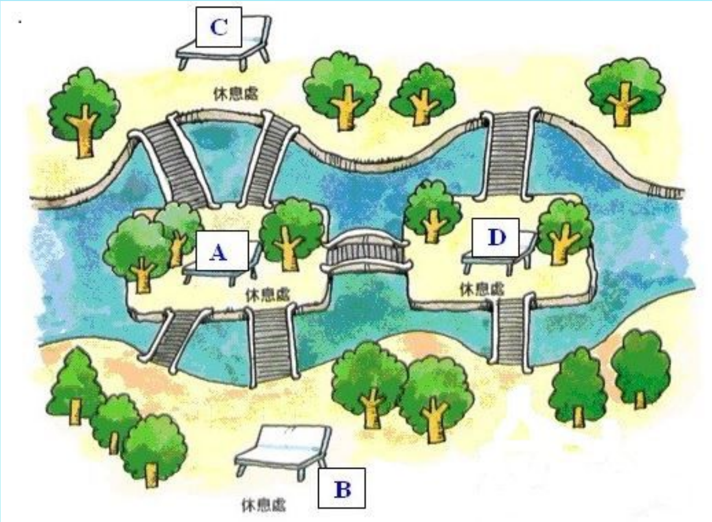
本节主题：

图结构导学

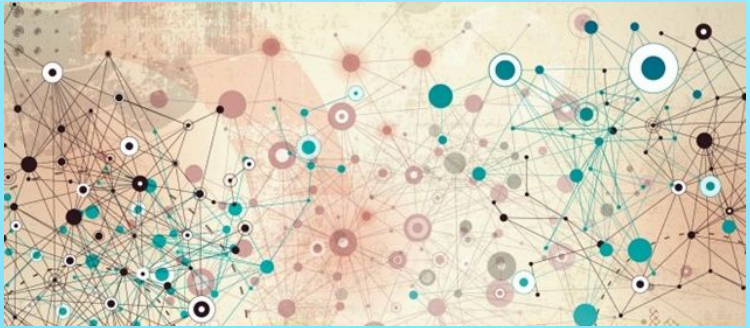
从哥尼斯堡的七座桥开始

- 18世纪初普鲁士的哥尼斯堡，有一条河穿过，河上有两个小岛，有七座桥把两个岛与河岸联系起来。
- 问题：一个步行者怎样才能不重复、不遗漏地一次走完七座桥，最后回到出发点。
- 难点：可能的走法——7! = 5040 种

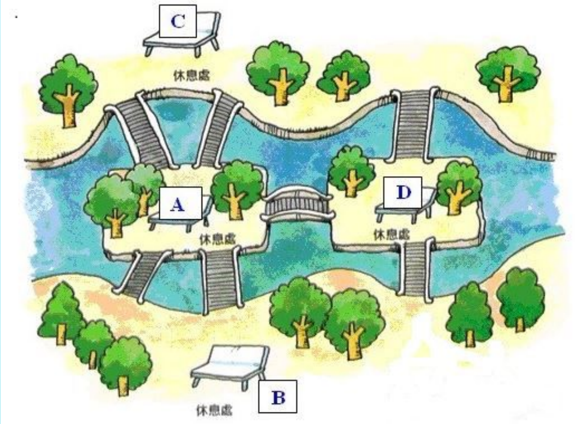



（1707年–1783年）
莱昂哈德·欧拉

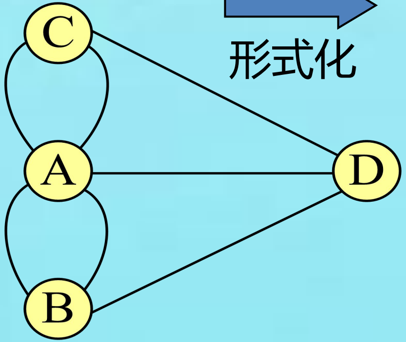
1736年，在经过一年的研究之后，29岁的欧拉提交了《哥尼斯堡七桥》的论文，圆满解决了这一问题，同时开创了数学新一分支---图论。



