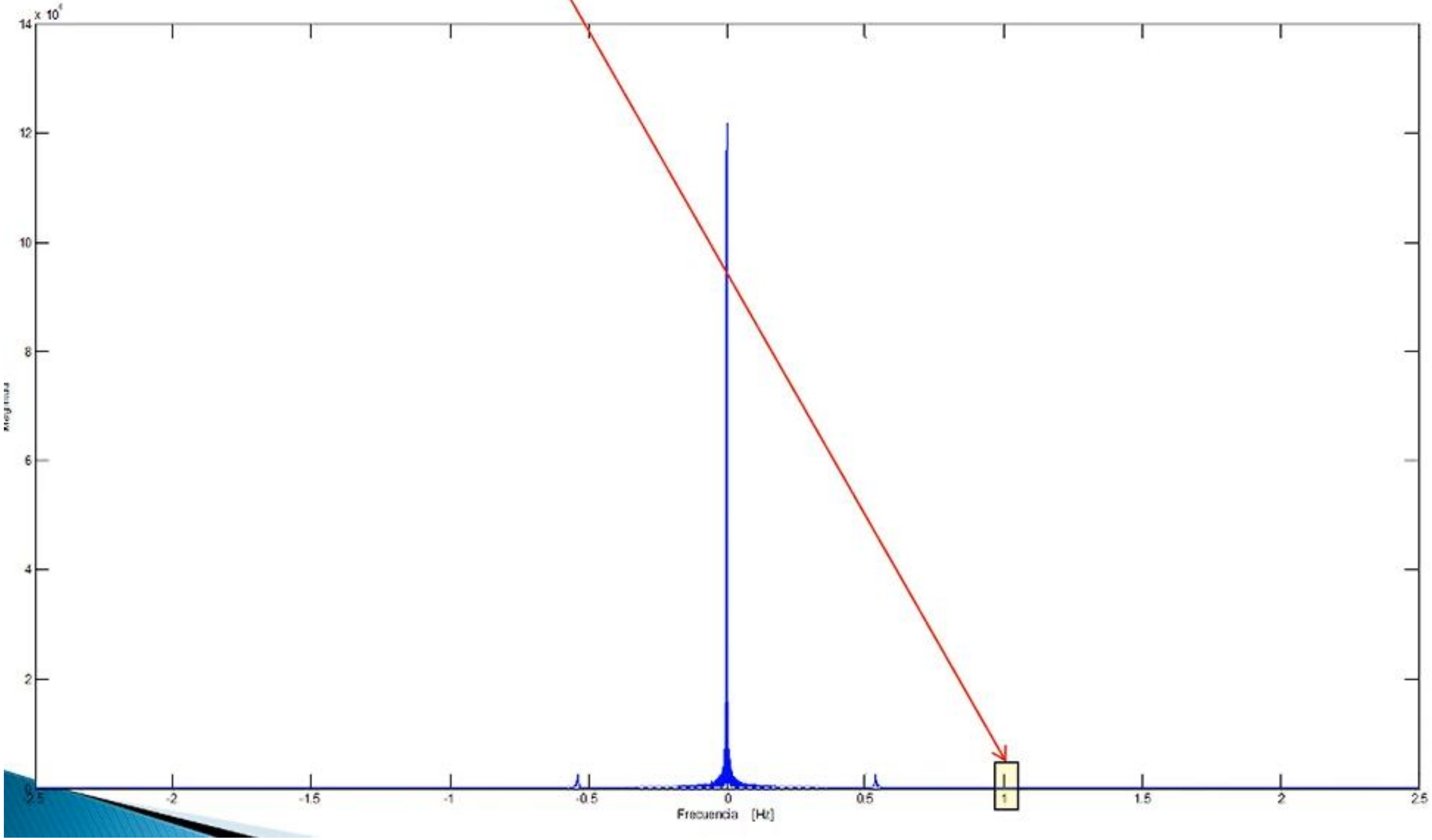
aparece una señal senoidal alrededor de 0.5 Hz



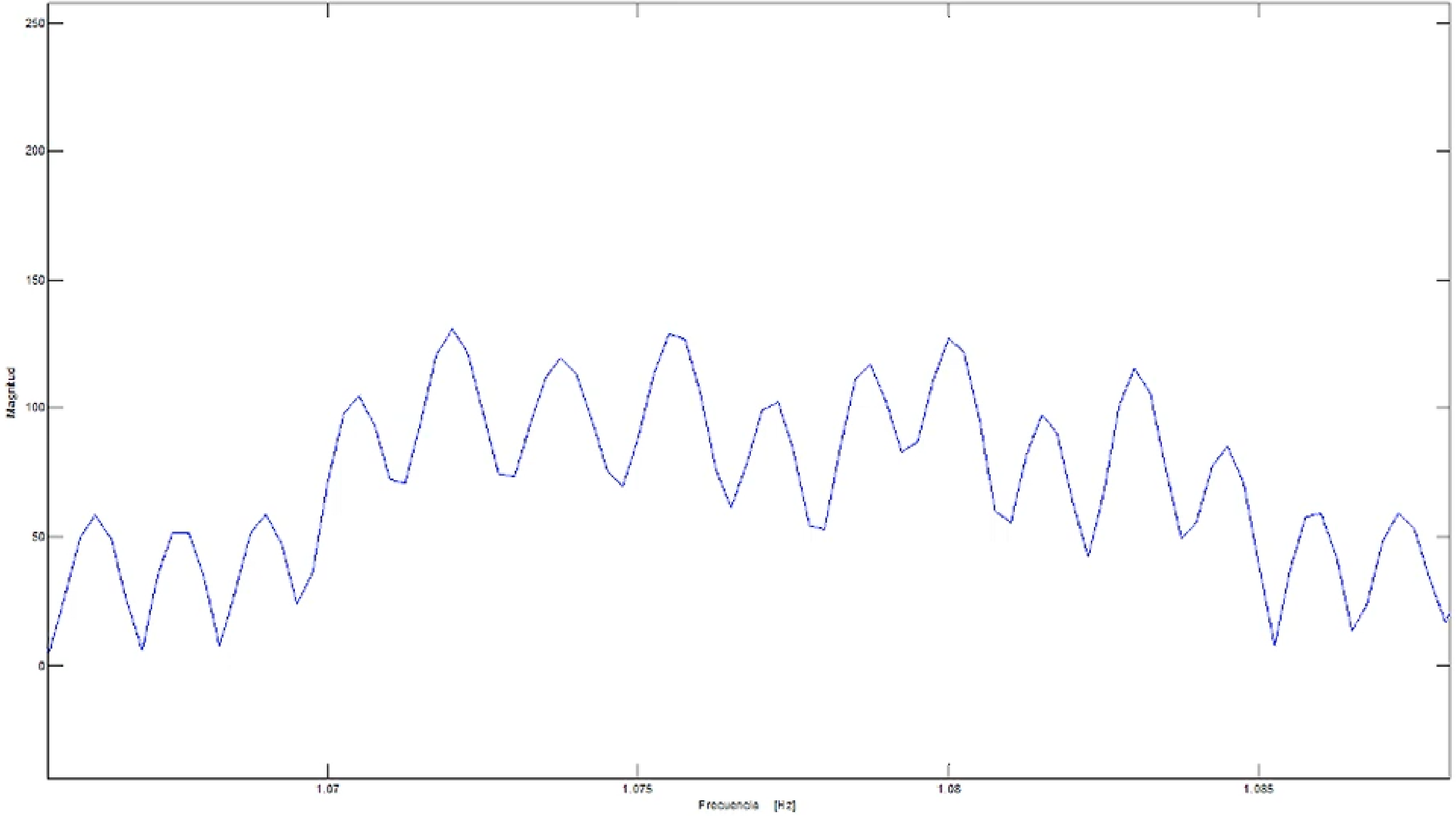
zoom de la señal senoidal alrededor de 0.5 Hz



