

```

In[1]:= ClearAll[a, b, c, d, f, x, h, g];
      Очистить всё

g[x_] := Cos[2 x];
      косинус

approxExpr = a f[x + 2 h] + b f[x - h] + c f[x - 2 h] + d f[x - 3 h];

dec = Normal[Series[approxExpr, {h, 0, 3}]];
      норма... разложить в ряд

eqGeneral = {
  Coefficient[dec, f[x]] == 0,
      коэффициент многочлена
  Coefficient[dec, f'[x]] == 1,
      коэффициент многочлена
  a Cos[4 h] + b Cos[2 h] + c Cos[4 h] + d Cos[6 h] == 0,
      косинус косинус косинус косинус
  a Sin[4 h] - b Sin[2 h] - c Sin[4 h] - d Sin[6 h] == 2};
      синус синус синус синус

sol = First[Solve[eqGeneral, {a, b, c, d}]] // FullSimplify
      первый решить уравнения упростить в полнс

```

$$\text{Out[6]} = \left\{ \begin{aligned} a &\rightarrow \frac{-2 h \cos[4 h] + \sin[2 h]}{h (4 \sin[2 h] - \sin[8 h])}, \\ b &\rightarrow -\frac{(1 + 2 \cos[2 h] + 2 \cos[4 h]) \csc[h]^3 (-4 h + \sin[4 h])}{8 h (6 \cos[h] + 3 \cos[3 h] + \cos[5 h])}, \\ c &\rightarrow \frac{-8 h - 16 h \cos[2 h] - 6 h \cos[4 h] + \sin[2 h] + 2 \sin[4 h] + 2 \sin[6 h] + \sin[8 h]}{h (4 \sin[2 h] - \sin[8 h])}, \\ d &\rightarrow -\frac{(1 + 2 \cos[2 h]) \csc[h]^3 (-4 h + \sin[4 h])}{8 h (6 \cos[h] + 3 \cos[3 h] + \cos[5 h])} \end{aligned} \right\}$$

```

In[7]:= ClearAll[maxA, maxB, maxC, maxD]
[очистить всё]

maxA[h_] = Abs[Series[a /. sol, {h, 0, 0}]] // Normal // Simplify[#, h > 0] &;
[аб... [разложить в ряд] [нормально... [упростить]

maxB[h_] = Abs[Series[b /. sol, {h, 0, 0}]] // Normal // Simplify[#, h > 0] &;
[аб... [разложить в ряд] [нормально... [упростить]

maxC[h_] = Abs[Series[c /. sol, {h, 0, 0}]] // Normal // Simplify[#, h > 0] &;
[аб... [разложить в ряд] [нормально... [упростить]

maxD[h_] = Abs[Series[d /. sol, {h, 0, 0}]] // Normal // Simplify[#, h > 0] &;
[аб... [разложить в ряд] [нормально... [упростить]

sumMax[h_] = maxA[h] + maxB[h] + maxC[h] + maxD[h];

Print["|a| ~ ", maxA[h]];
[печатать]

Print["|b| ~ ", maxB[h]];
[печатать]

Print["|c| ~ ", maxC[h]];
[печатать]

Print["|d| ~ ", maxD[h]];
[печатать]

Print["Сумма: ", sumMax[h]];
[печатать]

```

$$|a| \sim \frac{11}{60 h}$$

$$|b| \sim \frac{2}{3 h}$$

$$|c| \sim \frac{5}{4 h}$$

$$|d| \sim \frac{2}{5 h}$$

$$\text{Сумма: } \frac{5}{2 h}$$

```

In[18]:= approxF = approxExpr /. sol;

approxG = approxF /. f -> (Cos[2 #] &);
[косинус]

diff = approxG - D[Cos[2 x], x] // FullSimplify
[... [косинус] [упростить в полно]

```

Out[20]= 0

```

In[21]:= err = Series[approxF - D[f[x], x], {h, 0, 5}] // Normal
           [разложить в ряд] [дифференцировать] [нормальное выражение]
n = Select[Range[0, 6], SeriesCoefficient[err, {h, 0, #}] != 0 &][[1]];
           [выбрать] [диапазон] [найти коэффициент ряда]

Print["Порядок аппроксимации: O(h^", n, ")"];
           [печатать] [О большое]

```

$$\begin{aligned}
 \text{Out[21]} = & \frac{2}{3} h^3 \left(4 f''[x] + f^{(4)}[x] \right) - \frac{13}{30} h^4 \left(4 f^{(3)}[x] + f^{(5)}[x] \right) + \\
 & \frac{2}{45} h^5 \left(64 f''[x] + 44 f^{(4)}[x] + 7 f^{(6)}[x] \right)
 \end{aligned}$$

Порядок аппроксимации: O(h^3)