欧拉的解题路线



抽象



形式化

- 形式化定义：G=(V，E)
  - 集合 V：顶点的有限集合
  - 集合E：边的有限集合。

图性质

如果通奇数桥的地方多于两个，则不存在欧拉回路；如果只有两个地方通奇数桥，可以从这两个地方之一出发，找到欧拉回路；如果没有一个地方通奇数桥，则无论从哪里出发，都能找到欧拉回路。

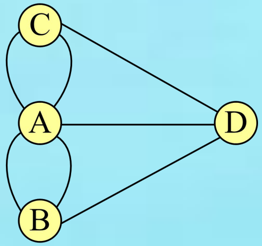
结论：通奇数桥的地方为0个或2个，有欧拉回路。

问题求解

依次计算图中与每个节点相关联的边的个数(节点的度)，根据度为奇数的节点个数判定是否存在欧拉回路。

用计算机求解图问题

- 【数据表示——数据结构】设邻接矩阵arc[n][n]存储图。



$$\begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

- 【数据处理——算法】算法用伪代码描述如下：

伪代码

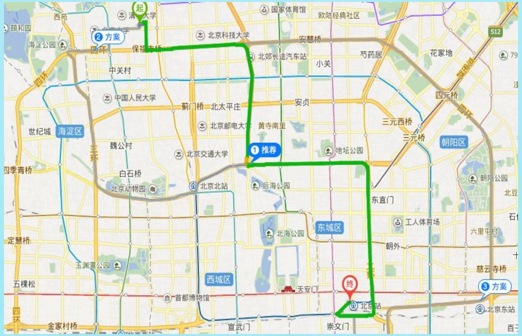
1. 通奇数桥的顶点个数count初始化为0;

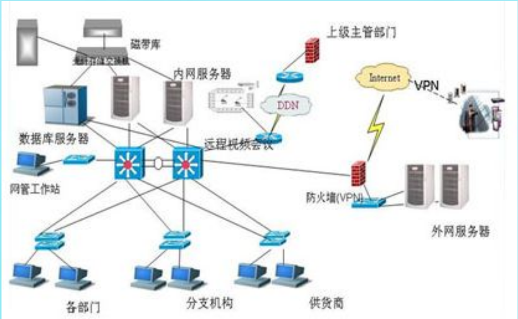
2. 下标 i 从0～n － 1重复执行下述操作:

2.1 计算矩阵arc[n][n]第i行元素之和degree;

2.2 如果degree为奇数，则count++;

3. 如果count等于0或2，则存在欧拉回路；否则不存在欧拉回路;

