浙江大学实验报告

专业：信息工程
姓名：周灿松
学号：3190105055
日期：2021 年 10 月 11 日
地点：教 4-421

课程名称：数字信号处理　指导老师：徐元欣　成绩：
实验名称：有限长序列、频谱、DFT 的性质　实验类型：演示　同组学生姓名：–

一　实验目的和要求

设计通过演示实验，建立对典型信号及其频谱的直观认识，理解 DFT 的物理意义、主要性质。

二　实验内容和步骤

2-1 用 MATLAB，计算得到五种共 9 个序列：

2-1-1 实指数序列 $x(n)=\begin{cases} a^n & 0\le n\le length-1 \\ 0 & otherwise \end{cases}$　例如，a=0.5, length=10

a=0.9, length=10

a=0.9, length=20

2-1-2 复指数序列 $x(n)=\begin{cases} (a+jb)^n & 0\le n\le length-1 \\ 0 & otherwise \end{cases}$　例如，a=0.5, b=0.8, length=10

2-1-3 从正弦信号 $x(t)$=sin(2πft+delta)抽样得到的正弦序列 $x(n)$=sin(2πfnT+delta)。如，信号频率 f=1Hz，初始相位 delta=0，抽样间隔 T=0.1 秒，序列长 length=10。

2-1-4 从余弦信号 $x(t)$=cos(2πft + delta)抽样得到的余弦序列 $x(n)$=cos(2πfnT + delta)。如，信号频率 f=1Hz，初相位 delta=0，抽样间隔 T=0.1 秒，序列长 length=10。

2-1-5 含两个频率分量的复合函数序列 $x(n)$=sin(2$\pi f_1 nT$)+delta×sin(2$\pi f_2 nT$+phi)。如，

频率 f_1 (Hz)	频率 f_2 (Hz)	相对振幅 delta	初相位 phi (度)	抽样间隔 T (秒)	序列长 length
1	3	0.5	0	0.1	10
1	3	0.5	90	0.1	10
1	3	0.5	180	0.1	10