analizando el primer armónico de la señal senoidal alrededor de 0.5 Hz

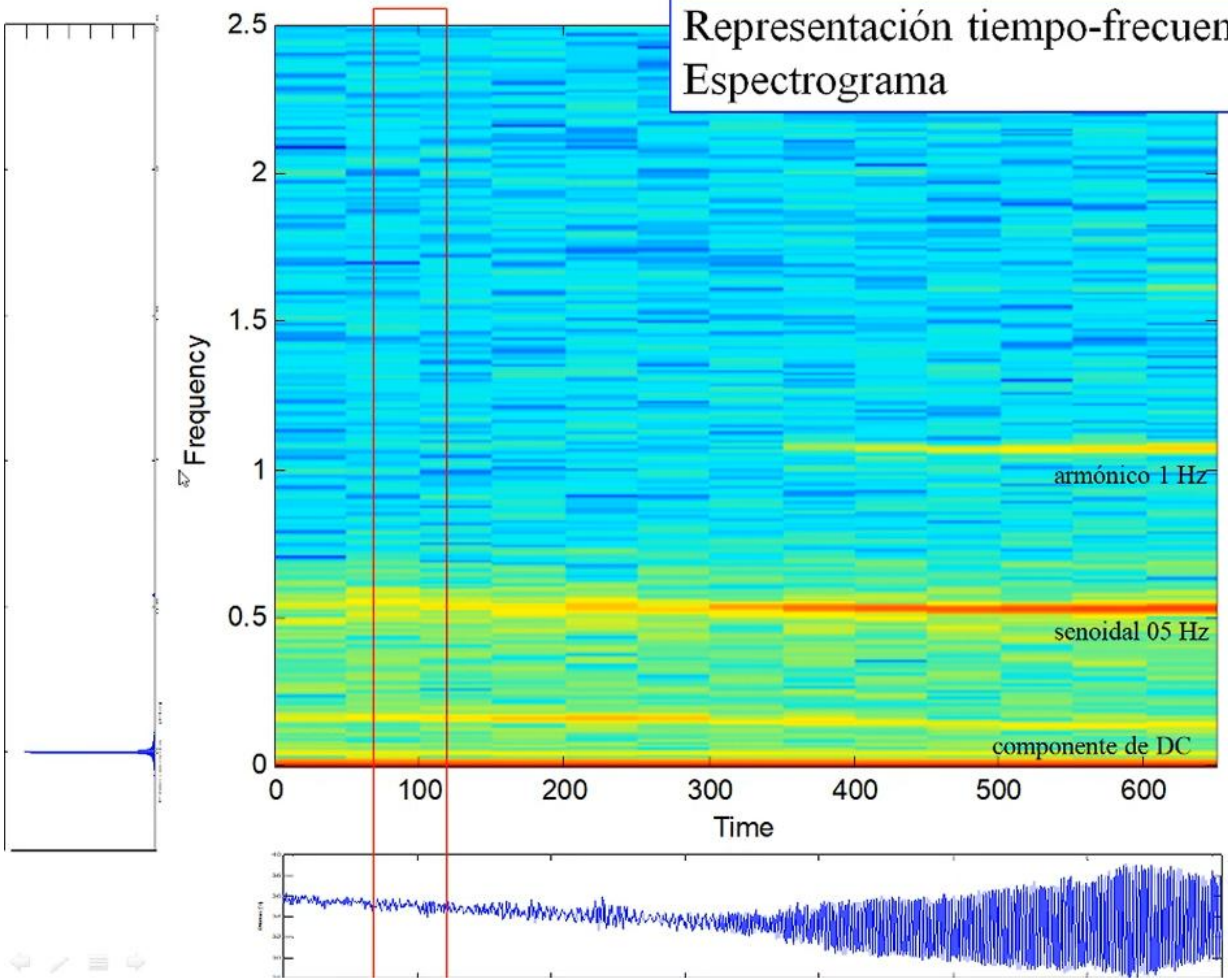


zoom del primer armónico de la señal senoidal alrededor de 0.5 Hz



¡No es evidente encontrar este armónico alrededor de 1 Hz!

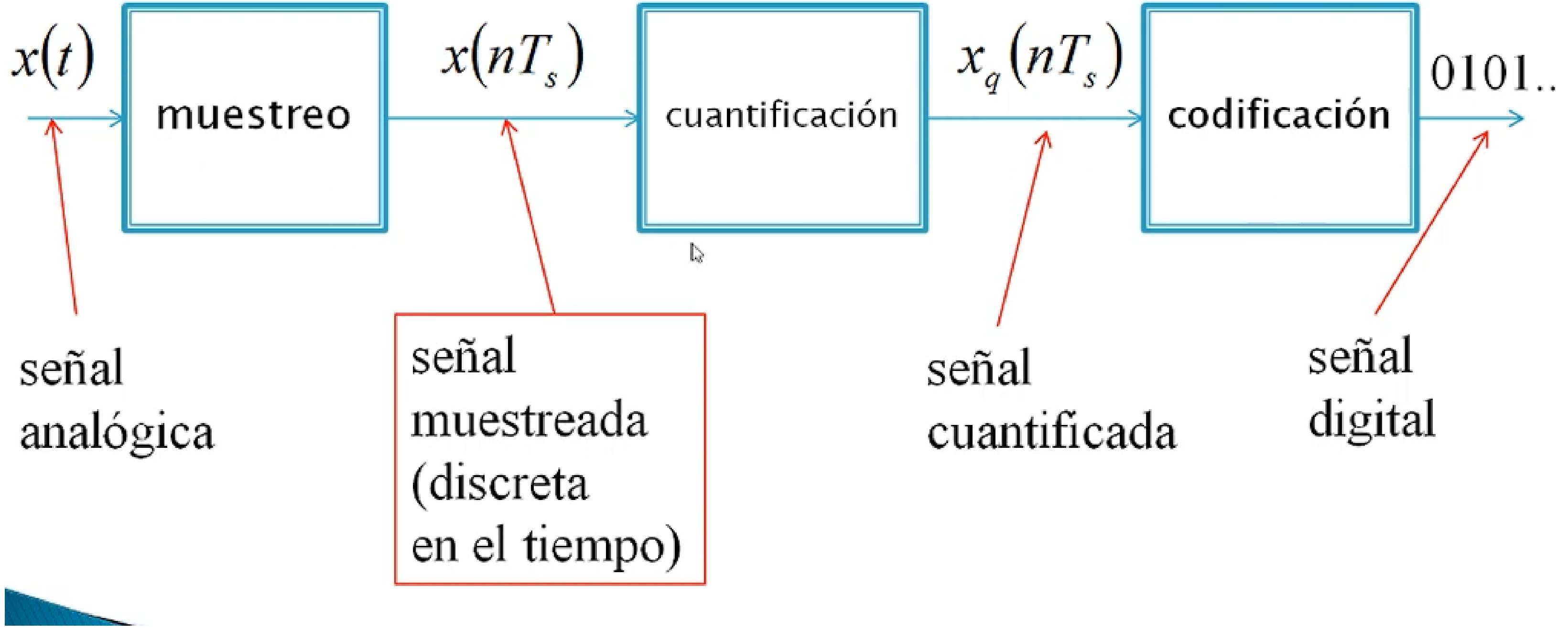
Representación tiempo-frecuencia: Espectrograma



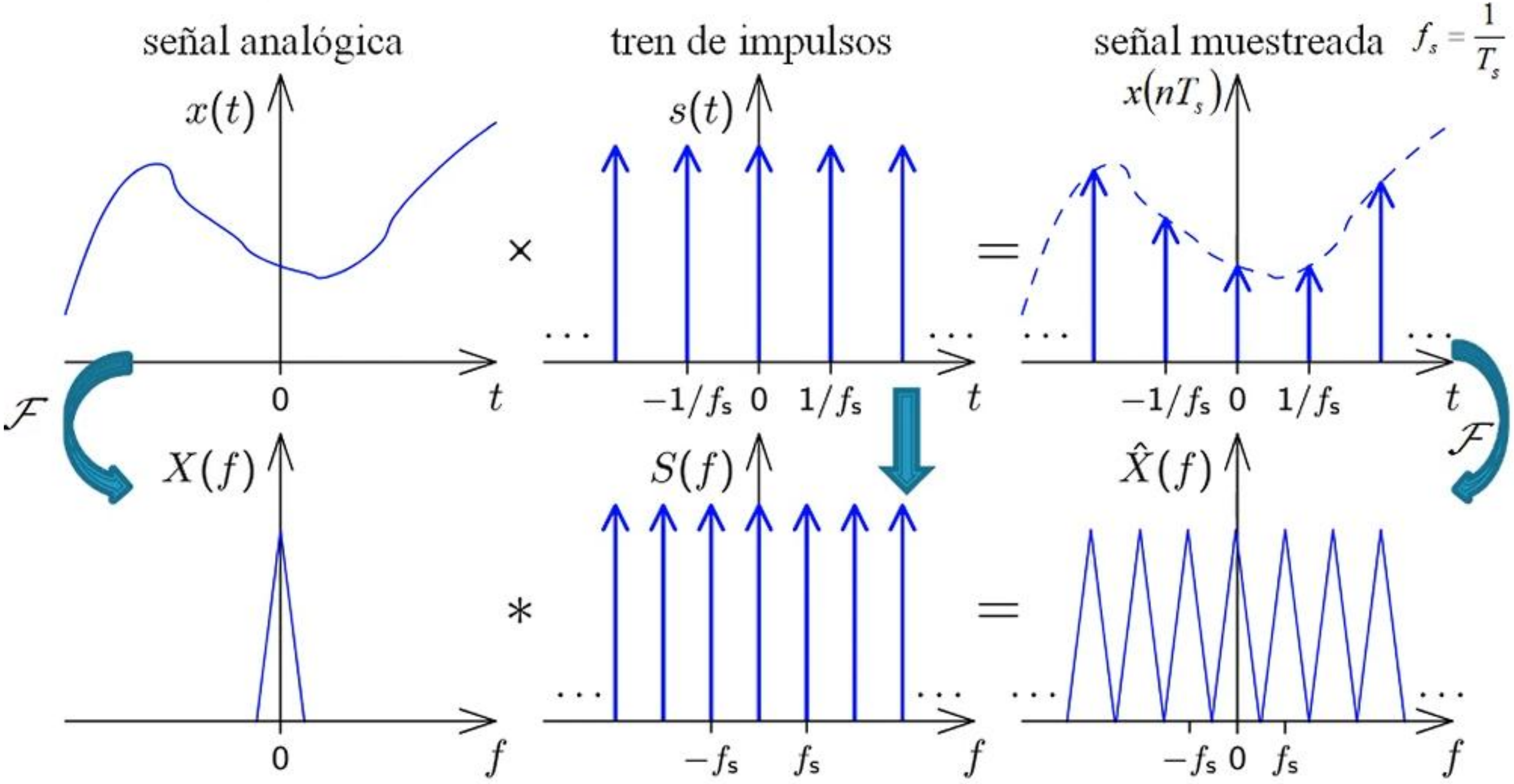
Conceptos Básicos

Señales de estudio: **Señales discretas en el tiempo**

Conversión Analógica-Digital (ADC)

