

Rapport sur la thèse de M. Pierre-Olivier Goffard

Approximations polynomiales de densités de probabilité et applications en
assurance

Patrice Bertail, Professeur à l'Université Paris-Ouest-Nanterre-La Défense

La thèse de M. Pierre-Olivier Goffard en mathématique appliquée (statistique et probabilité) porte sur des méthodes d'approximation de distributions composées (somme sur un nombre aléatoire de v.a. indépendantes). Elle s'inscrit dans le cadre d'un contrat Cifre avec AXA. Elle comporte non seulement une partie académique développée mais aussi des applications à l'assurance, sur les agrégats de sinistres ou les modèles de ruines en assurance faisant naturellement apparaître de telles quantités. L'idée essentielle de la thèse est d'approximer la densité des distributions composées par des développements sur des polynômes bien choisis, orthogonaux par rapport à une mesure de référence prise dans la famille des distributions exponentielles quadratiques. Si cette idée d'approximation n'est pas nouvelle en soit, elle est utilisée et développée ici pour des distributions composées et surtout généralisée dans un cas multidimensionnel encore peu exploré et fondamental pour obtenir des approximations de la ruine dans un cadre multivarié. Elle présente donc de ce point de vue une contribution intéressante et peut donner lieu à diverses extensions notamment pour des modèles plus ou moins complexes en assurance, en théorie de la ruine ou pour des modèles de files d'attente.

La thèse se compose d'une partie introductive, de trois chapitres académiques portant sur les méthodes d'approximations polynomiales étudiées (en unidimensionnel puis en multidimensionnel) et d'un dernier chapitre sur une application des K-means à l'agrégation de portefeuilles de contrats d'assurance-vie. Chaque chapitre se compose comme un article séparé et "autosuffisant", ce qui conduit à certaines redondances typiques des thèses sur travaux.

Le chapitre introductif rappelle les principaux outils utilisés pour l'approximation de la distribution composée de $\sum_{i=1}^N X_i$, X_i i.i.d indépendantes de N (dites variables de sinistres dans la suite), d'abord en dimension 1 (méthode de Panjer, méthode de moments locaux à la Gerber ou les méthodes d'inversion de la transformée de Laplace/Fourier) puis en multivarié. L'auteur prend soin de distinguer plusieurs types de modèles, selon que les sinistres sont concomitants ou non. Il présente ensuite rapidement quelques résultats en théorie de la ruine et une revue de la littérature sur l'approximation de la probabilité de ruine, sur laquelle il existe une littérature très abondante.

Le chapitre 2 présente des rappels généraux et les principaux outils de la méthode développée dans la thèse, dont plusieurs variantes seront proposées ensuite pour des modèles spécifiques. L'objet de ce chapitre est essentiellement de montrer comment les polynômes orthogonaux à une famille gamma bien choisie (polynômes de Laguerre) peuvent être utilisés dans le cadre des distributions composées d'abord dans un cadre unidimensionnel puis dans un cadre multidimensionnel (avec comme mesure de référence des produits de gamma). Le cas

multidimensionnel est sans doute la partie la plus originale de ce chapitre. Une des difficultés inhérentes est l'existence de nombreuses parties singulières en 0. Cette partie, très bien écrite, fait référence à de nombreux autres travaux dans la littérature. Les résultats sont illustrés par des simulations pour différentes lois et différentes paramétrisations, qui montrent bien l'intérêt des approximations polynomiales. Un chapitre sur les perspectives en statistique qu'il sera intéressant de développer ultérieurement conclut ce travail. Une question que l'on peut se poser est l'impact de la décroissance lente des coefficients du développement sur les procédures statistiques et du nombre de polynômes à retenir empiriquement.

Le chapitre 3 reprend des éléments du chapitre 2 pour les appliquer au problème de la ruine. Il se présente sous la forme d'un article présentant la méthode des polynômes orthogonaux et une approximation de la probabilité de ruine. D'un point de vue technique, ce chapitre ne présente pas de nouveauté par rapport au précédent mais illustre la faisabilité et l'utilité de la méthode dans le cadre de l'évaluation de la probabilité de ruine (par rapport à d'autre méthode par exemple de Fourier). Le chapitre 4 est dans le même esprit et s'attache à étudier le modèle de ruine bivarié. Cette étude montre la puissance des outils utilisés. Ici aussi la partie statistique et l'impact de l'estimation mériterait d'être plus développée dans des travaux ultérieurs. La méthode est illustrée par une très intéressante partie numérique, dans le contexte d'un modèle de ruine bivariée pour lequel il n'existe pas de forme fermée pour la probabilité de ruine, pour différentes paramétrisations. L'approximation proposée est simple et semble relativement bien se comporter.

Le dernier chapitre se situe relativement en marge des autres travaux et propose une procédure d'agrégation de portefeuilles, basée sur une méthode de partition par des K-means. Même si la méthode me semble relativement standard, l'application à des données réelles est intéressante et illustrées par de nombreux graphiques qui témoignent du soucis de l'auteur d'implémenter et de valoriser des méthodes statistiques nouvelles dans un cadre industriel.

En conclusion, cette thèse est bien écrite, présente des avancées intéressantes pour l'approximation de la ruine notamment dans un cadre multidimensionnel et peut donner lieu à des extensions par une étude plus poussée des propriétés statistiques des méthodes proposées. Elle présente un très bon équilibre entre avancées théoriques et applications. Je suis donc très favorable à la soutenance de thèse.

Fait à Paris le 1 juin 2015, Patrice BERTAIL



: PATRICE BERTAIL