2-2　用 MATLAB，对上述各个序列，重复下列过程。

2-2-1 画出一个序列的实部、虚部、模、相角；观察并记录实部、虚部、模、相角的特征。

2-2-2 计算该序列的幅度谱、频谱实部、频谱虚部；观察和并记录它们的特征，给予解释。

备注：这里的频谱是指序列的 DFT。

2-2-3 观察同种序列取不同参数时的频谱，发现它们的差异，给予解释。

三 主要仪器设备

MATLAB 编程。

四 操作方法和实验步骤

（参见“二、实验内容和步骤”）

五 实验数据记录和处理

Listing 1: 主体代码

```
%%
%计算得到5种共9个序列

%实指数序列
%a = 0.5 , length = 10
[x_11 , n_11] = realExpSeq(0.5 , 10);
%a = 0.9 , length = 10
[x_12 , n_12] = realExpSeq(0.9 , 10);
%a = 0.9 , length = 20
[x_13 , n_13] = realExpSeq(0.9 , 20);

%复指数序列
%a = 0.5 , b = 0.8 , length = 10
[x_2 , n_2] = comExpSeq(0.5 , 0.8 , 10);

%正弦序列
%f = 1Hz , delta = 0 , T = 0.1 , length = 10
[x_3 , n_3] = sinSeq(1 , 0 , 0.1 , 10);

%余弦序列
%f = 1Hz , delta = 0 , T = 0.1 , length = 10
[x_4 , n_4] = cosSeq(1 , 0 , 0.1 , 10);

%复合函数序列
%f1 = 1 , f2 = 3 , delta = 0.5 , phi = 0 , T = 0.1 , length = 10
[x_51 , n_51] = comFunc(1 , 3 , 0.5 , 0 , 0.1 , 10);
%f1 = 1 , f2 = 3 , delta = 0.5 , phi = 90 , T = 0.1 , length = 10
[x_52 , n_52] = comFunc(1 , 3 , 0.5 , 90 , 0.1 , 10);
%f1 = 1 , f2 = 3 , delta = 0.5 , phi = 180 , T = 0.1 , length = 10
[x_53 , n_53] = comFunc(1 , 3 , 0.5 , 180 , 0.1 , 10);
%%
```

```
%调用plotPart函数绘制序列的实部虚部模和相位

%实指数序列1
plotPart(x_11 , n_11 , '实指数序列_a=05,length=10')
%实指数序列2
plotPart(x_12 , n_12 , '实指数序列_a=09,length=10')
%实指数序列3
plotPart(x_13 , n_13 , '实指数序列_a=09,length=20')
%复指数序列
plotPart(x_2 , n_2 , '复指数序列')
%正弦序列
plotPart(x_3 , n_3 , '正弦序列')
%余弦序列
plotPart(x_4 , n_4 , '余弦序列')
%复合函数序列1
plotPart(x_51 , n_51 , '复合函数序列_phi=0')
%复合函数序列2
plotPart(x_52 , n_52 , '复合函数序列_phi=90')
%复合函数序列3
plotPart(x_53 , n_53 , '复合函数序列_phi=180')
%%
%调用dftPlot函数绘制序列频谱的实部虚部模

%实指数序列1
X_11 = dftPlot(x_11 , n_11 , '频谱_实指数序列_a=05,length=10');
%实指数序列2
X_12 = dftPlot(x_12 , n_12 , '频谱_实指数序列_a=09,length=10');
%实指数序列3
X_13 = dftPlot(x_13 , n_13 , '频谱_实指数序列_a=09,length=20');
%复指数序列
X_2 = dftPlot(x_2 , n_2 , '频谱_复指数序列');
%正弦序列
X_3 = dftPlot(x_3 , n_3 , '频谱_正弦序列');
%余弦序列
X_4 = dftPlot(x_4 , n_4 , '频谱_余弦序列');
%复合函数序列1
X_51 = dftPlot(x_51 , n_51 , '频谱_复合函数序列_phi=0');
%复合函数序列2
X_52 = dftPlot(x_52 , n_52 , '频谱_复合函数序列_phi=90');
%复合函数序列3
X_53 = dftPlot(x_53 , n_53 , '频谱_复合函数序列_phi=180');
```

Listing 2: 产生实指数序列的函数

```
function [x , n] = realExpSeq(a,length)
%a为传入的底数 ， length为传入的长度
%x为返回的序列，n为序列所在的位置信息
    n = 0:1:length-1;
    x = a.^n;
end
```

Listing 3: 产生复指数序列的函数

```
function [x,n] = comExpSeq(a,b,length)
%a为传入底数的实部，b为传入底数的虚部，length则为序列的长度
%x为所得的序列， n为序列所在的位置信息
n = 0:1:length-1;
index = a+1j*b;
x = power( index,n);
end
```

Listing 4: 产生正弦序列的函数

```
function [x,n] = sinSeq(f , delta , T , length)
%SINSEQ 此处显示有关此函数的摘要
%   此处显示详细说明
n = 0:1:length-1;
x = sin(2*pi*f*n*T+delta);
end
```

Listing 5: 产生余弦序列的函数

```
function [x,n] = cosSeq(f , delta , T , length)
%SINSEQ 此处显示有关此函数的摘要
%   此处显示详细说明
n = 0:1:length-1;
x = cos(2*pi*f*n*T+delta);
end
```

Listing 6: 产生复合函数序列的函数

```
function [x , n] = comFunc(f1 , f2 , delta , phi , T , length)
%COMPOSFUNC 此处显示有关此函数的摘要
%   此处显示详细说明
n = 0:1:length-1;
x = sin(2*pi*f1*n*T) + delta * sin(2*pi*f2*n*T + phi*(2*pi)/360);
end
```

Listing 7: 绘制序列的实部、虚部、模、相角的函数

```
function plotPart(x  , n , text)
figure('Name',text,'NumberTitle','off')

subplot(2,2,1);
stem(n,real(x),'filled');
title('实部');

subplot(2,2,2);
stem(n,imag(x),'filled');
title('虚部');

subplot(2,2,3);
stem(n,abs(x),'filled');
title('模');

subplot(2,2,4);
stem(n,(180/pi)*angle(x),'filled');
title('相位');
saveas(gcf , text , 'png')
close(gcf)
end
```

Listing 8: 绘制序列的幅度谱、频谱实部、频谱虚部的函数

```
function [X] = dftPlot(x , n , text)
X = fft(x);

figure('Name',text,'NumberTitle','off')
subplot(3,1,1);
stem(n,real(X),'filled');
title('实部');

subplot(3,1,2);
stem(n,imag(X),'filled');
title('虚部');

subplot(3,1,3);
stem(n,abs(X),'filled');
title('模');
saveas(gcf , text , 'png')
close(gcf)
end
```