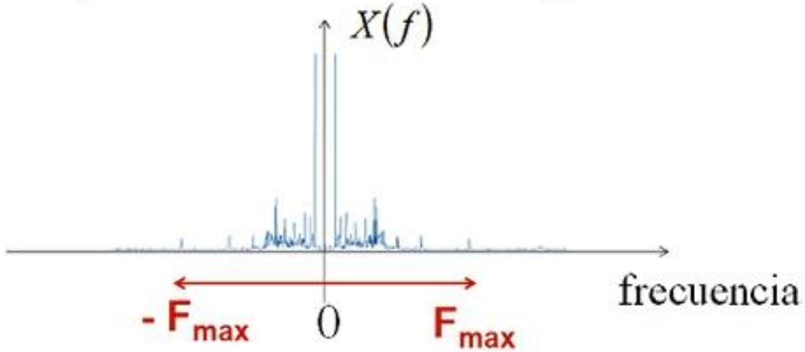


1.4 Repaso del Muestreo de Señales



Ejemplo con una señal real

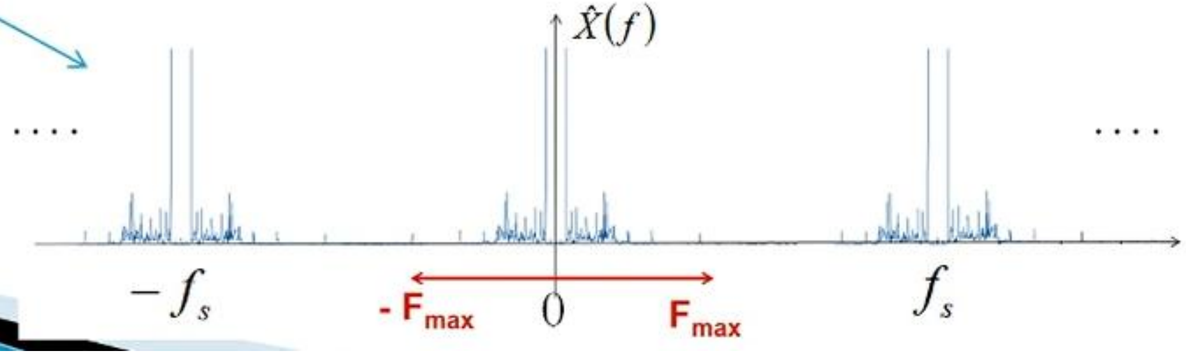
Espectro de la señal analógica



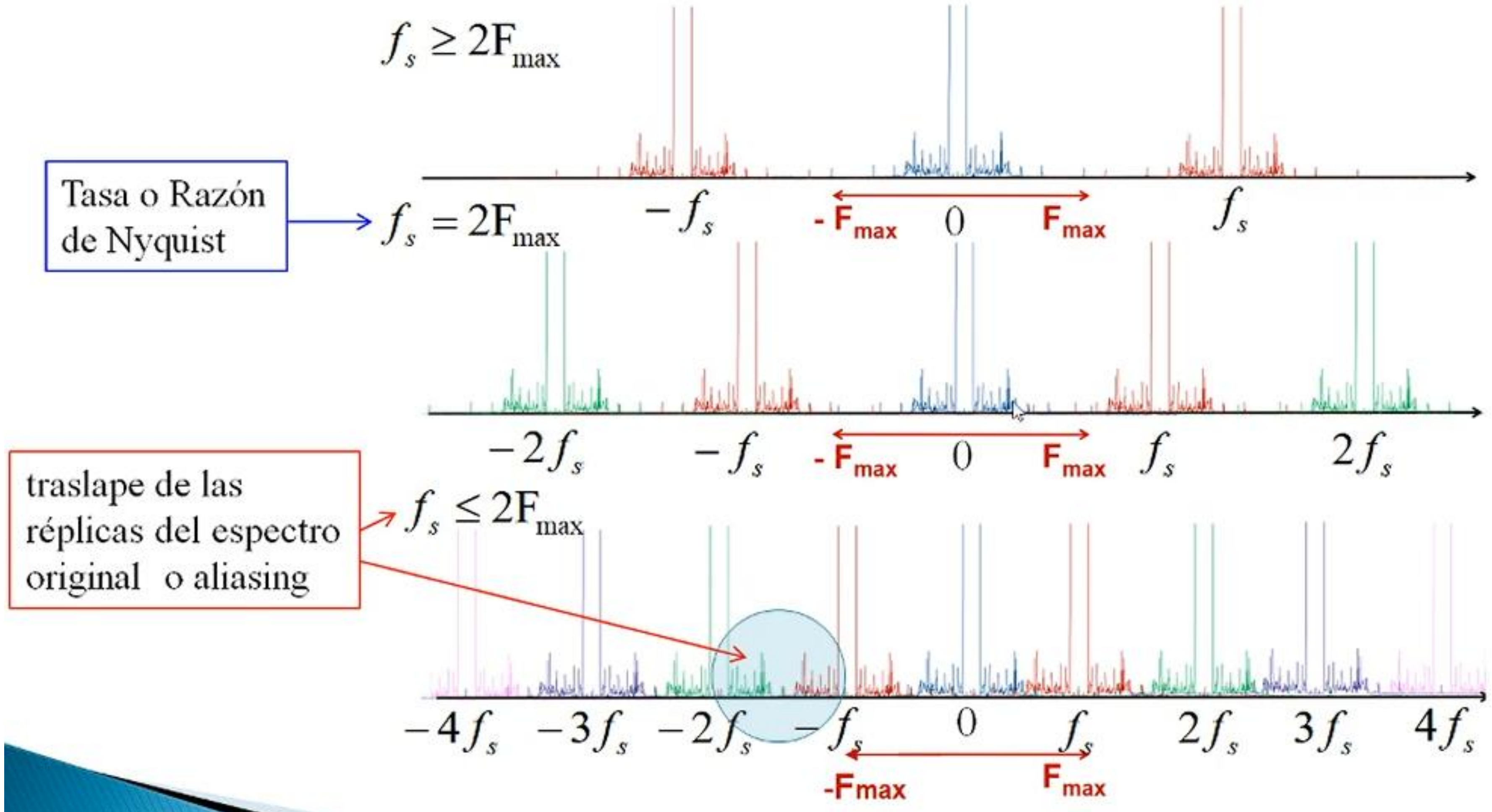
Aplicando el Teorema del Muestreo:

$$\boxed{f_s \geq 2F_{max}}$$

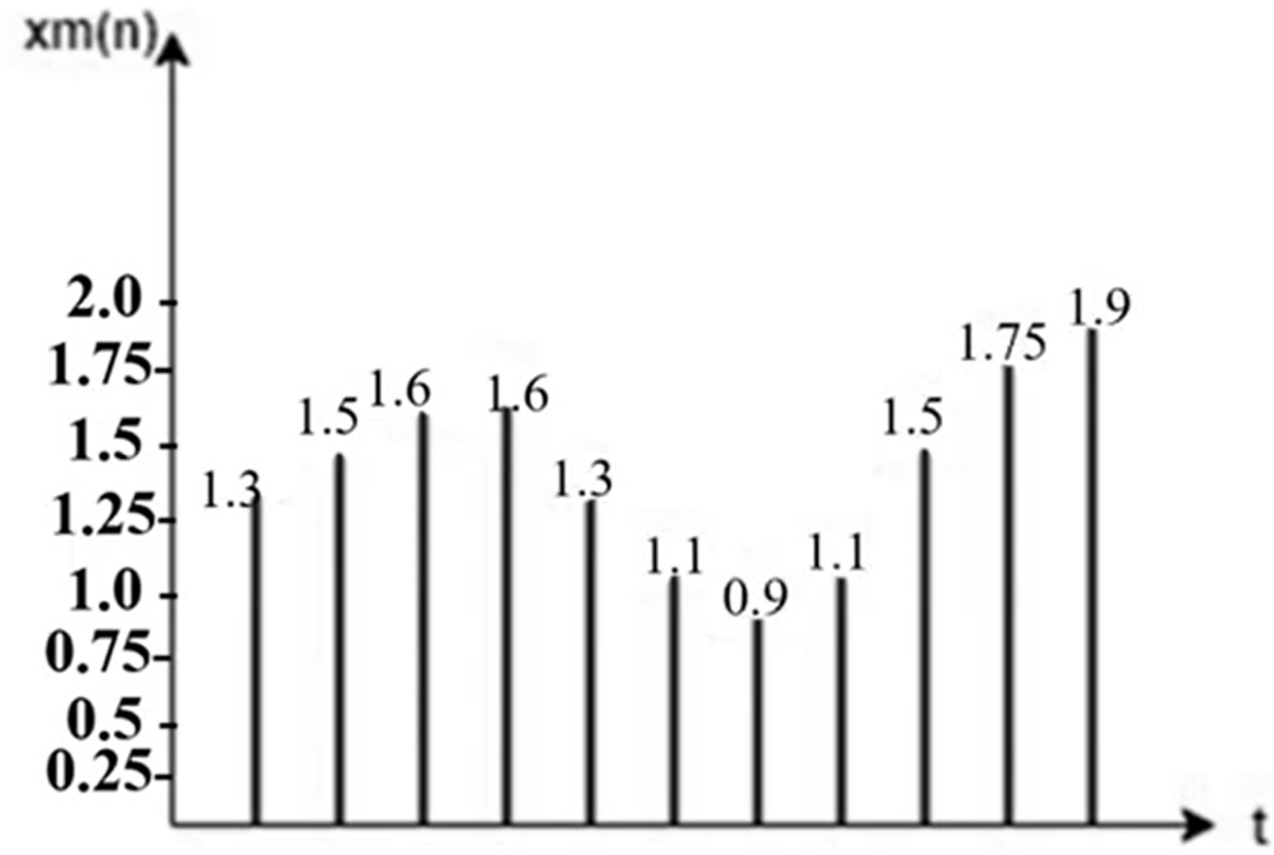
Espectro de la señal muestreada correctamente