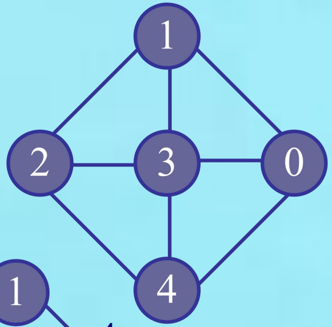


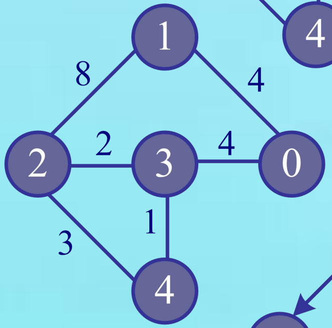


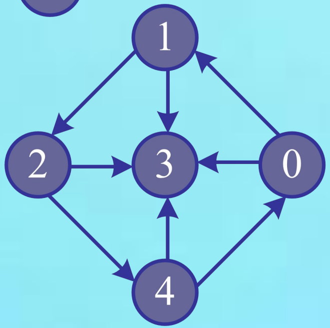
图结构的广泛应用

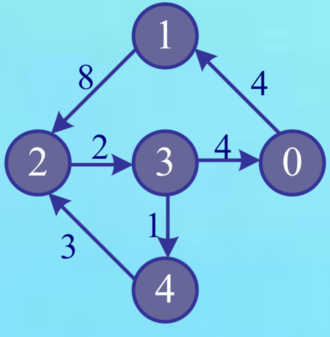
$$G=(V, E)$$

交通网
通信网
电力网
供水网
关系网
调度网
搜索网
推理网
神经网
……









知识点地图

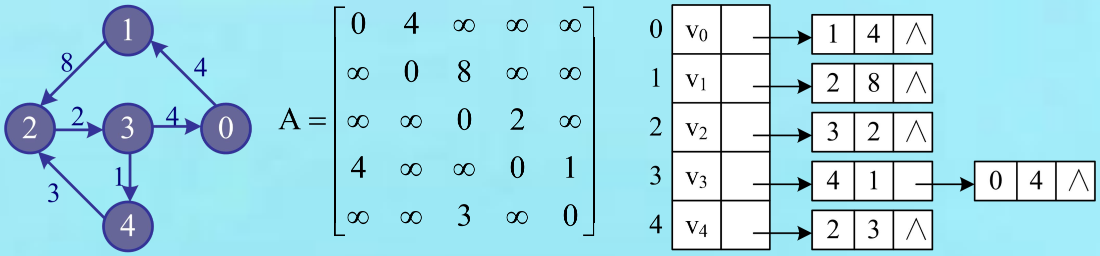
- 数据结构
  - 数据的逻辑结构
    - 线性结构
      线性表、栈、队列
      串、数组
    - 非线性结构
      树结构、**图结构**
  - 数据的存储结构
    - 顺序结构
    - 链式结构
    - 索引结构
    - 散列结构
  - 数据运算
    - 插入运算
    - 删除运算
    - 修改运算
    - 查找运算
    - 排序运算

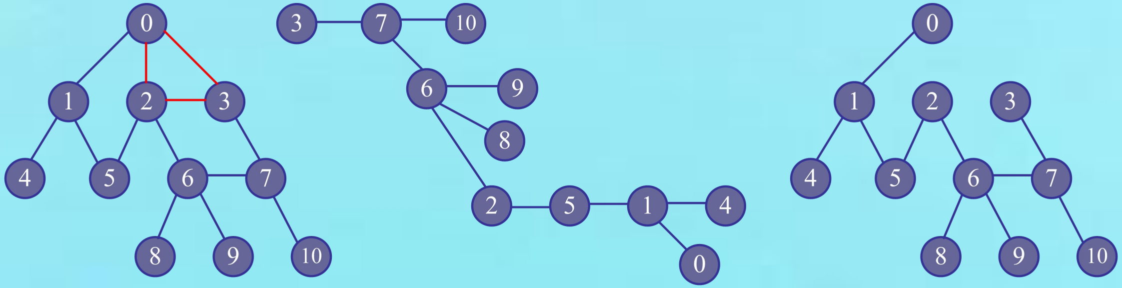
遍历

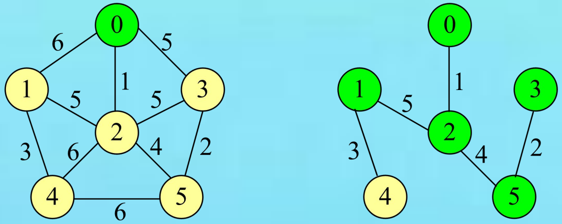
搜索

本章内容

- 0701 图结构导学
- 0702 图的定义
- 0703 图的基本术语
- 0704 图的邻接矩阵存储结构及算法
- 0705 图的邻接表存储结构及算法
- 0706 图的遍历
- 0707 非连通图的遍历
- 0708 DFS的应用
- 0709 BFS的应用
- 0710 生成树的概念
- 0711 最小生成树的普里姆算法
- 0712 最小生成树的克鲁斯卡尔算法
- 0713 从一个顶点到其余各顶点的最短路径
- 0714 每对顶点之间的最短路径
- 0715 拓扑排序







进入精彩的图阶段……