六 实验结果与分析

1. 各个序列图形及解释

1.1 实指数序列

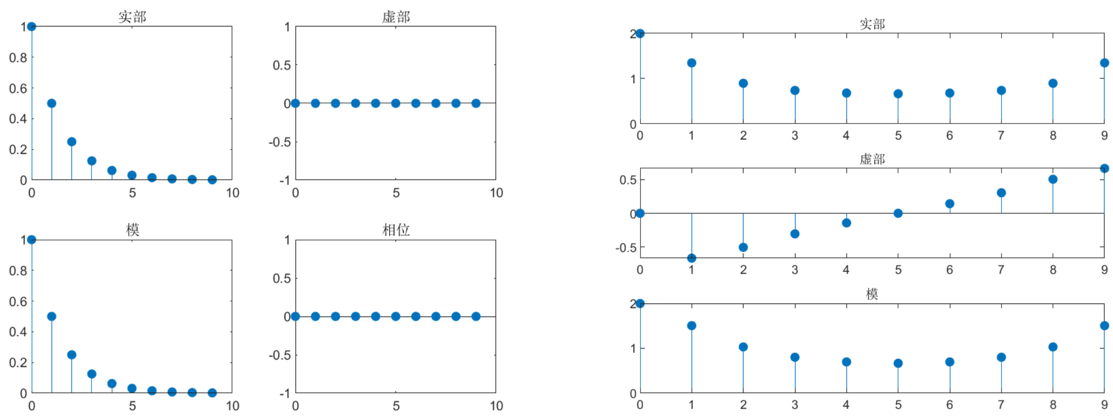

图 1: a=0.5,length=10

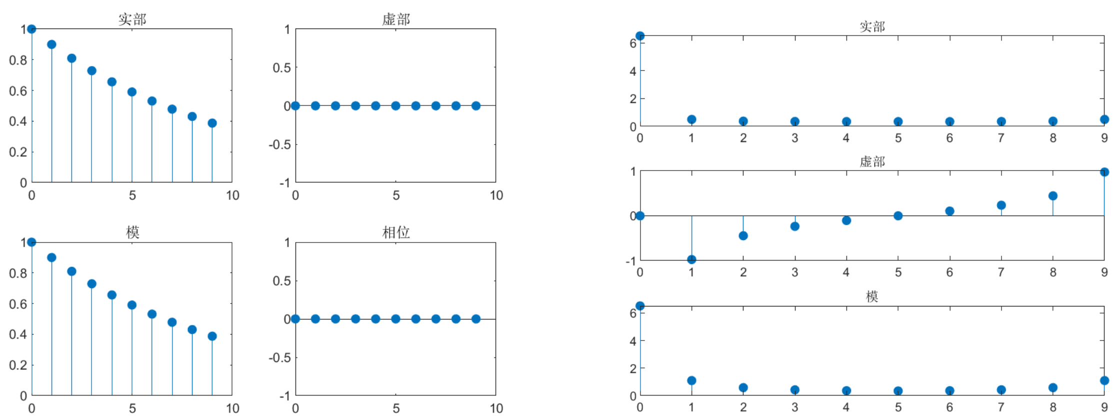

图 2: a=0.9,length=10

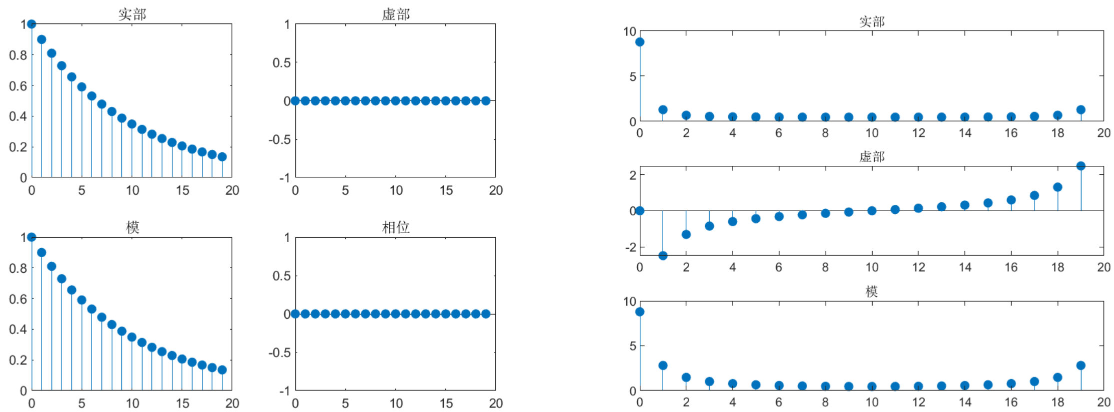

图 3: a=0.9,length=20

【分析】

观察三个序列的时域图像，因为这三个序列均为实指数序列，所以它们的虚部和相位均为 0；a 的值越大，实部（模）衰减就越慢，就越接近直流分量。