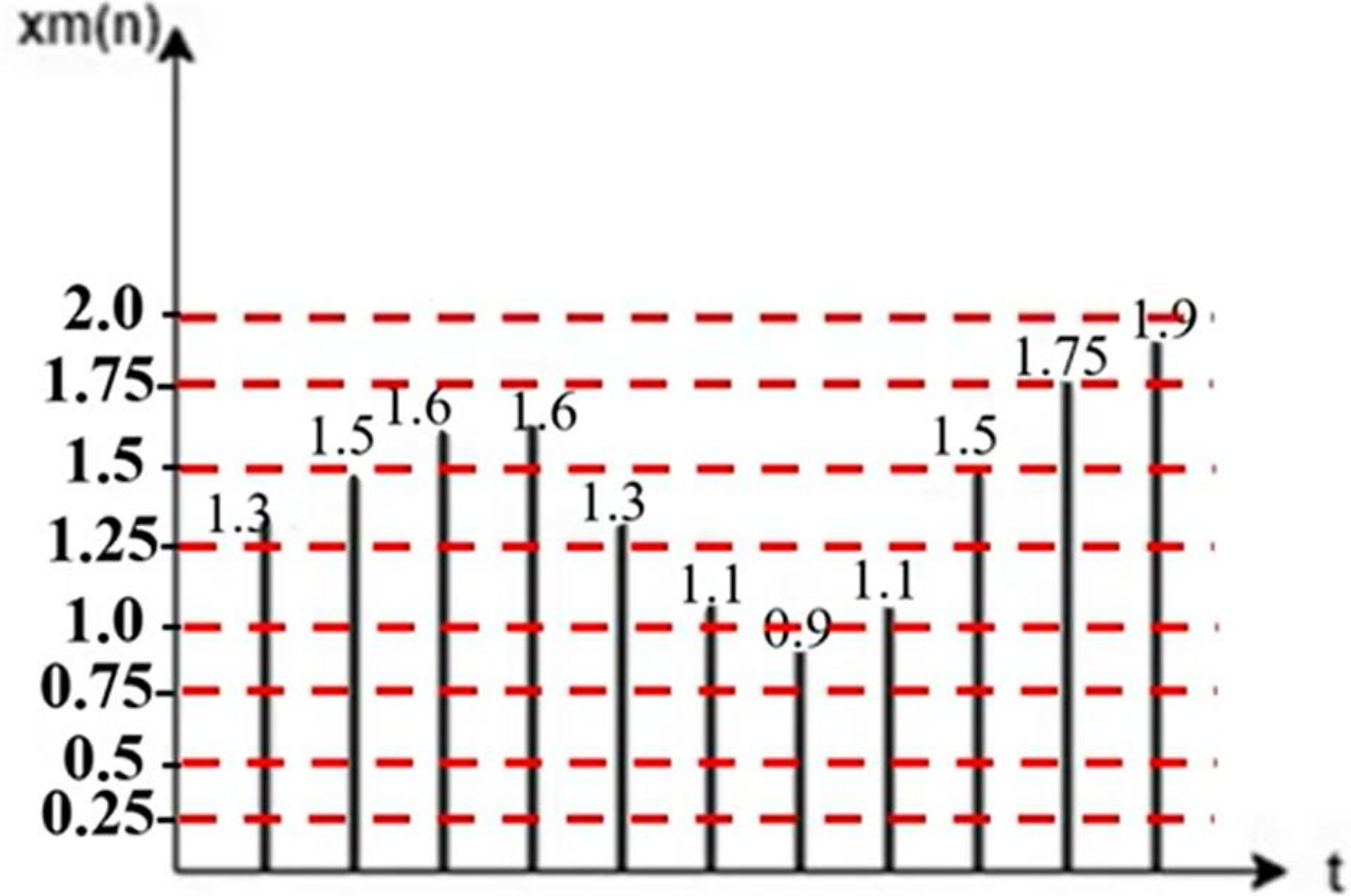


Aplicando diversas frecuencias (o tasas) de muestreo:

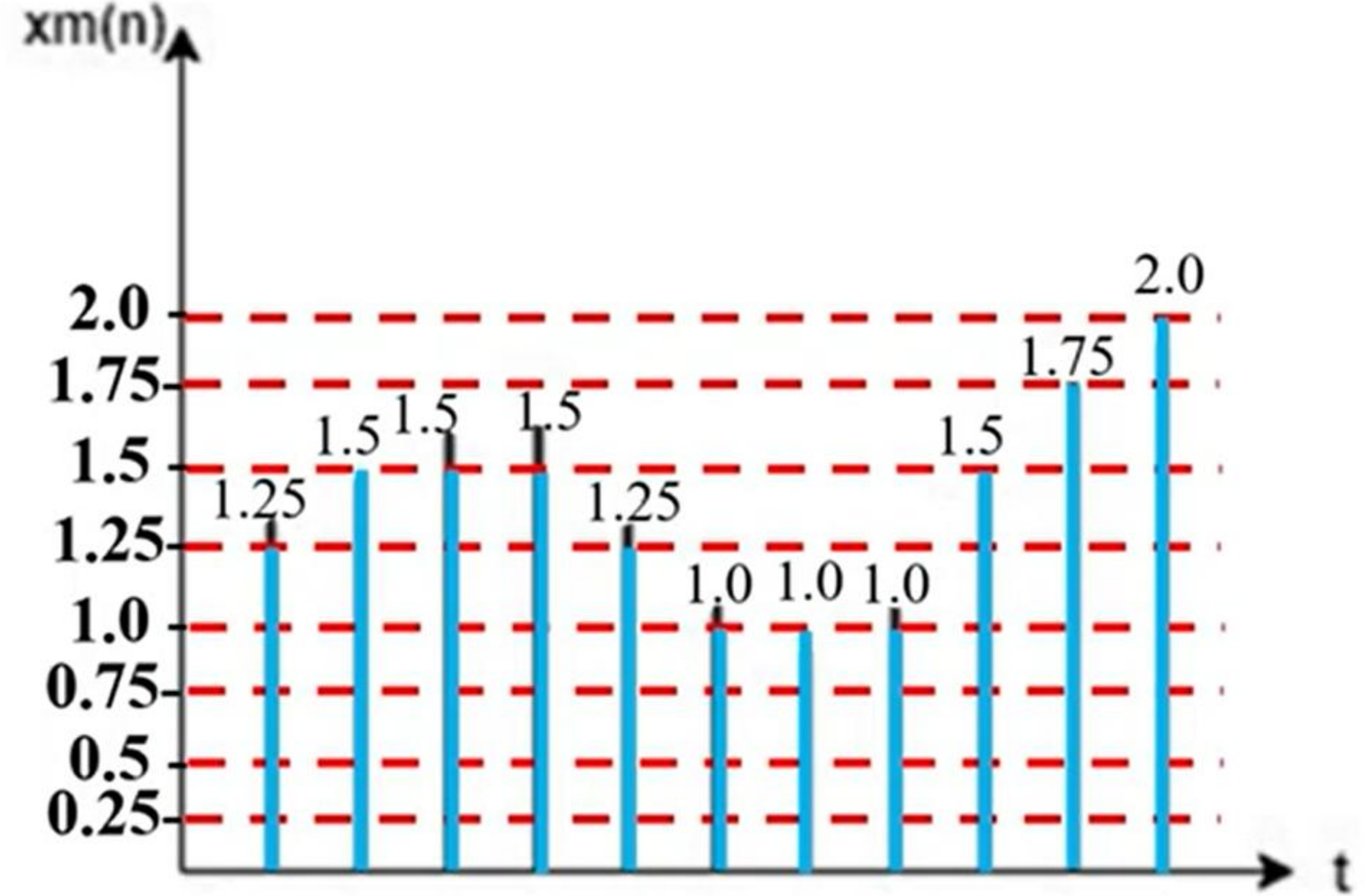


Cuantización

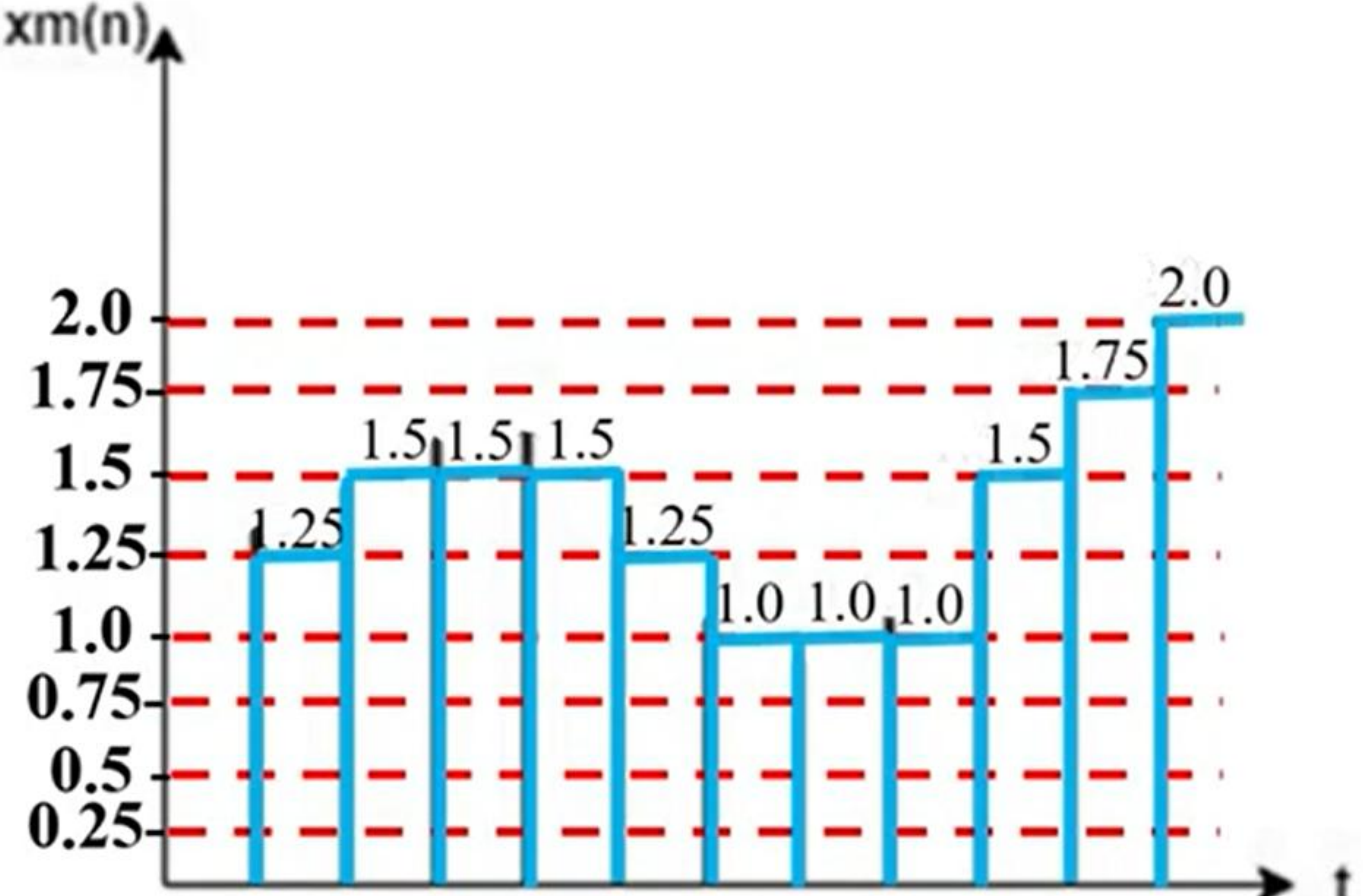


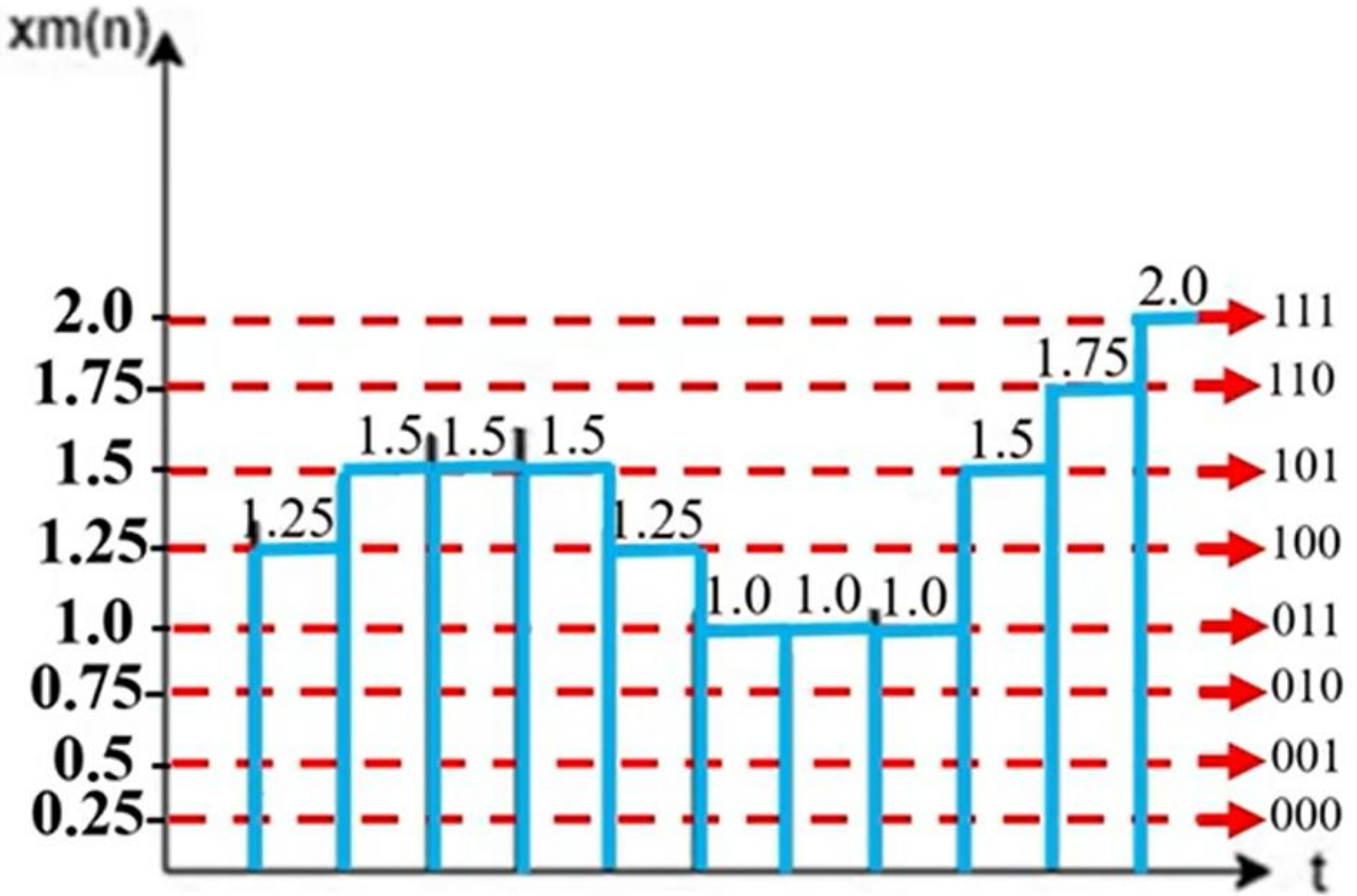


xm(n)
t
2.0
1.75
1.5
1.25
1.0
0.75
0.5
0.25
1.3
1.5
1.6
1.6
1.3
1.1
0.9
1.1
1.5
1.75
1.9


xm(n)
t
2.0
1.75
1.5
1.25
1.0
0.75
0.5
0.25
1.25
1.5
1.5
1.5
1.25
1.0
1.0
1.0
1.5
1.75
2.0

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Señal discreta	1.3	1.5	1.6	1.6	1.3	1.1	0.9	1.1	1.5	1.75	1.9
Señal cuantizada	1.25	1.5	1.5	1.5	1.25	1	1	1	1.5	1.75	2
|error|	0.05	0	0.1	0.1	0.05	0.1	0.1	0.1	0	0	0.1


xm(n)
2.0
1.75
1.5
1.25
1.0
0.75
0.5
0.25
1.25
1.5
1.5
1.5
1.25
1.0
1.0
1.0
1.5
1.75
2.0
t


xm(n)
2.0
1.75
1.5
1.25
1.0
0.75
0.5
0.25
1.25
1.5
1.5
1.5
1.25
1.0
1.0
1.0
1.5
1.75
2.0
111
110
101
100
011
010
001
000
t

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Señal discreta	1.3	1.5	1.6	1.6	1.3	1.1	0.9	1.1	1.5	1.75	1.9
Señal cuantizada	1.25	1.5	1.5	1.5	1.25	1	1	1	1.5	1.75	2
Señal digital	100	101	101	101	100	011	011	011	101	110	111