观察三个序列的频域图像，可以发现他们的实部偶对称，虚部奇对称。结合所学的知识，我们可以得出知道这是由于该序列在是实数序列的原因。同时，我们可以发现当 a 的值增大时，X(0) 的值也越大，也就是说序列的直流分量更大。除此之外，我们也可以发现 length 越大，频谱就越接近真实图像，这是由于采样率的提升。

1.2 复指数序列

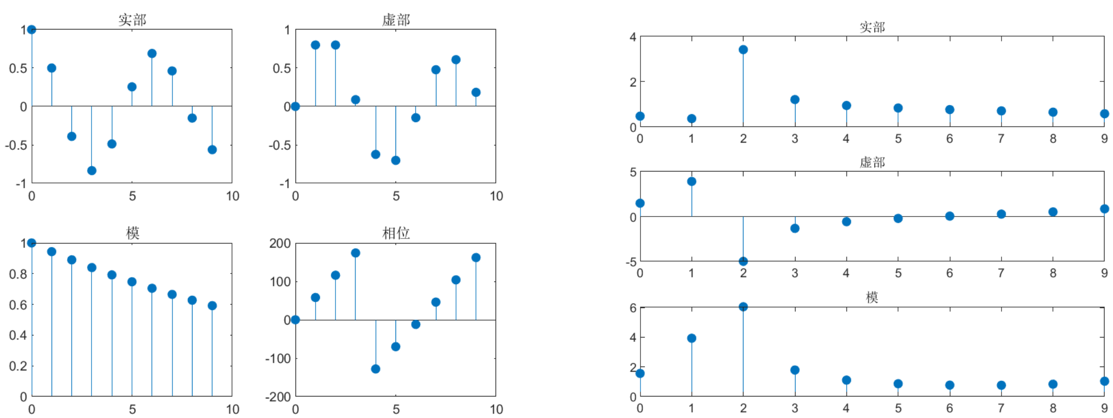

图 4: 复指数序列

【分析】

该序列为复指数序列，其可表示为 $\sqrt{a^2+b^2}e^{jn\theta} = \sqrt{a^2+b^2}(cos(n\theta) + j\sin(n\theta))$ 的形式，所以时域的实部与虚部表现为正弦函数的抽样结果，相位呈现线性，因为 $\sqrt{a^2+b^2} < 1$, 所以模减小。频域上未发现明显特点。