1.5 Sucesiones

Una **sucesión** $\{x_n\}_{n=-\infty}^{\infty}$ es una secuencia de números (reales o complejos)

$$\cdots, x_{-2}, x_{-1}, x_0, x_1, x_2, \cdots$$

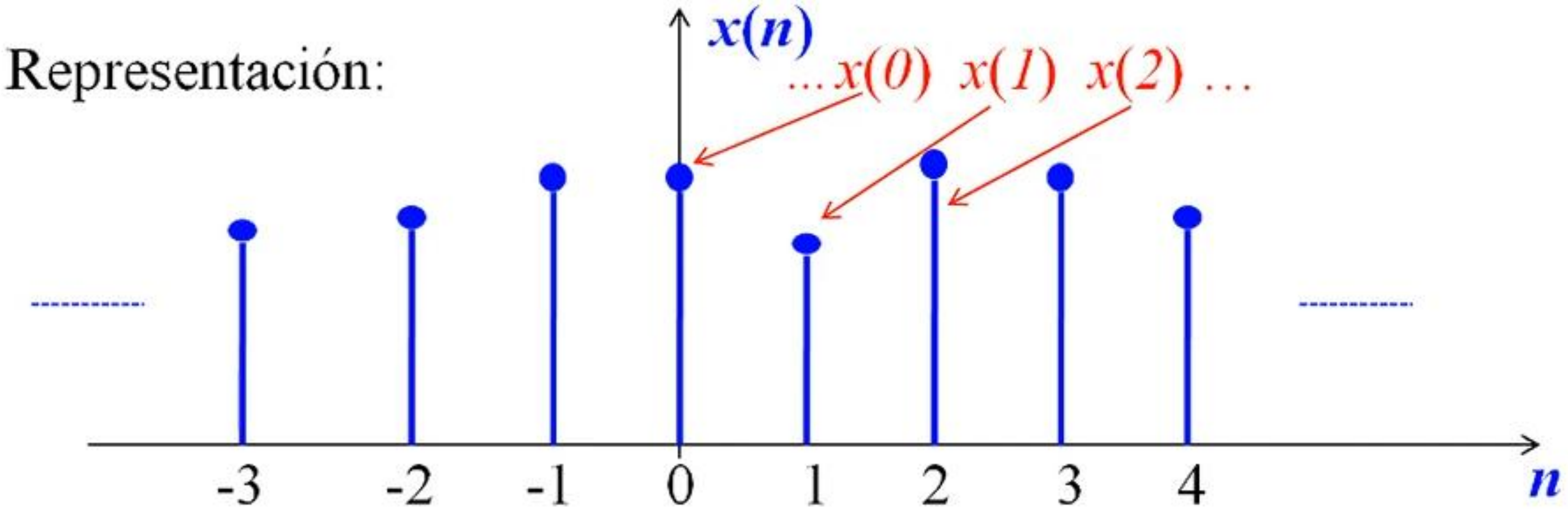
donde x_n denota el n-ésimo número en la sucesión ($n \in \mathbf{Z}$).

Normalmente abreviamos $\{x_n\}_{n=-\infty}^{\infty}$ como $\{x_n\}$. En el procesamiento digital de señales es más común escribir las sucesiones o señales discretas en el tiempo como:

$$\boldsymbol{x[n]} \text{ o } \boldsymbol{x(n)}$$

Esta es la **notación** que utilizaremos a lo largo del curso.

Representación:



En la práctica trataremos con señales que vienen de un proceso de muestreo, es decir:

$$x(t) \;\rightarrow\; x(nT_s) = x(n)$$

señal analógica

señal muestreada

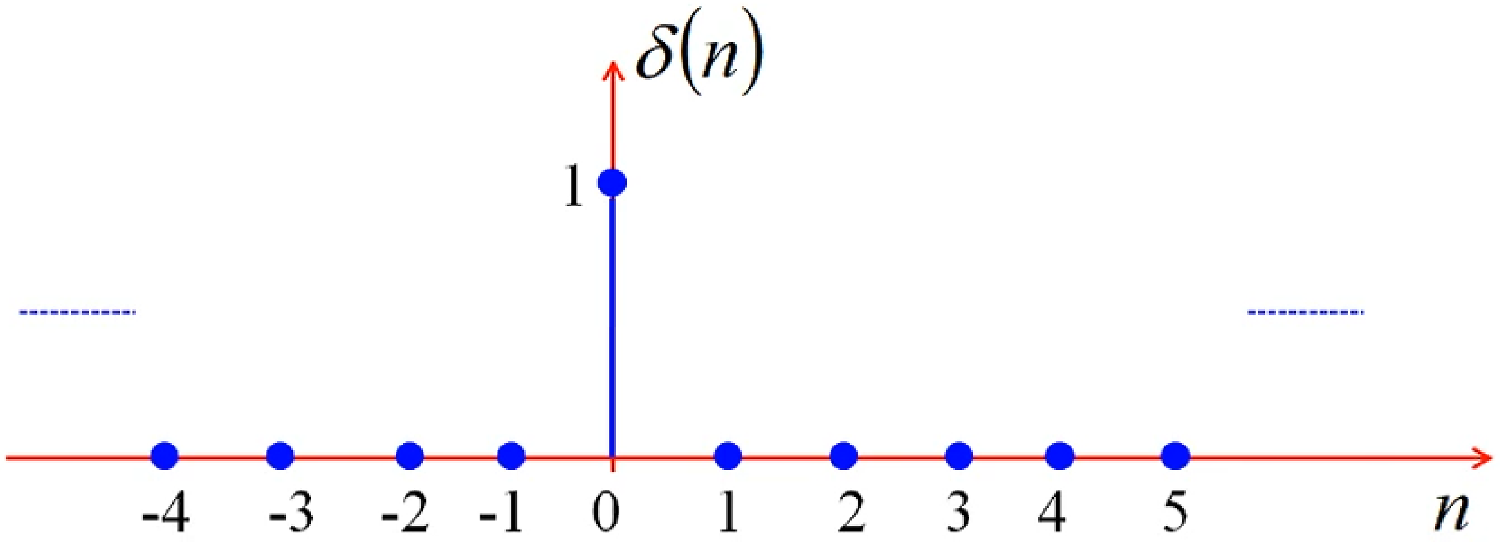
sucesión

consideramos que el periodo de muestreo T_s=1, sin embargo hay que tenerlo siempre en cuenta en nuestros desarrollos.

1.5.1 Sucesiones básicas

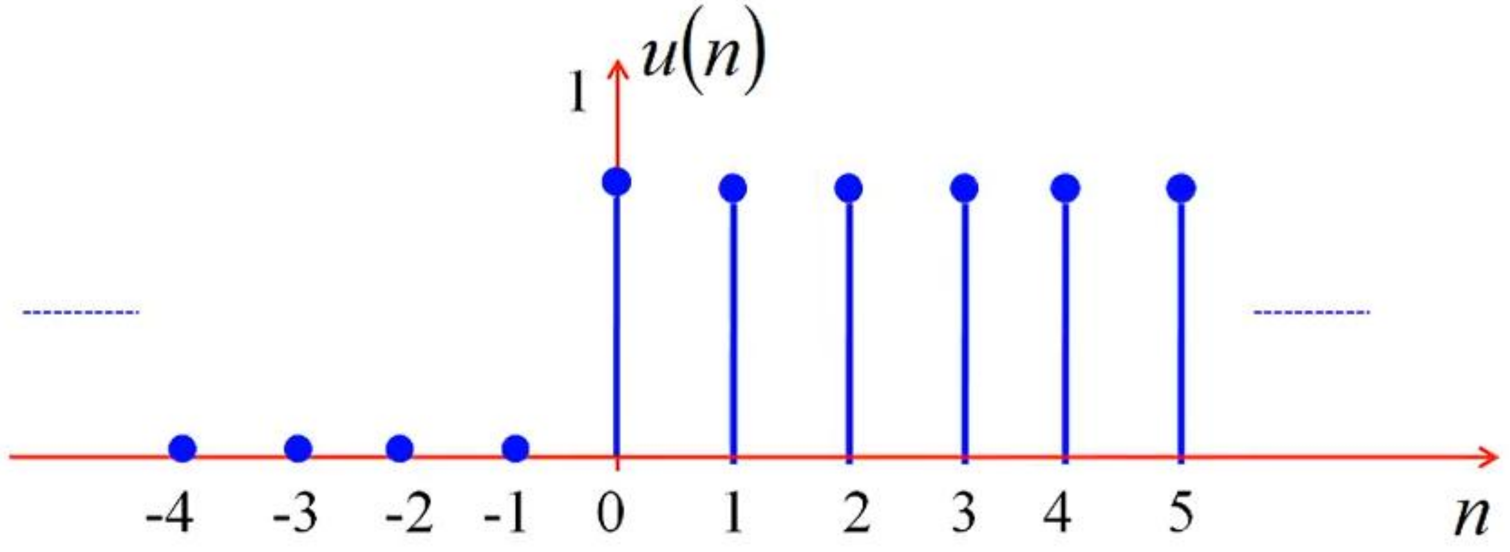
- Impulso Unitario o Delta de Kronecker

$$x(n)=\delta(n)=\begin{cases}1 & n=0\\ 0 & n\neq 0\end{cases}$$



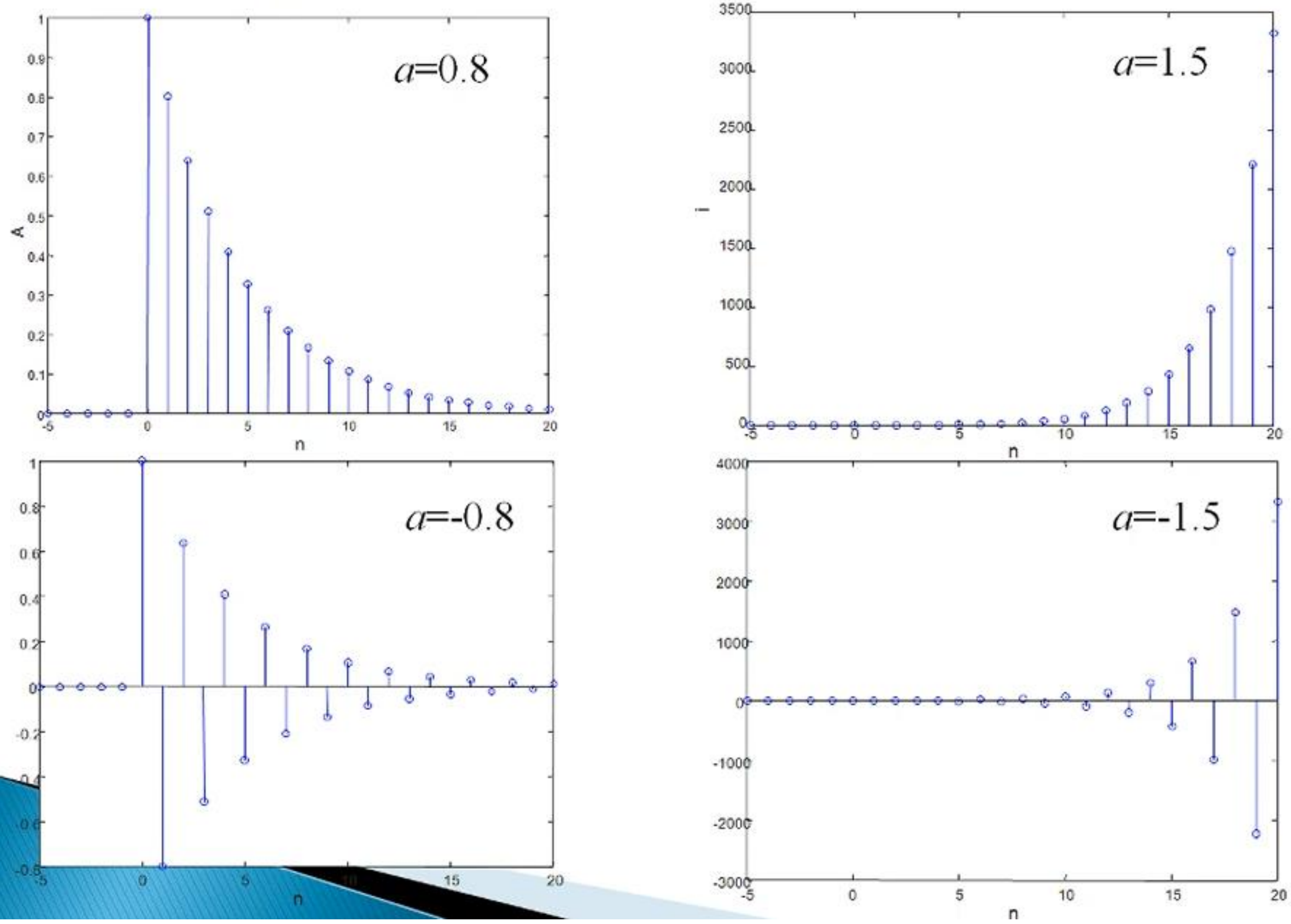
- Escalón Unitario

$$x(n)=u(n)=\begin{cases}1 & n\geq 0\\ 0 & n<0\end{cases}$$



- Exponencial real

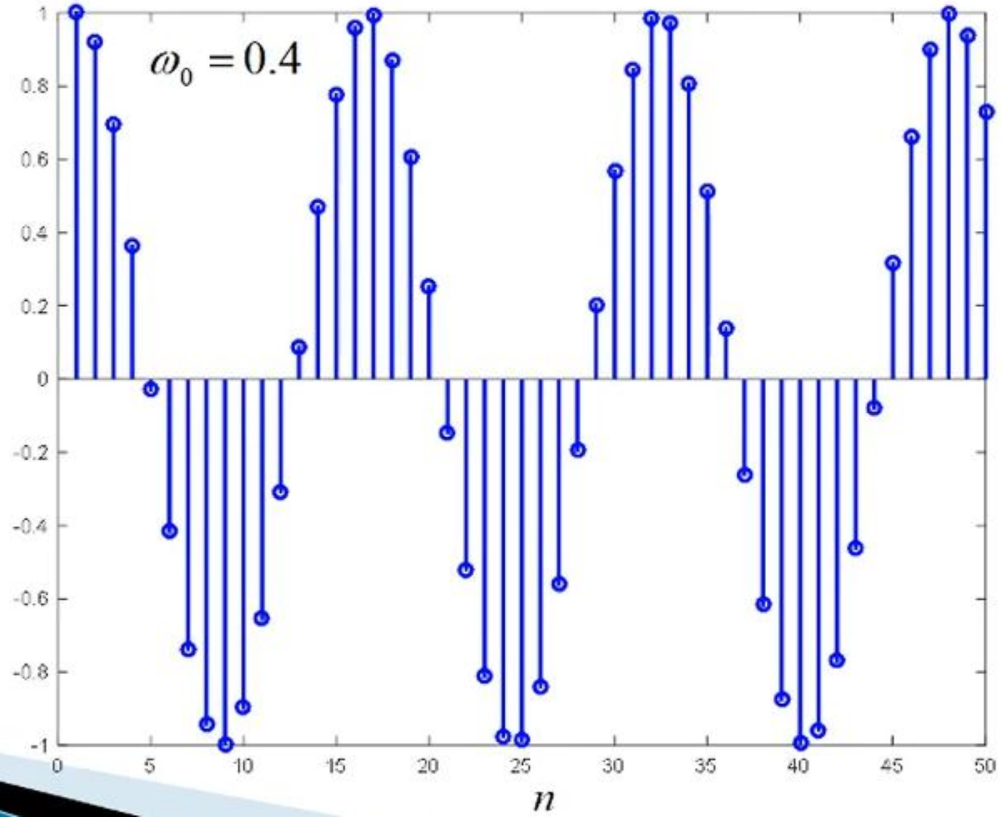
$$x(n) = a^n u(n) \quad a \text{ es una constante real}$$



- Senoidal o sinusoidal

$$x(n) = A\cos(\omega_0 n) = A\cos(2\pi f_0 n)$$

donde ω_0 es la frecuencia angular (rad/s) y f_0 la frecuencia de oscilación (Hz), ligadas por: $\omega_0 = 2\pi f_0$



Recordemos que en los casos prácticos (señales reales) estas sucesiones son el resultado de un muestreo. En el caso de una señal senoidal:

frecuencia angular analógica

$$x(t) = A\cos(\Omega_0 t) = A\cos(2\pi f_0 t) \quad \text{es la señal analógica}$$