1.3 正弦序列图像

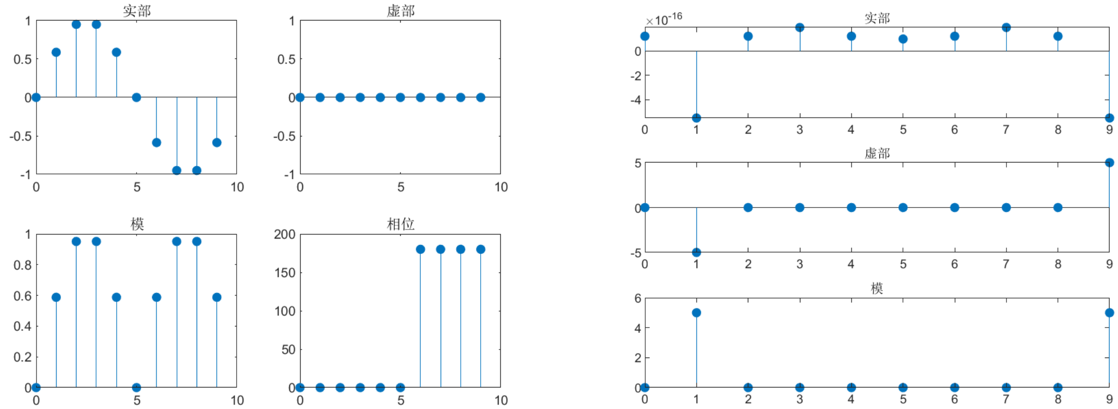

图 5: 正弦序列

【分析】

该序列是正弦函数的采样，采样周期为 0.1s。观察时域图像可知：该序列为奇对称的实序列，在 x(n) 大于零时相位为 0，小于零时相位为 180°。

因为该序列的对称性，所以频谱的实部应该为 0，且虚部奇对称。虚部值出现在 1Hz 处，与原序列频率吻合。

1.4 余弦序列

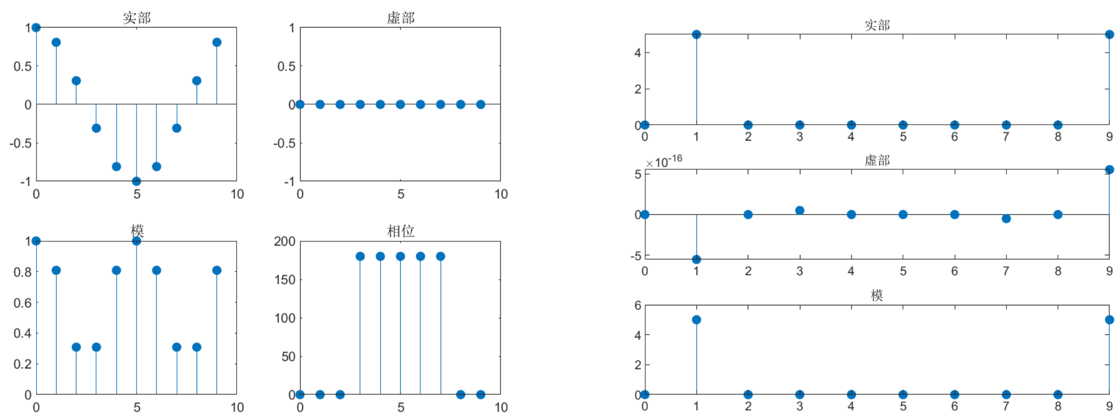

图 6: 余弦序列

【分析】

观察时域，可得该序列是偶对称的实序列，虚部为 0，相位与正弦函数类似。因为它的对称性，频域的虚部理论上应该为 0，此处不为零是由于 MATLAB 是浮点数计算，有一定的误差，可以看出虚部的值是一个极小的值。谱线出现在 1Hz 处，与原序列的频率吻合。