$$f_s = \frac{1}{T_s} \quad \text{que cumple la condición } f_s \geq 2 f_0$$

Los instantes de muestreo son nT_s

$$x(nT_s) = A\cos(\omega_0 n T_s) = A\cos(2\pi f_0 n T_s)$$

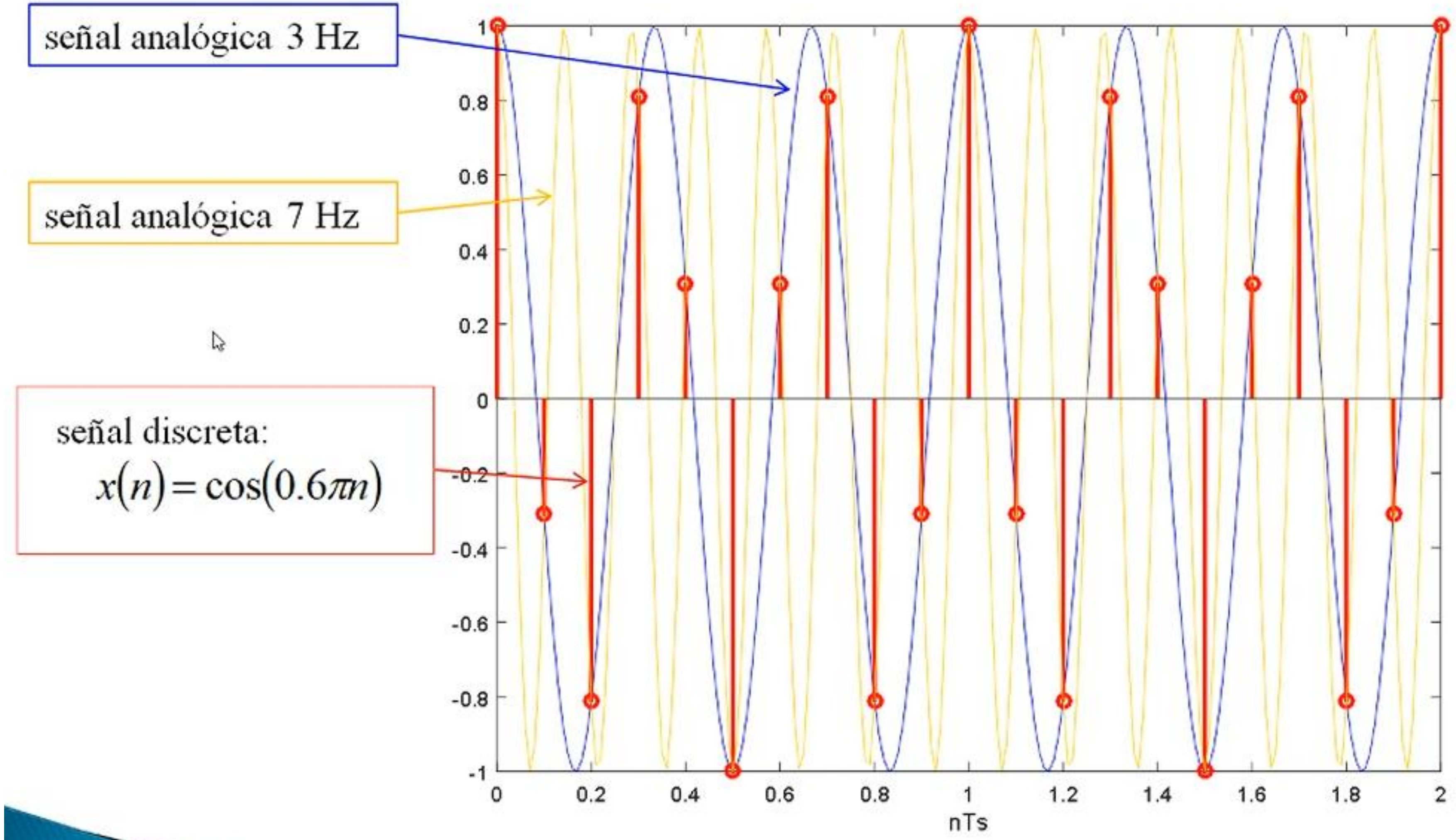
$$x(nT_s) = A\cos\left[2\pi\left(\frac{f_0}{f_s}\right)n\right] = \underline{A\cos(\omega_0 n) = x(n)}$$

frecuencia angular discreta (digital)

¡Muchas combinaciones de f_s y f_0 darían la misma sucesión!

n

Aquí un ejemplo de ello:



¿Cuáles fueron las frecuencias de muestreo?

1.6 Periodicidad de una señal discreta en el tiempo

Determinar si una señal discreta es o no periódica, y en caso de serlo, identificar el periodo fundamental, es necesario para el análisis de Fourier.

Una sucesión $x(n)$ es periódica si y sólo si cumple la siguiente condición:

$$\boxed{x(n) = x(n+N) \qquad \forall n \quad N > 0 \quad N, n \in \mathbf{Z}}$$

Donde el entero N más pequeño diferente de cero se denomina periodo fundamental

Ejercicios sobre la periodicidad de sucesiones

1. Determina si las sucesiones siguientes son periódicas o no. En caso de serlo determina su periodo fundamental.

   a) $x(n) = A\cos(\omega_0 n + \phi)$

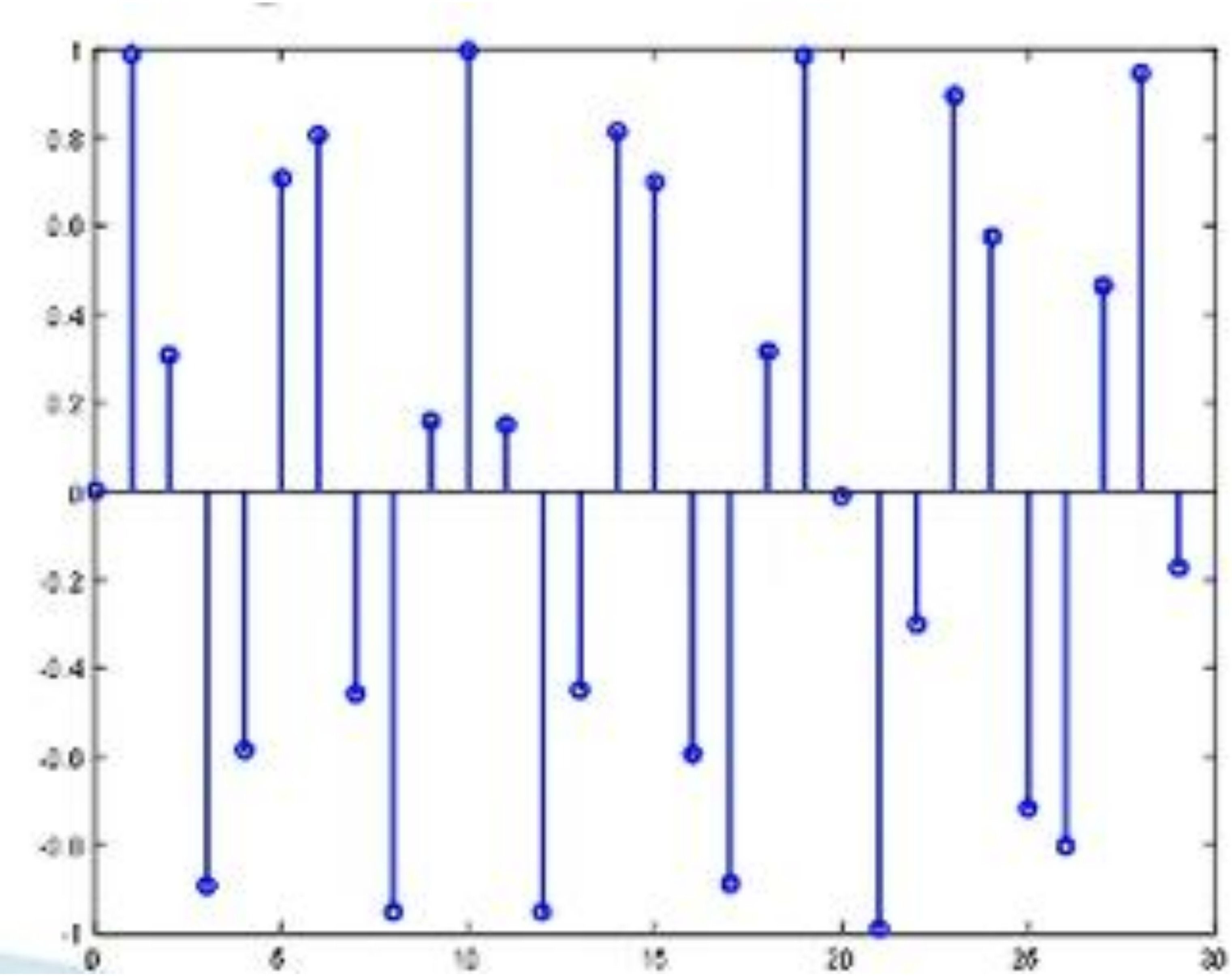
   b) $x(n) = Ae^{j\omega_0 n}$

   c) $x(n) = e^{-j0.4n}$

   d) $x(n) = 2\cos(1.1\pi n - 05\pi) + 2\mathrm{sen}(0.7\pi n)$

   e) $x(n) = \cos(3n)$

2. Una señal continua en el tiempo $x_a(t)=\cos(\Omega_0 t)$ es muestreada en $t=nT_s$ generando una señal discreta en el tiempo $x(n)=x_a(nT_s)=\cos(\Omega_0 nT_s)$. ¿Para qué valores de T_s, $x(n)$ es un sucesión periódica? ¿Cuál es el periodo fundamental de $x(n)$ si $\Omega_0=18$ rad y $T_s=\pi/6$ s?


1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
-1
0
5
10
15
20
25
30

inicio

```
clear all

% señal 1: impulso unitario

x1=[0 0 0 0 1 0 0 0 0];
n1=-4:4;
stem(n1,x1)
xlabel('n')
ylabel('Amplitud')
title('Impulso Unitario')


%señal 2: escalón unitario
x2=[zeros(1,10) ones(1,11)];
n2=-10:10;

figure(2)
stem(n2,x2)
xlabel('n')
ylabel('Amplitud')
title('Escalón Unitario')

%señal 3: exponencial

a=-1.5;
x3=[zeros(1,5) a.^(0:20)];
n3=-5:20;
```

…continuación

```
figure(3)
stem(n3,x3)
xlabel('n')
ylabel('Amplitud')
title('Exponencial real')

% señales senoidales

f0=3; % Hz frecuencia de oscilación
fs=10; %Hz frecuencia de muestreo 1
fs1=100; %Hz frecuencia de muestreo 2
n4=0:200;
x4=cos(2*pi*(f0/fs1)*n4);
n5=0:20;
x5=cos(0.6*pi*n5);
x6=cos(2*pi*((f0-fs)/fs1)*n4);

figure(4)

plot(n4*(1/fs1),x4)
hold on
stem(n5*(1/fs),x5,'r')
plot(n4*(1/fs1),x6,'g')
xlabel('nTs')
ylabel('Amplitud')
title('Senoidal')
hold off
```