1.5 复合函数序列

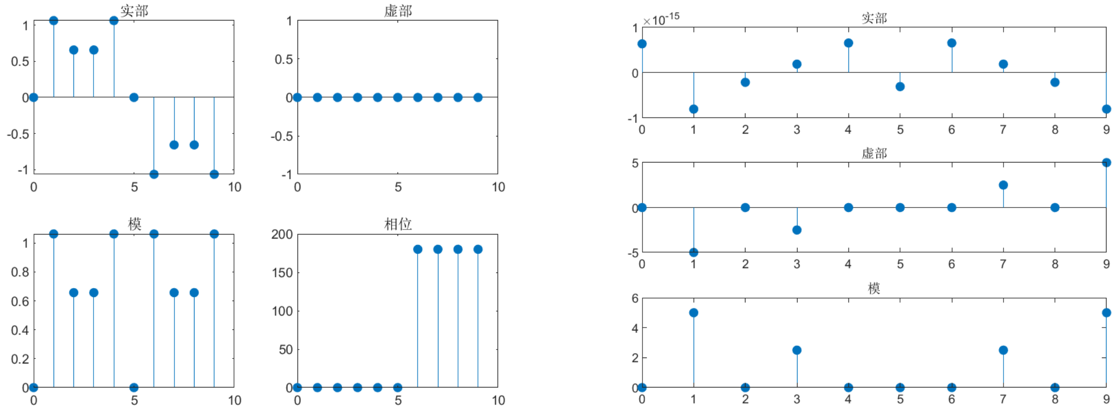

图 7: phi=0

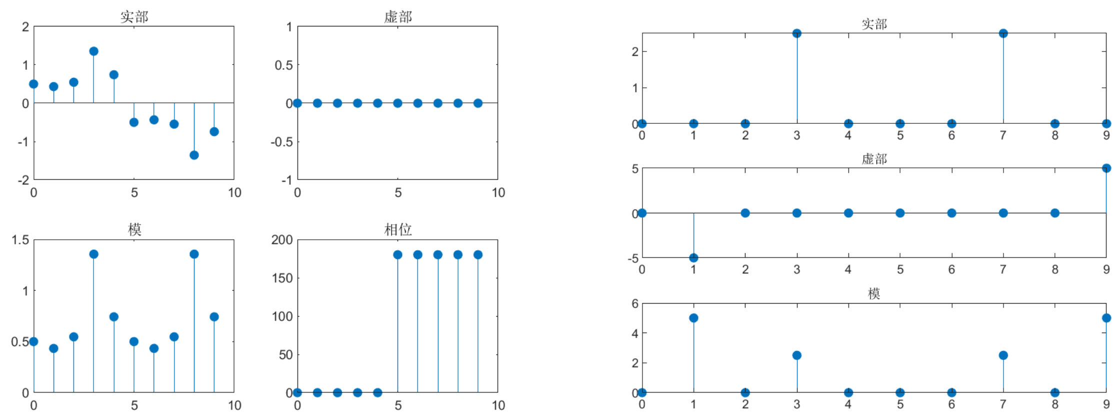

图 8: phi=90

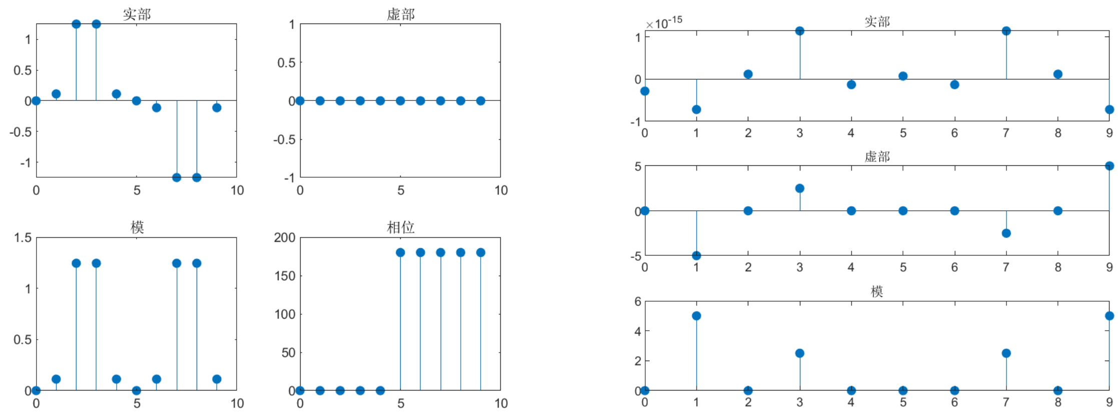

图 9: phi=180

【分析】

该序列是一个由频率为 1Hz 和频率为 3Hz 的两个序列复合而来的实序列，虚部为 0. 当 phi 为 0 和 180 时，该序列为奇序列，所以频谱实部趋近于 0，虚部奇对称。当 phi 为 90 时，该序列不具备对称性，所以频谱也不具备对称性。因为复合的序列的频率，所以频域谱线出现在 1Hz 与 3Hz 处。

2. DFT 物理意义

DFT 是序列傅里叶变换在 $0-2\pi$ 上的等距采样。

(1) X(0): 信号直流分量的频谱值

(2) X(1): 信号在基频处的幅度和相位

(3) X(N-1): 信号在 N-1 次谐波处的幅度和相位

3. DFT 的性质

3.1 线性

如果 $x_1(n)$ 和 $x_2(n)$ 的 DFT 为 $X_1(k)$ 与 $X_2(k)$, 则 $ax_1(n)+bx_2(n)$ 的 DFT 为 $aX_1(k)+bX_2(k)$

3.2 反转定理

如果 $x(n)$ 的 DFT 结果为 $X(k)$，则 $x((-n))_N$ 的 DFT 为 $X((-k))_N$

3.3 序列的循环位移

如果 $x(n)$ 的 DFT 结果为 $X(k)$，则 $x((n+m))_N$ 的 DFT 为 $W_N^{-km}X(k)$

3.4 对称性

见书 P_91 页

3.5 卷积性质

两个序列圆卷积的 DFT 等于他们分别 DFT 的结果相乘

3.6 帕斯瓦尔定理

$$\sum_{n=0}^{N-1}|x(n)|^2=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}|X(k)|^2$$